ROZPRAVY

ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA

PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

TŘÍDA II.

(MATHEMATICKO-PŘÍRODNICKÁ.)

ROČNÍK XXIV.

(1915.)

V PRAZE.

NÁKLADEM ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA

PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

1915.

MUSEUM BOTANICUM
BERGIANUM
OCT 18 1922

.R828
1915
V.24

Ae 2 43

ROZPRAVY

ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA

PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

TŘÍDA II.

(MATHEMATICKO-PŘÍRODNICKÁ.)

ROČNÍK XXIV.

(1915.)

D. 3.00

V PRAZE.

NÁKLADEM ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA
PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

1915.

TISKEM ALOISA WIESNERA V PRAZE,
KNIHTISKAŘE ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ
A C. K. ČESKÉ VYSOKÉ ŠKOLY TECHNICKÉ V PRAZE.

Obsah XXIV. ročníku.

Číslo

Michael Marhan, O vasomotorických vláknech v n. hypoglossus a n. glossopharyngeus u žáby. 1

Josef Hanuš a Dr. *Ant. Jílek,* Příspěvek ke gravimetrii vizmutu.... 2

Josef Hanuš a *Miloš K. Preis,* Stanovení sulfátového ionu vedle solí chromitých 3

Vojtěch Rosický, Petrografické zprávy ze středočeského massivu žulového I. (S 1 tabulkou a 2 obrazci v textu)..... 4

Dr. *Karel Šulc,* Příspěvky ku poznání psyll. III. (S jedenácti tabulkami XIV.—XXIV). 5

Dr. *J. Kaplanová,* O refrakci, hustotě a rozpustnosti etheru ve vodě a v solných roztocích. (Se 2 obrazy v textu.) 6

Dr. *Jindřich Svoboda,* Grafické řešení dráhy meteoru pomocí hodografu. (S 5 obrázky a 2 tabulkami.) 7

Ph. Dr. *Jan Bečka,* Kvantitativní nález bacteria coli ve vodách pitných filtrací 8

Jaroslav Janko, O elektromagnetických kmitech koaxiálních válců kruhových. (S 1 obrazcem v textu)..... 9

Dr. *Jaroslav Peklo,* Studie o inaktivaci fotosynthetické assimilace a tvorby chlorofyllu. Část IV. Etiologie panašování. (S 5 litografovanými tabulemi a 41 obrazy v textu.)..... 10

Vládní rada professor *Vincenc Jarolímek,* Jak sestrojiti hyperbolu rovnoosou ze čtyř imaginárných bodů nebo tečen. (S 2 obrázky do textu vloženými). 11

Prof. *E. Votoček* a inž. chem. *J. Burda,* O nitraci halogenacylovaných anilinů 12

Vladimír Mašek, O ploše sborcené, naplněné osami křivosti, příslušnými společnému bodu určité soustavy šroubovic. (Se 6 vyobrazeními v textu). 13

J. Sobotka, Ke konstrukci rovnoosé hyperboly ze čtyř imaginárních bodů nebo tečen a o jedné vlastnosti svazku kuželoseček. (S obr. v textu.) 14

Dr. techn. *Zdeněk Bažant,* Příspěvky k theorii hrází zděných..... 15

Číslo

Dr, *Bohumil Němec,* O vlivu odstředivé síly na rostlinné buňky. (S 10 mikrofotografiemi v textu). 16
Dr. *Václav Posejpal,* Užití spektrálního fotometru při interferenčním refraktoru Jaminově 17
Dr. *Václav Breindl,* Studie o krevních parasitech sladkovodních ryb (Se 3 tabulemi.) 18
Dr. techn. *Bohuslav Brauner,* O titraci permanganátem v silně zásaditém prostředí 19
Dr. *Rudolf Hac* a Dr. *Karel Všetička,* Stanovení kyseliny fosforečné způsobem molybdenanovým 20
Dr. *B. Ježek,* O johannitu jáchymovském. (Se 4 obrazci v textu a jednou tabulkou.) 21
Dr. *Václav Simandl,* Příspěvek ku přímkovým plochám 4. stupně, stanoveným dvěma projektivními involucemi na dvou mimoběžných přímkách 22
Dr. *L. Kaplanová,* Krystalografie některých sloučenin kyseliny glutaminové a glutiminové. (Se 7 obrazci v textu.) 23
Dr. *Jaroslav Peklo,* Studie o inaktivaci fotosynthetické assimilace a tvorby chlorofyllu. Část V. a VI. (S dvěma tabulkami a jedenácti obrazy v textu.) 24
PhC. *K. Teige,* Příspěvek k theorii Hertzových vln na drátech..... 25
K. Żorawski, O jistých differenciálních invariantech systemů obyčejných differenciálních rovnic druhého řádu 26
F. Slavík, Poznámka o lacroixitu. (S 1 obrazcem v textu.) 27
Dr. *Otakar Vodrážka,* O škrobové pochvě řapíků listových. (Se 3 tabulkami a 2 obrazy v textu.) 28
Dr. *Václav Simandl,* O P^4 plochách v souvislosti s prostorovými křivkami 4. stupně 1. druhu, plochami 2. stupně a harmonickými quadratickými komplexy 29
K. Żorawski, O obloukových elementech soustav plošných, které vyhovují určitým podmínkám 30
Dr. *Bohuslav Hostinský,* Studie o odrazu světla 31
.Univ. prof. Dr. *Juraj Majcen* (Záhřeb), Určování rovnováhy užitím centrální projekce lineárního komplexu. (Se 4 obrazci v textu.). 32
Prof. Dr. *Alois Velich,* O thermophilních aktinomycetech se zvláštním zřením k Actinomyces Spinae (n. sp). (Se 7 obrazy a tabulkou.) 33
Dr. *Radim Kettner,* O slepencích žiteckých, nejspodnějším horizontu českého kambria. (S 8 vyobrazeními v textu a 3 přílohami.) 34
Prof. Dr. *J. Deyl,* O vývoji čivu zrakového u kostnatých ryb. (Se 3 tabulkami.) 35
Prof. Dr. *J. Deyl,* O vývoji vzájemného prostupu čivů zrakových u ptáků. (Se 7 tabulkami.) 36
MUDr. *Otakar Lešer,* O vývoji svalstva okohybného u člověka..... 37

Číslo

Dr. inž. *Jaroslav Charvát,* Rozklad kyseliny hippurové. (S 1 vyobrazením a 2 tabulkami.) 38

Prof. Dr. *Jaroslav Milbauer* a Dr. *František Skutil,* O zpracování kaolinů železem bohatých vůbec, jakož i výrobě kamenců hlinitých železem chudých zvláště. (Se čtyřmi tabulkami a jedním obrazem v textu.) 39

Prof. Dr. *Jaroslav Milbauer* a Dr. *Frant. Skutil,* O zpracování kaolinů železem bohatých vůbec, jakož i výrobě kamenců hlinitých železem chudých zvláště. Díl II. (S 5 tabulkami v textu.) 40

Miloš Kössler, O rozvojích platných pro funkci analytickou v daném oboru. 41

Celda Klouček, Novinky z krušnohorských vrstev-$d_{1\alpha}$ 42

F. Slavík, Chiastolitické břidlice v okolí rožmitálském. (Se 2 obrazci v textu.) 43

Dr. *August Žáček,* Methoda k určování kapacity elektrometrů. (Se 3 obrazy v textu.) 44

Prof. *Emil Votoček,* O novém spůsobu titrace iontu chlorového (Cl') rtuťnatým (Hg..) 45

Cyril r. Purkyně, Nástin tektoniky třemošenského pohoří mezi Strašicemi a Rokycany. (S mapkou a 1 obr. v textu). 46

O vasomotorických vláknech v n. hypoglossus a n. glossopharyngeus u žáby.

MICHAEL MARHAN.

(Z ústavu pro anatomii a fysiologii domácích zvířat při c. k. české vysoké škole technické v Praze. Přednosta *Prof. Dr. Alois Velich.*)

(Předloženo dne 15. ledna 1915.)

R. 1899 uveřejnil N. A. Trzaska-Chrzonszewski ve Virchowově Archivu (svazek 157, sešit 1), práci o vasomotorech v jazyku žabím, již nazval: „Zur Lehre von den vasomotorischen Nerven". Popisuje tam pozorování, kteréž konal na plovací bláně, okruží a jazyku celé serie žab, a na základě jichž dospěl ku názoru, že vasokonstriktory žabího jazyku probíhají v n. hypoglossus, vasodilatatory pak v n. glossopharyngeus. Pokusy konal jmenovaný autor tak, že žáby kurarisoval, opatřil nervy ligaturami, protínal je a dráždil elektricky. Při podráždění hypoglossu dostavovalo se konstantně zblednutí, při podráždění glossopharyngeu vždy zčervenání příslušné poloviny jazyka. Profal-li na obou stranách nn. glossopharyngei tu, byly-li zachovány nn. hypoglossi, zůstal jazyk pro vždy stažený, zkrácený a cévy krevní jazyka byly zúženy. Vyvolal-li na jazyku, takto ze vlivu nn. glossopharyngeálních vybaveného, poleptáním dusičnanem stříbrnatým zánět, probíhaly zánětnivé změny velice zvolna a brzy zase zanikly. Naproti tomu mělo protětí hypoglossů za následek hyperaemii, již autor vykládá tím, že nn. glossopharyngei jeví *trvalý vasodilatorický tonus*. Zánět jazyka, jehož nn. hypoglossi byly profaty a nn. glossopharyngei zachovány, postupoval právě pro trvalou hyperaemii, v níž se nacházel, velice prudce a měl zhoubné účinky. Potud Trzaska-Chrzonszewski.

Pro přístupnost materiálu a lehkou proveditelnost pokusu hodí se experimenty svrchu vytčené výborně pro přednáškovou demonstraci.

I.

Leč při častějším provádění pokusů těchto ukázalo se v laboratoři prof. dra Velicha, že úkazy Trzaskou popsané nedostavují se s onou konstantností, jak ji zmíněný badatel líčí.

Z důvodů toho uložil mi prof. dr. Velich, abych věc vyjasnil provedením systematických pokusů. Při tom se skutečně zjistilo, že od pravidel Trzaskových pozorovati lze podstatné úchylky.

Nehledě k pokusům orientačním experimentoval jsem celkem na 40 žabách letních (rana esculenta i temporaria), a sice během měsíce května a června.

Nn. hypoglossi i glossopharyngei lze vyhledati po protětí kůže nad kloubem ramenním tupou praeparací. Probíhají tu obloukovitě a sice prvý mediálněji a druhý laterálněji. Nervy nutno opatrně úplně isolovati, aby současné sevření nebo pohmoždění cév s nimi probíhajících nekalilo výsledků pokusů. Hlavně při hypoglossu jest doporučitelnou zvýšená opatrnost. Experimentoval jsem z počátku na žabách kurarisovaných, leč později prováděl jsem pokusy i bez kurare, ježto častější opakování injekcí jedu toho žáby špatně snášely. Nejlépe osvědčuje se immobilisování žab prostě držením rukou pomocníka, jelikož při vázání na prkénko znesnadňuje přístup k nervům.

Po isolování byly nervy profaty a periferní konec dážděn buď mechanicky, nebo ammoniakem, neb elektricky. Celkem nebylo mezi výsledky trojího způsobu dráždění patrných rozdílů. Dráždil-li jsem n. glossopharyngeus *ihned* po protětí, pozoroval jsem, jako Trzaska-Chrzonszewski překrvení poloviny jazyka téže strany. U některých žab bylo slabší, u jiných silnější. Dráždil-li jsem *ihned* na to hypoglossus téže strany, seslabila se v řadě případů hypereamie o něco, někdy však nemělo dráždění to zřejmého vlivu. Dráždil-li jsem naopak hypoglossus při intaktním glossopharyngeu, nebylo lze pozorovati vždy anaemie. Při některých pokusech toho druhu bylo sice zblednutí polovice jazyku zřejmé, ale jindy se barva její nezměnila, ba u několika žab dostavilo se při dráždění hypoglossu slabé, ale přece *zcela zřetelné* překrvení příslušné polovice jazyka. Již z tohoto posledního pozorování lze usuzovati, že v hypoglossu mohou někdy obsažena býti vlákna *dilatatorická* a to po případě i v tak značném počtu, že mají převahu nad vlákny cévy zúžujícími.

Abych nabyl jistoty, obsahují-li nervi hypoglossi ve všech případech, vedle Trzaskou dokázaných vláken cévy zúžujících i vlákna vasodilatatorická, užil jsem nejprve methody degenerační.

Jest známo, že konstriktoři podléhají degeneraci *dříve* než dilatatoři. Protínal jsem tudíž u řady žab hypoglossus a nechal žáby ty po několik dnů v klidu. Když pak jsem po třech dnech po operaci dráždil n. hypoglossus těsně u místa, kde byl profat, tu se objevila téměř pravidelně *hyper-*

aemie příslušné poloviny jazyka. Postupovalo-li se však elektrodami po nervu směrem ku jazyku, dostavila se často anaemie. Dráždilo-li se déle, vznikalo znovu překrvení.

Výsledky těchto pokusů lze vyložiti tím, že 1. v hypoglossu *jsou přítomna vlákna cévy rozšiřující*, dále, 2. že degenerace těchto vláken postupuje *pomaleji* než degenerace vláken cévy zúžujících a konečně, 3. že při déle trvajícím dráždění konstriktoři dříve ochabnou než dilatatoři.

Při dalších experimentech protínal jsem nervus glossopharyngeus. Po uplynutí tří i více dnů podvázal a profal jsem hypoglossus téže strany a dráždil elektricky ihned periferní jeho konec.

Dráždění toto vyvolalo ve *všech případech* silné překrvení příslušné polovice jazyka.

Výsledky tyto nasvědčují tomu, že během několika dnů po protětí glossopharyngeu nabývají vlákna vasodilatatorická v nervu hypoglossu převahy nad vlákny vasokontriktorickými, v témže nervu se nacházejícími, a dále je patrno, že při svrchu vytčeném uspořádání pokusu daly se dokázati v *hypoglossu vasodilatatory ve všech případech.*

U jedné žáby, kteréž jsem profal oba nervy na straně jedné a na druhé straně jen n. glossopharyngeus a teprve *měsíc na to* profal a *ihned* dráždil zbylý hypoglossus, vystoupila veliká nadkrevnost *celého* jazyka. Pozorování to dá se vyložiti jen tak, že zachovaný hypoglossus zásoboval *vasodilatatorickými vlákny* celý jazyk.

Zbývalo ještě prostudovati, zda v n. glossopharyngeu jsou zase naopak — vedle Trzaskou-Chrzonszewskim dokázaných dilatatorů — i vlákna cévy zúžující. Ve prospěch tohoto mínění svědčí pozorování prof. dra Velicha, dle něhož Chrzonszewskim pozorovaná homolaterální hyperaemie, po protětí hypoglossu na jedné straně se dostavující, často již za 24 hodin úplně pomíjí, když však současně se hypoglossem i glossopharyngeus protne, jde takto způsobená hyperaemie zpět daleko volněji a zůstává intensivní po několik dnů.

Přesvědčil jsem se několika pokusy o pravidelnosti tohoto zjevu, který dá se vyložiti tak, že konstriktorická vlákna zachovaného glossopharyngeu přejímají brzy funkci zrušených vláken v hypoglossu. Když však jsou oba nervy profaty, trvá to delší dobu, než periferní apparáty vasokonstriktorické zmohutní do té míry, že hyperaemii zabrániti mohou.

Ve prospěch existence vasokonstriktorických vláken v glossopharyngeu mluví též souhlasné výsledky několika pokusů, jimiž jsem seznal, že dráždění čerstvě profatého n. glossopharyngeu u žab, jímž *nejméně* tři dny před tím profat byl na téže straně n. hypoglossus, nemělo ani v jediném případě tak silného překrvení příslušné poloviny jazyka v zápětí, jako dráždí-li se glossopharyngeus u žab, jichž hypoglossus teprve *současně* s glossopharyngeem byl profat.

Úkaz ten možno totiž vyložiti tak, že cévy zúžující vlákna glossopharyngeu po protětí hypoglossu během několika dnů sesílí a z té příčiny pak že dráždění glossopharyngeu ve vytčených pokusech nemohlo míti tak značné hyperaemie za následek, jako dráždí-li se glossopharyngeus žáby, jež do té doby měla hypoglossus zachovaný.

Shrnou-li se výsledky všech svrchu uvedených pokusů, možno říci:

V nervu hypoglossu i v nervu glossopharyngeu žáby jsou zastoupena vlákna vasokonstriktorická i vasodilatatorická pro cévy jazyka. Zpravidla převládají v glossopharyngeu vlákna *cévy rozšiřující*, v hypoglossu jsou zase velice často vlákna cévy zúžující ve většině; v některých případech však převládají i v tomto nervu vlákna vasodilatatorická.

Příspěvek ke gravimetrii vizmutu.

Podávají

Jos. Hanuš a Dr. **Ant. Jílek.**

(Předloženo dne 15. ledna 1915.)

Velice snadná hydrolysa solí vizmutových spočívající na nepatrné basicitě vizmutu, způsobuje, že sloučeniny jeho, vylučující se z neutrálného prostředí vodného, jsou měnlivého složení odvislého od koncentrace roztoku a teploty. Teprve zvýší-li se koncentrace *H*-ionů, aby se omezila nebo zamezila hydrolysa, mohla by se dostati sraženina konstantního složení vhodného pro gravimetrické účele, ovšem že jen takým ionem, jehož reakční produkt s ionem vizmutovým jest nerozpustný při užité aciditě roztoku. Tato snadná hydrolysa solí vizmutových zaviňuje, že v sedlinách některých jako zásaditého uhličitanu vizmutového nebo oxychloridu, dálo-li se jich vyloučení z roztoků obsahujících aniony Cl', SO_4'', PO_4''' atd., setkáváme se též s těmito aniony, jež potom ocitají se též i ve sloučenině vážené kysličníku vizmutovém nebo oxychloridu a výsledky jsou pak vadné. Z toho důvodu jakož i že kysličník vizmutový snadno taje a poněkud bělá navrhl Rose (Ann. d. Physik *91* (1854) 104 a *110*. (1860) 136), aby se vážil raději kovový vizmut redukcí kysličníku získaný. Za redukční činidlo vzal kyanid draselnatý, s jehož pateronásobným množstvím tavil kysličník vizmutový v porculánovém tyglíku; způsobu toho se užívá doposud ve vážkové analysi vizmutu. Ba přibyly k němu časem ještě nové methody na cestě mokré a to redukce solí vizmutových v silně kyselém a koncentrovaném roztoku dle W. Muthmanna a F. Mavrova (Z. f. anorg. Ch. *13* 1897, 209), formaldehydem v prostředí alkalickém dle L. Vanino a F. Treuberta (Berl. Ber. *31* 1898, 1303) a hydrosiřičitanem sodnatým v slabě kyselém neb alkalickém roztoku dle O. Bruncka (Ann. Chem. *336* 1904, 290). Z těchto tří způsobů do analytických učebnic

přešel toliko Vanino-Treubertův, jenž dle nejnovějších pokusů Hartwagnerových, podniknutých na podnět Vaninův (Z. f. analyt. Ch. *52* 1913, 17), jen tenkráte probíhá kvantitativně, jsou-li roztoky koncentrované a obě činidla formaldehyd i louh ve značném přebytku. Methodou Brunckovou nedostává se však čistý kov, nýbrž bývá znečištěn trochou sirníku vizmutového.

Oba obvyklé nyní redukční způsoby Roseův a Vanino-Treubertův nejsou však bezvadné. Již sám Rose upozornil, že při jeho methodě může zrnko kovové býti znečištěno střípky glasury, neboť tyglíky se při tavení dosti naleptávají. Nelze tu tedy prostě regulus vážiti na hodinkovém skle (viz Friedheim), nýbrž postupovati jak sám Rose udává, totiž regulus vážiti v témž tyglíku, v němž bylo taveno a jenž před operací byl zvážen, anebo zrnka kovová zachytiti na filtru sušeném při 100° a zváženém s tyglíkem k tavení určeným, načež po tavení vše znovu zváženo i s promytými zrnky (dle Treadwella). Způsoby ty předpokládají, že z glasury nedostane se ničeho do filtrátu. Nebo zvážený kov se rozpustí v kyselině dusičné a propláchnuté střípky se zváží zpět. L. Moser (Z. f. analyt. Ch. *45* 1906, 20. a Die Bestimmungsmethoden des Wismuths etc. ve sbírce Die chem. Analyse svazek X 1909) vytýká Roseově způsobu, že nedostávají se vždy jen zrnka kovová, nýbrž též prášek kovový, o čemž ostatně se zmiňuje ve své učebnici též Rose sám (H. Rose—R. Finkener, Handbuch der analyt. Chemie II. svazek, 6. vyd. 1871, str. 164). Methoda Vanino-Treubertova je kompensační; šedý, houbovitý kov dle L. Mosera (l. c. str. 41) obsahuje jednak trochu kysličníku, jednak jest něco vizmutu ve filtrátu. Treadwell (Handb. d. analyt. Chemie II. sv. 6. vyd. str. 151) připisuje vyšší výsledky, způsobem tímto nabyté, adsorbovanému alkali a navrhuje proto vyloučený vizmut rozpustiti v kyselině dusičné a roztok srážeti uhličitanem ammonatým.

Jak vidět není tedy ani jeden z obvyklých způsobů redukčních bezvadný.

Šlo nám proto o to, abychom vyhledali takový způsob redukce, který by byl prost vad method výše uvedených a poskytoval kovový vizmut úplně čistý. Za redukovadla sloučenin vizmutových užili jsme a prostudovali působení hydrosiřičitanu sodnatého, kyseliny fosfornaté a fosfornatanu, kyseliny fosforové, hydrazinchlorhydrátu a sulfátu, jakož i hydrazinhydrátu. Činidly těmito účinkovali jsme pokud to jich povaha dovolovala tuhými neb kapalnými na tuhou sloučeninu vizmutu za vyšší teploty anebo ve vodném, kyselém nebo alkalickém prostředí za obyčejného tlaku nebo vyššího, nebylo-li způsobu toho dosud jinými autory užito. Nalezli jsme jak vysvítá z pokusů níže uvedených, že dostává se tavením kysličníku vizmutového s hydrosiřičitanem (z velké části) sirník vizmutový. K podobnému výsledku dospělo se při tavení téže sloučeniny vizmutové s hydrazinsulfátem. Kyselina fosfornatá v alkalickém prostředí za

II.

varu neredukuje tuhé sloučeniny vizmutové, kdežto v prostředí kyselém sice redukce probíhá, není však kvantitativná. Tavením kysličníku vizmutového s fosfornatanem sodnatým dostávalo se zrnko kovové velice pěkné, filtráty však vždy obsahovaly ještě vizmut v míře dosti značné. Hydrazinchlorhydrát redukuje sice při vyšší teplotě kysličník vizmutový, redukce však opět není kvantitavní a mimo to nastávají ztráty tím, že vytěká trochu chloridu vizmutového, jelikož teplota přestoupila tu již 160°, kdy počíná chlorid těkati. Hydrazinhydrátem ve vodném prostředí u přítomnosti chloridu ammonatého za tlaku až 5 atmosfér, zredukuje se kysličník vizmutový až na nepatrná množství nedosahující ani jednoho procenta užité látky, kdežto působí-li na sebe obě látky v nezředěném stavu děje se redukce při vyšší teplotě kvantitativně. Takto dají se redukovati též oxychlorid, uhličitan a dusičnan vizmutový, kdežto u fosforečnanu vizmutového samozřejmě redukce probíhala pomalu a nedokonale, sirník pak vůbec se neredukuje anebo jen pranepatrně po delší době.

Část pokusná.

Redukce kysličníku vizmutového hydrosiřičitanem sodnatým: *O*, 4525 *g* kysličníku vizmutového ve větším porculánovém tyglíku smícháno se 2 *g* hydrosulfitu, a zahříváno s počátku mírně, ke konci pak prudčeji. Na povrchu masy objeví se najednou modravý plamen od hořící síry, načež masa dosti rychle černá. I páleno tak dlouho, dokud ještě síra se spalovala a unikal kysličník siřičitý. Na konec přidáno k šedočerné hmotě ještě něco hydrosulfitu a dále vypalováno. Po schladnutí černý zbytek vyloužen horkou vodou, sfiltrován Goochovým týglem, vysušen a vážen. Filtrát sírovodíkem jen nepatrně žloutnul.

Naváženo 0,5336 *g* látky, kteráž podrobným výzkumem ukázala se býti směsí sirníku vizmutového a síry. Probíhá tedy za podmínek výše uvedených reakce jinak, nežli ve vodném prostředí dle pozorování Brunckových. Jest tu dána větší možnost ke tvoření se sirníku, nežli v prostředí vodném. Další pokusy proto s tímto redukčním prostředkem se neprováděly.

Redukce s hydrazinsulfátem: 0,2747 *g* kysličníku vizmutového smícháno v porcel. týglíku s 2 *g* hydrazinsulfátu a opět na síťce taveno. Směs za syčení černá a dostává se na konec kyprá, černá hmota. Tato vyloužena horkou vodou, sfiltrována Goochovým tyglem, promyta horkou vodou a vysušena při 105° C. Filtrát se sirovodíkem jen slabě žlutě barvil. Naváženo bylo po redukci 0.2912 *g*, tedy více než bylo vzato do práce. Hmota ta byla převážně sirník vizmutový promísený malým množstvím kovového vizmutu. Tedy ani tímto redukčním činidlem nedosaženo žádaného cíle.

Redukce kyselinou fosfornatou a *fosfornatem sodnatým:* Kyseliny fosfornaté užili již Muthmann a Mavrov (Z. f. anorg. ch. *13*, 209, 1896), aby z kyselých roztoků solí vizmutových sráželi kovový vizmut. Nám šlo však o to, studovati jak se budou chovati tuhé sloučeniny, zejména kysličník vizmutový k solím této kyseliny za vyšších teplot. Za tím účelem taven kysličník vizmutový s fosfornatanem sodnatým, jehož brán vždy značný přebytek a to větší než odpovídá molekulárnému poměru $2\,B_2O_3$:, $3\,NaH_2PO_2$.

Fosfornatany jak známo při vyšší teplotě rozkládají se tak, že vzniká pyrofosforečnan dotyčného kovu a fosforovodík, který se na vzduchu zapaluje. Tento pak vyvolává redukci solí vizmutových. Průběh reakce samé tomu nasvědčuje. Neboť směs obou látek mírně zahřívána se s počátku nemění, až teprve dosáhne-li se rozkladné teploty fosfornatanu, masa najednou vzplane; reakce tato bývá velice prudká, neodstaví-li se ihned pramen tepelný. Masa nejprve nabíhá tmavě, šedne a ztuhne konečně, při čemž počíná vývoj fosforovodíku. Unikající fosforovodík vzplane bílým plamenem a leckdy na okrajích tygle usazuje se červený fosfor. Element tento sám pak může ještě sloučeninu vizmutu redukovati. Redukcí vzniklý kov dostává se ve způsobě lesklého zrnka. Toto bylo horkou vodou vymyto a filtrát zkoušen, neobsahuje-li vizmutu. Ve všech případech se filtráty sírovodíkem barvily. Tedy ani tímto činidlem nedostávali jsme výsledky uspokojivé. Mimo to tyglíky porculánové při tavení tomto silně trpěly, takže i zde by se objevovaly nepříjemnosti vytýkané methodě Roseově.

Redukce hydrazinhydrátem: Redukce činidlem tímto prováděli jsme nejprve ve vodném prostředí pod tlakem ve skleněných baňkách Erlenmayerových. Později přešli jsme k tyglíkům případně porculánovým miskám pro tavení užívaným a vařili jsme dotyčnou sloučeninu vizmutu s prodejným hydrazinhydrátem 50%ním na písečné lázni neb opatrně přímým plamenem na síťce. Výchozí látkou pro sloučeniny vizmutu byl nám kovový vizmut, z něhož rozpuštěním v kyselině dusičné a vypálením získaného dusičnanu připravovali jsme kysličník vizmutový anebo sražením připraveného nitrátového roztoku uhličitan, oxychlorid a sirník. Z připojené tabulky vysvítá, pokud hydrazinhydrát ve vodném prostředí redukuje roztok dusičnanu vizmutového. Postupováno tu tak, že do Erlenmayerovy baňky odvážen kovový vizmut, rozpuštěn v kyselině dusičné, neutralisováno ammoniakem, až se vyloučil hydroxyd vizmutový, načež přidán chlorid ammonatý, jakožto elektrolyt, jimž vysolován koloidální vizmut a 5 cm^3 50%ního hydrazinhydrátu. Na to udržováno při tlaku kol 5 atmosfer a teplotě as 145° C po 30 minut, v autoklávu. Vyredukovaný vizmut filtrován Goochovým tyglem, promýván studenou nebo teplou vodou do zmizení reakce hydrazinhydrátu a sušen v proudu kysličníku uhličitého, při teplotě 105° C.

II.

Do práce vzato *Bi g*	$NH_2.NH_2.H_2O$ vzato cm^3	NH_4Cl *g*	Tlak	Doba min.	*Bi* naváženo v *g*	Procentický výtěžek %
0,3322	5	2	4	30	0,3338	100·48
0,5199	5	2	4	30	0,5229	100·57
0,9844	5	2	4	30	0,9881	100·37
0,2724	10	2	5·5	30	0,2759	101·28
0,3510	10	2	5	30	0,3524	100·39
0,1027	10	2	5·5	30	0,1037	100·97
0,1010	5	2	4÷5	30	0,1009	99·90
0,1502	5	2	4÷5	30	0,1504	100·13
0,0686	5	2	4÷5	30	0,0705	102·77
0,6758	5	2	5	30	0,6938	102·60
0,2863	5	2	5	30	0,2895	101·11

Z kolísavých výsledků těchto je viděti, že redukce nebyla dokonalá a že vizmut, který byl houbovitý a hnědočerný obsahoval ještě trochu kysličníku. Mimo to baňky po několikerém užití byly poněkud naleptány. Proto i tu pracovali jsme dále v porculánových miskách na tavení. V miskách těchto o průměru as 6 *cm* opět rozpuštèn kovový vizmut v koncentrované kyselině dusičné, roztok odpařen do sucha, zbytek mírně vypálen, zbylý kysličník polit 5 až 10 cm^3 hydrazinhydrátu, tyčinkou rozmícháno a na síťce velice opatrně a pozvolna zahříváno bez přísady chloridu ammonatého.

Redukce dála se nejdříve při okrajích; vylučovaly se tu klčky, kteréž klesaly ke dnu a usazovaly se ve způsobě hnědočerné lesklé sedliny. Na stěnách misek zachycený kovový vizmut, dal se tyčinkou se zachycenými na ní klky snadno setříti. Třením dostával lesk a kovovou barvu. Vařiti s hydrazinhydrátem nutno zvlášť velice opatrně a pozvolna, sice by vznikalo zrcadlo vizmutové, jež nedá se smýti.[1]) Po skončené redukci musí býti ještě přebytek hydrazinhydrátu; do sucha nesmí se nikdy odpařiti, sice by se vizmut opět oxydoval.

Vizmut filtrován Goochovým tyglíkem, promyt studenou vodou až zmizela reakce na hydrazinhydrát, na konec alkoholem a sušen v elektrické sušárně v proudu kysličníku uhličitého při 105° C. Filtráty vždy zkoušeny na vizmut, byly ho však prosty. Výsledky nalezené, sestaveny jsou v tuto tabulku:

[1]) V takovém případě po sfiltrování hlavního podílu kovu se zrcadlo rozpustí v kyselině dusičné, odpaří se opět v suchu a redukuje malým množstvím hydrazinhydrátu. Tento musí býti vždy v přebytku.

Do práce vzato *g* *Bi*	$NH_2 . NH_2 . H_2O$ cm^3	*Bi* naváženo *g*	Nalezeno *Bi* v %
0.1479	5	0.1477	99·86
0.2125	5	0.2122	99·85
0.0776	5	0.0776	100·00
0.1996	5	0.2005	100·45
0.2026	5	0.2024	99·89
0.4099	5	0.4090	99·78
0.3276	5	0.3278	100·06
0.1590	5	0.1587	99·81
0.2459	5	0.2459	100·00

Odpovídají tudíž úplně požadavkům vážkové analysi. Podobně postupováno při redukci oxychloridu vizmutového, kterýž připraven rozpuštěním kovového vizmutu v kyselině dusičné, silně zředěný roztok hydrolysován za přítomnosti chloridu ammonatého dle Roseho. Získaný takto oxychlorid vizmutový sfiltrován, vysušen a dle výše uvedeného postupu opět 5 cm^3 hydrazinhydrátu redukován.

Reakce jest tu dosti prudká, masa rychle černá, nabývá lesku, silně kypí a usazuje konečně vizmut v drobných lesklých kouscích. S vyredukovaným vizmutem nakládáno dále jak výše líčeno.

Výsledky jsou tyto:

pro 0,4682 *g* *Bi* do práce vzatého nalezeno 0,4695 *g* čili 100·27%
pro 0,2411 *g* *Bi* „ „ „ 0.2415 *g* čili 100·16%
pro 0.2182 *g* *Bi* „ „ „ 0.2175 *g* čili 99·67%
pro 0.2587 *g* *Bi* „ „ „ 0.2584 *g* čili 99·88%
pro 0.1270 *g* *Bi* „ „ „ 0.1267 *g* čili 99·76%

Právě tak konány pokusy i s uhličitanem vizmutovým, který získán srážením roztoku dusičnanu vizmutového uhličitanem ammonatým. Vysušená a mírně vypálená sedlina, tak aby vzniklý kysličník neroztavil, nýbrž zůstal práškovitý, polita v misce opět 5 cm^3 hydrazinhydrátu a jelikož při předběžných pokusech shledáno, že vznikají koloidální roztoky vizmutu, přidán hned 1 *g* chloridu ammonatého a opět mírně vařeno. Původně šedá kašovitá hmota se delším zahříváním balí v klky, jež třením tyčinkou dávají lesklý kov

při 0.1643 *g* *Bi* do práce vzatého nalezeno 0.1647 *g* čili 100·24%
„ 0.2643 *g* *Bi* „ „ „ 0.2650 *g* „ 100·26%

Sirník vizmutový získaný sražením dusičnanu vizmutového sirovodíkem a vysušený neredukuje se hydrazinhydrátem za okolností výše

uvedených, jak tento pokus ukazuje: 0.1975 *g Bi*, což odpovídá 0.2431 *g* $Bi_2 S_3$, dalo po působení hydrazinhydrátu 0,2433 *g* látky, kteráž dle reakcí byla sirníkem.

Jestliže však na filtru sebraný a vysušený sirník vizmutový, rozpustíme v kyselině dusičné odpaříme do sucha a přežehneme, aby se dostal práškovitý nikoliv roztopený kysličník vizmutový, lze pak kvantitativně po redukci hydrazinhydrátem dostati veškerý kovový vizmut. Poněvadž ale kysličník vizmutový je zde z části rozptýlen po stěnách misky, nutno hydrazinhydrát opatrně po stěnách nalévati a přidávání 5 cm^3 redukovadla 3krát tímž způsobem opako ati, vždy po skončené hlavní reakci. Ačkoliv se zde nachází v kapalině kyselina sírová, přece nalezené výsledky jsou theoretické. Dostalo se při 0.1904 *g Bi* po redukci opět 0.1904 *g Bi* tudíž 100%.

Fosforečnan vizmutový redukován u přítomnosti chloridu ammonatého podléhá sice reakci, neboť tekutina bouřlivě šumí, uniká NH_3 a černá. Vychladnutím ztuhne vše ve sklovitou hmotu, jež dekantována vodou poskytuje po usazení ssedlinu ze 2 vrstev se skládající, spodní *šedomodré*, vrchní tenké bílé nezredukovaného fosfátu. Jelikož redukce je velice pozvolná a ani po opětném přidání hydrazinhydrátu není dokonalá, nebyly další zkoušky provedeny.

Pokusy tyto ukazují, že dá se tudíž hydrazinhydrátem kvantitativně zredukovati na kovový vizmut kysličník vizmutový, zásaditý uhličitan vizmutový, oxychlorid vizmutový a samozřejmě dusičnan vizmutový; nezredukuje se sirník vizmutový a nekvantitativní jest redukce u fosforečnanu.

Pro gravimetrii vizmutu udáváme tedy dle zmíněných pokusů tento postup:

Na filtru zachycené sedliny zásaditého dusičnanu, uhličitanu, neb oxychloridu se vysuší, odsypou, filtr pečlivě se zpopelní v porc. misce na žíhání o průměru 5—6 *cm* neb v porc. tyglíku, přidá hlavní podíl sedliny mírně se vypálí, abychom dostali kysličník *práškovitý*, nikoliv však roztopený. Máme-li však sirník vizmutový, tu jej v misce oxydujeme opatrně kyselinou dusičnou koncentrovanou, abychom zabránili vystřikování, odpaříme do sucha a potom mírně přežíhneme dle podmínek výše zmíněných. Zbylou látku smícháme případně s trochou chloridu ammonatého, přísada tato může však odpadnouti, pochází-li kysličník z dusičnanu vizmutového, doporučuje se však při uhličitanu a přileje se po stěnách misky neb tyglíku 5—10 cm^3 (což stačí až pro 0.5 *g Bi*) konc. Merckova hydrazinhydrátu, pozvolna a velice opatrně se na síťce malým plamenem zahřívá, neboť reakce je bouřlivá (uniká dusík) a vizmut při prudkém zahřetí ve způsobě zrcadla nesmytelného lpí na stěnách misky (viz pozn. na str. 6.) Při zahřívání se směsí ustavičně míchá. Reakce celá trvá 10—15 minut, dle toho, jaké množství sloučeniny vizmutové se vzalo do práce. Konec redukce jeví se tím, že se kovový vizmut usadí na dně nádoby

a ostatní kapalina se dokonale vyčeří. Nesmí se nikdy odpařiti hydrazinhydrát úplně, sice by nastala opět oxydace vyloučeného kovu. V některých případech jako u sirníku a uhličitanu vizmutového, kde kysličník může býti po stěnách misky, opakuje se přídavek 5 cm^3 hydrazinhydrátu 2krát neb 3krát. Vizmut kovový sfiltruje se Goochovým tyglíkem, promyje se nejprv studenou pak horkou vodou, na konec alkoholem, vysuší se v sušárně (Paulově, Hentzově, neb elektrické Matějkově (Chem. Listy 1913, 7. 140), v proudu kysličníku uhličitého při 100° C do konstantní váhy.

Souhrn:

Redukovány některé tuhé sloučeniny vizmutu tavením s hydrosiřičitanem sodnatým, fosfornatanem sodnatým, hydrazinsulfátem a chlorhydrátem, anebo varem s hydrazinhydrátem koncentrovaným nebo ve vodném prostředí za tlaku a vyšší teploty.

Studováno pokud by se reakcí těch dalo použíti v gravimetrii vizmutu. Nalezlo se, že kysličník a oxychlorid vizmutový dají se přímo, zás. uhličitan vizmutový po vypálení na kysličník, sírník vizmutový pak nepřímo — teprve po rozpuštění v kyselině dusičné — zredukovati kvantitativně pouhým hydrazinhydrátem přebytečným za varu v kovový vizmut. Způsob tento prost je vad obvyklých method Roseovy a Vanino-Treubertovy, takže ho lze místo nich odporučiti. Postup pracovní přesně vypracován.

Ústav pro analytickou a potravní chemii na
c. k. české vysoké škole technické v Praze.

II.

Stanovení sulfátového ionu vedle solí chromitých.

JOS. HANUŠ a MILOŠ K. PREIS.

(Předloženo dne 15. ledna 1915.)

Jest již značné množství studií o barnaté methodě na stanovení síranového ionu; většina jich zabývá se řešením úkolu, kterak lze správně ion tento určiti u přítomnosti solí alkalických kovů, ammonia, železa. Jest to lehce vysvětlitelno, neboť úkol tento v praxi přichází při stanovení síry v pyritu, ať již se oxydace sirníku tohoto provádí na mokré cestě dle Lungeho nebo cestou suchou dle Fresenia, Beckmanna atd.

Ostatním kovům nevěnovala se již taková pozornost; nacházíme v tom ohledu již jen sporé množství studií, kteréž ještě otázku do krajnosti nevyčerpávají. To platí především o stanovení sulfátového ionu vedle chromiionu. Jest vůbec známo (Gmelin-Kraut-Friedheim, Handbuch d. anorg. Chemie, 7. vyd., svazek III., odd. 1., str. 351, 407), že čerstvě připravené roztoky *zelených* síranů chromitých nesrážejí se solemi barnatými; jdeť tu o sloučeniny komplexní a to chromisírové kyseliny; z roztoků *fialových* síranů chromitých za chladu však se dá vyloučiti veškerá kyselina sírová (v. Knorre, Z. f. analyt. Ch. 1910. *49.* 461.). Varem ale tyto roztoky více méně zelenají, měníce se v zásadité modifikované sírany chromité, z nichž pak jen $^1/_3$ přítomné kyseliny sírové se sráží baryumionem. Přeměna tato roztoků fialových v zelené odvislá jest od teploty, doby, *H*-ionů a *OH'* ionů; kyseliny přeměnu tu zvolňují, zásady urychlují. Jest tím tedy samo sebou již dáno, že nemůže dávati správných výsledků přímé stanovení síranového ionu vedle chromu, provádí-li se způsobem obvyklým za varu, a to proto, že vznikne dle doby varu a acidity roztoku větší neb menší množství basického modifikovaného síranu a že sedlina síranu barnatého strhuje sebou chrom, jak ukazuje její nazelenalá barva.

Analytický úkaz tento byl již potvrzen a dokumentují jej i tyto výsledky, kteréž získány s roztoky kyseliny sírové, jichž titry vyjádřené v *mg* síranu barnatého v 25 cm^3 roztoku vážkovým způsobem obvyklým určené, byly:

A roztok: 711·3, 712·0, 711·8, 711·5 . . . . . průměr 711·7 *mg* $BaSO_4$
B roztok: 722·0, 722·5, 722·8, 721·8 . . . . . průměr 722·3 *mg* $BaSO_4$

K 25 cm^3 roztoku *A* přidáno bylo 15 cm^3 roztoku chloridu chromitého, totiž tolik, aby ve směsi obou roztoků chromu ke kyselině sírové byl v témž poměru, v jakém se nachází v síranu chromitém; okyseleno 1 cm^3 konc. kyseliny solné, zavařeno a sráženo. Pokus proveden čtyřikrát. Naváženo

1. 702·4 *mg* $BaSO_4$ (rozdíl — 9·3 *mg*),
2. 705·3 *mg* $BaSO_4$ (rozdíl — 6·4 *mg*),
3. 702·0 *mg* $BaSO_4$ (rozdíl — 9·7 *mg*),
4. 706·5 *mg* $BaSO_4$ (rozdíl — 4·4 *mg*).

Druhá řada pokusů s týmiž roztoky, provedena u přítomnosti většího množství konc. kyseliny solné a to 5 cm^3. Naváženo

5. 710·0 *mg* $BaSO_4$ (rozdíl — 1·7 *mg*),
6. 708·5 *mg* $BaSO_4$ (rozdíl — 3·2 *mg*).

Ve všech šesti případech přišli jsme tedy k výsledkům nižším; prvá řada pokusů však dokazuje, že nálezy jsou dosti konstantní, dodrží-li se stejné podmínky pracovní (doba varu) a stejná koncentrace. Zvýší-li se však koncentrace kyseliny — pokusy 5. a 6. — blíží se výsledky více skutečnosti, v souhlase s tím, že kyseliny zvolňují přeměnu fialových roztoků chromitých v zelené. Ale i tu nedosaženo ještě úplné skutečnosti. Mimo to veškeré sedliny síranu barnatého byly nazelenalé, mohlo by se tudíž předpokládati, že jest nevyloučené množství kyseliny sírové ještě větší nežli jaké odpovídá nalezenému rozdílu ve váze síranu barnatého.

Pokusili jsme se proto též v sedlině po vyžíhání a zvážení stanoviti chrom. Tavili jsme sedliny síranu barnatého z pokusů 1. až 6. s trojnásobným množstvím kysličníku sodičitého s trochou uhličitanu sodnatého, ve stříbrném neb niklovém tyglíku. Taveninu vyloužili jsme vodou a filtrát redukovali jsme alkoholem v chlorovodíkovém prostředí. Po odpaření do sucha, rozpuštění zbytku, ve vodě, okyselené kyselinou solnou a po sfiltrování, srazili jsme chrom amoniakem a vyloučený hydroxyd chromitý jsme žíhali dle Rothauga[1]) (Z. f. anorg. Ch. 1913, *84*. 165) v proudu H_2; vážil se Cr_2O_3.

[1]) Autor tento dokázal pečlivými pokusy, že žíhá-li se hydroxyd chromitý na vzduchu, oxyduje se částečně na chroman chromitý $Cr_2(CrO_4)_3$, takže výsledky jsou vyšší. Oxydaci se zabrání, žíhá-li se v proudu vodíku.

III.

I nalezli jsme

	Cr_2O_3 v *mg*	Rozdíl v $BaSO_4$ *mg*
1.	8·9	— 9·3
2.	4·4	— 5·6
3.	8·6	— 9·7
4.	3·1	— 4·4
5.	1·5	— 1·7
6.	3·2	— 3·2

Porovnáme-li tato množství kysličníku chromitého s diferencí, oč bylo méně nalezeno síranu barnatého, shledáváme, že menšímu tomuto rozdílu odpovídá též menší množství chromu v sedlině; jsou tedy obě veličiny v přímém poměru. Vyšší acidita tedy i tady, jak ukazují pokusy 5. a 6., snižuje strhování chromu do sedliny. Z toho a z pokusů dále provedených možno souditi, že v sedlině chrom jest obsažen ve formě oněch modifikovaných zásaditých síranů chromitých, jimž Recoura, Colson, (Gmelin-Kraut-Friedheim, l. c. str. 352 a 403) připisují vzorce $Cr_4O(SO_4)_5$, $Cr_4O_2(SO_4)_4$ atd. V tomto případu však musel by při žíhání takového nazelenalého síranu barnatého unikati kysličník sírový resp. siřičitý. O tom nás skutečně přesvědčil pokus tento:

Nazelenalý síran barnatý suchý, přesypán na porculánovou lodičku, kteráž vložena do trubice z těžko tavitelného skla a žíhán v elektrické peci. K rouře připojena Lungeova desetikulová nádoba absorpční s 20 cm^3 10%ního louhu draselnatého; nádoba tato spojena byla s vývěvou a celým apparátem ssál se vzduch, jenž, nežli vstoupil do roury spalovací, promýval se manganistanem a louhem. Sedlina v proudu vzduchu žíhaná byla v silném žáru po ½ hodiny, načež ve schladlé stanoven dle str. 2. chrom. Obsah absorpční nádoby slit do kádinky, povařen s 1 cm^3 30%ního kysličníku vodičitého, aby se zoxydoval případně vzniklý siřičitan, odpařeno do sucha, zbytek rozpuštěn ve vodě, zneutralisováno a kyselina sírová srážena postupem Hintz-Weberovým.

Nalezeno

$BaSO_4$	10·8 *mg*	8·7 *mg*
Cr_2O_3	7·2 *mg*	4·1 *mg*

Pokus další, provedený za týchž okolností s úplně čistým síranem barnatým nedal vůbec sedliny; tedy síran barnatý sám za užité teploty se nerozkládal.[1])

Předpokládáme-li, že by uniklá kyselina sírová vázána byla s chromem na způsob Recourových síranů, tedy by v prvém případě byl ve sloučenině

---

[1]) Dle pokusů *Hulletových* a *Duschakových* (Z. f. anorg. Ch. 1904. *40*. 209) ztratil 1 *g* čistého síranu barnatého toliko 1·3 *mg* na váze, žíhán byv 4 hod. při 1125° a na to 2½ hod. při 1230°.

té $Cr_2O_3 : SO_3$ v poměru 1 : 1, tedy vzorce $Cr_2O_2(SO_4)$, v druhém pak 5 : 7, vzorce $5\,Cr_2O_3\ 7\,SO_3$. Hlubším studiem tohoto úkazu budeme se ostatně ještě zabývati, zvláště bude nutno vyšetřiti přesně prameny chyb celého stanovení, jež dle všech pokusů výše zanesených jsou rázu negativného : nedokonalé vyloučení kyseliny sírové, zaviněné zelenými sulfáty a unikání její při žíhání (odhlíženje od rozpustnosti síranu barnatého v prostředí) a positivního totiž přítomností chromu v sedlině.

Poněvadž množství nevyloučené kyseliny sírové a strženého chromu do sedliny jsou v nepřímém poměru k aciditě roztoku, dala by se pokusně nalézti taková koncentrace *H*-ionů, za níž by se výsledky blížily nejvíce skutečnosti a chromu v sedlině bylo pranepatrné množství. Pokusíme se později vyšetřiti, zdali podmínky takové skutečně se dají zachytiti.

Po těchto předběžných pokusech přistoupili jsme k vlastnímu úkolu, totiž vyšetřiti, kterak dá se síranový ion, je-li chrom přítomen, rychle a bezpečně správně určiti. O tomto thematu máme již v periodické literatuře studii od v. K n o r r e (l. c.), který hleděl benzidinovou methodu vážkovou sevšeobecniti a ukázati na výhody její proti methodě barnaté; při tom ovšem všímal si i tohoto způsobu a dospěl ku přesvědčení, že pro stanovení kyseliny sírové vedle chromu jest nejlépe kov tento dříve odstraniti a filtrát prostý chromu teprvé srážeti solí barnatou. Dá se sice, jak v. K n o r r e pozoroval, komplex chromosírový rozložiti varem s velkým přebytkem octanu sodnatého nebo lépe, mravenčanu amonatého, ale síran barnatý z takového roztoku obsahuje vždy chrom.

Aby bylo tedy stanoveni kyseliny sírové u přítomnosti chromu správné, jest třeba zabrániti tvoření se zelených roztoků chromitých. Toho lze docíliti trojí cestou: 1. voliti pracovní podmínky takové, za nichž roztoky ty nemohou vůbec vznikati, anebo jich vznik jest omezen na př. přiměřenou teplotu, okyselení atd., 2. převésti chrom ve stálejší komplexy nežli kov tento dává s kyselinou sírovou, 3. odstraniti chrom vůbec dříve z roztoku, čehož použili na př. R o s e (l. c. str. 498), v. K n o r r e (l. c.) atd.

Prvá cesta znamená na př. srážeti kyselinu sírovou za chladu,; toho se podjal již v. K n o r r e, nedoporučuje však tento způsob, neboť dostane se sedlina síranu barnatého v tak jemné formě, že filtrace jest velmi obtížná. Co se tkne silnějšího okyselení, upozorňujeme na sdělení výše učiněné.

Zbývají tudíž druhé dvě cesty. Vzorem pro cestu druhou jest práce K ü s t e r-T h i e l o v a (Z. f. anorg. Ch. 1899, *19*. 97 a 1900, *22*. 424), v níž řešen jest úkol stanoviti sulfátový ion vedle ferriionu a studováno, k jakým výsledkům se dospěje, převede-li se ferriion v nějaký organický komplex. Chrom dává se silným přebytkem organických kyselin šťavelovou, vinnou, citronovou atd. rovněž komplexy a to příslušné chromiorganické kyseliny (u prvých dvou kyselin jest fakt ten znám, není ale zmínky o chromicitronové kyselině), z nichž nelze vyloučiti chrom obvyklými činidly. Tyto kyseliny chromoxálová, chromovinná a patrně i chromocitronová dávají však s baryumionem soli ve studené vodě velmi těžko

rozpustné, jest proto nutno pracovati s roztoky obsahujícími značné množství kyseliny solné. V tabulce připojené podáváme vedle podmínek za nichž pracováno, též výsledky pro síran barnatý a zároveň množství strženého chromu. Pracováno s roztokem *B* kyseliny sírové, a to 25 cm^3, k nimž přidáno vždy po 15 cm^3 roztoku chloridu chromitého při předešlých pokusech braného.

Pořad	Sůl organ. kyseliny	Množství konc. *HCl* cm^3	Naváženo *Ba SO₄* *mg*	Rozdíl v *mg*	Nalezeno $Cr_2 O_3$ *mg*
1	25 cm^3 4%ního šťovanu amonatého = 1 *g*	15	737·4 733·5	+15·1 +11·2	19·8 18·9
2	15 cm^3 40%ního vínanu amonatého = 6 *g*	15	712·9 716·8	— 9·4 — 5·5	9·6 6·7
3	30 cm^3 40%ního vínanu amonatého = 12 *g*	30	723·9 724·6	+ 1·6 + 2·3	2·2 1·6
4	2·5 *g* citranu amonatého	15	722·2 724·0	— 0·1 + 1·7	2·2 1·8
5	5 *g* citranu amonatého	30	720·0 720·5	— 2·3 — 1·8	1·5 1·6

U přítomnosti šťavelové kyseliny dostávají se vůbec špatné výsledky; v sedlině síranu barnatého je příliš mnoho patrně chromoxalanu barnatého přes to, že roztok byl silně kyselý. Kyselina vinná, je-li jí méně a dostatek kyseliny solné, vede k výsledkům nižším; při větším však jejím množství — dvojnásobném — dostávají se resultáty vyšší; patrně tu opět, přes dvojnásobné množství konc. kyseliny solné, strhuje se trochu chromivinanu barnatého, jež ale je dost mizivé, jak ukazují nálezy pro kysličník chromitý. Nejlepší výsledky dostanou se u přítomnosti citranu amonatého; blíží se až na 1 až 2 *mg* skutečnosti a sedlina obsahuje též nepatrné množství chromu. Jest tedy chromicitronový komplex daleko účinnější nežli vinný a to již při menší poměrně koncentraci.

Pro hrubší stanovení dalo by se užíti předpisu dle pokusu 4. Z celé řady pokusů vysvítá zase přímý vztah mezi differencí pro síran barnatý a strženým chromem a zároveň jest vidět vliv kyseliny solné, s jejíž koncentrací klesá množství chromu v sedlině.

Třetí cestou, nejradikálnější, totiž odstraněním chromu z roztoku vůbec, dojde se nejlépe k cíli. Jak bylo uvedeno, užil způsobu tohoto již Rose, kterýž chrom vylučoval uhličitanem sodnato-draselnatým, tvrdě,

že tak dostane se sedlina prostá kyseliny sírové, čemuž tak není, sráží-li se chrom amoniakem za varu. V. Knorre však amoniakálnímu způsobu se nevyhýbá.

Lze pak postupovati tak, že se stanoví síranový ion teprve po odfiltrování hydroxydu chromitého (Rose, v. Knorre atd.) anebo se vyloučí hydroxyd chromitý a aniž se sfiltruje, hned se amoniakálná kalná kapalina sráží solí barnatou, načež teprve se okyselí, aby se hydroxyd chromitý rozpustil, a zahřívá. Tak na př. postupují Küster a Thiel (l. c.) pro kombinaci SO_4'' a Fe''', podobně ale v alkalickém prostředí sráží sulfátový ion E. Ruppin (Chem. Ztg. 1909, *33.* 17) při kombinaci SO_4'', K' a Na'.

Konali jsme pokusy v obou směrech; v prvém použili jsme způsobu Lunge-ova zavedeného při kombinaci SO_4'' a Fe''', že jsme totiž chrom sráželi amoniakem z roztoků zahřatých as jen na 70°, abychom omezili hydrolysu solí chromitých a přecházení tak většího množství kyseliny sírové do hydroxydové sedliny; ve filtratu na methyloranž otupeném, pak patřičně okyseleném stanoven síranový ion dle Hintz-Webera. Při 25 cm^3 roztoku *B* kyseliny sírové smíchaných s 15 cm^3 chloridu chromitého (poměr $Cr''' : SO_4''$ jak v $Cr_2(SO_4)_3$) nalezli jsme

$Ba\,SO_4$: 722·8 *mg* ($\Delta = +\,0{\cdot}5$ *mg*) a 720·8 *mg* ($\Delta = -\,1{\cdot}5$ *mg*).

Poněvadž však v hydroxydu chromitém mohlo býti ještě trochu kyseliny sírové, proto v jiné řadě pokusů užito principu dvojího srážení, totiž sfiltrovaný hydroxyd rozpuštěn ve zředěné kyselině solné, znovu vyloučen a resultující filtrát spojen s prvým; ve spojených filtrátech po úpravě náležité stanoven síranový ion jak výše.

25 cm^3 roztoku *B* a 15 cm^3 roztoku $Cr\,Cl_3$ dalo
$Ba\,SO_4$: 719·1 *mg* ($\Delta = -\,3{\cdot}2$ *mg*), 720·1 *mg* ($\Delta = -\,2{\cdot}2$),
721·0 *mg* ($\Delta = -\,1{\cdot}3$), 720·8 *mg* ($\Delta = -\,1{\cdot}5$ *mg*),

výsledky, které neliší se valně od předchozích, naopak spíše mohlo by se souditi, že dvojí srážení jakosti výsledků je na závadu. Výklad by byl ten, že při dvojím srážení roztok obsahuje značnější množství solí amonatých.

Při druhém směru pokusů postupovali jsme tak, že jsme chrom za chladu srazili amoniakem, zahřáli k varu, srazili horkým roztokem chloridu barnatého a na to rozpustili hydroxyd chromitý. Přesný postup byl tento: Roztok kyseliny sírové a 15 cm^3 chloridu chromitého sraženo za chladu mírným přebytkem amoniaku, zahřato k varu, připuštěno potřebné množství horkého roztoku chloridu barnatého a pak rozpuštěn hydroxyd chromitý v právě potřebném množství kyseliny solné, načež přidán ještě as 1 cm^3 konc. kyseliny solné a zahříváno delší dobu. Tím nejenom, že se srazí veškerá kyselina sírová ale i síran barnatý ve velice jemné formě z amonia-

kálného roztoku vyloučený, sezrnatí a zhrubne. Filtrovati radno hustšími filtry a to užije-li se Schleicher-Schüllových, tu jest dobře vzíti čís. 789 modrá páska, zahřívala-li se sedlina však hodně dlouho, stačí i filtry řidší, obvykle užívané.

Roztok H_2SO_4	Vzato H_2SO_4 cm^3	Naváženo $BaSO_4$ mg	$\triangle BaSO_4$ od skutečnosti mg	Roztok H_2SO_4	Vzato H_2SO_4 cm^3	Naváženo $BaSO_4$ mg	$\triangle BaSO_4$ od skutečnosti mg
A	25	711·6	— 0·1	B	5	143·5	— 0·9
„	25	712·1	+ 0·4	„	10	288·0	— 0·9
„	25	711·5	— 0·2	„	10	288·2	— 0·7
„	25	711·8	+ 0·1	„	15	432·1	— 1·3
B	2	57·2	— 0·6	„	15	433·6	+ 0·2
„	2	57·7	— 0·1	„	20	577·8	± 0·0
„	5	144·1	— 0·4	„	20	577·6	— 0·2

Výsledky dle tohoto způsobu nalezené jsou tudíž nad míru uspokojivé; lze jej prohlásiti za nejlepší a jediné doporučitelný pro stanovení síranového ionu u přítomnosti chromu.

Souhrn:

Pozorována souvislost strženého množství chromu do sedliny síranu barnatého s diferencí mezi nalezeným a skutečným množstvím síranu barnatého; stoupající koncentrací kyseliny solné klesá množství chromu v sedlině. Dle dokladů analytických vysloven předpoklad, že chrom strhuje se do síranu barnatého, jako modifikovaný zásaditý siran chromitý.

Z kyselin organických zamezuje nejlépe strhování chromu kyselina citronová a její soli; u jejích přítomnosti dostávají se výsledky blížící se těsně skutečnosti, sedliny ale obsahují ještě trochu chromu.

Nejlepší a odporučitelný způsob stanovení sulfátového ionu v kombinaci $SO_4'' + Cr\cdots$ jest sraziti chrom amoniakem a amoniakálnou kapalinu, aniž se hydroxyd chromitý sfiltruje, za varu smíchati s roztokem chloridu barnatého, na to teprve překyseliti a zbylý síran barnatý záhřevem dalším převésti v hrubozrnný tvar.

Ústav pro analytickou a potravní chemii na české vysoké škole technické v Praze.

III.

Petrografické zprávy ze středočeského massivu žulového.

I.

Podává *Vojtěch Rosický* v Praze.

S 1 tabulkou a 2 obrazci v textu.

Předloženo dne 15. ledna 1915.

O syenitu biotito-pyroxenickém od Tábora.

Středočeský massiv žulový vybíhá na své jihovýchodní hranici do ruly mohutným chobotem, jehož osa má směr *sz-jv*. Tento zúžuje se směrem k *jv* a zasahá až k Táboru a Slapům, stýkaje se tu se všech stran s rulou. Na *s* od Tábora, mezi Borotínem a Voticemi, stýká se žula dle výzkumu S t u r o v a s horninami rázu fylitického. Jihovýchodní cíp chobotu řečeného, v bezprostředním okolí Tábora, tvořen jest horninou odlišnou od středočeské žuly, nápadných vlastností, jež byla geology různě označována.

F. X. M. Z i p p e[1]) označuje horninu okolí Tábora jakožto pozoruhodnou žulovou massu („merkwürdiger Stock von Granit"), jež skládá příkré břehy Lužnice, jakož i vršky mezi vrchem Velkou Horou a Radimovicemi. Bližších zpráv o hornině nepodává.

Též D. S t u r[2]) nazývá horninu tu žulou táborskou na rozdíl od žuly obyčejné, jež jest rozšířena severně od čáry Řevnov-Vlásenice-Drahnětice. Jižně od čáry té vládne žula táborská, jež dle S t u r a skládá se z orthoklasu, něco křemene a z temné slídy (f!ogopitu); slída vyskytá se jednak v podobě drobných šupinek ve hmotě základní, jednak v plástvičkách rozlehlých, podmiňujících porfyrický sloh horniny i její snadnou oddělitelnost dle nerovných ploch. Hrbolky těchto jsou pokryty zmíněnými plástvičkami a mázdřičkami slídy. Základní hmota má dle S t u r a

[1]) Allgemeine Übersicht der physikalischen und statistischen Verhältnisse des Táborer Kreises (S o m m e r J. G., Königreich Böhmen X. Táborer Kreis 1842) pag. XIII.

[2]) Jhb. g. R.-A. VIII. 1857, Sitzungen, pag. 784; IX. 1858, pag 661—688.

zrno různé velikosti, jsouc jemnozrnná až skoro celistvá, jindy naopak až i hrubozrnná. F. R. v. Hauer[3]) registruje výsledky výzkumu Sturova.

Též F. Šafránek označil zprvu[4]) horninu táborskou dle Stura jakožto odrůdu žuly; později teprve zabýval se sám mikroskopickým výzkumem jejím[5]) a podal v mnohých směrech velmi správný obraz jejího složení; shledav, že jméno „žula" neodpovídá nerostné skladbě horniny té, volil pro ni pojmenování „slídnatý diorit augitokřemenný čili kersanton." Hranice jeho udává Šafránek takto: Tábor-Čekanice-Náchod-Košín-Liderovice-Vlásenice-Makov-Třemešná-Padařov-Dražice-Dražičky-Slapy-Tábor. Součásti kersantonu dle Šafránka jsou: plagioklas,[6]) orthoklas s mikroperthitickými vrostlicemi plagioklasu, temná slída (dvojí, hnědá a světle žlutozelená) a dialag s lístkovitými a hůlkovitými vrostlicemi, do něhož ze všech stran vnikají lístky biotitu. Výslovně udává Šafránek, že nepozoroval přeměny pyroxenu v amfibol. Vedlejší součástí jsou: křemen, apatit, magnetit, vápenec.

F. Sitenský[7]) omezuje se na vnější, makroskopický popis vzorků táborské horniny; mikroskopicky ji nezkoumal. Živce horniny považuje z největší části za plagioklas. V důsledku tohoto mylného určeni živců označuje horninu táborskou jakožto diorit. Podobně činí též A. Jelínek[8]) mluvě o slídnatém dioritu augito-křemenném.

A. J. Bernard[9]) ve svém přehledu geologických útvarů a hornin okolí táborského přidržuje se Šafránkova označení „kersanton."

Zkoumaje okolí táborské, shledal jsem, že veškeré znaky mikroskopické i chemické vedou k označení horniny jakožto *syenitu biotito-pyroxenického.*

* * *

Rozšíření syenitu táborského bude třeba, v souvislosti s ostatními horninami táborskými, podrobiti revisi. Údaje Sturovy, Šafránkovy a Sitenského valně se rozcházejí ve mnohých místech, zvláště však na severu a na západě od Tábora. Budiž tu jen podotčeno, že pravdě nejbližší jest hranice, jak ji vyznačil Stur v geologické mapě okolí táborského[10]); nutno však ji vésti nas od Tábora od místa, kde přestupuje silnici Tábor-Košín poněkud jižněji, aby obce Radimovice a Nasavrky

---

[3]) Geologische Übersichtskarte d. Öster. Monarchie, Jhb. g. R.-A. XIX.
[4]) Výroční zpráva c. k. v. r. gymn. v Táboře 1878.
[5]) Věstník Kr. Č. sp. nauk 1883.
[6]) Jehož přibývá s velikostí zrna.
[7]) Věstník Král. Č. sp. nauk 1893 č. 35.
[8]) Věstník Král. Č. sp. nauk 1899 č. 28.
[9]) Výr. zpráva c. k. v. gymnasia v Táboře 1909.
[10]) Kopie mapy té, již jsem měl k disposici, pocházela ze sbírek přírodnických c. k. vyšší české realky v Praze-II.

ležely již v okrsku rulovém, v údolí Lužnice pak (na *Z* od Tábora) nutno posunouti hranici dále k západu, aby přetínala údolí Lužnice u hájovny, nalézající se na pravém břehu vých. od Příběnic. Při hájovně té ústí do Lužnice potůček, na jehož levém břehu zdvihá se skála syenitu jemnozrnného, slohu poněkud rovnoběžného, na pravém břehu pak nalézáme rulu.

Syenit táborský vyznačuje se značným kolísáním, pokud se týče velikosti zrna i poměrného množství součástí; vzorky z různých míst vybrané liší se od sebe tudíž dosti nápadně.

V bezprostřední blízkosti Tábora jest syenit otevřen více lomy, zvláště v údolí Lužnice, jež si jím brázdí cestu, i lze jej tu získati v kusech naprosto čerstvých: u Ješova mlýna, u mlýna Květchova („papírny") proti Matoušovu mlýnu a j.

Z dálky pozorována jest to hornina modravě šedá se slabým tonem do zelenava. Zrna jest většinou prostředního, místy drobného, jinde opět dosti hrubého (na př. na levém břehu proti mlýnu Matoušovu). Stavba z největší části jest všesměrná, s náběhem do porfyrického slohu, místy však uspořádáním součástí do proužků naznačena jest i stavba rovnoběžná, jež tu a tam jest velmi dokonale vyvinutá.

Prostým okem a lupou lze v hornině rozeznati hojnost lupénků biotitu, dosahujících v průměru kolem 1—2 *mm*. Vedle nich pozorujeme i biotitové plástvičky až přes 1 *cm* veliké, obrysů laločnatých či zhruba okrouhlých, jež dodávají hornině vzhled porfyrický. Lupénky biotitu jsou barvy červenohnědé až (ve velmi tenkých lístkách) žlutohnědé. Dle posice roviny os optických vůči trhlinám nárazovým jest to slída II. řádu. Na silnějším lupénku určen úhel $2E = ca\ 15^0$ (pomocí čočky Bertrandovy a mikrometrického okularu).

Druhou nejrozšířenější součástí jest bílý živec, jenž z největší části jest orthoklas. Má podobu celkem lamelovitou až tabulkovitou dle M (010); často bývají zrna svým sploštěním uložena do jedné roviny, čímž vzniká jakési naznačení rovnoběžného slohu. Lupénky a plástvičky biotitu leží z části též svojí plochou lupenatosti v téže rovině, z části však též transversalně. Velikost orthoklasových zrn bývá od 2 do 5 *mm*, tloušťka od několika desetin do 1 *mm*. Velmi často lze na zrnech pozorovati srůst dvojčatný dle Karlovarského zákona, u něhož naměřen úhel mezi oběma štěpnýma plochama P $51^0\,51'$ (poč. $52^006'$).

Lupou lze rozeznati něco málo čirých, nerovných zrnek křemene a hojnost drobounkých zrnek nerostu hnědavě žlutozeleného, tvořících obyčejně drobné skupinky; náležejí pyroxenu, jak poučuje výzkum mikroskopický.

Hustota (určena hydrostaticky[11])) středně zrnitého syenitu od papírny kolísá od 2·77 do 2·78; hrubozrnější syenit z levého břehu Lužnice (proti

---

[11]) Pomocí analytických i Schwarzových vah se souhlasným výsledkem.

mlýnu Matoušovu) vykazuje $h = 2{\cdot}84$. Tato kolísající h dokazuje proměnlivé složení horniny pokud se týče vzájemného poměru lehčích a těžších součástí. K témuž výsledku vede i měření poměrného množství součástí, jež vykonána byla pomocí Hirschwaldova[12]) okularu planimetrického na výbrusech; hornina z téhož lomu vykazuje značnou proměnlivost:

Syenit od papírny { 13·5% pyrox. : 21·7% biotitu : 64·8% živců a ost.
{ 14·7% „ : 28·7% „ : 56·6% „ „

Bledých součástí jest však vždy více nežli barevných (65 : 35 resp. 57 : 43).

Mikroskopicky lze zjistiti součásti:

podstatné: Biotit, pyroxen monoklinický (diallag) a rhombický (hypersthen), orthoklas. Méně hojný až sporý jest plagioklas.

Vedlejší: Křemen, apatit, rutil, (magnetit), ilmenit, pyrit.

Druhotné: Vedle obyčejných produktů rozkladu: titanit a amfibol.

Sloh horniny jest holokrystalický, hypidiomorfní.

Biotit činí jednotlivé resp. do plástviček seskupené lupénky až přes 1 *mm* veliké a přes 0·6 *mm* silné, obyčejně allotriomorfně omezené. Zřídka pozorujeme stopy omezení idiomorfního s rovnými plochami basalními, po případě i náběh k postrannímu šestibokému omezení. Obyčejně na řezech plošných i příčných lze spatřiti obrysy nekrystalové, laločnaté; do lupénků vnikají od ploch spodových hluboké choboty, jež na řezech plošných jeví se v podobě okrouhlých otvorů. Na okraji i do vnitra otvorů těchto přecházejí lupénky biotitu v úzce proužkovité útvary rostité, jež prozrazují tendenci choboty a otvory v lupénkách, nepochybně magmatickým leptáním vzniklé, opět vyhojiti (tab. obr. 1.). Zvláště pěkně lze tyto růstové zjevy pozorovati na příčných řezech lupénků, při čemž kostrovitě vyvinutá část jejich tvořena jest úzkými, často červovitě se vinoucími proužky. Konce rostitých útvarů bývají dosti dokonale krystalově vyvinuty, jevíce často zřejmé omezení šestiboké. Zona kostrovitá bývá někdy úzká, jindy však značně široká, vbíhajíc daleko dovnitř biotitického lupénku (tab. obr. 2).

Barva biotitu ve výbruse na řezech basalních jest temně hnědočervená, na příčných řezech v obyčejném světle žlutohnědá. Na těchto jeví se silný pleochroismus s mohutnou absorpcí; paprsek kmitající

$\parallel c$ bledě hnědožlutý,

$\perp c$ černohnědý s tonem do červena, skoro neprůhledný.

Dle vlastností těch, jimiž blíží se lepidomelanu, možno považovati tento biotit za bohatý *Ti*.

Biotit uzavírá v sobě vedle zrnek ilmenitu a snad i něco magnetovce zrnka pyroxenu rhombického i monoklinického, jež v případech

---

[12]) Centralblatt f. M. etc. 1904, 630.

takových jsou — alespoň z části — idiomorfně omezena; pozorován byl lupének biotitu, jenž tvořil spojovací hmotu celému aggregátu zrnek pyroxenových. Zajímavá jsou zrna křemene, uzavřená v lupéncích biotitu, obrysu někdy celkem okrouhlého, často však i do značné míry idiomorfního. V lupéncích biotitu nalézá se hojně útlých jehlic rutilových a čirých, asi 0·1—0·2 *mm* dlouhých a 0·02—0·06 *mm* silných idiomorfních sloupečků apatitu, omezených prismatem a pyramidou. Kol nich pozorujeme velmi dokonale vyvinuté dvůrky pleochroické, s absorpcí silnější nežli mají lupénky biotitu (∥ *ć* bledežluté, ⊥ *ć* černé). Nápadné jsou dvůrky tyto na plochách spodových, obrubující v podobě černých rámečků čiré průřezy apatitových vrostlic[13]). Předpokládáme-li s M ü g g e m,[14]) že příčinou pleochroických dvůrků jsou radioaktivní emanace uzavřenin, musíme přiznati táborskému syenitu geologické stáří velmi vysoké, vytvořily-li se kol nerostu tak slabě radioaktivního, jako jest apatit, dvůrky pleochroické do té míry intensivní. Vzácně nalézají se v biotitu drobounká zrnka cirkonu, nápadného svým vysokým lomem i dvojlomem, kol nichž vytvořily se ještě mohutnější dvůrky pleochroické, nežli kol apatitu.

Porfyrický sloh horniny naznačen jest netoliko rozlehlými plástvičkami biotitu, nýbrž i dvojí generací jeho. Vyskýtají se totiž v táborském syenitu vedle lupénků výše popsaných i mladší, tence tabulkovité lupénky do vějířovitých aggregatů seskupené, jež vznikly asi současně s rostitými okraji lupénků velkých (tab. obr. 3.). Místy zdá se, že velké lupénky přecházejí do aggregátů mladšího biotitu. Tyto nejeví nikdy resorpčních účinků, any jsou omezeny rovnými ploškami spodovými. Délka lupénků obnáší 0·2—0·4 *mm*, tlouštka 0·025—0·05 *mm*; příčné průřezy jsou tudíž podoby úzce lištovité. Aggregáty mladšího biotitu narostlé bývají časem na krystalech starších součástí, na př. pyroxenu, jindy uzavřeny jsou ve velkých zrnech mladších živců. Velmi zajímavý jest genetický vztah mladšího biotitu k oběma pyroxenům. Kde totiž lupénky biotitu setkaly se s pyroxenovým zrnem, počaly do něho vnikati, vyhlodávajíce v něm prohlubinky zprvu široké a mělké, čím dále však tím užší a hlubší. Vniká-li do pyroxenového zrna více lupénků biotitických vedle sebe, zůstávají mezi prohlubinkami vleptanými uzké přepážky pyroxenu zaoblených, olepta-

---

[13]) Dle W e i n s c h e n k a (Gesteinsbildende Mineralien pag. 117.) nevytvářejí se kolem apatitu dvůrky pleochroické. C o h e n (N. Jhb. f. M. 1888 I. 166) uvádí je jako vzácný zjev nezřetelně vyvinutý a tudíž pochybný. M e n n e l (ref. Z. f. Kr. *52*. 416) uvádí dvůrky ty též kolem apatitu, ač jsou dle něho bledé; často však zcela chybí. M e n n e l má za to, že dvůrky ty mají příčinu svoji v drobných uzavřinách radioaktivních, v apatitu zarostlých. S výkladem tímto nesouhlasím, ježto vrostlic takých ve sloupcích apatitových nemohl jsem zjistiti. Též i v jiných českých horninách pozoroval jsem pleochroické dvůrky v biotitu kolem sloupků apatitových, tak ve slídnatém dioritu od Prachatic a v porfyritu od rybníku Brlohu u Dobšic. R. K e t t n e r zjistil týž zjev v orthorule od Žlutic. (Rozpravy Č. A. XXII. *1913*. č. 43. str. 8.).

[14]) Centralblatt f. M. etc. 1907, str. 397.

ných obrysů. Prohlubinky v pyroxenech jsou podoby celkem nálevkovité, zpravidla širší nežli lupének biotitu; prostor mezi tímto a pyroxenem jest vyplněn křemenem[15]) (výkr. 1., tab. obr. 5.) Není pochyby, že v době vzniku rostitých okrajů velkých lupénků biotitických a vějířovitých aggregátů biotitu mladšího panovaly v magmatu poměry nepříznivé pro pyroxeny. Proto se rozpouštěly, jejich povrch se oleptával. Kde v blízkosti rostl mladší biotit, rostl na úkor rozpouštějícího se pyroxenu, vnikaje do něho. Křemen, jenž vyplňuje prostor mezi biotitem a pyroxenem, jest produktem tohoto resorpčního processu, ježto množství SiO^2 v pyroxenu jest značně větší nežli v biotitu. Stejným způsobem lze vysvětliti vrůstání rostitých lupénků biotitických do zrn pyroxenových; často naléžáme jako poslední zbytky pyroxenu toliko shluk zaoblených zrnek současně zhášejících, roztroušených mezi partiemi rostitých lupénků biotitických, po případě tyto pseudomorfují zrna pyroxenu, šetříce velmi zřetelně jejich obrysů.

Obr. 1.

Vypsaný právě vznik mladšího biotitu na úkor obou pyroxenů vysvětluje nám častý souskyt rostitých tvarů biotitu a allotriomorfního křemene.

V orthoklasových zrnech nalézáme uzavřeny velmi drobné, často pěkně idiomorfně omezené šupinky biotitu; jedná se tu o ojedinělá krystalační centra, jež však dále nerostla.

Pyroxen jest dvojí: rhombický (hypersthen) a monoklinický (diallag).

Hypersthen tvoří sloupky protáhlé dle *ć*, idiomorfně omezené v pásmu vertikálním, leč zaoblené na polech. Hrany i rohy (jak na příčných průřezech jest zřejmo) jsou zaoblené a zakulacené dosvědčujíce, *že* krystaly ty byly vystaveny rozpouštěcímu účinku magmatu. Sloupce hypersthenu bývají nejčastěji asi 0·8 *mm* dlouhé a asi 0·25 *mm* široké, dosahují však časem 2·5 *mm* délky (při šířce *ca* 0·25 *mm*); řídká jsou individua široká (2·5 *mm* × 1·3 *mm*). Krystaly hypersthenu jsou buď ojedinělé nebo shlukují se do aggregátů, v nichž jednotlivá zrna mívají obrysy nedokonale idiomorfní.

Štěpnost dle prismatu prozrazují hrubé pukliny v řezech podélných i příčných; v těchto lze pozorovati též pukliny, sledující plochy (0∞) a (∞0).

Hypersthen obsahuje větší či menší množství typických vrostlic hypersthenických, jsou však též průřezy jich prosté; vrostlice ty mají

---

[15]) Pozorování tato shodují se s oněmi, jež učinil J. de Lapparent na horninách gabro-dioritických ze Saint-Quay Portrieux (Bul. soc. fr. de miner. *33.* 1910, str. 286).

podobu lupénků hnědavě narůžovělých, uspořádaných do roviny kolmé k *ć* hypersthenu.

Barva zrnek hypersthenových jest hnědá s tonem do žluta; ve výbruse jsou průřezy v obyčejném světle skorem čiré, nažloutlé až nazelenalé.

Zhášení jest rovnoběžné. Mezi skříženými nikoly jest hypersthen zřejmě vláknitého slohu;[16]) mezi vláknitými subindividuy shledáváme něco čiré substance, jež dle lomu i dvojlomu zdá se býti křemenem.

Pleochroismus jest zřetelný i ve výbrusech:

α $(= \bar{b})$ barva žlutavě narůžovělá,
β $(= a)$ „ načervenalá,
γ $(= ć)$ „ velmi bledě zelenavá.

Lom jest značně vysoký, dvojlom však nízký; na základě srovnání barev interferenčních ve vhodných průřezech hypersthenu a orthoklasu plyne pro řez blízký rovině os optických *a* (∞ 0), hodnota dvojlomu 0·011; na řezech dle *b* (0∞) vykazujících výchoz ostré střednice, nalezen dvojlom $\gamma - \beta = 0{\cdot}003$—$0{\cdot}004$. Ostrá střednice = a, ráz optický tudíž —; ráz délky sloupků jest +.

Osní obrazec následkem nízkého dvojlomu jest rozmazaný, s širokými isogyrami; proto lze provésti určení úhlu optických os (pomocí Mallardovy konstanty a čočky Bertrandovy) toliko velmi přibližně na $2E = 75^0$—90^0.

Nepříliš silný pleochroismus hypersthenu svědčí, že náleží ku členům železem nebohatým; záporný ráz však nerostu zároveň dokazuje, že obsah $FeO + MnO > 10\%$.[17])

Lupének, vyříznutý dle (0∞), byl žíhán po dobu 1 minuty na lžičce platinové před dmychadlem;[18]) barva lupénků stala se tmavší, stoupla též absorpce. Pleochroismus po vyžíhání byl:

γ : barva temně červenohnědá,
β : „ světleji „

Hypersthen jest tu a tam obrůstán pyroxenem monoklinickým, tvořícím kolem něho obrubu. V jednom případě bylo pozorováno i jich prorůstání, an monoklinický pyroxen tvořil rovnoběžně uložené, současně zhášející partie ve velkém jedinci hypersthenu.

V hypersthenu zarostlá jsou zrnka rudní, dále útlé jehlice dosahující až 0·4 *mm* délky, méně však nežli 0·001 *mm* šířky. Při silném zvětšení a zdviženém kondensoru mají tyto jehlice barvu hnědou s tonem do žlutava. Uloženy jsou vždy kolmo k ose *ć*. Vedle nich nalézáme však i hojně krátkých

---

[16]) Viz H. Rosenbusch, Mikr. Physiogr. 1905. I. 2. 149.
[17]) H. Hintze, Handbuch d. Min. II. 1897. 963.
[18]) E. Bořický, Archiv pro výzkum Čech, díl III. odd. 5. 1877, 44.

tyčinek podobné povahy, dosahujících až 0·1 *mm* délky, jež jsou uloženy ‖ *ć*. Při slabém zvětšení činí tyto přečetné krátce hůlkovité vrostlice dojem velmi jemného žíhání. Obojí tyto jehlice náležejí dle všeho rutilu.

Diallag tvoří zrna makroskopicky barvy špinavě zelené s tonem do žluta, vyskytající se pospolu se sloupky hypersthenickými. V jednom případě nalezen byl vějířovitý aggregát sloupků diallagu 3—4 *mm* dlouhých a až 2 *mm* širokých v hrubozrnném syenitu pod Klokoty v údolí Lužnice. Pásmo vertikální omezeno jest u nich krystalonomicky převládajícími pinakoidy *a* (∞0) a *b* (0∞) a podřízenými plochami prismatu *m* (∞).

a : *m*	= 46° 42′	měř.,	46° 30′ poč.
: *b*	= 89° 52	„	90° — „
m : *b*	= 43° 10′	„	43° 30′ „

Volné konce sloupečků jsou omezeny nekrystalově.

Štěpnost krystalků diallagu jest dokonalejší daleko dle *a* (∞ 0) nežli dle *m* (∞); proto štěpné lupénky zhášejí skoro vesměs rovnoběžně, vykazujíce šikmý výchoz osy. R. os opt. = *b* (0 ∞), opt. ráz. +. Štěpné lupénky dle *m* (∞) zhášejí šikmo 38°—40°. Některé z nich byly tak hustě zdvojčatěny jako plagioklasy.

Ve výbruse tvoří diallag jedince většinou allotriomorfně až laločnatě omezené, málo dle vertikální osy protáhlé až skoro isometrické. V pásmu vertikálním bývá tu a tam vývin idiomorfní,[19]) s dokonale vyvinutými tvary *b* (0 ∞), *a* (∞ 0), *m* (∞). Štěpnost dle *m* jest u diallagu dokonalejší nežli u hypersthenu; trhliny, jí svědčící, jsou rovné, ostré. Daleko však jemnější, při tom pak zcela rovné a ostré jsou trhliny, jež na příčných řezech jdou kolmo ku stopě roviny os optických, rozpolujíce úhel štěpných trhlin dle prismatu, sledují tedy rovinu *a* (∞ 0).

Velikost zrna u monoklinického pyroxenu jest obyčejně: 0·3—0·5 *mm* délky, 0·16—0·25 *mm* šířky.

Hluboké choboty a zaoblené laloky svědčí o tom, že diallagy táborského syenitu byly podrobeny — podobně jako předešlé součásti — resorpčním účinkům magmatu.

Barva diallagu jest ve výbruse slabounce nazelenalá. Pleochroismu není. Velmi hojné jsou v diallagu tence lupenité vrostlice, jež uspořádány jsou do řad šikmých k ose vertikální. Vrostlice ty jsou barvy hnědavě narůžovělé a náležeji — podobně jak u hypersthenu — snad ilmenitu.

Lom i dvojlom diallagu jest vysoký, na řezech dle *b* (0 ∞) $\gamma - \alpha = 0{\cdot}026$ (ze srovnání s křemenem). Zhášení na *b* (0 ∞) = 42°.

Lupének diallagu říznutý dle *b*, žíhán prudce nabývá temnější, nahnědle zelenavé barvy, pleochroismus se však nedostavuje ani po intensivním víceminutovém žíhání.

---

[19]) Zvláště tam, kdè tvoří (též pospolu s hypersthenem) shluky.

Diallag obsahuje vrostlé sloupky apatitu, okrouhlá až protáhlá zrnka rudní (ilmenit a magnetit), jemné jehlice rutilu, tu a tam pak lupének biotitu, vyloučivší se z magmatu před pyroxeny. Místy lze pozorovati v diallagu dutinky nepravidelného tvaru, vyplněné křemenem a biotitem. Jedná se tu zřejmě o průřez vnikajícího a křemenem doprovázeného biotitu do pyroxenu jak o tom byla dříve řeč.

Jako hypersthen, i diallag tvoří též velké množství malých, částečně dokonale idiomorfních individuí, dosahujících délky nejvýše 0·05 *mm*; tato drobná individua jsou uzavřena hlavně v živcových zrnech a představují nám opět malá krystalační jádra, jež se však nezveličovala.

Plagioklas vyskytuje se v podobě zrn, omezených idiomorfně vůči orthoklasu (zvl. v pásmu *PM*, méně v pásmu svislém), allotriomorfně vůči biotitu a pyroxenu. Jeho průřezy jsou v čerstvých vzorcích horniny zachovalejší průřezů orthoklasových; i ve výbrusech, v nichž orthoklasy jsou značně zakaleny pokročilým větráním, bývá plagioklas čirý, s nepatrnými známkami rozkladu. Plagioklasu jest daleko méně nežli orthoklasu.

Velikost zrn plagioklasových kolísá obyčejně mezi 0·2—0·6 *mm* délky a 0·1—0·2 *mm* šířky. Zrna dosahující 1 až i více *mm* délky a příslušné k nim šířky jsou výjimkou.

Povaha plagioklasů určena byla v praeparatech práškových dle lomu a zhášení na lupéncích štěpných, jednak ve výbrusech dle lomu oproti křemeni a dle vlastností ve světle konvergentním. Plagioklasy náležejí hlavně řadě andesinové, s lomem o málo jen vyšším nežli 1·547 (hřebíčkový olej), nižším však nežli 1·559 (směs oleje anýzového a skořicového). U všech plagioklasů jest však lom vyšší nežli lom kanadského balsamu. Některá zrna naležejí kyselejším členům řady, blížíce se řadě oligoklasové: $Ab_{65}\ An_{35}$ (zhášení na *M* 4°, úchylka rhombického řezu 1·5°, s $h = 2{\cdot}67$), jiná andesitům basičtějším $Ab_{60}\ An_{40}$ (zhášení na *M* 7·5°, úchylka rh. řezu 1°), $Ab_{55}\ An_{45}$. Méně hojná jsou zrna, náležející kyselejším členům řady labradovitové (blízká $Ab_{45}\ An_{55}$ se zhášením 21° na *M* a úchylkou rh. řezu 6·5°) neb opět členům řady oligoklasové

Dvojčatení jest hojné dle zákona albitového; lamely jsou u některých zrn úzké, u jiných značně široké, snad dle chemického složení dotyčných plagioklasů,[20]) vždy pak četné. Lamely dle zákona periklinového jsou často přítomny, skoro vždy však nečetné. Tu a tam zjištěna mezi lamelami dle zákona albitového též lamela dle zákona karlovarského Na *P* dotyčného lupénku (zhášení 2°) zháší lamela taková 10°, což poukazuje na andesin $Ab_{63}\ An_{37}$. Na řezech, vedených ve výbrusech kolmo k jedné z optických os resp. kolmo k ostré střednici lze zjistiti ráz jednak + (andesin a labradorit), jednak (daleko řidčeji) — (oligoklas).

---

[20]) H. Rosenbusch, Mikroskopische Physiographie 1905. I. 2. 334.

Ve výbrusech nalezneme velmi mnoho drobných, idiomorfně omezených zrnek plagioklasu, dosahujících nejvýše kolem 0·05 *mm*, jež jsou poikilicky zarostly do orthoklasu v uspořádání obyčejně zcela nepravidelném; řidčeji naznačují vrstevnatý sloh zrn orthoklasových.

Plagioklas uzavírá v sobě zrna pyroxenu a lupénky biotitu staršího i mladšího; nápadně málo obsahují zrna plagioklasová jehlic rutilových.

Plagioklas tvoří s křemenem, jenž se (z části) s ním současně tvořil, úhledné srůsty myrmekitické, jež vznikly na konci periody plagioklasové před krystalisací orthoklasu. Nalézáme tu zrna plagioklasu, jež na jedné straně či na jednom cípu přecházejı v myrmekit, jsouce prorostly červovitě se vinoucími, asi 0·01 *mm* širokými proužky křemene. Na průřezu příčném jest obrys těchto okrouhlý. Myrmekitické partie takové jsou na venek omezení hroznovitého až i polokulovitého. Jindy bývá i celé zrno plagioklasu prostoupeno myrmekitickými proužky křemennými, nestejně zhášejícími a tudíž nepravidelně orientovanými. Někdy jest v zrnech plagioklasových takové množství křemenných proužků, že plagioklas tvoří mezi nimi toliko úzké přepážky, dokazující souhlasným zhášením příslušnost k témuž jedinci.

Často nalézáme takovéto myrmekitické útvary obrysů hroznovitých až polokulovitých, uzavřené v orthoklasu nebo tvořící kory na různých starších součástech: pyroxenu, biotitu (hlavně mladším, ve vějířovitých aggregatech seskupeném) ba i plagioklasu. V útvarech kulovitých stojí stébla křemene a plagioklasu — postejné asi šíře — celkem radialně, v korách pak celkem kolmo ku povrchu. Mnohé z těchto útvarů vykazují jisté pravidelnosti v orientaci křemenných a plagioklasových proužků. Mezi skříž. nikoly rozpadají se v pole, jež nesoučasně zhášejí, v jednom poli však stébla křemenná a stébla plagioklasová mezi sebou zhášejí vždy současně.

Myrmekity zabíhají svým polokulovitým a hroznovitým obrysem nerušeně do orthoklasu.[21])

Orthoklas tvoří zrna až více *mm* veliká, dle *M* tlustě tabulkovitá. Kde orthoklas hraničí s jiným zrnem orthoklasu nebo křemene, jevívá obrysy dle *M* značně idiomorfní, jinak však drobně laločnaté. Řezy rovnoběžné s *M* jsou allotriomorfní, více méně isometrické.

Stálým znakem jest dvojčatění dle zákona karlovarského, při němž obě individua jsou asi stejné mohutnosti.

Optické vlastnosti živce toho shodují se plně s vlastnostmi orthoklasu: lom nižší ve všech posicích nežli kanadský balsam, dvojlom nízký, zhášení na spodové ploše = 0°, na *M* = 5°—6° do tupého úhlu β. Mezi štěpnými lupénky dle *P* a *M* nalezl jsem ojediněle lupének štěpný, zhášející rovnoběžně se štěpnými trhlinami dle *M* a vyznačující se — na svoji tloušťku — nápadně nízkou barvou interferenční. Vykazuje ve světle

---

[21]) Obdobné útvary myrmekitické popsal v poslední době Schwenkel z orthorul Schwarzwaldu (Tsch. M. p. M. *31*. 205).

konvergentním poněkud šikmý výchoz negativní ostré bissektrice α; rovina os opt. jest kolmá ku směru štěpných trhlin dle M. Jest tu co činiti zajisté se vzácnou u orthoklasu oddělitelností dle k (∞ 0), jaká vyskytává se u sanidinu[22]).

Význačnou vlastností orthoklasu táborského syenitu jest jeho povaha mikroperthitická. Obsahuje veliké množství drobných čirých uzavřenin podoby vřetenovité, jež orientovány jsou vespolek rovnoběžně. Lom tělísek těch jest vyšší, nežli lom orthoklasu; též dvojlom jest o něco vyšší. Mikrochemickou zkouškou B o ř i c k é h o zjištěno vedle K hojně Na.

Dle všech známek těchto náležejí tyto vrostlice vřetenité *albitu*; dosahují délky 0·02—0·05 *mm*, průměrné pak šířky 0·002—0·003 *mm*, zaostřujíce se k oběma koncům. Pokud — vzhledem k nepatrným rozměrům vrostlic — lze zjistiti, svírá jejich směr s hranou $\widehat{PM}$ *ca* 74°[23]) sleduje tedy štěpnost murchisonitovou. Též však shledána byla orientace rovno ěžná s osou svislou. Na řezech dle P resp. na štěpných lupéncích dle této plochy nalézáme albitické vrostlice rovnoběžně orientované s $\grave{a}$, v některých případech s $\bar{b}$; dle toho lze souditi, že mají podobu lamel ku krajům přiostřených, uložených v rovině k (∞ 0), M (0 ∞) a ($\bar{p}$ o), štěpnosti murchisonitové. Při slabém zvětšení způsobují albitické vrostlice ty dojem jemného žíhání.

V některém průřezu orthoklasovém rozšířeny jsou albitické vrostlice stejnoměrně po celé ploše; častěji však nahromaděny jsou v některých částech průřezu, tvoříce partie ostře oddělené od částí vrostlic prostých. Zřídka pozorována byla zonarní stavba orthoklasů, při čemž střídaly se zony bohaté vrostlicemi se zonami chudšími.

Zrna orthoklasová obyčejně jsou navětralá, hnědavým zákalem proniklá. Tento hojný jest zvláště v blízkosti puklin; podobu má velmi jemně šupinatých chomáčků a bývá časem v takovém množství přítomen, že se jím stává průřez zcela neprůhledný. Zákal ten sleduje též zony a prozrazuje zonární stavbu krystalů orthoklasových.

Velmi rozšířenou vrostlicí orthoklasu jsou útlé, až 0·5 *mm* dlouhé, sotva však 0·001 mm široké jehlice rutilové, jak jsme je již dříve poznali. Orientace jejich jest někdy nepravidelná, v četných však případech lze seznati, že sledují určité směry krystalové svého hostitele. Na řezech a štěpných lupéncích dle M jde jeden systém jehlic rutilových rovnoběžně s puklinami basalní štěpnosti ($\grave{a}$), druhý odchyluje se od ní do tupého meziosního úhlu β asi o 32°; úhel ten odpovídá přibližně hraně $\widehat{Mq}$ = = (0 ∞) : ($\frac{\bar{2}}{3}$ 0) (33°51′ poč.). Třetí systém jehlic jde rovnoběžně s osou pásma $\widehat{Mx}$ = (0 ∞) : ($\bar{1}$ 0), an svírá s $\grave{a}$ úhel asi 51° (50°16′ poč.).

---

[22]) H. R o s e n b u s c h l. c. I. 2. 301—302.

[23]) Zcela podobně pozoroval též F. B e c k e v orthoklasu ruly z dolnorakouského Waldviertelu. (T. M. p. M. 4. 1882. 197.)

Orthoklas uzavírá ve velikém množství v sobě drobné, kolem 0·05 *mm* veliké jedince pyroxenu, biotitu, plagioklasu i křemene vývinu vesměs idiomorfního. Uzavřeniny ty jsou někdy nepravidelně v průřezu rozšířeny, jindy však koncentrovány jsou do středu zrna orthoklasového, kdežto okrajní zona jest jich prosta. Velké množství těchto všech uzavřenin dodávají orthoklasovým průřezům mezi skříženými nikoly vzhled sítovitý. Hojně přítomny jsou též v orthoklasu sloupky apatitu, zhusta napříč zpřerážené.

Velké krystaly pyroxenu, biotitu i plagioklasu (včetně myrmekitické srůsty) zasahají do orthoklasu, zřídka však bývají jím kol dokola obklikovány a uzavírány. Uspořádání zrn a krystalů součástí těch mezi velkými zrny mladšího orthoklasu činí spíše dojem, že růstem jeho byly součásti ty odstrkávány a shrnovány do skupinek a proužků, v nichž je nalézáme.

Křemen jest přítomen v množství malém, většinou jako nejmladší součást. Vyplňuje proto prostory, jež zbyly mezi součástmi staršími. Jak výše bylo popsáno, vyloučilo se však něco křemene již před biotitem resp. s ním současně, rovněž pospolu s plagioklasem (myrmekity) a v podobě idiomorfních jedinců před orthoklasem[24]). Tato starší perioda vývinu křemene jest, jak se zdá, rozšířeným znakem žulovitých hornin okraje středočeského massivu: shledal jej B. K a t z e r[25]) na styku žuly a břidlice a považoval jej za následek endogenní metamorfosy kontaktní, popisuje jej též J. F i š e r[26]), dle něhož vylučoval se křemen a živec současně s amfibolem. F i š e r spatřuje příčinu této anomalie ve vývinu v silném vnějším tlaku, jenž působil na tekuté magma během krystalisace.

Apatit tvoří štíhlé, tenké sloupky, obyč. dlouhé kolem 1—2 *mm* a široké kolem 0·2—0·6 *mm*, zhusta napříč rozpukané; někdy bývají krystaly apatitové krátké a široké. Apatit jest uzavřen v součástech barevných i v nebarevných. Z oněch zvláště biotit hostívá veliké množství apatitových sloupečků, jež provázívají pleochroické dvůrky, jak o nich dříve byla řeč. Polové plochy krystalů apatitu jsou nedokonalé, zakulacené, v pásmu svislém však jsou plochy prismatické ostře vytvořeny.

Ruda jest v syenitu několikerého druhu. Část jí náleží k nejstarším vyloučeninám magmatu; má podobu drobných (0·01—0·04 *mm* velikých) zcela opákních zrnéček v napadajícím světle černošedých, kovově lesklých. Obrysy zrnek těch jsou zaokrouhlené, nezřetelně šestiboké až i hůlkovitě protáhlé. Jsou vrostly ve všech součástech, pyroxenech, biotitu, živcích, i v hůlkách apatitových. Náležejí jednak magnetitu (snadno rozpustný v HCl), jednak ilmenitu (nerozpustný v HCl); magnetitu jest velmi málo, jak prozrazuje též analysa horniny, v níž veškeré železo mohlo býti jen jako dvojmocné určeno.

---

[24]) Křemen tvoří též pegmatitické srůsty s orthoklasem.
[25]) Jhb. g. R.-A. *38*. 1888, str. 408.
[26]) Kr. Č. sp. n. 1900, č. 17, str. 50.

Vedle zrnek těchto nalézáme místy v hornině 0·1—0·4 *mm* veliká allotriomorfní zrnka podobné černošedé kovově lesklé rudy, jež bývají na svých okrajích i poněkud idiomorfně vyvinuta; tu jevívají obrysy, upomínající na průřezy rhomboëdrické. Místy zrnko bývá protáhlé v proužky, vysílá pak jemné výmrsky do puklin svého hostitele, na př. mezi lístky mladšího biotitu. Zrnka tato nejeví magnetičnosti, vryp jejich jest šedočerný. V HCl konc. se ani za tepla nerozkládají (současně digerované zrnko magnetovce bylo úplně rozloženo). Fosforečná perla barví se po přidání zrnka rudy té slabě ale zřetelně v redukčním plameni violově. Tyto všechny znaky vedou k určení rudy jakožto ilmenitu. Jak zřejmo, vznikl tento současně s mladším biotitem z Fe a Ti resorbovaných krystalů pyroxenových a biotitových.

Třetím druhem rudy jsou zrnka sulfidů, pyritu a pyrrhotinu, obrysů allotriomorfních, v napadajícím světle barvy žluté a tombakové, lesku kovového. Zrnka tato náležejí mladší rudě, ana řídí se zřejmě obrysy pyroxenu ba do puklin jeho vysílají slabé výmrsky. Kyzová zrnka činí často strukturní střed, kolem něhož tvořily se vějířovité aggregáty mladšího biotitu; jsou tedy tohoto starší.

Jedinkrát zastižen byl v syenitu (od papírny) průřez cizího zrna s typickým kelyfitickým věncem (tab. obr. 4.). Zrno to jest podoby v celku oválné, měří 0·6 *mm* délky a 0·4 *mm* šířky. Vysoký jeho relief prozrazuje vysoký lom světelný. Jest dosti těžce průhledné barvou temně bouteilově zelenou a prostoupeno hrubými, nepravidelnými trhlinami. Ze strany přirůstá k nerostu tomu zrnko opákní rudy v napadajícím světle šedočerné, kovově lesklé, jež vniká též puklinami do vnitra jeho, prostupujíc jej útlými žilkami. Ruda ta náleží snad magnetovci, snad ilmenitu. Zelený nerost jest mezi skříženými nikoly dokonale isotropní. Dle všech znaků těch jest to zrnko *pleonastu*. Kelyfitický věnec, jenž objímá zrno pleonastu i zrnko rudní, jest asi 0·1 *mm* široký, složený z lístků čirého nerostu většinou nepravidelně, řidčeji zhruba radialně uložených.

Dle nevysokého, prostředního lomu, velmi vysokého však dvojlomu na příčných řezech náleží šupinatý nerost ten snad mastku. Vnější ovrubu věnečku tvoří špinavě zelená, těžko průhledná, šupinatá substance, vnikající puklinami též do mastkového věnce.

Původ pleonastového zrna nelze udati s bezpečností. Možná, že jest nejstarší vyloučeninou magmatu syenitového,[27]) jež pozbyla později svých existenčních podmínek a počala býti magmatem resorbována, možno však též, že jest součástí magmatu syenitovému zcela cizí. Při resorpci z podílu železa vznikla ruda (infiltrující zrna pleonastová po puklinkách), z podílu hořčíku pak mastek. Z magmatu syenitického pristoupil do sloučenství asi hlavně jen křemík a vodík (tento z plynu a par, jimiž magma bylo nasyceno).

---

[27]) H. Rosenbusch, l. c. I. 2. 14.

Sled součástí byl by dle podaného popisu tento: Nejstarší vyloučeninou jest část rudy (magnetovce, ilmenitu), apatit a rutilové jehlice. Po té následoval vývin pyroxenů (hypersthenu a diallagu), po nich vylučovaly se teprve lupénky (staršího) biotitu. Anomální poměry, v nichž se magma nalézalo (snad následkem intensivního tlaku) jeví se v tom, že se (arci zcela malá) část biotitu vyloučila před pyroxeny, a část zrnek křemenných před biotity resp. současně s nimi.

Po vykrystalování biotitu nastala pro všechny podstatné, posud vykrystalované součásti perioda nepříznivá; magma, dříve je vyloučivší, počalo je resorbovati. Tím způsobem oleptány byly krystaly pyroxenu (hlavně hypersthenu) i vyleptány do lupínků biotitických hluboké choboty a otvory. Rozpouštění magmatické bylo tak intensivní, že z mnohého lupénku zůstal jen laločnatý, sporý zbytek, stěží naznačující tvar a rozlohu původního lupénku.

Na to však nastala opětná změna ve fysikálních vlastnostech magmatu, jež byla příznivou pro vylučování biotitu, nikoli však pyroxenu. Pozorujeme, kterak v době této biotitické lupénky na okrajích svých i v otvorech dříve vyhlodaných počaly znovu růsti v úhledné kostrovité tvary rostité a současně vznikaly vějířovitě lupenité aggregáty mladšího biotitu. Že se kostrovitý růst ten i vytváření aggregátů vějířovitých dálo začasté na útraty pyroxenu, jenž byl rostoucím biotitem v pravém toho slova smyslu ztravován, dokazují lupénky biotitu mladšího vnikající hluboko do pyroxenových zrn i pseudomorfosy biotitu po pyroxenu. Sekundárně při resorpci této vzniká křemen a ruda.

Průběhem dalšího tuhnutí tvořily se plagioklasy, na konci jejich periody objevil se opět křemen, tvořící s nimi myrmekitické srůsty i samostatné drobné krystalky, jež nalézáme uzavřeny v mladším orthoklasu. Tento vytvořil veliká zrna, jichž růstem byly součásti starší shrnovány do proužků a skupinek. Orthoklasy vyznačují se neobyčejným množstvím vrostlic, jež tvoří drobná individua biotitu, pyroxenů, křemene, plagioklasů.

Krystalisaci magmatu zakončil křemen, vyplniv mezery mezi součástmi staršími.

Tlak, působivší na tuhnoucí magma syenitické, prozrazuje se četnými a různými znaky. Jest to především rovnoběžná stavba, naznačená — jak dříve bylo popsáno — uspořádáním lupénků biotitických a tabulek orthoklasových zhruba do jedné roviny. Dále důkazem tlaku jest přítomnost výše zmíněných, přečetných, velmi drobných krystalků biotitu, pyroxenu, plagioklasu a křemene, jež udržely se vedle velkých jedinců dotyčných nerostů jakožto rudimentární krystalová jádra. Jich přítomnost svědčí o značné (tlakem podmíněné) tuhosti magmatu, jež zabraňovala vzniku koncentračních proudů a tím i růstu velkých krystalů na úkor malých. Též výše zmíněný anomální sled nerostů má zajisté svoji hlavní příčinu v mohutném tlaku.

IV.

Důkazem tlaku, působivšího během tuhnutí magmatu, nad jiné pádným jsou zjevy protoklastické, jaké zvláště živce prozrazují. V hornině obou břehů Lužnice nalézáme hojně průřezů orthoklasových, jež utrpěly až i velmi silné ohnutí, aniž bylo nastalo puknutí krystalu. Ohnutí zrn lze zjistiti již v obyčejném světle dle porušených řad výše zmíněných vřetenitých vrostlic albitických a dle undulosního zhášení v zoně ohybu. Zrna orthoklasová prostoupena jsou četnými trhlinami, jež zmíněným ohnutím zrn nejsou nikterak rušeny a o nichž lze se domnívati proto, že jsou mladšího data nežli deformace živců. Dle výzkumů, jež provedl A. Day a E. Allen,[28]) nabývá orthoklas v blízkosti bodu tání značné plasticity, takže možno jej již nepatrným tlakem (tíží tenkého drátku platinového) plasticky zdeformovati. Pokusy svoje konali autoři oni za obyčejného tlaku při teplotě 1200°—1300° C. Na základě těchto pokusů lze zajisté právem souditi, že též deformace orthoklasu syenitu táborského nastaly za vysoké teploty, dokud byl orthoklas blízký svému bodu tání, tedy brzo po vykrystalování jeho. Zajímavo jest, že z četných jehlic rutilových, jež v orthoklasu jsou uzavřeny, toliko některé jsou ohnuty, kdežto jiné prostupují zonou ohybu bez jakékoli poruchy. Snad možno vysvětliti trhlin prosté ohnutí živců domněnkou, že v blízkosti bodu tání nabývá substance povahy poddajné, viskosní.[29]) Četná zrna orthoklasu nejsou sice prohnuta, ale vykazují undulosní zhášení.

Že tlak mocný působil též po utuhnutí syenitu, dokazuje rozšířená kataklasa různé intensity. U méně porušených vzorků pozorujeme účinek jeho teprve mikroskopem. Součásti jsou prostouply hrubými puklinami, zhášejí undulosně a od krajů jsou odrceny. Takovouto proměnu lze pěkně spatřiti v syenitu na levém břehu Lužnice proti Matoušovu mlýnu, kdež zrna pyroxenu jsou z krajů odrcena v drobné úlomky, jež tvoří kolem nich věnec. Kdežto zbytky zrn pyroxenu jsou čerstvé, jsou odrcená zrnka do značné míry zakalena až i stěží průhledna, nezřetelných barev interferenčních. Kde zrna pyroxenu tvoří těsně srostlé aggregáty, tam obejímá odrcená zona celý aggregát.

Silnějším stadiem kataklasy jest okatý sloh horniny, jak jej nalézáme na četných místech v údolí Lužnice. Součásti světlé a temné rozděleny jsou v nesouvislé, vespolek celkem rovnoběžné vrstvičky, dle nichž se hornina típá; plochy břidličnatosti jsou však značně nerovné. Na lomu příčném lze spatřiti, kterak světlé vrstvičky jsou rozděleny v řadu protáhlých, čočkovitých útvarů, jež proužky temné obejímají, těsně k nim se přimykajíce. Pěkné vzorky takto deformované horniny lze sebrati na př. u *Ješova* mlýna, u mlýna *Venduláková* a j. Biotit na břidličnatých plochách těchto vzorků obyčejně netvoří plástviček, leč toliko velmi drobné šupinky;

---

[28]) Z. Z. phys. Chemie 1906. *54*. 33.

[29]) „Es scheint, daß der Übergang aus dem krystallinischen Zustand in den amorphen zumeist im viskösen Zustande vor sich geht.“ (C. Doelter, T. M. p. M. *22*. 1903. 298.)

kde pak vyskytne se větší lupének (zpravidla ohnutý až zkroucený), jest obklopen zonou složenou z jemných, odrcených šupinek. Takováto silná kataklasa postinla i ostatní součásti, čímž hornina nabývá (zvl. lupou pozorována) slohu drobně zrníčkovitého, cukerného.

Zvláště silné účinky kataklastické spatřiti můžeme při leukokratických žilách povahy aplitické a pegmatitické, jichž často veliké množství a na všech takořka místech prorážejí syenitem. Některé z žil těch dosahují šířky sotva několika *mm* či *cm*, jiné dosahují šíře 20—50 *cm*. Žíly tyto mívají při hranici se syenitem zonu bohatou biotitem, syenit pak na styku se žilou má stavbu rovnoběžnou s rozhraním; alternují v něm proužky temné, složené hlavně z biotitu a (druhotného) amfibolu, s proužky světlými, bělavými až nažloutlými, složenými hlavně z živce. Šířka temných proužků obnáší 1—2 *mm*. Světlé proužky jemnozrnné bývají asi téže šířky, za to hrubozrnější bývají až 1 *cm* široké a méně pravidelné.

Ve výbrusech, pořízených ze styků aplitické žíly a syenitu shledáme, že jemnozrnná kontaktní zona syenitu rovnoběžné stavby složena jest z rozdrcených součástí syenitu. Nalézáme tu jemné šupinky biotitu (0·05—0·2 *mm* velké), rozemletím lupénků a plástviček vzniklé, vrstevnatě svojí basí do jedné roviny uložené, drobné sloupky a stébla (druhotného) amfibolu, uložené též svým protažením do roviny vrstevnatosti; úlomky živců dosahují velikosti 0·05—0·1 *mm*. V hrubozrnnějších vrstvičkách jsou velká zrna živcová (hl. orthoklasová) a křemenná, undulosně zhášející, obklíčena proužky jemnozrnné drtě; mezi velkými zrny nalézáme jednak orthoklasy pocházející ze syenitu (s přečetnými vrostlicemi mikroperthitickými a jehlicemi rutilovými), jednak orthoklasy, pocházejicí z aplitických žil bez rutilových jehlic a obyčejně i bez vřetenitých vrostlic albitových.

Z popisu těchto poruch při žilách leukokratických, syenitem prorážejících, vyplývá, že syenit po utuhnuti vystaven byl mohutnému tlaku, jenž měl za následek v místech nejsilnějšího působení deformačních sil vznik puklin a rovnoběžné stavby, až i úplné rozdrcení součástí. Do mnohých takto uvolněných partií horniny vniklo magma apliticko-pegmatitických a příbuzných žilnatin. Že i po jejich utuhnutí dály se v místech těch pohyby, dosvědčují odrcená zrna aplitu a pegmatitu, nalézající se mezi zrny syenitovými v zoně kataklastické, dosvědčují však i četné žíly aplitické, jež bývají rozmačkány resp. mnohonásobně násilně zkrouceny.

V některých částech horniny, tak na jihovýchodní stráni táborské, pod klokotským klášterem v údolí Lužnice a jinde shledáváme, že pyroxen mění se v amfibol. Přeměnu tu nalézáme v syenitu v různě pokročilých stadiích: někde toliko v začátcích, tak, že zrna pyroxenu jsou toliko z krajů změněna v amfibol, jindy ve stadiu prokočilém s málo zbytky pyroxenu, až konečně amfibol tvořívá dokonalé pseudomorfosy. Příčinou přeměny té jest snad z části chemické působení magmatu, jak později bude doloženo; mnohé však důvody (mezi jinými též lokální ráz přeměny) mluví pro domněnku, že přeměna ta aspoň částečně způsobena

IV.

byla účinkem později do horniny vniknuvších plynů a par postvulkanických, provázejících asi mladší injekce apliticko-pegmatitické. Že proměna pyroxenu v amfibol vskutku závisí (alespoň z části) na přítomnosti puklin, jež umožňovaly vnikání postvulkanických emanací do horniny, dokazuje pěkně jeden ze vzorků, sebraných v lomu u papírny. V něm pozorujeme již prostým okem úzké, celkem rovnoběžné šmouhy, způsobené zákalem součástí, hlavně živců; šíře šmouh dosahuje až 1 *mm*, místy se však zúžují. Ve výbruse lze mikroskopem postřehnouti, že místy nejsilnějšího zákalu táhnou se ve šmouhách těch stopy puklin, od nichž na obě strany dál se rozklad živců; jím způsobený zákal (v prostupujícím světle špinavě hnědožlutý) vytrácí se do vnitra živcových zrn, čím dále od pukliny, tím jest slabší. Lupénky biotitu, jež v této zakalené zoně leží, zůstávají zcela čerstvé, za to však pyroxenová zrna v zakalené zoně ležící jsou proměněna zcela v amfibol. Zrna pyroxenu ležící opodál vykazují proměnu tu slabší, nejvýše od krajů a puklin.

Amfibol, vznikající z pyroxenu, jest slohu stébelnatého, barvy bledě zelené, zřetelně pleochroický mezi barvou žlutě zelenou a modře zelenou. Lom amfibolu jest nižší ve všech polohách, nežli lom acetylentetrabromidu [30]) ($n = 1{\cdot}641$ pro světlo *Na*), náleží tudíž k aktinolitu.

Že nejedná se při vzniku amfibolu o přeměnu atmosferiliemi, dokazuje jednak biotit, jenž zůstává při této přeměně zcela čerstvý, ač atmosferiliemi záhy bledne a mění se ve chlorit, jednak zkušenost z hornin jiných, že větráním pyroxenu nikdy amfibol nevzniká.

Mnozí z petrografů vykládají přeměnu pyroxenu v amfibol jako následek horského tlaku, tedy jako produkt dynamometamorfosy.[31]) Ač, jak bylo uvedeno, souvisí v syenitu táborském přeměna pyroxenu v amfibol s existencí trhlin, tedy také tlakem vzniklých poruch, umožňující agenciím postvulkanickým vstup do horniny, nelze za to míti, že by tlak v našem případě byl příčinou přeměny. V četných případech nestačila deformační síla ani na pronikavější kataklasu či na rovnoběžný sloh, není tedy myslitelno, že by byla mohla způsobiti tak intensivní přeměnu molekulární. Vskutku též E. Weinschenk[32]) považuje přeměnu pyroxenu v amfibol za produkt processů pneumatolytických, J. de Lapparent[33]) pak totéž dokázal pro gabbrodioritické horniny od Saint-Quay-Portrieux, v nichž rovněž byly pyroxeny proměněny v amfibol emanacemi, provázejícími intrusi apliticko-pegmatitickou.

Na počátku přeměny vzniká jemně vláknitý amfibol, jenž tvoří kolem pyroxenu obrubu a vniká i do vnitra jeho; vertikály obou bývají zhusta

---

[30]) Porovnáváno methodou Beckeho. Viz určení lomů různých druhů amfibolů, analysovaných Penfieldem a Stanleyem: Z. f. Kr. *54*. 1914. 1

[31]) Rosebusch (l. c. I, 2. 1905. 151, 206.) U. Grubenmann (Die kristallinen Schiefer, I. 1904. 43).

[32]) E. Weinschenk, Allgemeine Gesteinskunde 1902. I. 118—119.

[33]) l. c. (pozn. 15.).

rovnoběžné. Zvláště rychle přeměna pokračuje, utrpělo-li zrno pyroxenové kataklasou a je-li na okrajích rozdrceno v zonu jemně zrnitou. V této vytvoří se nejdříve amfibol v podobě přečetných jemných jehliček, jimiž zona ta jakoby byla zakalena. Některá zrna pyroxenová, když se byla zcela změnila v amfibol, jsou pseudomorfována aggregátem různě orientovaných zrn. Aggregáty některé mají obrys valně nepravidelný, zhusta však omezení jich zachovává věrně podobu původních obrysů sloupečkovitých (hypersthenu). Jindy pseudomorfuje pyroxenové zrno jedinec vláknitého amfibolu; jemná vlákénka jeho přesahují často přes okraj pseudomorfosy, roztřepávajíce se štětičkovitě.

Zdá se, že se hypersthen rychleji mění v amfibol nežli monoklinický pyroxen, neboť zbytky tohoto se často nalézají pospolu s amfibolovými pseudomorfosami, zbytky hypersthenu však nikoli.

V některých pseudomorfosách amfibolických nalézáme lístečky hnědě zelenavého až rezavě zelenavého biotitu. Pravdě podobně jest tento sekundární, současný s amfibolickou pseudomorfosou; možno, že jeho *Al* pochází z podílu sesquioxydů diallagu, jeho však podíl *K* byl zajisté agenciemi přeměnu způsobivšími přinesen. Není ostatně nemožno, že část pseudomorfos amfibolových vznikla též *magmatickou* přeměnou pyroxenu.[34]) Amfibol však i takovýchto pseudomorfos jest nižšího lomu nežli 1·641, tedy v každém případě chudý na sesquioxydy.

Sekundárně, zajisté z podílu *Ti*, obsaženého v hypersthenech, vznikl titanit v podobě zrnek až 0·3 *mm* dlouhých a 0·2 *mm* širokých. Větráním amfibolu vzniká chlorit. Biotit rovněž mění se ve chlorit, jehož lupénky ukládají se mezi lístky biotitu, mají barvu zelenou a znatelný pleochroism mezi jasnými tony žlutě zelenými. Dvojlom chloritu jest velmi nízký, obyčejně s anomální (indigově modrou) barvou interferenční. Pyroxeny, větrajíce, též přecházejí ve chlorit, jenž nevykazuje pleochroismu, upomínaje svojí strukturou smyčkovitou na serpentin.

V syenitu nalézáme na více místech — tak na př. v údolí Lužnice pod klokotským klášterem — uzavřeniny obyčejně velikosti vlašského ořechu, temnější nežli jest okolní hornina. Plástvičky a lupénky biotitu (tyto obyč. kol 1 *mm* veliké) vystupují porfyrovitě z jemnozrnné hmoty, tvořené v podstatě týmiž součástmi jako okolní syenit; rozdíl jest toliko v poměru bledých a temných nerostů, any tyto mají převahu. Z temných součástí jsou to šupinky biotitu, 0·1—0·2 *mm* veliké, z části v pennin se měnící a amfibol, jehož fysikální vlastnosti i způsob výskytu dokazují, že vznikl přeměnou z pyroxenu tak, jako výše popsaný amfibol v syenitu samém. Aggregáty amfibolické obsahují v sobě uzavřeny šupinky bioti-

---

[34]) M. Slavíková popisuje zcela analogickou proměnu diallagu v modravě zelený amfibol a biotit (z gabbrodioritu od Horních Břežan, Věstník Král. Č. spol. nauk 1904, č. 27, str. 11 násl.). Příčinu přeměny vidí autorka v působení magmatu na pyroxen. Viz též: V. Rosický, tamtéž, 1901 č. 30, str. 21; T. G. Hornung, Bul. soc. fr. de min. 1907. (Sep. str. 77.)

tické; snad jest tu opět co činiti s magmatickou promenou pyroxenu. Mezi součástmi světlými převládá orthoklas vývinu mikroperthitického, podobný jako v syenitu; řídký jest plagioklas i křemen. Mezi součástmi nepodstatnými vyniká zvláště apatit, který činí sloupečky až 0·33 *cm* dlouhé a 0·1 *mm* široké; dosti hojné jsou i jehlice rutilové.

Není pochyby, že právě popsané temnější uzavřeniny jsou toliko nejstarší vyloučeninou magmatickou, basičtější odštěpeninou syenitického magmatu.

Dlužno zmíniti se ještě o nehojných zrnech čirého (ve výbrusu) nerostu, jenž dle všech známek náleží kordieritu. Nalezen byl tu a tam jak v syenitu normalním, tak i v basických vyloučeninách v podobě zrnek za čerstva zcela čirých, jindy navětralých až silně zvětralých, a při tom více méně zakalených. Podoba průřezů jest obdélníkovitá až šestiboká, velikost od 0·15 do 0·5 *mm*, nejčastěji kolem 0·3 *mm*. Průměrný lom zrnek těch jest vyšší nežli lom orthoklasu, o něco však nižší nežli křemene, dvojlom nejvyšší je velmi blízký dvojlomu křemene. Obdélníkové průřezy zhášejí rovnoběžně ku svému omezení, ráz délky jest negativní. Na řezech, jež vedeny jsou skoro kolmo k jedné z os optických, lze zjistiti negativní ráz dvojosého obrazce nerostu.

Při větrání objevuje se v zrnech těchto zákal, jenž tvořen jest při silnějším zvětšení patrnými šupinami muskovitu, na příčných řezech vysoce dvojlomnými; uspořádány jsou obyčejně nepravidelně, tu a tam však tvoří dva systemy řad šikmo až skoro kolmo se křížící.

Vedle popsaných basičtějších vyloučenin syenitového magmatu nalézáme v syenitu místy uzavřeniny asi stejné velikosti (zvící vlašského ořechu), barvy šedo- až hnědozelené dosti temného odstínu, jež od okolní horniny se ostře odrážejí. Ve směsi drobných zrn lze pozorovati plástvičky biotitu až ½ *cm* veliké. Hlavním složivem těchto uzavřenin jest amfibol, vedle něhož pozorujeme něco křemene, apatitu, titanitu a málo živce, namnoze silně rozloženého (orthoklasu i plagioklasu). Biotitové lupénky nesou stopy velmi pronikavé resorpce; na jejich okrajích laločnatých možno pozorovati množství zrnek titanitových, jež pravděpodobně vznikly při resorpci z podílu *Ti*, v biotitech obsaženého. Okraje biotitické bývají též zakaleny neprůhlednou temně hnědou substancí, jež vniká po štěpných trhlinách i dále do lupénku, a jež jest asi též produktem magmatické resorpce. Silné prohnutí a zvlnění lupénků dokazuje i účinek mechanických sil. Amfibol tvoří zrna různé velikosti; některá měří až 0·5 *mm*, jiná však toliko 0·04—0·02 *mm*. Mezi oběma extremy jsou arci četné přechody. Barva amfibolu v obyčejném světle jest světle modrozelená, žlutavě zelená až hnědožlutá, s pleochroismem dosti slabým ale zcela zřetelným: Na průřezech příčných, s velmi zřetelnými trhlinami štěpnými dle m (∞) $\| \overline{b}$ = rezavě zelený až zelenohnědý, $\| a$ = velmi bledě žlutavý až žlutozelený. Na průřezech svislých, vedených asi dle b (0 ∞) pro směr bližší c = rezavě až modravě zelený. Zhášení na řezech, blízkých klinopinakoidu, jest na

amfibol velmi šikmé, až *ca* 32°. Některé průřezy amfibolu mají sloh vláknitý jako amfiboly syenitu z pyroxenu vzniklé, u těch jest zhášení menší, pro amfiboly obvyklé. Lom amfibolu jest sblížený lomu acetylentetrabromidu (1·641); v některé poloze mají průřezy lom o něco vyšší, v jiné o něco nižší. Dle vlastností těchto jedná se o obecný, sesquioxydy obsahující amfibol. Zvláštní jest veliké množství velmi drobných zrníček křemene, jež amfibolem prorůstají, zdá se, mikropegmatiticky. Z okolnosti, že amfibol uzavírá v sobě vedle apatitu a drobných lupénků biotitu i hojná zrnka titanitu, možno souditi, že vznikl až po resorpci biotitu, jíž titanit svůj vznik děkuje. Kolem uzavřenin apatitových, zvláště však kolem zrnek titanitu vytvořeny jsou v amfibolu velmi zřetelné dvůrky pleochroické. Tyto jsou temnější nežli ostatní zrno, a zvláště v posici větší absorpce nápadně se odlišují od něho. V posici slabší absorpce zrna mají dvůrky barvu světle žlutohnědou, v posici silnější absorpce temně až černě zelenohnědou; šířka dvůrku činí 0·01—0·02 *mm*; 0·02 *mm* široká zona pozorována byla též kolem okrouhlé šupinky biotítu. Kde dvůrky zastižery byly průřezem excentricky, takže zrnko, kol něhož se utvořily, není jím zasáhnuto, mají podobu okrouhlých skvrnek, dosahujících až 0·05—0·07 *mm* v průměru. Takovýchto dvůrků, bývá v průřezech amfibolu tolik, že se jimi stávají skvrnité.

Z ostatních součástí nejhojnější ještě jest křemen, tvořící jednak idiomorfní krystalky, jednak allotriomorfní výplně, dále sloupky apatitu, dosahující až 0·4 *mm* délky a 0·2 *mm* šířky. Řídká jsou zrna orthoklasu a plagioklasu.

Dle značně odchylných vlastností těchto uzavřenin od syenitu i jeho basičtějších vyloučenin lze zajisté právem souditi, že vznikly assimilací úlomků cizích (snad slinitých sedimentů) magmatem syenitovým.

* * *

Syenit z různých míst táborského okolí má celkem složení monotonní; čím liší se vzorky různých nalezišť od sebe, jest velikost zrna, plástevnatost či šupinatost biotitu, stavba všesměrná či více nebo méně rovnoběžná, různý poměr součástí a pod. Buďtež tu krátce vytčeny znaky některých vzorků:

Syenit od Dobré Vody pochází ze skalek, vystupujících v polích západně od Dobré Vody u Klokot. Jest to hornina jemnozrnná, lupou rozlučitelná s nehojnými, porfyricky vynikajícími plástvičkami biotitu (až 7 *mm* velkými) a tabulkami orthoklasu. Sloh je všesměrný, bez jakékoli stopy po uspořádání rovnoběžném.

Celková barva horniny jest dosti temně šedá s tonem do zelenava. Od normálního syenitu táborského liší se hornina tato malým množstvím biotitu. Hirschwaldovým okularem zjištěn poměr součástí: 30·5 pyroxenu: 8·0 biotitu: 61·5 orthoklasu + plagioklasu + křemene. Zají-

mavo jest, že poměr součástí barevných ku bledým jest v podstatě stejný, jako v normálním syenitu, toliko biotitu ubylo ve prospěch pyroxenu.

Pyroxen jest většinou hypersthen, tvořící nepříliš dokonalé, kratší či delší sloupečky, obyč. 0·2—0·4, zřídka 0·9 *mm* dlouhé a nejčastěji kolem 0·1—0·2 *mm* široké; vrostlic lupenitých, příznačných pro hypersthen, nemá, jeví však velmi zřetelný pleochroismus v tonech výše zmíněných. Diallag má morfologické i fysikální vlastnosti podobné, jako v normálním syenitu. Tvoří zrna obyčejně kolem 0·4 *mm*, zřídka 1 *mm* veliká a 0·3—0·5 *mm* široká, mnohočatným srůstem dle *a* (∞0) lamelovaná.

Biotit jest ve dvojím vývinu; mladší, tvořící aggregáty, rostl též zde na útraty pyroxenu.

Orthoklas tvoří zrna většinou drobná, mikroperthitického vývinu, přibližně isometrická, často s náběhem k rovnému omezení. Měřívá v průměru kolem 0·3—0·5 *mm*; řidší jsou lištovitá zrna, měřící až přes 1·5 *mm* délky. Plagioklasu jest málo, rovněž křemene.

Vedle hojných tenkých rutilových jehlic nalézají se v této facii syenitové četná zrnka i krystalky rutilu. V propadajícím světle jest slabě průhledný, zřetelně ač nepříliš silně pleochroický. V řezech dle hlavní osy byla pozorována dle ω žlutě červenohnědá až žlutavě rezivěhnědá barva, dle ε červenohnědá až temně rezavěhnědá. Ve světle napadajícím vykazuje rutil lesk polokovový. Na příčných řezech větších krystalů lze pozorovati osu optickou.

Krystaly mají podobu sloupců dlouze prismatických, omezených — jak na příčných řezech zřejmo — tvary *m* (∞) a *a* (∞ 0), na konci pyramidou.[35]) Délka sloupečků bývá 0·3—0·6 *mm*, šířka 0·04—0·1 *mm*. Sloupce bývají napříč rozpukány, ba i přeraženy, části pak jich nedaleko sebe v zrnech živce uzavřeny; z toho lze souditi, že rozdrcení krystalů jest protoklastické, a nastalo v magmatu ve stavu již polotuhém.

Rutil nalézá se uzavřen ve všech podstatných součástech, sám však uzavírá sloupečky apatitu. Nerost tento nutno tudíž považovati za starší vyloučeninu magmatickou.

Na cestě z Makova do Třemešné nalezen v polním lomu syenit hrubozrnnější, nežli jest u papírny; živcové destičky v něm dosahují až 1 *cm* délky, biotit tvoří ojedinělé lupénky, nikoli plástvičky. V jednom lupénku biotitu nalezena byla ve výbruse zajímavá uzavřenina vejčitého tvaru, stýkající se na jedné straně s okolními součástmi; jest asi 0·5 *mm* dlouhá a 0·25 *mm* široká. Uzavřeninu tvoří aggregát útvarů kulovitých až oválných, z nichž každý skládá se z velmi jemných vlákenek radialně uspořádaných. Jeden z útvarů říznut jest centralně, na něm pak lze pozorovati, že utvořil se kolem sloupku apatitového jako centra. Vlákna jedinců útvarů těch jsou tak jemná, že zhášení probíhá plynule celým útvarem. V řezech,

[35]) V jednom případě měřen byl úhel stran pyramidálního zakončení na 49° přibližně, což odpovídá základní deuteropyramidě *e* (01) (49° 58 vypoč.).

v nichž skupina jedinců říznuta jest kolmo k ose optické, lze zjistiti positivní ráz dvojlomu. Lom vláknitého nerostu jest značně vyšší nežli amfibolu, dvojlom rovněž vysoký. Pravděpodobně náležejí vláknitě-radialní útvary pyroxenu, jenž vykrystaloval kol sloupků apatitových; tím, že byl aggregát ten lupénkem biotitu skoro úplně uzavřen, byl uchráněn též před proměnou v amfibol, jíž ostatní pyroxeny podlehly.

Mezi Třemešnou a Mezdříčem, v údolí potůčku vlásenického nalezeny byly balvany syenitu, bohatšího křemenem nežli táborský. To platí zvláště o hrubozrnnější odrůdě, jejíž plástvičky biotitu dosahují až přes 5 *mm* v průměru, živcová zrna pak až 4—5 *mm* délky; možno ji nazvati *křemitým syenitem biotito-pyroxenickým.*

Jemnozrnnější facies horniny, jež spolu se vyskytá, má o něco drobnější zrno, nežli vzorky od papírny u Tábora. V ní nalezeny byly velmi pěkné příklady resorpce pyroxenu mladším biotitem (tab. obr. 5.).

Opětovně nalezeny byly sloupečky hypersthenu, jež obrůstalo jednotné zrno jednoklonného pyroxenu.

Syenit od Bálkovy Lhoty (z lomu asi 5 min. na východ od obce) jest značně hrubozrnný, zvláště bohatý orthoklasem. Biotitu i pyroxenu jest méně, nežli v syenitu u Tábora. Orthoklas tvoří zrna až 5 *mm* dlouhá a 2·5 *mm* silná; plagioklasu jest málo. V jednom zrnu orthoklasu nalezen byl protáhle šestiboký průřez nerostu toliko uprostřed spoře prosvítajícího barvou červenohnědou, velmi vysokého lomu; delší jeho průměr měřil 0·24 *mm,* kratší 0·17 *mm.* Pravděpodobně náleží průřez ten slídě ilmenitové. Ilmenitu snad náleží též četná drobná zrnka rudní hexagonalního obrysu, dosahující v průměru 0·01—0·05 *mm.*

Syenit od Padařova (z lomu, ležícího na j. od vsi) podobá se značně typickému syenitu od Tábora. Mikroskopicky jej vyznačuje dokonale rovnoběžná stavba, která poukazuje na primární uspořádání součástí jich protažením do jedné roviny, mikroskopicky pak nepřítomnost mladšího biotitu, ve vějířovité aggregáty se kupícího.

Syenit od Drahnětic (z lomu, ležícího v úhlu mezi silnicí jistebnicko-opařanskou a odbočkou k Padařovu) liší se od syenitu táborského úbytkem hypersthenu a nedostatkem mladšího biotitu vějířovitého; též jehlic rutilových jest méně. Pyroxen — skoro jen diallag — mění se od krajů v amfibol.

Též drahnětický syenit jeví stopy rovnoběžné stavby, způsobené asi již za tuhnutí účinkujícím tlakem; nasvědčuje tomu undulosní zhášení zrn orthoklasu a křemene.

Přechodní hornina od Radkova.

Na sz. od Radkova při cestě jižně od cô 599 nalézají se mělké lomy na horninu barvy v celku modrošedé, prostouplou četnými žilami aplitickopegmatitickými.

Hornina ta složena jest makroskopicky z biotitu (vedle něho jest i něco muskovitu), zelených zrnéček a sloupečků pyroxenu a amfibolu a bělavých až žlutavých zrnek živce a křemene. Stavba horniny jest dosti zřetelně rovnoběžná jednak uspořádáním lupénků biotitických do jedné roviny, jednak střídáním se (na příčném lomu) nesouvislých, přibližně rovnoběžných proužků bledých a temných součástí. Dle roviny vrstevnatosti jest hornina dosti dobře břidličnatá. Na plochách břidličnatosti tvoří temné součásti skrvny a proužky laločnatých a nepravidelných obrysů, jež obejímají, mnohonásobně se rozvětvujíce a opět anastomosujíce, rovněž nepravidelně omezené partie bledých součástí, živce a křemene. Místy přechází tato rovnoběžná stavba ve stavbu všesměrně zrnitou.

Celkový, již makroskopický vzhled této horniny liší se podstatně od syenitu táborského, má však nápadnou podobnost s granodioritem od vrchu Dehetníku u Orlova, o němž později bude řeč. Ježto ve znacích mikroskopických blíží se tato hornina od Radkova jednak táborskému syenitu, jednak granodioritu od Dehetníku, označena jest shora jakožto přechodní hornina mezi obèma typy.

Složivo horniny jest: Biotit, monoklinický pyroxen, amfibol, plagioklas, orthoklas, křemen, epidot.

Biotit tvoří ve výbruse lupénky až 1 *mm* široké a 0·4 *mm* silné, obrysů obyčejně nepravidelných, laločnatých; tu a tam však lze pozorovati i náběh k omezení rovnému.

Vedle lupénků velikých lze spatřiti skupinky též drobnějších lupénků, dosahujících 0·3—0·5 *mm* v průměru. Na rozdíl od biotitu táborského syenitu jsou lupénky této horniny velmi zřídka kdy vývinu rostitého; též apatitových vrostlic jest tu méně, pleochroické pak dvůrky kolem nich jsou slabší. Vějířovitých aggregátů mladšího biotitu v hornině od Radkova není.

Pyroxen jest v hornině zastoupen zrny diallagu, často značné velikosti (3 *mm* délky, 1 *mm* šířky). Omezení jeho jest většinou allotriomorfní, tu a tam toliko lze pozorovati oproti živcům hranici rovnější. Velmi četné jsou jemné, ostré pukliny dle *a* (∞ 0), křížící se s hrubšími puklinami dle *m* (∞). Zrna pyroxenu bývají od štěpných puklin silně zakalena vločkovitou, šedavou vyloučeninou, jíž se průřezy často stávají až neprůhlednými,

Čerstvý diallag jest čirý až slabě nazelenalý; neobsahuje nikdy ani vrostlic lupenitých ani jehlic rutilových, uzavírá však lupénky biotitu, tu a tam pak i zrnko křemene.

Hypersthenu jest velmi málo, místy drobná jeho zrnka podobají se spíše zbytkům větších jedinců. Snad pyroxen, z něhož amfibol se vytvořil, náležel většinou k hypersthenu.

Amfibol tvoří aggregáty, složené z drobných až i velmi drobných stébel a zrnek obrysů laločnatých, do sebe zasahujících, allotriomorfních; za to obrysy aggregátů bývají rovné, naznačujíce zcela zřetelně sloupkovitý, pyramidalně ukončený tvar nerostu původního, z něhož aggregátní amfibol

vznikl. Jak výše podotčeno, byl to asi z velkého dílu hypersthen; pro domněnku tu mluví též zkušenost získaná na syenitu táborském, že zrna hypersthenová jsou vesměs v amfibol změněna, kdy diallag jest ještě v hojných zbytcích přítomen.

Též diallag vykazuje proměnu v amfibol. Přeměna počíná od krajů, v mnohých pak průřezech zasáhá již hluboko do zrna. Amfibolové aggregáty jsou provázeny množstvím drobných lupénků biotitických.

Barva amfibolových zrn uvnitř aggregátu jest bledě zelená, podobná aktinolitu ze syenitu táborského; na krajích však četných aggregátů pozorována byla zrna sytěji zbarvená, jež mají v obyčejném světle barvu modrozelenou a silný pleochroismus mezi barvou zelenavě modrou (dle směru blízkého ose *ć*) a žlutozelenou až zelenožlutou (dle směru skoro kolmého k *ć*). Obojí však amfibol, bledězelený i modrozelený, náleží k amfibolům obecným, an světelný lom jich jest v některých posicích o něco nižší, v jiných o něco vyšší nežli lom acetylentetrabromidu. (1·641).

Zcela podobné aggregáty dvojího amfibolu známy jsou i ze žuly středočeského massivu žulového; zbytky pyroxenových zrn, jež v nich nalézáme, dosvědčují, že aggregáty vznikly jich přeměnou.[36])

Z okolnosti, že přeměnou pyroxenu vznikají amfiboly obsahující dosti sesquioxydů, lze souditi, buď že pyroxeny ty samy jsou dosti bohaty kovy trojmocnými, nebo, že přeměna byla magmatická, magma pak účinkovalo chemicky, poskytnuvši prvky dotyčné. Poslednější eventualita jest pravděpodobnější, neboť vnější, temněji zbarvená zona zrnek amfibolových v aggregátech dokazuje, že během proměny pyroxenu v amfibol měnilo se chemické složení tohoto. Zjev řečený jest vysvětlitelný jen tehdy, předpokládáme-li spolupůsobení magmatu, jehož složení a tedy i chemické působení se během krystalisace měnilo.

Plagioklasu jest více, nežli v táborském syenitu. Lom jeho jest o něco nižší, tu a tam o malinko vyšší nežli střední lom křemene. Tvoří tabulky dle *M* (0∞) asi isometrické, až 2—3 *mm* veliké a 1 *mm* silné; nejčastější jich velikost jest kolem 0·5 *mm*. Zdvojčatění plagioklasových zrn děje se hlavně dle zákona albitového, též však současně dle zákona periklinového. Zajímavo jest, že lamelování živců neprochází celým zrnem, nýbrž se před jeho ukončením vykliňuje, nebo vyvinuto jest toliko na jednom cípu zrna, v ostatku však chybí. Tento zjev nebyl nikdy pozorován u táborského syenitu, za to však shledáme se s ním v typickém vývoji u granodioritu od Dehetníku. Omezení plagioklasů jest na řezech dle *M* (0∞) obyčejně allotriomorfní, na příčných řezech oproti křemeni a orthoklasu zhusta dosti idiomorfní. Dle optických vlastností náleží řadě oligoklas-andesinové. Dosti hojně srůstá plagioklas s křemenem v útvary myrmekitické.

---

[36]) Na př. v žule od Žampachu u Jílového. (V. Rosický, Věstník Kr. Č. sp. nauk 1901, č. *30*. str. 21.)

V plagioklasu uzavřena jsou zrnka amfibolu, šupinky biotitu, sloupky apatitu a něco idiomorfních zrnéček křemene.

Orthoklas tvoří zrna allotriomorfní, až i několik *mm* veliká, zdvojčatělá zhusta dle zákona karlovarského. Uzavírá starší součásti, biotit, pyroxen, plagioklas i zakulacená zrnka křemene, nikdy však není uzavřenin těch takové množství, jako v orthoklasu táborského syenitu; zvláště nejsou přítomna drobná zrnka pyroxenová, tak hojná u tohoto. Albitové mikroperthitické vrostlice jsou v některých zrnech přítomny, jsou však nestejnoměrně v nich rozšířeny, takže celé partie zrna jsou jich prosty. Též něco rutilových jehlic bylo v orthoklasech zastiženo. Jak albitových vrostlic, tak i rutilových jehlic jest však v radkovské hornině nepoměrně méně, nežli v táborském syenitu.

Křemen z největší části jest nejmladším nerostem, vyplňujícím mezery mezi ostatními součástmi. Jest ho více, nežli v syenitu táborském a méně nežli v granodioritu z Dehetníku. Idiomorfní zrnka křemene uzavřena jsou v osthoklasu, plagioklasu, ba i pyroxenu.

Sled součástí liší se poněkud od táborského syenitu. Nejstarší podstatnou součástí radkovské horniny jest biotit, jehož lupénky jsou uzavírány velkými průřezy diallagu. Diallag jest starší živců, mezi nimiž opět dříve krystalovaly plagioklasy nežli osthoklas. Nejmladší součástí jest hlavní množství křemene; jednotlivá však zrna tohoto, idiomorfní, uzavřena jsou v plagioklasech, ba i v pyroxenech, vznikal tedy ve více obdobích. Anomalní tyto poměry ve vylučování součástí odpovídají, jak patrno, zcela poměrům u syenitu táborského. Lze právem míti za to, že doby vývinu jednotlivých součástí do sebe zasahovaly. Tak pozorovány byly i lupénky biotitu, jež zřejmě řídily se obrysy pyroxenových zrn.

Že na horninu tuto působil tlak — pravděpodobně v době jejího vzniku — dokazuje sloh do značné míry rovnoběžný, slabé prohnutí zrn živcových, hlavně plagioklasových, dosti silné zhášení undulosní živců a křemene i konečně odrcení zrn, tu a tam pozorované.

Z popisu horniny jest zřejmo, že má řadu znaků, jimiž podobá se syenitu táborskému, naopak však mnohé jí chybí resp. sbližují horninu tu s granodioritem od Dehetníku, jemuž se i makroskopickým habitem valně podobá.

Granodiorit od Dehetníku.

Hornina tato pochází z čerstvě rozstřílených skalek, jež se nalézaly v loukách severně pod vrchem Dehetníkem *cô* 676. (*jz* od Borotína) v místech, kde se kříží cesta z Borotína do Orlova s cestou z Pykova do Lhoty Kamenné.

Granodiorit jest zrna prostředního, barvy z dálky šedivé s tónem jdoucím slabě do zelenava. Součásti světlé, křemen a živec, tvoří laločnaté až i okrouhlé skupinky, kol nichž vinou se proužky součástí temných,

pyroxenu, biotitu a amfibolu, rozvětvujíce a opět spojujíce se a naznačujíce tím způsobem stavbu okaté podobnou.

Podstatným složivem horniny jest biotit, dioosid (amfibol), plagioklas, orthoklas a křemen. Vedlejší součásti jsou: ruda, apatit, druhotně vzniká chlorit, titanit. Sloh jest holokrystalický, hypidiomorfní.

Methodou H i r s c h w a l d o v o u zjištěn byl tento poměr součástí:

5 pyrox. + amf. : 19·8 biot. : 75·2 živ. + křem.; poměr temných součástí ku světlým jest tedy 24·8 : 75·2, čili 1 : 3; dle toho jest dehetnická hornina daleko leukokratičtější nežli syenit táborský; $h = 2{\cdot}76$.

Z daleka již patrny jsou basičtější partie, zvící pěsti až hlavy, zhusta zakulaceného obrysu, ostře se od ostatní horniny odrážející. Barva těchto temných, šmouhovitých vyloučenin jest daleko temnější vlastní horniny, jsouc z povzdálí černozelená. Obsahují vyloučeniny ty velmi hojné šupinky biotitu a sloupečky temně zeleného amfibolu. Součástí temných jest více, nežli světlých. Temné součásti tvoří skupinky, z nichž se rozbíhají proužky a výběžky, obejímající jednotlivé krystaly živcové i aggregáty jejich zrn. V basických těchto vyloučeninách nelze spatřiti ani stopy po rovnoběžné stavbě.

Methodou H i r s c h w a l d o v o u bylo naměřeno:

26·4 amf. : 28·5 biot. : 45·1 živ. + křem. čili poměr temných a světlých součástí jest 54·9 : 45·1. Na rozdíl od vlastní horniny pozorujeme v basických šmouhách zvláště hojně amfibolu (resp. pyroxenu, z něhož tento se vytvořil); jak z čísel patrno, jsou basické vyloučeniny femičtější nežli táborský syenit. S těmito výsledky jest ve shodě i vyšší hustota $h = 2{\cdot}94$.

Biotit tvoří lupénky 0·5—1 *mm* veliké a asi 0·5 *mm* silné, barvy (s plochy) červenohnědé. Pleochroismus příčných řezů jest velmi nápadný: dle štěpných trhlin jest barva temně červenohnědá, kolmo k nim světle žlutohnědá. Kolem vrostlých sloupečků apatitových vyvinuty jsou dvůrky pleochroické. Omezení biotitických lupénků jest hypidiomorfní. Plochy spodové jsou zpravidla vyvinuty, postranní však plošky obyčejně nikoli; obrysy lupénků proto jsou allotriomorfní, velmi zřídka lze pozorovati hranice rovné. Stopy resorpce a pozdějšího růstu jakož i vějířovité aggregáty nebyly nikdy pozorovány.

Biotity jeví sledy mechanických sil. Lupénky jejich jsou zprohýbány, vykazujíce undulosní zhášení a undulosní pleochroismus, časem jsou i zlomeny.

Sekundárně mění se biotit ve chlorit; na příčných řezech tohoto pozorujeme silný pleochroismus: rovnoběžně se štěpnými trhlinami jest barva modře až aquamarinově zelená, kolmo k nim velmi bledě zelená. Dvojlom na basi jest takořka roven nule, na řezech příčných vystupují anomalní indigové barvy interferenční.

Dvůrky pleochroické, jež v biotitech věnčí apatitové vrostlice, zachovány jsou velmi typicky i v sekundárním chloritu; v posici slabší absorpce

jsou barvy bledě žlutozelené, ztrácejíce se skoro úplně, v posici silnější absorpce pak jsou skoro černé. Na puklinách chloritu nalézáme přečetné aggregáty drobných, nepravidelných zrnek, jež dle barvy, pleochroismu, vysokého lomu a dvojlomu nutno považovati za titanit. Ježto nenalézá se v biotitu, lze právem souditi, že vznikl druhotně z biotitu při přeměně jeho v chlorit.

Pyroxen jest diopsid velmi bledě zbarvený, žlutohnědý s tónem do zelena. Trhliny dle štěpnosti prismatické jsou valně hrubé; jemných trhlin dle orthopinakoidu u pyroxenu toho není.

Zrna diopsidu jsou sloupcová dle pásma vertikalního, v něm pak jeví i dosti značný idiomorfismus; pólové ukončení bývá často allotriomorfní, tu a tam však oproti živcům a křemeni lze pozorovati omezení rovné. Oproti biotitu jsou zrna pyroxenová jednak idiomorfní, jednak však řídí se jejich obrysy resp. uzavírají lupénky biotitu v sobě. Pyroxen dosahuje velikosti značné, až 1 *mm* délky a 0·5 *mm* šířky. Na jednom příčném průřezu bylo dobře viděti vedle štěpnosti prismatické, skoro pravoúhle se křížící, též štěpné trhliny dle klinopinakoidu. Největší úhel zhášení podélných průřezů obnáší asi $39\frac{1}{2}^0$.

Většinou jsou zrna pyroxenová — alespoň od krajů — změněna v amfibol v obyčejném světle žlutozelený, pleochroický mezi barvou modravě zelenou ($\parallel \gamma$), žlutozelenou se slabým tónem do hnědava ($\parallel \alpha$) a hnědě zelenou ($\parallel \beta$).

Na štěpných lupéncích dle *m* (∞) zháší pod úhlem $16\frac{1}{2}^0$, lom jeho jest o něco vyšší, nežli 1·641, náleží tudíž amfibol ten do řady amfibolů obecných. Vzhledem ku všeobecnosti přeměny pyroxenu v amfibol a vlastnostem tohoto možno za to míti, že v této hornině přeměna ta jest magmatického rázu.

Možno nalézti různá stadia přeměny, zcela annalogická jako v táborském syenitu. Některé pseudomorfosy amfibolu po pyroxenu tvořeny jsou jediným zrnem amfibolovým, jiné celým aggregátem zrn prstovitě do sebe zasahajících. Pyroxenová zrna bývají rozpukána hrubými trhlinami nepravidelnými, po nichž zvláště šíří se do vnitř zrn jemně rozptýlený zelenavý zákal.

Plagioklas tvoří zrna více méně isometrická, tabulovitá, dle *M* (0∞), omezená vůči orthoklasu a křemeni často do značné míry idiomorfně, navzájem však nepravidelně; vůči biotitu jsou zrna plagioklasová vždy allotriomorfní, vůči pyroxenu (resp. z něho vzniklému amfibolu) ve většině případů. Zrna zdvojčatěna jsou hojně dle albitového i periklinového zákona, v mnohých řezech lamely dle obou zákonů těch skoro pravoúhle se kříží. U četných zrn pozorovány byly různé anomalie ve vývinu dvojčatných lamel. Tak pozorována byla zrna, jež z jednoho kraje svého jsou lamelována, dvojčatné lamely však nedostihují kraje druhého, vykliňujíce se znenáhla. U zrn jiných pozorujeme vývin lamel z obou protilehlých okrajů zrn, ty pak se do vnitř zrna stále zužují až zcela vykliňují; střední partie

zrna jest pak lamel zcela prostá. Mnohé lamely se před vykliněním náhle zužují. U jiných opět zrn plagioklasových pozorováno bylo ohnutí lamel dvojčatných, provázené někdy trhlinou v zrnu, jindy však zcela trhlin prosté. Všechna zrna, jevící některou z vypsaných anomálií v lamelování, zhášejí undulosně.

Obr. 2.

Ve více zrnech plagioklasových pozorováno bylo přerušované lamelování, dokazující přesvědčivě souvislost mezi tímto a mechanickými poruchami. Buďtež tu popsány dva typické příklady.

Prvé zrno, 1·3 *mm* dlouhé a 1·2 *mm* široké, mnohočatně lamelované (s četnými úzkými a ostře vyvinutými lamelami), prostoupeno jest asi uprostřed hrubou, nerovnou trhlinou, jež postupuje v celku kolmo na lamelování. V některých částech zrna procházejí lamely nerušeně přes puklinu v téže podobě i šíři. Jsou to ty, jež existovaly před vznikem pukliny. Na více místech zrna však jsou lamely vyvinuty různě v jedné a druhé části, před a za puklinou. Některé lamely vyvinuty jsou toliko v jedné části, končí na puklině, nepřecházejíce do části druhé; jiné zdánlivě pokračují přes puklinu, leč při silnějším zvětšení bedlivým pozorováním zjistíme, že podoba a šíře lamel v polovině jedné neodpovídá podobě a šíři v polovině druhé: široká lamela v polovině jedné končí na puklině, v jejím pokračování za puklinou spatřujeme místo ní jednu nebo dvě lamely úzké; jindy lamela v části jedné jest pošinuta oproti směru lamely v části druhé. Že nejedná se však o jednoduché vržení lamel dvojčatných následkem puknutí zrna, patrno již z té okolnosti, že sledu lamel v části jedné (co do jich vzdálenosti a šíře) neodpovídá sled lamel v části druhé, jak při pošinutí dle pukliny by tomu musilo býti. Zhášení zrna jest undulosní.

Druhé zrno (1·2 × 0·9 *mm*) (výkr. 2.) jest zastiženo skoro kolmo k jedné ose; zhášení jeho jest undulosní. Středem zrna jde trhlina dost rovná, dělící je ve dvě poloviny. Na jednom místě, kde tyto od sebe poněkud odstávají, vyplněna jest úzká mezera křemenem. Zrno obsahuje nečetné, dosti široké lamely dvojčatné, obrysů nepříliš ostrých. Lamely dvojčatné stojí přibližně kolmo k puklině. V jedné polovině dosahují lamely z většího dílu kraje zrna, stávajíce se namnoze čím dále od pukliny tím méně zřetelnými; některé se před krajem zrna zcela vytrácejí. V druhé (na obr. horní) polovině zrna pozorujeme toliko na jednom konci zrna lamely, prostupující až ku kraji. Většinou jsou lamely krátké, daleko užší, těsně u sebe seřazené, mířící od pukliny do vnitř zrna a záhy se jemně zašpičatělými hroty vykliňující. Jak z obrazce 2. jest patrno, jdou v obou polovinách lamely stejným směrem, jinak však

neshodují se ani podobou ani posicí, takže samostatnost lamelování obou polovin jest zřejmá.

Analogické anomalie v lamelování plagioklasů popisuje L. v. Werveke[37]) z olivinického noritu od pobřeží Labradoru a z olivinického gabbra ze Store Bekkafjordu v Norsku. Werveke soudí, že v případech těchto, v nichž zjevna jest závislost lamelování dvojčatného na mechanických poruchách, jde o lamelování sekundární, vyvolané tlakem.[38]) Pro sekundární, tlakem vyvolané lamelování vyslovuje se též Judd.[39]) I náš příklad mluví rozhodně ve prospěch domněnky v. Werveke-Juddovy; u prvějšího zrna z obou výše popsaných nastalo asi dříve puknutí, načež tlakem (zvláště jedné poloviny, vykazující lamely u trhliny přerušené) bylo vyvoláno sekundární lamelování dvojčatné. U zrna druhého způsobil tlak, že zrno puklo, po obou pak stranách pukliny v jedné i druhé půlce vytvořily se v zoně tlakové sekundární lamely. Pravděpodobně i zrna, jež obsahují vykliňující se lamely, vděčí tuto vlastnost účinkům tlaku; k bližšímu objasnění bylo by zapotřebí speciálních pokusů.

Lom plagioklasu jest vesměs vyšší nežli lom kanadského balsamu, často však nižší, nežli ω křemene; štěpné lupénky, získané ze zrnek těchto živců, mají ve všech polohách nad nikolem lom nižší, nežli 1·552 (lom oleje anýzového ve světle sodíkovém), úhel zhášení pak lamel albitových $1^3/_4{}^0$. Dle vlastností těchto náleží k oligoklasu, směsi asi $Ab_{80}\ An_{20}$.

Hojná jsou však též zrna s lomem větším nežli 1·552, jsou-li lamely albitové kolmo postavené ku chvění dolního nikolu, a menším, nežli 1·552, jsou-li lamely rovnoběžné nikolu. Zhášení albitových lamel na (001) obnáší $2^1/_2{}^0$. Tyto vlastnosti poukazují na adensin asi o složení $Ab_{60}\ An_{40}$.

Tu a tam konečně lze nalézti i zrna, jichž štěpné lupénky mají ve všech polohách lom vyšší, nežli 1·552; zhášení jejich albitických lamel obnáší $4^1/_2{}^0$—5^0. Zrna ta náleží basičtějším členům řady andesinové, přecházejíce již do řady labradoritové. Jich složení jest blízké směsi $Ab_{50}\ An_{50}$. Na vhodných řezech ve výbruse lze potvrditi tato určení pomocí optického rázu, jenž jest u kyselejších oligoklasových jedinců záporný u basičtějších andesinů kladný.

Velikost zrna plagioklasů jest různá; dosahují až 0·75—2·5 *mm* v průměru.

Sekundárně mění se plagioklasy v jemně šupinatý muskovit, jenž jest místy v takovém množství nahromaděn, že průřezy plagioklasové stávají se neprůhledné.

Uzavřeninami v plagioklasech jsou lupénky biotitu, zrnka amfibolu a křemene (dosti dokonale idiomorfního). Myrmekitické srůsty plagioklasu a křemene jsou méně hojné, nežli v syenitu táborském; jsou starší orthoklasu.

---

[37]) N. Jhb. f. M. etc. 1883. II. 97—101.

[38]) Nechává nerozhodnutu otázku, jedná-li se o vznik lamel nových nebo přeměnu již stávajících. Okolnost arci, že v jedné části vyskytují se lamely, do druhé nepokračující, svědčila by, tuším, pro vznik nových lamel.

[39]) Ref. N. Ihb. f. M. etc. 1886. I. 67.

IV.

Orthoklas tvoří zrna často velmi značných rozměrů, více méně isometrická až tabulovitá dle *M* (0∞), hojně zdvojčatělá dle zákona karlovarského. Rozměry jsou obyčejně 1—1·5 *mm*; dosahují však až i 5 *mm* délky a 2 *mm* šířky. Hranice zrn vůči ostatním součástem jsou nerovné. Uzavírá zrnka plagioklasu až 0·5 *mm* dlouhá a 0·25 *mm* široká, a zrnka křemene as kolem 0·25 *mm* dlouhá; uzavřeniny ty jsou idiomorfní. Albitické vřetenité vrostlice jsou, podobně jako v přechodní hornině od Radkova, nahromaděny nestejnoměrně v partiích orthoklasových zrn, celkem však v množství daleko menším, nežli v syenitu táborském. Jehlice rutilové v granodioritu dehetnickém nebyly pozorovány.

Odkrytý výbrus leptán byl HF a na to barven anilinovou modří; plagioklasové průřezy zbarvily se modře, kdežto orthoklasové zůstaly netknutými. Množství obou druhů živců jest asi stejné.

Křemen jest z největšího dílu allotriomorfní, nejmladší vyloučeninou. Jest daleko hojnější, nežli v syenitu táborském.

Titanit tvoří jednotlivá či ve skupinky shluklá zrnka obyč. *ca* 0·1 *mm* veliká (zř. až 0·2 *mm*) obrysů z největšího dílu allotriomorfních. Pleochroismus zrnek jest zřetelný mezi barvou narůžovělе žlutou a růžově hnědavou, lom i dvoljom vysoký.

Apatit tvoří tyčinkovité krystaly zcela podobné, jako v táborském syenitu.

Ruda jest zastoupena nečetnými zrny idiomorfně omezeného pyritu.

Temné, basičtější šmouhy, jež u granodioritu se vyskytají, podobají se jakostí svých součástek zcela vlastní hornině; hlavní rozdíl spočívá ve větším množství součástí temných oproti světlým.

Nutno zmíniti se o poměru dvou nejstarších součástí podstatných, biotitu a pyroxenu. Nalezena opětovně zrna pyroxenu, mající vůči lupénkům biotitickým omezení idiomorfní a naopak taková, jež lupénky biotitu v sobě uzavírala. Lze z toho souditi, že jest biotit (podobně, jako v přechodní radkovské hornině) sice starší, že však na konci jeho periody počal již krystalovati pyroxen.

O silném tlaku, jenž panoval během krystalisace horniny i po ní, svědčí uspořádání součástí do proužků nerovných, místy zhruba rovnoběžných, jakož i hojné deformace součástí: ohnutí lamel plagioklasových, undulosní zhášení, sekundární lamely plagioklasů, zprohýbané lupénky slídy, kataklase součástí světlých i temných.

* * *

Kdežto jižní úbočí vrchu Bukovce (cô 657. jz. od Borotína) skládá se z porfyrovitého granititu prostředního zrna (součásti podstatné: biotit, orthoklas, kyselý plagioklas, křemen; nepodstatné: apatit, granát), objevuje se na jeho vrcholi hornina, jež upomíná makroskopicky i mikroskopicky na granodiorit z úbočí Dehetníku; od tohoto liší se větší zachovalostí součástí — zvláště zrn pyroxenových jest více. Podstatné součásti

jsou: biotit, pyroxen, plagioklas, orthoklas, křemen (druhotný jest amfibol). Nepodstatné součásti jsou apatit, cirkon, pyrit. Kol zrnek cirkonu vytvořeny jsou v biotitech pleochroické dvůrky daleko zřetelnější nežli kol sloupečků apatitových.

Mechanické účinky tlaku jsou též v této hornině patrny, právě jako v dehetnickém granodioritu. Zvláště zřetelná deformace byla pozorována na jednom zrnku plagioklasovém (1 *mm* × 0·5 *mm*) (tab. obr. 6.). Podoba zrna jest přibližně ellipsovitá; na jednom konci svém (na fotografii v pravo dole) jest zrno prostouplé puklinou, dle níž menší část oproti větší jest pošinuta, jak lze dobře rozpoznati na četných dvojčatných lamelách. Větší část zrna sama nejeví puklin, ač její lamely dvojčatné jsou ve střední partii dvojnásob prohnuty. Čím blíže k oběma koncům zrna, tím lamely jsou méně prohnuty, až přecházejí v normální, rovné. Pohled na fotografii průřezu poučuje nás, že deformaci popsanou způsobil aggregát křemenných, silně undulosně zhášejících zrn, jenž byl vtlačen do střední partie zrna plagioklasového; z druhé strany nalézající se součásti jeví též silné mechanické poruchy. Z důvodů dříve již uvedených lze za to míti, že deformace plagioklasu nastala za vysoké temperatury, když nalézal se ve stavu poloplastickém.

O chemické povaze syenitu od Tábora a granodioritu od Dehetníku.

Obě svrchu zmíněné horniny podrobeny byly výzkumu chemickému; exaktní analysy obou provedllaskavě p. prof. české techniky Jos. Hanuš.

a) *Sycnit od Tábora.*

V následující tabele značí: I. analysu syenitu táborského; II. přepočet na součet 100% po odečtení H_2O a P_2O_5; III. molekulárné objemy; IV. přepočet jich na součet 100; V. výpočet kovových prvků; VI. přepočet jich na součet 100.

		I.	II.	III.	IV.		V.	VI.
SiO_2		58·87%	59·29%	0·9882	63·31%	Si	98·82	53·98%
TiO_2		0·83	0·84	0·0105	0·67	Ti	1·05	0·57
Al_2O_3		14·81	14·92	0·1463	9·37	Al	29·26	15·99
Fe_2O_3		0·00	0·00	—	—	Fe	6·54	3·57
FeO		4·68	4·71	0·0654	4·19			
MnO		0·21	0·21	0·0030	0·19	Mn	0·30	0·17
CaO		4·37	4·40	0·0786	5·04	Ca	7·86	4·29
MgO		5·79	5·83	0·1457	9·33	Mg	14·57	7·96
K_2O		6·29	6·33	0·0673	4·31	K	13·46	7·35
Na_2O		3·45	3·47	0·0560	3·59	Na	11·20	6·12
							183·06	100·00%
H_2O	hygr.	0·25	—	—	—			
	chem.	0·62	—	—	—			
P_2O_5		0·15	—	—	—			
		100·32%	100·00%	1·5610	100·00%			

V diskussích dalších přičten jest vždy podíl TiO_2 ku SiO_2 (resp. *Ti* ku Si) a MnO ku FeO.

Z dat těchto plynou následující hodnoty Rosenbuschových jader:

I.	$(Na\,K)\;Al\;Si_2$	= 53·88%
II.	$Ca\;Al_2\;Si_4$	= 8·82
III.	$R''\;Si$	= 29·46
V.	Si	= 7·84
		100·00%

Č = 156, Č. k. a. = 183·06

Vzorec Loevinson—Lessingův zní:

$$2{\cdot}8\;\overline{RO}.\;R_2O_3.\;6{\cdot}6\;SiO_2.$$
$$\alpha = 2{\cdot}28,\quad \beta = 57{\cdot}1$$
$$R_2O : RO = 1 : 2{\cdot}4.$$

Osannovy hodnoty jsou:

$$A = 7{\cdot}90,\; C = 1{\cdot}47,\; F = 17{\cdot}28.$$

Vzorec horniny zní:

$$S_{63\cdot98}\;a_{5\cdot93}\;c_{1\cdot10}\;f_{12\cdot97}\;n_{4\cdot54}\;m_{7\cdot31};\;\varkappa_{0\cdot95}$$

Dále pak: [40])

$$S\,Al\,F = 20{\cdot}84 : 3{\cdot}05 : 6{\cdot}11$$
$$Al\,C\,Alk = 12{\cdot}60 : 6{\cdot}78 : 10{\cdot}62$$
$$N\,K = 4{\cdot}54,\;M\,C = 6{\cdot}49$$

Analysa i diskusse, provedená dle způsobu Rosenbuschova, Loevinson-Lessingova i Osannova potvrzují diagnosy mikroskopického výzkumu. Z jader Rosenbuschových vysvítá, že hornina naše jest chudá křemenem, nebohatá živci vápenatými, bohatá však živci alkalickými a temnými, metasilikatovými sloučeninami. Srovnáváme-li jádra táborské horniny s jádry, plynoucími z čísel kovových atomů Rosenbuschovy učebnice,[41]) shledáme, že hornina naše shoduje se dosti dobře se syenitem slídnatým (typus „Erzenbach“) od Frohnau ve Schwarzwaldu; jest této poněkud chudší alkalickými živci, za to bohatší součástmi temnými.

Hodnoty Loevinson-Lessingovy odpovídají horninám střední kyselosti („mesitům“), α pak a poměr $R_2O : RO$ poukazuje zřetelně na syenity.

Z hodnot Osannových hodí se k diskussi zvláště čísla $S\,Al\,F$, $Al\,C\,Al\,K$, $N\,K$ a $M\,C$, any obsažné tabelly výše citované Osannovy

[40]) A. Osann, Petrochemische Untersuchungen. Heidelberg 1913. 6.
[41]) Elemente der Gesteinslehre 1901. str. 190, 191.

práce usnadňují velice srovnávání. Na základě poměrů : *S Al F* a *Al C Alk* možno táborskou horninu klásti do blízkosti syenitu z Frohnau (ve shodě s výsledkem na základě jader Rosenbuschových získaným).

Z výše uvedených rozpočtů lze snadno určiti systematické postavení naší horniny i rozhodnouti o oprávněnosti názvů, jež byly jí v literatuře dány.

Naprosto neodůvodněno jest a složení nerostnému i chemickému se příčí označení „žula“, jak jest ihned patrno z nízké hodnoty jádra *Si*, Loevinson-Lessingova quotientu α i veličin Osannových, hl. *s* a *S*.

Leč ani název „diorit“ není přiléhavý, any živce táborské horniny náleží z většího dílu orthoklasu. Ve složení chemickém prozrazuje se tento ráz horniny nízkou hodnotou jádra $Ca\ Al_2\ Si_4$, dále veličin *c*, *Al C Alk* i *N K* rozpočtu Osannova. Hodnota *a* Osannova vzorce jest u dioritů ve většině případů nižší nežli u táborského syenitu, za to jsou *n* a *c* dioritu vždy vyšší.[42])

Šafránkovo označení horniny jakožto „kersanton“, tedy lamprofyr, budí již z geologického hlediska pochybnosti, ježto pod jménem tím si představujeme žilné horniny od svého okolí se ostře lišící. Jak vysvítá ze statí předešlých, tvoří táborský syenit mohutný massiv, jenž se směrem ku hranici žulové i k dehetnickému granodioritu mění a v typy ony přechází. Leč ani ze stanoviska chemického není označení „kersantit“ správné. Jak poučuje tabela III. díla Osannova,[43]) mají kersantity skorem vesměs značně nižší *S* a *Alk*, naopak však vyšší *C*, *F* a *N K* nežli syenit táborský.

Jisté vztahy, jichž nelze přehlédnouti, vykazuje hornina naše k minetám. V ohledu morfologickém jest to náběh ku slohu porfyrickému, vyjádřený dvojí generací biotitu,[44]) v ohledu chemickém pak podobají se hodnoty *S Al F* a *Al C Alk* dosti značně číslům, platícím pro minetu z Wehrtalu ve Schwarzwaldu (jež má o něco větší *C*, menší však *N K* a *M C* nežli táborský syenit). Většinou mají arci minety menší *S* a *Alk*, větší pak *C* a *F* nežli syenit táborský. Ostatně tytéž důvody geologické, jež byly uvedeny proti názvu „kersantit“ mluví i proti názvu „mineta“.

Geologickým poměrům horniny táborské, dále i její nerostné a chemické skladbě nejlépe odpovídá označení „syenit biotito-pyroxenický“. Slídnatý syenit od Frohnau ve Schwarzwaldu[45]) má oproti táborskému syenitu o něco vyšší hodnotu *Al* vůči *CAlk*; též jeho *MC* jest poněkud větší. Čísla *a c f n* Osannova vzorce pro syenit táborský dosti dobře

---

[42]) Tsch. M. p. K. XXII. 1903, str. 412.

[43]) l. c. str. 158, 159.

[44]) Tendenci biotitu, tvořiti útvary rostité, nalézáme též v minetě od Žampachu. (V. Rosický, Věstník Kr. Č. sp. nauk 1901, č. *30*. str. 7.)

[45]) Osann l. c. 121.

odpovídají těmže hodnotám pro syenit augiticko-slídnatý od Reichensteinu ve Slezsku;[46]) toliko *s* jest u tohoto vyšší.

b) *Granodiorit od Dehetníku.*

V tabele následující znamená: I. analysu granodioritu; II. přepočet na 100% po odečtení H_2O a P_2O_5; III. molekulární objemy; IV. přepočet jich na součet 100; V. výpočet kovových atomů; VI. přepočet těchto na součet 100.

		I.	II.	III.	IV.		V.	VI.
SiO_2		63·47%	63·90%	1·0650	69·21%	Si	106·50	59·19%
TiO_2		0·63	0·63	0·0079	0·51	Ti	0·79	0·44
Al_2O_3		15·67	15·78	0·1547	10·05	Al	30·94	17·19
Fe_2O_3		0·00	0·00	—	—	Fe	5·69	3·17
FeO		4·07	4·10	0·0569	3·70			
MnO		0·54	0·54	0·0076	0·49	Mn	0·76	0·42
CaO		3·65	3·67	0·0655	4·26	Ca	6·55	3·64
MgO		3·00	3·02	0·0755	4·91	Mg	7·55	4·20
K_2O		5·27	5·31	0·0565	3·67	K	11·30	6·28
Na_2O		3·03	3·05	0·0492	3·20	Na	9·84	5·47
H_2O	hygr.	0·06	—	—	—		179·92	100·00%
	chem.	0·63	—	—	—			
P_2O_5		0·09	—	—	—			
		99·33%	100·00%	1·5388	100·00%			

V diskussích opět připočteno bylo vždy TiO_2 k SiO_2 a MnO k FeO.

Z dat uvedených plynou hodnoty jader dle rozpočtu Rosenbuschova:

I.	$(NaK)\ AlSi_2$	= 47·00%
II.	$Ca\ Al_2Si_4$	= 19·04
III.	$R''\ Si$	= 17·42
V.	Si	= 16·54
		100·00%

Č. = 153·88, Č k. a. = 179·92.

Vzorec Loevinson-Lessingův zní:

$$2{\cdot}1\ \overline{RO}\ .\ R_2O_3\ .\ 7{\cdot}1\ SiO_2.$$

$$\alpha = 2{\cdot}78,\ \beta = 43{\cdot}66,\ R_2O : RO = 1 : 1{\cdot}9.$$

Osannovy hodnoty jsou:

$$A = 6{\cdot}87,\ C = 3{\cdot}18,\ F = 10{\cdot}18.$$

Vzorec horniny zní:

$$s_{69{\cdot}2}\ a_{6{\cdot}8}\ c_{3{\cdot}1}\ f_{10{\cdot}1}\ n_{4{\cdot}66}\ m_{6{\cdot}81};\ \varkappa = 1{\cdot}20.$$

[46]) T. M. p. M. XIX. 1899. 39.

Dále pak:

$$SAlF = 22{\cdot}46 : 3{\cdot}24 : 4{\cdot}30$$
$$AlCAlk = 14{\cdot}24 : 6{\cdot}03 : 9{\cdot}73$$
$$NK = 4{\cdot}66,\ MC = 5{\cdot}35.$$

Jádra Rosenbuschova dokazují, že hornina dehetnická stojí na rozhraní mezi horninami žulového a dioritického rázu. Na prvé upomíná značně vysoká hodnota jádra I. alkalického, kdežto jádro II. anorthitové, a III. metasilikátové jest vyšší nežli u žul tomu zpravidla bývá. Veličiny ty při bližují naši horninu křemitým dioritům, s nimiž má ona své V. jádro (*Si*) společné.[47])

Dle koefficientu kyselosti α náleží hornina dehetnická mezi „acidity" Loevinson-Lessinga, dle poměru $R_2O : RO$ pak do oddělení magmatu granodioritického, do něhož náleží též křemité (grano-)diority.

K témuž výsledku konečně dospějeme, postupujeme-li diskussí Osannovou. Vzorec horniny vykazuje značné podobnosti se vzorcem křemitého dioritu (granodioritu) z Butte, jenž zní: $s_{69{\cdot}9}\ a_5\ c_{3{\cdot}5}\ f_{11{\cdot}5}\ n_{7{\cdot}1}\ m_{7{\cdot}8}$. Jak zřejmo, kloní se hornina naše více ku granitům, majíc vyšší o něco *a*, nižší však *c* a *n*.

Veličiny *SAlF*, *AlCAlk* i *MC* dehetnické horniny blíží se velmi značně hodnotám těchže veličin křemito-slídnatého dioritu z Hurricane ridge,[48]) pro nějž platí:

$$SAlF = 22{\cdot}5 : 3{\cdot}5 : 4;\ AlCAlk = 14 : 6 : 10.$$

$NK = 6{\cdot}2$, $MC = 5{\cdot}2$; rozdíl v chemickém složení obou hornin spočívá tedy jen v *NK*, jež u křemitého dioritu (Hurricane ridge) jest vyšší, nežli u horniny z Dehetníku, t. j. ona hornina jest bohatší albitickou molekulou nežli tato. Silná analogie obou hornin vysvítá i z procentních čísel chemické analysy, jak patrno z těchto dat, platících zmíněnému severoamerickému dioritu:[49]) SiO_2 63·97, Al_2O_3 15·78, CaO 3·71, MgO 2·84; odchylná data jsou: Fe_2O_3 2·35, FeO 1·87, K_2O 4·01, Na_2O 4·36.

Svoji žulovitou povahu prozrazuje dehetnická hornina opět převahou K nad Na. Z toho soudím, že nejvýhodnějším názvem pro horninu tu jest „granodiorit".

Uvážíme-li těsnou geologickou souvislost syenitu táborského a granodioritu od Dehetníku se žulou středočeského massivu i se žilami aplitickopegmatitickými, prorážejícími v přečetných žilách (hlavně) syenitem, srovnáme-li dále jádra jejich, nalézáme následující vztahy vzájemné:

---

[47]) Jádro toto obnáší na př. u banátitu 16·5%, u křem. dioritu z Piemontu 17·5%.

[48]) A. Ossam, l. c., str. 124 č. 211.

[49]) A. Osann, Beiträge zur chemischen Petrographie, II. T. 1905, str. 48, č. anal. 480.

	Syenit od Tábora	Granodiorit od Deh.
$NaKAlSi_2$	53·88	47·00
$CaAl_2Si_4$	8·82	19·04
R″Si	29·46	17·42
Si	7·84	16·54

Obě horniny ty dlužno považovati za odštěpeniny žuly středočeského massivu; v obou nalézáme hojně zastoupeno alkalické jádro, jež i ve složení žul má rozhodnou převahu. Syenit jest jádrem tím ještě bohatší nežli granodiorit. V ostatních jádrech se obě horniny podstatně rozcházejí: kdežto v syenitu jádro metasilikátové silně vystupuje, anorthitové však a křemenné naopak do pozadí ustupují na důkaz, že v hornině té jsou nahromaděny zvláště temnné součásti ve velkém množství, jsou v granodioritu všechna tři jádra řečená skoro v rovnováze, dokazujíce přírůstek plagioklasů sodnato-vápenatých a křemene a úbytek součástí temných u srovnání s táborským syenitem. S těmito výsledky stojí zajisté v plném souhlasu dříve uvedený, methodou Hirschwaldovou zjištěný poměr součástí v řečených horninách.

Temnější, basičtější šmouhy v táborském syenitu i dehetnickém granodioritu na jedné straně, aplitické pak a pegmatitické žíly na druhé dokazují, že differenciace žulového magmatu i dále pokračovala, hromadíc v jedněch horninách jádra součástí femických, v druhých jádra součástí salických.

Závěr.

Výsledky této práce lze shrnouti v následující věty:

1. Práce zabývá se horninami, tvořícími jihovýchodní okraj mohutného massivu středočeské žuly. Jednou z nich jest syenit biotito-pyroxenický od Tábora; hornina ta byla od badatelů dřívějších různě jmenována: žula, diorit, kersanton. Též hranice její oproti rule jsou v literatuře dosti různě udávány.

2. Velikost zrna i poměr součástí v táborském syenitu valně kolísají. Podstatné součásti jeho jsou: Biotit, pyroxen (monoklinický diallag a rhombický hypersthen), orthoklas; méně hojný až řídký jest plagioklas. Vedlejší součástí jest křemen, apatit, rutil, magnetit, ilmenit, pyrit; druhotně vznikají titanit, amfibol a obyčejné produkty rozkladu. Sloh jest holokrystalický, hypidiomorfní.

3. Vlastnosti jednotlivých součástí syenitu jsou: biotit tvoří jednak rozsáhlé lupénky a plástvičky, jevící zhusta stopy silné magmatické resorpce a tendenci tvořiti na okrajích i do vnitra (resorpcí) vyhlodaných otvorů útvary rostité, jednak vějířovité aggregáty tenkých lupénků biotitu mladšího. Náleží ku slídám II. tř., do blízkosti lepidomelanu.

Četné vrostlice apatitu v lupéncích biotitických vroubeny jsou zřetelným dvůrkem pleochroickým s absorpcí silnější nežli ostatní lupének biotitu. Dvojí generací biotitu naznačen jest sloh porfyrický. Vějířovité

aggregáty mladšího biotitu rostly na úkor pyroxenu, jenž jimi byl stravován. Hypersthen vykazuje často vláknitý sloh a jest (i ve výbruse) zřetelně pleochroický. Diallag má četné velmi ostré a jemné trhliny dle *a* (∞). Jak hypersthen, tak i diallag nesou zřejmé stopy magmatické resorpce. Plagioklas náleží z největšího dílu andesinu, tvořívá s křemenem ozdobné srůsty myrmekitické. Orthoklas obsahuje přečetné, velmi jemné, rovnoběžně vespolek orientované vrostlice albitické, podoby úzce vřetenité; jest to tedy mikroperthit. Křemen tvoří z největšího dílu poslední výplň, leč nalézáme též jednotlivá, často valně idiomorfní zrnka vrostlá v biotitu, plagioklasu a orthoklasu. Jak z literatury jest patrno, jest takovéto brzké vylučování krystalků křemenných význačné pro okrajní zonu středočeského massivu žulového. Rutil tvoří obyčejně přečetné, velmi jemné jehlice, jež vrostly jsou skoro do všech součástí; v pyroxenech a v orthoklasech pozorována byla jich zákonná orientace. Zajímavé jest cizí (?) zrnko pleonastu, obklíčené kelyfitickým věncem, složeným snad z mastku.

4. Nejstarší vyloučeninou magmatu jest část rudy, apatit a jehlice rutilové. Z podstatných součástí nejstarší jest pyroxen, po něm krystaloval starší biotit. V periodě následující pozorujeme, že nastala resorpce pyroxenů i biotitů, po níž vyvíjela se druhá generace biotitu na úkor pyroxenu; pro pyroxen tedy zůstaly podmínky i na dále nepříznivé. Průběhem dalšího tuhnutí krystalovaly plagioklasy, po té orthoklasy, konečně křemen. O krystalisaci tohoto i v dřívějších periodách učiněna shora zmínka.

5. Shledány byly četné známky, svědčící o silném tlaku, jenž působil během krystalisace i po ní: rovnoběžná stavba více méně zřetelně vyvinutá, hojnost drobounkých, idiomorfních zrnek a lupénků pyroxenu, živce, křemene a biotitu, anomální sled součástí a zjevy protoklastické (hl. plastické ohnutí živcových zrn, jež nastalo zajisté za teploty značně vysoké, blízké jejich bodu tání); o tlaku pozdějším svědčí různé zjevy kataklastické, jež — hl. v blízkosti žil aplitických — přecházejí až v úplné rozdrcení součástí; jindy účinek tlaku prozrazuje se na syenitu vznikem slohu okatého či na apliticko-pegmatitických žilkách mnohonásobným jich zvrásněním.

6. Velmi rozšířena jest přeměna obojího pyroxenu v aktinolitický amfibol. Proměna počíná od okrajů pyroxenových zrn a jest vázána z části na pukliny, jimiž proudily zajisté emanace posteruptivní. Jejich účinku nutno asi též proměnu onu na vrub přičísti. Možno ovšem, že z části proměna tato způsobena byla též chemickým působením neutuhlého ještě magmatu. Nasvědčují tomu lupénky biotitu, jež se vyskytují často v amfibolových pseudomorfosách po pyroxenu a pravděpodobně s nimi vznikly při proměně té za spolupůsobení látek z magmatu přistoupivších.

7. V syenitu nalézají se uzavřeny basičtější odštěpeniny magmatu, složené v podstatě stejně jako okolní, normální syenit. Vedle nich nalézáme však též uzavřeniny, složené podstatně z obecného amfibolu, vedle něhož vyskytá se něco lupénků biotitu a zrnek živce, křemene, titanitu,

apatitu. Tyto uzavřeniny snad možno považovati za produkt assimilace cizích, asi sedimentárních úlomků magmatem syenitickým. Zajímavé jsou nápadně silné pleochroické dvůrky zvláště kolem zrnek titanitových v amfibolu.

8. Z. od Dobré Vody vystupuje biotitem chudá, hypersthenem však bohatá facies syenitu. Rutil vyskytuje se v ní jednak v podobě útlých jehlic, jednak i sloupkovitých krystalků.

Dále vytčeny hlavní charaktery vzorků syenitu z těchto míst: z lomu mezi Makovem a Třemešnou; z údolí potůčka Vlásenického (mezi Třemešnou a Mezdříčem; syenit jest křemenem bohatší nežli týž od Tábora); z lomu u Bálkovy Lhoty; z lomu od Padařova (syenit jest stavby rovnoběžné; mladšího biotitu, tvořícího vějířovité aggregáty, tu není); z lomu od Drahnětic (syenit nemá rovněž mladšího biotitu, pyroxen jest skoro výhradně diallag).

9. U Radkova vystupuje hornina, stojící na přechodu mezi táborským syenitem a granodioritem od Dehetníku; tomuto se blíží již svým vzhledem makroskopickým. Na rozdíl od syenitu táborského jest biotit horniny té zřídka kdy rostitých okrajů, netvoří pak mladších, vějířovitých aggregátů. Hypersthenu jest velmi málo oproti diallagu (snad z něho hlavně tvořil se amfibol). Amfibolové aggregáty, obsahující i dosti šupin biotitu, jsou na okrajích tvořeny sytěji zeleným amfibolem nežli uprostřed. Amfibol náleží vesměs řadě amfibolů obecných. Pravděpodobně jedná se o magmatickou přeměnu pyroxenů, při níž magma působilo chemicky. Ve shodě s granodioritem od Dehetníku má hornina více plagioklasu a křemene, nežli táborský syenit; plagioklas má podobné zvláštnosti v lamelování, jako v granodioritu. Albitové vrostlice v orthoklasech a jehličky rutilové byly zastiženy v hornině radkovské v množství daleko menším, nežli u syenitu táborského. Nejstarší podstatnou součástí horniny jest biotit, podobně jako jest tomu u granodioritu dehetnického; sled součástí se tedy líší od sledu v syenitu táborském.

10. Granodiorit od vrchu Dehetníku (*jz* od Borotína) skládá se z biotitu, diopsidu, amfibolu, plagioklasu, orthoklasu, křemene. Vedlejší součásti jsou: ruda, apatit. Druhotně vzniká chlorit a titanit. Basičtější šmouhy liší se od vlastní horniny větším množstvím temných součástí. Biotit není nikdy resorpcí porušen, aniž jeví okraje rostité; též nebyly pozorovány vějířovité aggregáty mladšího biotitu. Diopsid mění se v amfibol obecný. Zvláště zajímavé jsou abnormalně vyvinuté lamely dvojčatné u plagioklasů, jež, zdá se, jsou v příčinné souvislosti s trhlinami zrny procházejícími a tudíž i s tlakem, jenž trhliny ony způsobil. Plagioklas náleží řadě oligoklasové a andesinové. Orthoklas obsahuje něco vřetenitých vrostlic albitových. Jehlic rutilových není v hornině. Sledem součástí svých podobá se granodiorit přechodní hornině od Radkova. — Zcela podobná hornina nalezena byla na vrcholi Bukovce (*cô* 657). Zvláště zajímavou plastickou deformaci jeví plagioklas.

IV.

11. Chemický rozbor a diskusse provedená dle methody Rosenbuschovy, Loevinson-Lessingovy a Osannovy dokazují příslušnost syenitu táborského i granodioritu dehetnického k magmatům grano-dioritickým. Obě horniny ty dlužno považovati za basičtější odštěpeniny magmatu středočeské žuly, jež jsou starší kyselých odštěpenin rázu apliticko-pegmatitického; žíly těchto prorážejí basičtějšími typy, zvláště na četných místech syenitu táborského. Příbuznost hornin těchto se žulou středočeskou dokumentuje zvláště pyroxen, v amfibol se měnící; na četných místech a v různých horninách středočeského massivu lze zjistiti příměs diopsidového resp. hypersthenového pyroxenu, amfibolové aggregáty pak amfibolických žul středočeských massivu zřejmě prozrazují, že z části děkují vznik svůj magmatické resorpci pyroxenu.

V Praze v lednu 1915.

Mineralogicko-petrografický ústav
české university v Praze.

VÝKLAD TABULKY.

Obr. 1. Lupének biotitu ze syenitu táborského (šikmo říznutý), s otvory resorpcí vyhlodanými a pozdějším růstem opět zacelovanými. Zvětšení 39tinásobné.

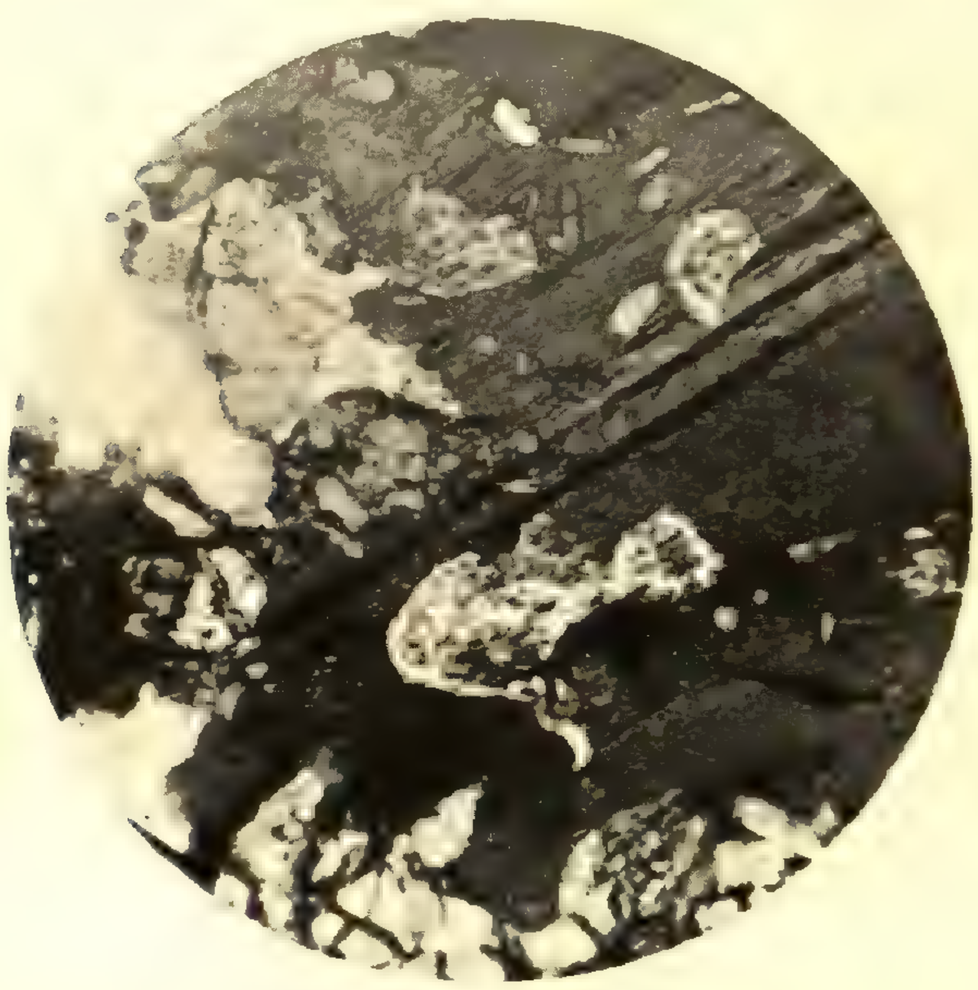
Obr. 2. Příčný průřez rostitým lupénkem biotitu ze syenitu táborského. Zvětšení 45tinásobné,

Obr. 3. Vějířovitý aggregát mladšího biotitu ze syenitu táborského. Zvětšení 47tinásobné.

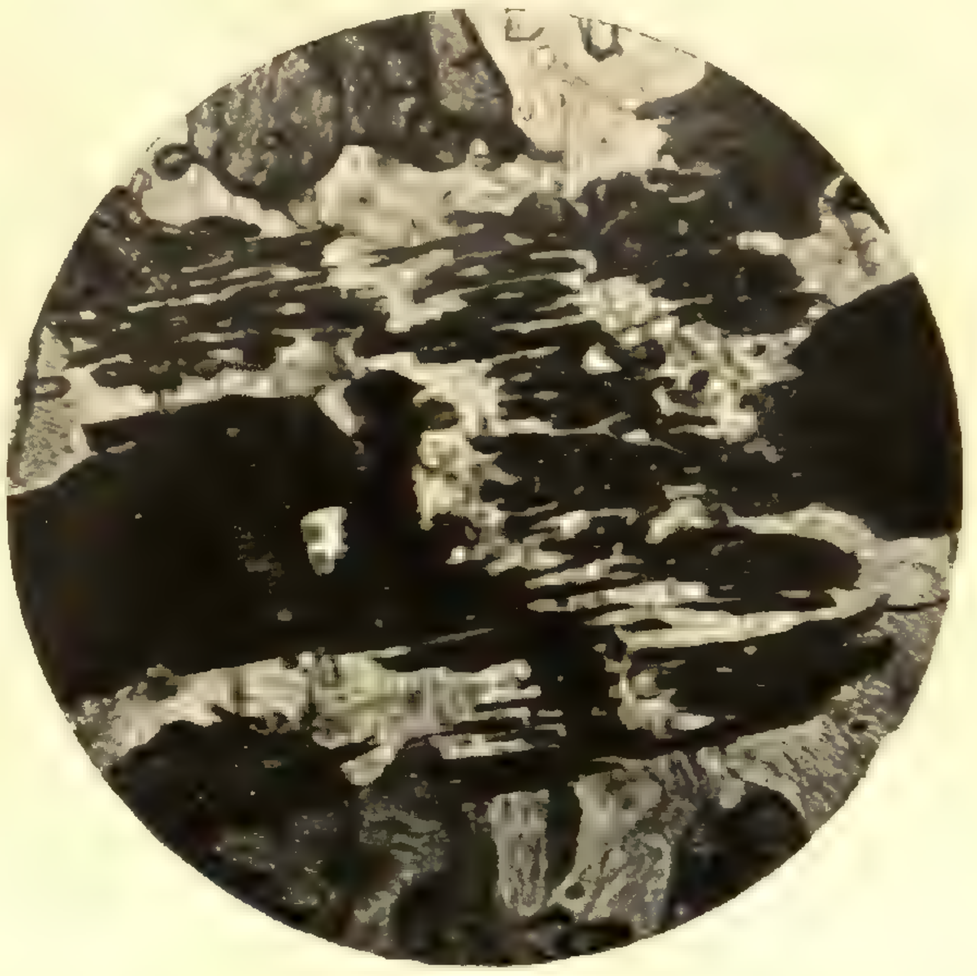
Obr. 4. Zrnko spinellové s věncem kelyfitickým ze syenitu táborského. Zvětšení 44tinásobné.

Obr. 5. Krystal hypersthenu, stravovaný rostoucím aggregátem mladšího biotitu ze syenitu z údolí potoka vlásenického (mezi Třemešnou a Mezdříčem). Zvětšení 91tinásobné.

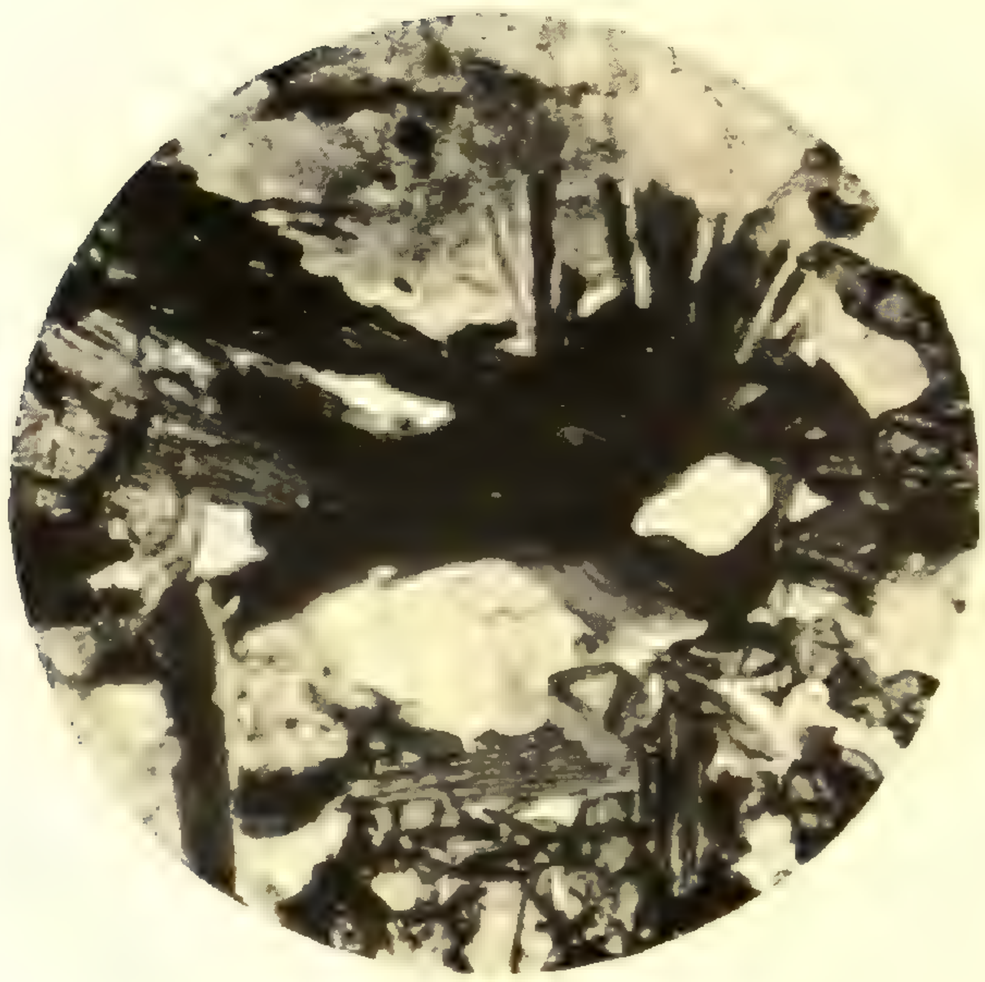
Obr. 6. Zrno plagioklasu, plasticky zdeformované. Dvojčatné lamely dvakráte ohnuty. Mezi × nikoly. Zvětšení 17tinásobné.



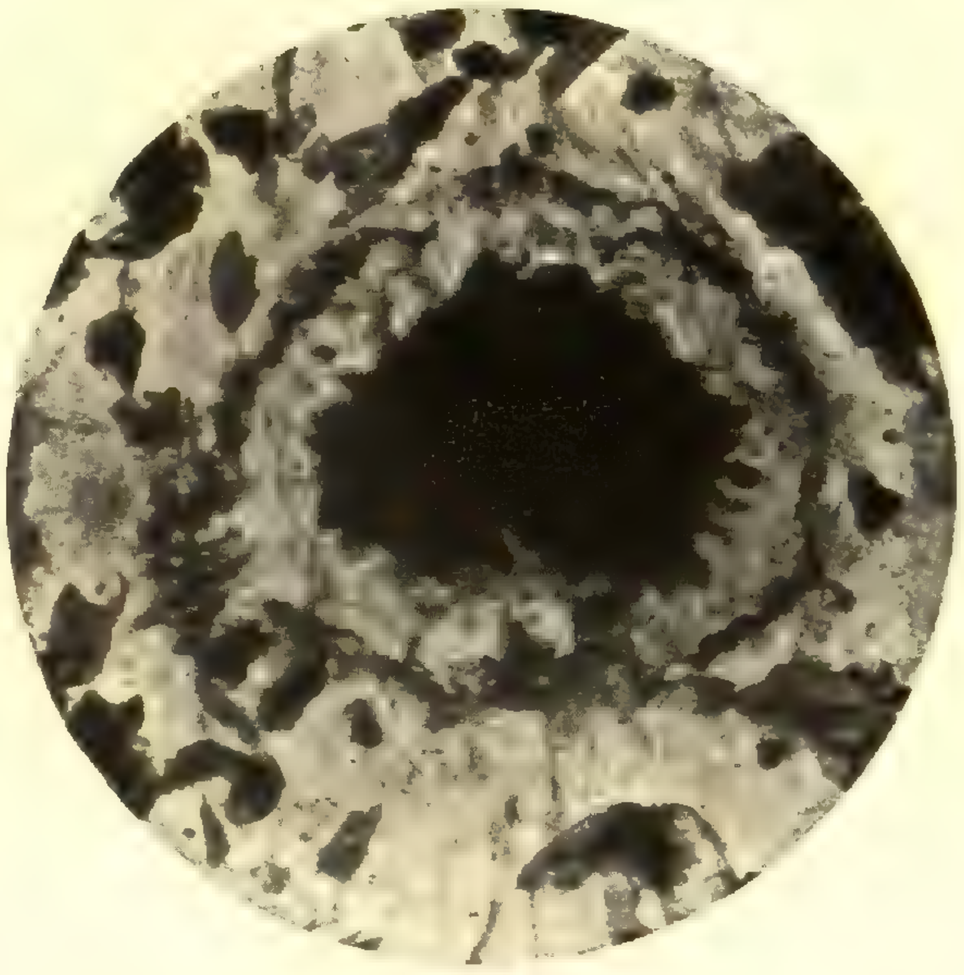
1.



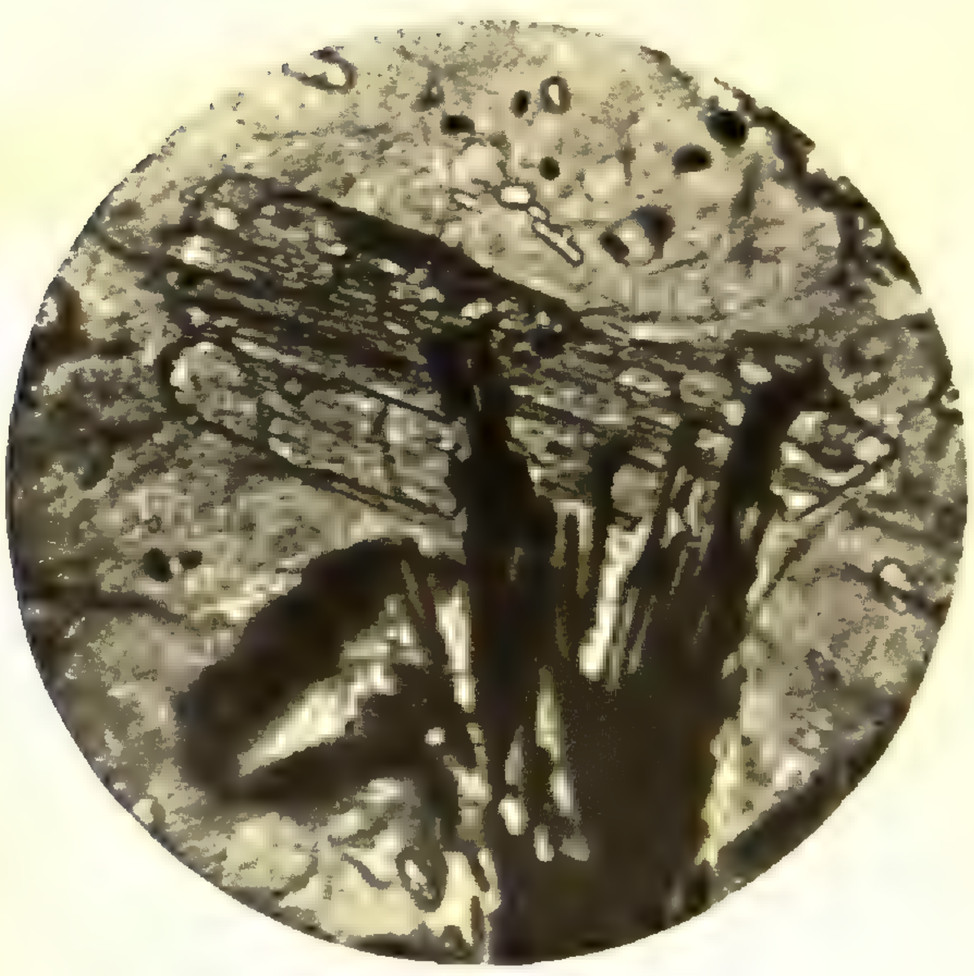
2.



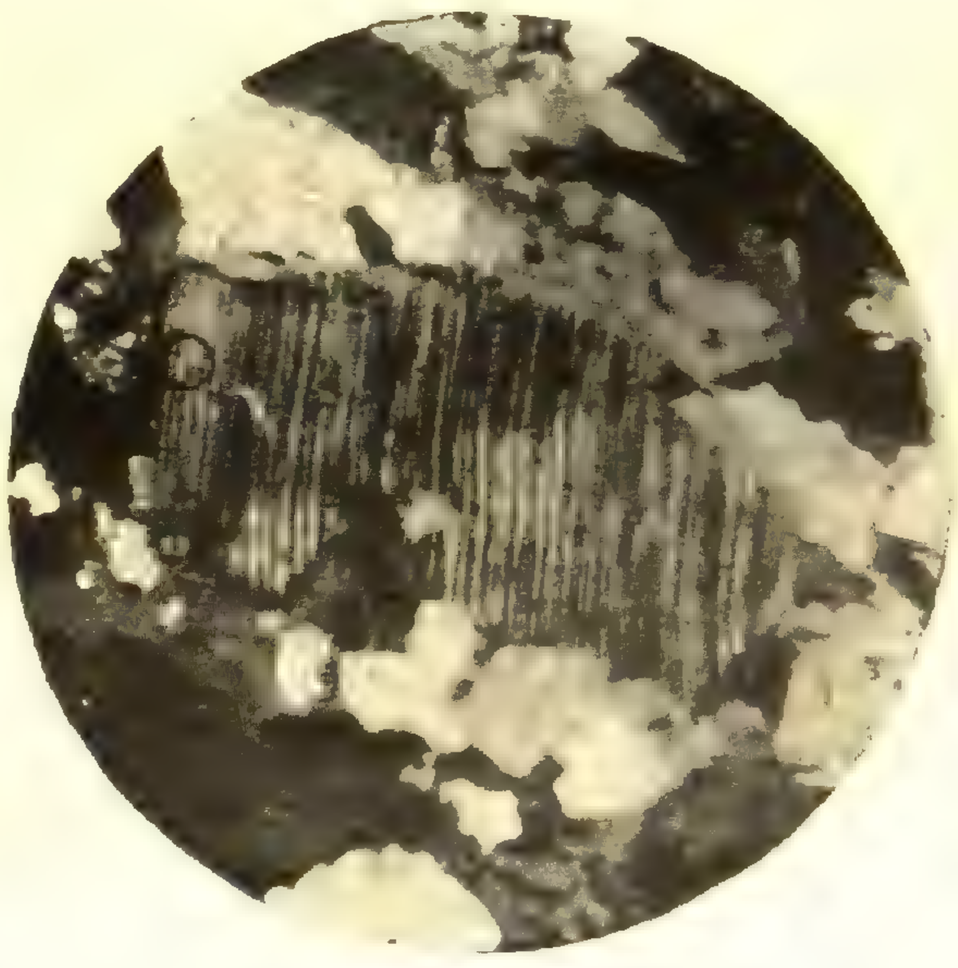
3.



4.



5.



6.

(Fot. Rosický.)

Příspěvky ku poznání Psyll. III.*)

Napsal Dr. **KAREL ŠULC.**

Ostrava-Michálkovice, Morava.

(Číslo 14.—25.)

S jedenácti tabulkami XIV.—XXIV.

Předloženo dne 30. října 1914.

14. Psylla pyri, L., autorum.

(Tab. XIV., Fig. 1.—11.)

Hlava. — *Temeno* ploché, 0·47 *mm* široké, 0·22 *mm* ve střední čáře dlouhé, vzadu stejnoměrně vykrojené, přední rohy zaokrouhlené, mírně dolů skloněné, zadní očka v zadních rozích. — *Tykadla* jsou 1 *mm* dlouhá. — *Kužele čelní* jsou kratší střední čáry temene, celkem 0·15 *mm* dlouhé, stejnoměrně náhle zúžené, s nevytaženým koncem, mírně divergující, na konci zaoblené, mírně dolů skloněné, hustě rozptýleně chlupaté. — *Zbarvení*: základní barva temene jest u podzimních jedinců světle žlutá, okrová, kresba rozlehlá, červenohnědá až černohnědá, kužele čelní u base i na špičce hnědé; převládá celkem temné, hnědé zbarvení. — U jedinců přezimovavších (leg. Duda, Praha, Petřín, 8. V.) byl základ okrový, sienový, rozlehlá, vyvinutá, indicky červená až karmínová kresba, střední čára, jamky temenní, přední hranice temene, číšky tykadlové černohnědé, kužele okrové, světle sienově žluté, někdy i s karmínovým nádechem, s basí a konci sepiově hnědými.

*) Viz: *Příspěvky ku poznání Psyll I.*, Rozpravy České Akademie tř. II. č. 33., Praha r. 1907.

Příspěvky ku poznání Psyll II., Rozpravy České Akademie tř. II., č. 2., Praha 1910.

Thorax. Prothorax má základ okrový, sienový, kresba jest temně červenohnědá, ohraničená, někdy však splývá tak, že ze základního zbarvení zbývá jen několik skvrnek; převládá celkem tedy zbarvení temné. Mesothorax má základní barvu žlutobílou, nebo okrovou, sienovou až i karmínovou, kresbu rozlehlou, vyvinutou, dosti ohraničenou; převládá zbarvení hnědé; vespod jest thorax černohnědý, na vypuklých místech žlutě, červeně i karmínově skvrnitý.

Přední křídlo jest 2·80 *mm* dlouhé a největší šířka jest 1·10 *mm* na začátku zevní třetiny délky. — Konec křídla jest ze široka zaokrouhlený, přední polovina oblouku jest něco méně prohnutá než zadní, vrchol křídla jest v polovici *m. cell. Rs*. — *Žilky*: *C* + *Sc* jest mírně stejnoměrně obloukovitá, *R* 1 jest samostatně vyvinutý a končí nad insercí *Cu* 1, *Rs* jest ve střední části mírně do předu prohnut, končí nad insercí *M* 1 + 2; *M* jest stejnoměrně rozpiatá, končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell. Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 jsou stejnoměrně rozpiaté, *Cu* 1 jest stejnoměrně obloukovitý. — *Zbarvení žilek*: celý okraj jest světle sienově žlutý, slabě hnědě vroubený, *C* + *Sc* jest žlutohnědá s černohnědým začátkem, *R* + *M* + *Cu* a *R* světle žlutohnědá s černohnědými žebry, ostatní žilky jsou zcela černohnědé tak, že nelze žeber nijak odlišiti; u jedinců nevybarvených mohou býti žilky světlejší a na nich žebra pěkně znatelná a zbarvená černohnědě; *A* 2 jest žlutohnědá a má konec intensivně černohnědý. *Stigma* jest blanité, zakouřené, středně široké, na konci znenáhla zúžené, končí nad insercí *Cu* 1. *Blanka* jest jemná, blanitá, se šedým až sytě černým barvením, které jest ostře ohraničené, vyplňuje střed polí, nedosahuje nikdy k žilkám a v *cell. R* 1 k zevnímu okraji; podél těchto jsou široké pruhy; v *cell. C* + *Sc* jest jen malý elliptický středový okrsek zbarvený, v ostatních polích, v *cell. M*, *M* 1 + 2, *Cu* a *Cu* 1 zachovávají zbarvení celkem tvar polí; v *cell. R* 1 končí zbarvení ostře jsouc vytaženo nad vrcholem *Rs*, v *cell. Rs* podobně jsouc utvářeno něco před vrcholem *M*; jindy jde plynule až i do vnitřní poloviny pole; v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2, a *Cu* 1 jsou zbarvení u kraje silně zúžená v *cell. Cu* jest zbarvení v prae- i postsuturální části *cell. Cu* (vulgo špička klavu) jest tušově černé. Ostnů povrchových jest velmi spoře; najdeme jen malou centrální skupinu v *cell. C* + *Sc*, a pak už jen celou *cell. Cu* pokrytou za přítomnosti širokých pravidelných bezostných pruhů podél přední její hranice; ostny stojí tu ve čtvercích na 0·02—0·04 *mm* od sebe; ostatní pole jsou ostnů prostá. Spodinových ostnů není vůbec. Marginální skupiny jsou přítomny v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2 a *Cu* 1, jsou velmi úzké, dosahují sotva polovinu výšky *M* 1 + 2, u base něco rozšířené, nad basí vbočené, na konci zúžené; mikroskopicky znatelny nejsou.

Zadní křídlo jest obvykle rodového tvaru, žilky jsou hnědé, *cell. A* černě zakouřená.

Nohy jsou černohnědé, přední stehna jsou světlejší.

V.

Zadek má pláty černohnědé, úzké zadní okraje a spojivka jsou karmínové.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* se strany jest 0·25 *mm* vysoký, a tolikéž dlouhý, zadní dolní část značně vyniklá, vypoukle zaoblená, pod insercí kleští vzadu na vrchním obrysu jest malá poloměsíčitá vpouklina; rozptýlené chlupy, černohnědé zbarvení. *Kopulační kleště*: jednotlivá větev se strany jest nízká, jen 0·18 *mm* vysoká; význačně srpovitého tvaru, ostřím do předu a hrotem nahoru obrácená; base jest nízká, široká (0·04 *mm* a 0·08 *mm*) její přední úhel jest lalokovitý, zaokrouhlený, úhel zadní vybíhá ve zmíněný srpovitý výběžek. Shora jest koneček válcovitý, parůžkovitě rozštěpený; přední větvička jest na konci zaoblená a delší, zadní více méně přišpičatělá a kratší. Ze zadu: basální část se rýsuje jako šupinovitý lalok ven vypouklý, z ní vystupují S-ovitě prohnuté větévky v dolní polovině vehnuté a širší, v horní polovině vyhnuté a užší; dosti tenký koneček jest zaoblen. Chlupy jsou rozptýlené, husté, barva jest černohnědá. *Anální segment* jest 0·13 *mm* široký a 0·30 *mm* vysoký, přímý, s koncem mírně do zadu nakloněným; chlupy husté stejnoměrně rozsazené, barva černohnědá.

♀ *Konec těla.* — *Anální segment* shora: přední polovina kolem anusu jest široká a nadmutá, zadní polovina — zoban — jest náhle odsazen, nahoře se stran klínovitý a po bokách úplně kryt a objat lalokovitými zaokrouhlenými výběžky segmentu genitálního tak, že vzadu vyčuhuje jen zaoblený koneček. Se strany na praeparátech v louhu vyvařených a glycerinu montovaných jest celkem 0·85 *mm* dlouhý; z toho připadají na basální 0·16 *mm* širokou část 2/3; basální část jest pod anusem silně vypouklá, pak náhlým vpouknutím odliší se zadní třetina, která tvoří zoban u base nejužší, s hladkým rovným kýlem, zcela zaobleným konečkem, mírně vypouklým spodní stranou, se sotva naznačeným výkrojem basálním. Chlupy: hrb basální části s velmi četnými silnými a dlouhými pesíky, přední horní 1/4 plochy její pod anusem má 6—8 menších chloupků; pod hladkým kýlem zobanu několik málo krátkých pesíků, kýl zobanu a koneček kol dokola s mnohými krátkými jasnými chloupky. Ostnů na zobanu jest asi 11 příčných řad po 2—5, zaujímajících většinou dolní 2/3 plochy a stojících celkem nepravidelně; tvarem jsou dlouhé, ostré, kuželovité a to hlavně nejvyšší a nejpřednější, dole a na konečku jsou značně kratší. *Anus* jest velmi dlouhý, zdéli poloviny článku, kolkolem s chitinovým kruhem o dvojitých otvůrcích voskových žlaz a věnečkem krátkých chloupků. *Genitální segment* jest se strany skoro čtyřstranný, nahoře mírně vpouklý, dole mírně vypouklý, měřící 0·35 *mm* délky, do předu vypouklý 0·45 *mm*, vzadu 0·20 *mm*, rovný; zadní horní roh jest lalokovitý, zaoblený, zadní dolní v krátký ostrý nahoře ohnutý zobánek vytažený. Chlupy: na konečku pod horním okrajem zobánku a kousek v jeho pokračování jest několik ostnitých chloupků; dolení okraj dlouze chlupatý, odtud jest největší část plochy článku nahoru hustě dlouhými chlupy pokrytá; chlupy před začát-

kem ostnitých chloupků 5—7 jsou zvláště dlouhé počtem. *Zevní pochvy* přečnívají konec genitálního článku a nedosahují konce článku análního; jsou vzadu utnutě zaokrouhlené, u base šupinovitě, v distální polovině jemně podél vrásčitě načrtané. *Zevní kladélko*: lišta s lištěnkou jdou středem těla ku hornímu okraji konce; nadliští jest jemně kosočtverečkované, podliští beránkovitě načrtané; konec mírně nahoru prohnut, s dlouhým zejkem na dolní straně, 0·03 *mm* dlouhým. *Vnitřní kladélko* jest krátce trojúhelníkovitě sekáčkovité, s pupíčkem, lištou na dolením okraji a zaobleným konečkem. *Zbarvení* obou konečných článků zcela černé.

Velikost 3'30 *mm*, měřeno ku konci složených křídel.

Výživná rostlina: Pyrus communis L.

Způsob života: přezimuje, 20. X. 1895. jsem našel celý shluk jedinců pohromadě v dutině pod korou hrušky, na které se byli vyvinuli; poněvadž tehdy panovaly již ranní mrazy, jest pravděpodobno, že se takto hotovili ku přezimování; z jara klade vajíčka na mladé výhonky, larvy sedí rozptýleně v páždí mladých listů a na pupéncích letorostů; dospělý hmyz objevuje se v Dolních Rakousích dle Loew-a v VI a VII, u nás a severněji (Flor) VIII a IX; r. 1904, jsem sbíral právě vylíhlé dospělce opouštějící exuvii dne 9. IX. v Heřmanicích, České Slezsko; jedinci 19. IX. téhož roku tamtéž sbíraní byli už nadobro vybarveni a shodovali se v barvě s jedinci přezimovavšími, sbíranými následujícího jara.

Larvy: popsal a zobrazil již De Geer r. 1773.

Početnost: v Čechách a Českém Slezsku dle mých mnohaletých zkušeností pravidelně každoročně všude hojná; dle literárních záznamů jinde pořídku.

Zeměpisné rozšíření: Čechy, Rakousko, Uhry, Německo, Francie, Rusko (severní a střední, Finsko).

Poznámka. Popis můj sdělán byl dle jedinců sbíraných na planých hruškách v Michálkovicích, České Slezsko. Vzhledem k differenciálné diagnose viz *Ps. pyrarboris* Šulc 1910.

Literatura a synonymie.

pyri (Chermes) Linné K., Fauna Suec., S. N. I. 2. 737. 4.
pyri (Chermes), Fabricius, Syst. Rhyng. 303. 3.
pyri (Chermes) Degeer (Übersetzung Goetze-s), Abhandlungen zur Gesch. d. Insekten, Nürnberg 1780.
pyri (Psylla) Burmeister, Handbuch d. Entomologie 1839.
Apiopsylla Amyot, Ann. soc. ent. Fr. 1847 pg. 459.
pyri (Psylla) Foerster, Psylloden, 1848.
pyri Flor, Rhynchota Liv., Zur Kennt. d. Rhynch., 1861.
pyri Meyer-Dür, Psylloden, Schaffhausen, 1871.
pyri Reuter M. C., Catalogus Ps. i. Fenn. lect. 1877.
pyri (Chermes) Thomson, Op. entom., Lund, 1878.
pyri Loew, Beiträge z. Kennt. d. Psyll., Verh. d. k. k. z. b. Ges. Wien, 1877.
pyri idem, Revision d. pal. Psyll., ibidem, 1882.

pyri idem, Revision d. pal. Psyll., ibidem, 1882.
pyri idem, Katalog d. pal. Psyll., Wiener Ent. Ztg., 1882.
pyri idem, Jugendstadien d. Psyll., Ver. d. k. k. z. b. des. Wien, 1884.
pyri idem, Neue Beiträge etc., ibidem, 1886.
pyri idem, Übersicht d. Ps. v. Oest. Ung. 1888, ibidem.
pyri Reuter, Sverig. Psylloder, Ent. Tidskr., Stockholm, 1880.
pyri Horváth G., Magyar. Psyll., Budapest, 1885.
pyri Duda, Catalogus, Praha, 1892.
pyri Ošanin B., Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.
pyri Ošanin B., Katalog der pal. Hemipteren, Berlin, 1912.
pyri Šulc K., Revise Psyll. sb. Dudovy, Čas. Česk. Sp. Ent. Praha 1904.
pyri Šulc K., Úvod do st. dr. r. Psylla, etc., Věst. Král. Č. Uč. Spol. Praha 1910.
? pyri Aulmann G., Psyllidarum catalogus, Berlin 1913.

15. **Psylla pyricola,** Foerster 48.

(Tab. XV., Fig. 1.—11.)

Hlava. — *Temeno* 0·35 *mm* široké, 0·18 *mm* dlouhé, vzadu mělce vykrojené, ploché, přední rohy silně dolů ohnuté, zadní očka těsně v zadních rozích. *Tykadla* 0·80 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* krátké, 0·12 *mm*, ze široké base náhle zúžené, se zaoblenými vrcholy. *Zbarvení*: základní barva temene světlá neapolská žluť, kresba sytě červenohnědá, rozsáhlá, číšky tykadlové, střední čára a base kuželů černohnědé; střed kuželů červenohnědý, vrcholy světle žluté.

Thorax má základní barvu světle žlutou, až indicky červenou, kresbu červenohnědou, až tušově černou, velmi vyvinutou, přesně ohraničenou; celkově převládá na hřbetní straně zbarvení temné, vespod červenohnědé.

Křídlo přední jest krátké, 1·60 *mm* dlouhé a v zevní třetině 0·70 *mm* nejširší. *Konec* stejnoměrně široce zaokrouhlen, vrchol oblouku padá do poloviny *m. cell. Rs*, obě jeho poloviny jsou o stejném radiu. *Žilky*: *C* + *Sc* stejnoměrně rozpiatá; *R* 1 v celém svém průběhu samostatný, končí nad začátkem zevní pětiny *Rs*; *Rs* ve střední třetině mírně od předu vyhnut; *M* stejnoměrně obloukovitá, vrchol oblouku poněkud od středu její délky centrálně. Zbarvení žilek: vesměs stejnoměrně bledě žluté, s jemnými, sytěji červenohnědě zbarvenými žebry až na analis, která má distální konec nahnědlý a žebro v celém průběhu černohnědé. *Stigma* široké, dlouhé, končí nad začátkem zevní pětiny *Rs*, není zakouřené. *Blanka* jemná, u některých jedinců slaběji, u druhých silněji v zevní polovině křídla jako víno žlutavá, špička klavu a k ní přilehlá část blanky černohnědě zakouřená. *Ostnité plochy* povrchové: v *cell. C* + *Sc* malá elliptická centrální skupina — dále druhá skupina u plamky a třetí u base *C* + *Sc*; všechny tyto vyjmenované skupiny mohou býti samostatné, nebo mohou mezi sebou splývati; *cell. R* 1, *Rs*, *M*, *M* 1 + 2, *Cu* 1, *Cu* jsou jimi celé pokryté, ale všude jsou stejnoměrné dosti široké bezostné pruhy vyvinuty; jen ost-

nitá plocha v *cell. R* 1 od polovice délky pole křídla se stejnoměrně centripetálně zúžuje; i plocha v *cell. Rs* nad vrcholem *M* zúžena, než dále centripetálně nabývá svého normálního vzhledu. Plochy v *cell. Rs, M, Cu, M* 1 + 2, *Cu* 1, dosahují až kraje, a jsou u tohoto se stran setnuté; ostnitá plocha v *cell. R* 1 nesahá až ku kraji, zde jest vyvinut pruh, ostnů prostý. Skupiny marginální: v *R* 1 jí není, v *cell. Rs, M* 1 + 2, *M, Cu*$_1$ jsou přítomny, jako úzké o 4—5 ostnech v příčné řadě, jdoucí až ku hranicím ostnitých ploch; dosahují asi 3/4 výše *cell. M* 1 + 2; jejich ostny jsou u kraje lahvicovité, výše hrbolkovité. Spodinových ostnitých ploch není. Ostny ploch povrchových stojí ve čtvercích a kosočtvercích dosti pravidelně asi na 0·62 *mm* od sebe, u švu análního jsou hustější; průměr ostnů 0·002 *mm*.

Křídlo zadní tvaru obvyklého u rodu, žilky žlutohnědé, špička *cell. A* zakouřená.

Nohy žlutavé, stehna černohnědá.

Zadek má pláty sepiově hnědé až tušově černé, jich úzké zadní okraje a spojivka jsou karmínové.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* jest obdélníkovitý, 0·18 *mm* vysoký, 0·20 *mm* dlouhý, vzadu dole zaoblený, mírně rozptýleně chlupatý, sienově žlutý s kořenem sepiově zbarveným. *Kopulační kleště*: jednotlivá se strany 0·13 *mm* vysoká, přímá, u base nejširší, k vrcholu ponenáhlu se zúžující, koneček zaoblen, dole vzadu a nahoře vpředu límcovitá rozšířenina; tato límcovitá rozšíření jsou v různém stupni seschnutím svinutá tak, že větev může míti se strany tvar lahvicovitý s konečkem (hrdlo lahve) do zadu mírně ohnutým a dolní částí širokou, baňatou; oba případy jsem vykreslil a podotýkám, že mezi nimi jsou všechny možné tvarové přechody. Shora jest za to ukončení větví kleští tvarově dosti stálé; tyto kloní se ke střední čáře a něco do zadu, ponenáhlu se zúžují, až končí úplně hladce zakulaceným koncem bez jakýchkoli zubců; na předním obrysu větví rýsuje se více méně (dle stupně seschnutí) zřetelný límec. Ze zadu jest zevní obrys O-ovitý, v horní třetině něco zúžený, vnitřní pak úzké dlouhé se stran smáčknuté O — jsouť na tomto místě totiž větve něco lalokovitě dovnitř rozšířeny; konec jest zaoblen. Chlupy rozptýlené na zadním vnitřním okraji hojnější a delší. Zbarvení žlutě sienové, koneček hnědý. *Anální segment* 0·25 *mm* vysoký, 0·10 *mm* široký, přímý, ke konci se zúžující, rozptýleně stejnoměrně chlupatý, base hnědá, střed červený, koneček žlutavý.

♀ *Konec těla.* — *Anální segment* shora klínovitý, pod anusem něco se stran smáčknutý, zoban se stran krátce setnutý, koneček zaoblený, gen. segm. viděti není. Se strany délka 0·60 *mm*, šířka basální části 0·20 *mm*. Zoban jest krátký, tvoří 1/3 celé délky, kýl má rovný, u base jest nejširší, ku konci se ponenáhlu zúžuje, koneček jest zaoblen. Chlupy: kolem anusu věneček krátkých chloupků, na basální části spoře krátkých chlupů, na hrbišti 4—5 pesíků a asi 6 chloupků kratších, kýl zobanu s jemnými průsvitnými chlupy, pod kýlem 3—4 pesíky, koneček vzadu i dole chlupatý.

Ostny začínají na 0·24 *mm* od konce, pokrývají celou stranu zobanu v cca 14 nepravidelných příčných řadách po 3—4; jsou ostré, dlouze kuželovité, vpředu nahoře a vzadu dole jsou kratší; několik nejproximálnějších jest nápadně slabých a dlouhých. Anus: nepoměrně prostranný a dlouhý, totiž 0·25 *mm* tedy činí přes jednu třetinu celé délky.

Genitální segment jest obrysu trojúhelníkovitého, horní strana měří 0·40 *mm*, zadní 0·30 *mm*, spodní 0·32 *mm*; zoban jest krátký, hrb na spodním obrysu sotva znatelný. Chlupy: od hrbu se táhne do 3/4 výše na 2—3 chlupy široká skupina, na spodním obrysu před hrbem spore chlupů; pod horním okrajem zobanu asi 7 silných kuželovitých ostnů, pak řídce několik chlupů jdoucích až ke konci skupiny chlupové vycházející od hrbu. *Kladélkové pochvy*: nepřesahují článku genitálního, jsou vzadu zaokrouhlené, v zadní polovině jemně podél načrtané, v basální části krátce přervaně vlnovitě načrtané. *Zevní kladélka*: tělo 0·03 *mm* široké, konec 0·06 *mm* dlouhý, mírně nahoru zahnutý, skoro rovný; koneček zaoblený se zejkem; lišta jde středem těla, v konci směřuje k hořenímu kraji; horní nadliští jest jemně kosočtvercované, dolní podliští beránkovitě načrtané. *Vnitřní kladélko* má konec trojúhelníkovitě sekáčkovitý s lištou na spodním obrysu, utnutým zaobleným konečkem a pupíčkem. Zbarvení g. a an. kroužku černohnědé, místy žlutavé.

Velikost: 2·10 *mm.*

Vývojiště: *Pyrus malus* L. a *P. communis* L. „zvláště na špalírkách a zákrscích hruškových v některých krajinách ve velikém množství, až i škodlivá“ (L o e w 86).

Způsob života: přezimuje jako dospělý hmyz, z jara páří se a klade vajíčka; larvy sedí v páždí listů a na pupenech letorostů; dospělý hmyz objevuje se v červnu a červenci. Jedna generace v roce (v našich krajinách).

Larvy popsal C u r t i s 42, J. S c o t 83, S l i n g e r l a n d 92.

Početnost dle zpráv L o e w-ových vyskytuje se někde v takovém množství, že jest až škodlivou; já ji dosud v Zemích Českých nesbíral, a prof. D u d a má jen několik jedinců od Kysiblu; rozhodně jest nyní u nás v Čechách velmi řídkou.

Zeměpisné rozšíření: celá Evropa, Japan, Sev. Amerika.

Úvaha. S l i n g e r l a n d (92) pozoroval ve Sp. St. S. Amerických čtyry generace v jednom roce, při čemž generace čtvrtá (zimní) měla značně saisonně differovati (má se vyznačovati delšími křídly a jiným jich zbarvením a značnější celkovou velikostí); v referátu o práci S l i n g e r l a n d a (93) se důvodně pochybuje o správnosti těchto pozorování a bude pravdou, že S. zaměnil několik druhů. *Ps. pyricola* jest velmi dobrý druh, celkem v literatuře málo zaměňovaný, nejblíže příbuzný k *Ps. picta*, *P. vicina mihi* a *simulans* F o e r s t e r (viz tyto). Zdá se, že má několik odrůd, které není možno již dnes stanoviti.

Literatura.

pyri Curtis, Hem. Hom. Brit. Islands 40.
pyricola Foerster, Psylloden 48.
apiophila Foerster, Psylloden 48.
notata Flor, Rhynchoten 61.
pyricola Meyer-Dür, Die Psylloden 71.
apiophila Meyer-Dür, Die Psylloden 71.
apiophila Loew F., Beiträge zur Kenntniss der Psylloden, Ver. W. zool. bot. G. 77.
pyricola Loew, Katalog. W. Ent. Ztg. 82.
pyricola Loew, Revision der pal. Psylloden, V. W. z. b. G. 82.
pyricola Loew, Beiträge zur K. der Jugendstadien d. Psylloden, ibidem 84.
pyricola Loew, Neue Beiträge etc. ibidem 86.
pyricola Horváth, A magyarországi Psyllidákról, Budapest 85.
pyricola Slingerland, Bulletin 44, Cornell University Agric. Exp. Station, Ent. Division, Ithaca. N. Y., Octob. 92.
pyricola Slingerland (The pear tree Psylla) referát, Insect Life 93. Washington.
pyricola Duda, Hmyz polokřídlý v Čechách žijící (Katalog) Fysiokr. spol. Praha 92.
pyricola Horváth, Hémiptères recueillis dans la Russie Transcaucasie. Rev. d'Ent. 94.
pyricola Edwards, Hem. Hom. Brit. Islands 96.
pyricola Puton, Catalogue, Caen. IV.éd. 99.
pyricola Šulc, Revise Psyll sbírky Dudovy, Č. Č. Ent. Spol., Praha 05.
pyricola Schreiner, Gruševaja i jablonnaja medjanicy (listoblošky) (Psylla) i borba s nimi. *Psylla pyricola* F. i *Psylla mali* F. 2-e izdanije značitelno dopolnennoje. St. Petrograd (Trudy Bjuro pro Entomologii) 07.
pyricola Ošanin, Verzeichnis d. pal. Hem. Jež. A. N. Petrograd 07.
pyricola Ošanin, Katalog der pal. Hemipteren, Berlin 1912.
pyricola Šulc, Úvod do studia druhů rodu Psyll. etc. Kr. Uč. Spol., Praha 10.
pyricola Aulmann G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

16. Psylla pyrarboris, Šulc 1910.

(Tab. XVI, Fig. 1.—2.)

Hlava. — *Temeno* 0·45 *mm* široké, 0·20 *mm* ve střední čáře dlouhé, vzadu mírně stejnoměrně vykrojené, přední rohy zaokrouhlené, málo dolů ohnuté, zadní očka v zadních rozích. *Tykadla* jsou 1 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* kratší střední čáry temenní, jen 0·17 *mm* dlouhé, ze široké base náhle zúžené, s nevytaženou špičkou, na konci zaoblené, mírně divergující, hustě rozptýleně chlupaté, mírně dolů skloněné. *Zbarvení*: temeno má základní barvu světle bíložlutou, kresbu jasně miniovou, rozlehlou; číšky tykadlové a base kuželů přirozeně sienově, oranžově žluté, až sienově hnědé, střední čára temene až černohnědá; kužele čelní jsou většinou celé bílé, nebo běložluté i nazelenalé. Jedinci přezimovavší mají základ temene běložlutý, kresbu širokou, rozlehlou, miniově červenou až karmínovou, přední okraj a střední čára temene, pak jamky tykadlové a base kuželů červené, špičky kuželů jsou jasné.

Thorax má základní barvu běložlutou, prothorax jest červeně miniově skvrnitý, okraje přední a postranní jsou více méně černohnědé, jinak

převládá jasné zbarvení. Mesothorax: proscutum má kresbu miniovou až tmavě sienovou, jasnou, scutum má kresbu vyvinutou, přesně ohraničenou, temně sienovou až sepiovou, úzce karmínově vroubenou; zbarvení jest rázu jasného; vespod jest thorax jasně hnědý, žlutě a červeně skvrnitý.

Přední křídlo jest 2·60 *mm* dlouhé, 1·10 *mm* jest největší šířka na začátku zevní 1/3; konec jest skoro stejnoměrně zaokrouhlen, přední i zadní polovina oblouku jsou o stejně dlouhém radiu, vrchol nalézá se v polovici *m. cell. Rs. Žilky*: *C* + *Sc* jest stejnoměrně rozpiata, *R* 1 úplně samostatně vyvinutý se stigma nesvařený, končí nad insercí *Cu* 1, *Rs* ve střední části mírně do předu prohnutý, *M* končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell. Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 jsou stejnoměrně rozpiaté, *Cu* 1 jest stejnoměrně obloukovitý. Zbarvení žilek: veškeré žilky jsou bledě žlutavé (světle sienové) pouze někdy v zevní polovině křídla něco temnější; žebra sem tam trhaně a to jen někdy úzce hnědě zbarvená. *Stigma*: jest blanité, dosti dlouhé, končí jako *R* 1 nad insercí *Cu* 1, jest značně široké, náhle se na (distálním) konci úží, v zevní polovině zakouřené. *Blanka* jest jemná, blanitá zvláštním způsobem vínově žlutá. Zbarvení zaujímá v *cell. R* 1 zevní polovinu, přistupuje ku kraji a *Rs*, zde ovšem jen ku zevní 1/3, pak se náhle cípovitě úží a celkem neurčitě na začátku vnitřní 1/2 pole ztrácí; jest celkem stejnoměrné. V *cell. Rs* v zevní 1/4 drží se zbarvení žilek, nechávajíc střed jasnějším, pak se úží, odstupujíc od žilek stává se stejnoměrným, ostře ohraničeným a končí ostře cípovitě nad vrcholem *M*; v *cell. M* 1 + 2 nechává střed jasnějším a drží se podél žilek, jsouc neurčitě ohraničeno; v *cell. M* jest neurčité celkem, malé zakouření od dist. konce *M* a proximálního konce *M* 2 + 3 ku střední 1/3 *Cu* 1; dále jest neurčité zakouření podél celé *Cu* 1 a *Cu* 2 a to po obou stranách *Cu*, ale v *cell. Cu* něco šíře, a v témže poli podél *M* + *Cu*; zevní roh postsuturální části *cell. Cu* zakouřený. Ostny povrchové pokrývají všechna a skoro celá pole; všude jsou vyvinuté bezostné úzké, celkem pravidelné pruhy podél žilek, až na *cell. C* + *Sc*, kde jsou pruhy tyto vlnité; v *cell. R* 1 přistupuje skupina ostnů až těsně ke kraji, v ostatních příkrajních polích jsou skupiny se stran nízce setnuty. Ostny spodinové pokrývají rovněž všechna pole a sice ve stejné rozloze jako ostny povrchové, tak že se s rozlohou jich zúplna kryjí. Ostny povrchové stojí ve čtvercích a kosočtvercích na 0·02—0·04 *mm* od sebe a jsou dosti dobře znatelné svou velikostí; spodinové ostny stojí asi obdobně, ale co do velikosti jsou o polovinu menší. Marginální skupiny jsou ve všech příkrajních polích od *R* 1 až po *Cu* 2, jsou užší polí povrchových a spodinových, dosahují sotva polovinu délky *M* 1 + 2, makroskopicky ostny rozeznati nelze; skupina marginálních ostnů v *cell. R* 1 jest širší.

Zadní křídlo jest obvykle rodového tvaru, se žlutavými žilkami a nahnědlou *cell. A*.

Nohy jsou žlutavé, zadní stehna ve středu nahoře černohnědá.

Zadek: pláty na dorsu jsou černohnědé, se zadními okraji úzce žlutavými až karmínovými; spojivka u právě vylíhlých jest žlutavá,

zelenavá, později stane se karmínovou; vespod jsou sklerity žlutavé i nazelenalé.

♂ *Konec těla*: *Genitální segment, kopulační kleště a i anální segment* jsou naprosto stejné i tvarem i velikostí jako u *pyri* autorum, jen zbarvením se liší; u *pyrarboris* jest totiž base kleští i konec análního i genitálního článku žlutavý, ostatní části těchto ústrojů jsou černohnědé.

♀ *Konec těla*: *Anální i genitální segment* co týče se tvaru i rozměrů, chlupů, ostnů atd., jest naprosto identický s tvarem *pyri*, ale konečky jejich jsou červenohnědé, předek černohnědý, střed žlutavý. *Zevní pochvy, zevní i vnitřní kladélko* jsou úplně shodny s *pyri*.

Velikost 2·10 *mm*, měřeno ku konci složených křídel.

Výživná rostlina jest Pyrus communis L.

Způsob života: Přezimuje ve stavu dospělém; z jara se páří a klade vajíčka na mladé výhonky a listí; larvy sedí ojediněle v pážďích listů; dospělý hmyz líhl se r. 1904 dne 19. IX. v Heřmanicích u Ostravy (Těšínsko) na plané hrušce, současně s *Ps. pyri* L., se kterou ve stálé společnosti se vyskytá (ale nikdy se s ní nepáří!)

Larvy podobají se oněm *Ps. pyri* L.

Početnost dosti hojná v Čechách i Slezsku a to i samostatně i ve společnosti s *Ps. pyri*.

Zeměpisné rozšíření: Čechy: Praha, Králové Dvůr n. L., Morava: Kunčice p. Radhoštěm, štěpná hruška; Michálkovice, Heřmanice, Těšínsko, na planých hruškách. Ve sbírce c. k. Dv. Musea, Vídeň, jsem ji nalezl pomíchanou s *Ps. pyri*: ze Suché, Slezsko; Dolní Rakousy: Hainfeld, Donauauen, Pressbaum, leg. L o e w; Německo: Aachen. leg.?

P o z n á m k a. Popis můj sdělán byl dle jedinců, které jsem našel na planých hruškách v Heřmanicích, Těšínsko. Jest jak z celého popisu patrno sesterskou specií *Ps. pyri* L.; již L o e w ji znal, ale neurčil ji jako druh zvláštní, nýbrž považoval ji jako „jedince světleji zbarvené", tedy snad za nějakou barevnou varietu, ač nikde tohoto názoru nevyslovuje. Podrobnou methodou mikroskopického vyšetřování daly se na křídlech jejich zjistiti stálé, bezpečné znaky, které ji opravňují považovati za osobitý druh; jest to hlavně bohatá ostnatost blanky křídla proti skoro naprostému nedostatku ostnů u *Ps. pyri* L., v druhé řadě teprve zbarvení, které jest ovšem velmi charakteristické a již na první pohled nás poučí o druhovém rozdílu.

Literatura a synonymie.

Psylla pyri partim L o e w F., Neue Beiträge z. Kennt. d. Pysll., Verh. d. k. k. b. z. Ges. Wien, 1886, pg. 154.
pyrarboris Š u l c K., Úvod do studia druhů r. Psylla p. obl. etc., Věst. Král. Česk. Spol. Nauk, Praha 1910.
pyrarboris O š a n i n, Verz. d. Hemipteren, Petrograd 1907.
pyrarboris Q š a n i n, Katalog der pal. Hemipteren, Berlin 1912.
pyrarboris A u l m a n n G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

17. **Psylla vicina** n. sp. Šulc 1914.

(Tab. XVI., Fig. 3.)

Hlava, její orgány a zbarvení jako u *pyricola*.

Thorax a jeho zbarvení jako u *pyricola*.

Křídlo přední jest 2·20 *mm* dlouhé, v zevní třetině 0·95 *mm* široké, tedy v poměru u *pyricola* značně delší a užší. *Konec* stejnoměrně široce zaoblen, vrchol oblouku spadá do poloviny kraje *cell. Rs*, přední polovina oblouku o poloměru značně kratším než zadní. *Žilky*: *R* 1 v celém průběhu samostatný, končí nad začátkem zevní pětiny *Rs*; *Rs* ve střední třetině mírně do předu vyhnut, probíhá blíže k *R* 1 (tím jest *cell. R* 1 užší) než u *pyricola*; ostatní žilky vzhledem k průběhu jako u *pyricoly*. Zbarvení žilek značně od pyricola rozdílné, i u polovybarvených jedinců značně temné; u vybarvených dospělců všechny žilky až černohnědé, vyjma zevní pětinu *Rs*, celou *R* 1 střední část *C* + *Sc*, celou část *R* + *M* + *Cu*, vnitřní polovinu *M* + *Cu* a okraj od *Rs* po *Cu* 1, které jsou světlejší. *Stigma* jest široké, dlouhé, končí nad začátkem zevní pětiny *Rs* a jest silně zakouřené proti *pyricola*, kde jest bledé. *Blanka* jemná, čirá v rozsahu povrchových ostnitých ploch černavě zakouřená; konec *sut. analis* s černohnědým okrouhlovitým skvrnovým zakouřením. *Ostnité plochy* všude vyvinuty, ale velmi úzké, zaujímající jen asi střední třetinu polí (*cell. R* 1, *Rs*); nad vrcholy *Rs*, *M*, *M* 1 + 2 nápadná zúžení, v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2, *Cu* 1 u kraje křídla značné setnutí se stran; skupina v *cell. C* + *Sc* skládá se vlastně ze tří skupin, které jsou mezi sebou spojeny; ostny v *cell. R* 1 nepřistupují k okraji křídla; bezostné pruhy jsou tedy všude velmi široké a přítomné; ostny stojí ve čtvercích a kosočtvercích o něco větších než u *pyricola* a jsou samy také asi o polovinu větší než u tohoto druhu (poměr skutečný jest 0·003 : 0·002 *mm*). Marginální ostny jsou přítomny v *cell. Rs*, *M* 1 + 2, *M*, *Cu* 1, jsou tak široké jako ostnitá pole a dosahují poloviny výše *cell. M* 1 + 2.

Křídlo zadní, nohy, ♂ *i* ♀ *konec těla*, s veškerými přívěsky a celkové zbarvení jako u *pyricola*.

Velikost 2·70 *mm*.

Výživná rostlina, způsob života a larvy nejsou známy.

Zeměpisné rozšíření: Korfu, jako jediné naleziště, sbíral a zaslal prof. John Sahlberg, coll. Zool. Museum Helsingfors; několik ♂♂ a ♀♀.

Úvaha. Jest to sesterská specie k *Ps. pyricola*, od níž se liší dostatečně právě uvedenými znaky předních křídel.

18. **Psylla picta** Foerster 1848.

(Tab. **XVII.**, **Fig. 1.—7.**)

Hlava. — *Temeno* vzadu 0·40 *mm* široké, mírně a stejnoměrně v týle vykrojené, 0·20 *mm* ve střední čáře dlouhé; přední rohy něco zúžené, zaokrouhlené a dolů skloněné; zadní očka v zadních rozích. *Tykadla* 0·90 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* jen 0·15 *mm* dlouhé, ze široké base pomalu zúžené, o rovnoběžných osách, na konci zaoblené, mírně k rovině temene skloněné, rozptýleně chlupaté. *Zbarvení*: základ temene jest žlutobílý, kresba vyvinutá, hnědá s černofialovým nádechem; střední čára a přední hranice temene jsou černohnědé, kužele čelní světle žlutavé, tykadla černohnědá,

Thorax má žlutobílý základ, černohnědou, přesně ohraničenou, nesplývavou kresbu.

Přední křídlo jest 2·10 *mm* dlouhé; 0·90 *mm* jest největší šířka na začátku zevní třetiny; konec jest stejnoměrně zaokrouhlený, přední i zadní polovina oblouku o stejném poloměru, přece jest však přední plošší zadní; vrchol křídla jest v polovici *m. cell.* *Rs.* *Žilky*: *C* + *Sc* jest stejnoměrně obloukovitá, *R* 1 jest úplně samostatný, se stigma nesvařený, končí nad insercí *Cu* 1, *Rs* jest ve střední 1/3 mírně do předu prohnut, *M* dlouhá, končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell.* *Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 jsou mírně obloukovité, *Cu* 1 jest stejnoměrně obloukovitý. Zbarvení žilek jest světlehnědé, stigma a *C* + *Sc* jsou žlutohnědé; žebra vyvinutá, světlehnědá. *Stigma* jest blanité, dosti široké, končí dosti náhle nad insercí *Cu* 1. *Blanka* jest jemná, čirá, bez jakéhokoliv zbarvení. Ostny povrchové vyplňují všechna pole, všude jsou vyvinuty bezostné pruhy celkem stejnoměrné a úzké, v *cell.* *R* 1 nepřistupují ostny ku zevnímu kraji, v *cell.* *C* + *Sc* jest jen malá skupina ostnů ve středu a v zevním rohu; u krajů v *cell.* *Rs* až *cell.* *Cu* 1 jsou skupiny se stran setnuty; nad vrcholem *M* jest náhlé zúžení skupiny ostnové; k zevní polovině *R* + *M* + *Cu* v *cell.* *Cu* přistupují ostny těsně. Spodinových ostnů není. Marginální ostny jsou pouze v *cell.* *Rs*, *M*, *M* 1 + 2, a *Cu* 1, jsou užší polí ostnitých povrchových a dosahují asi polovinu výšky *M* 1 + 2.

Zadní křídlo jest obvyklého rodového tvaru, nervatury a zbarvení.

Nohy jsou žlutavé, stehna hnědavá.

Zadek žlutavý, pláty nahnědlé, spojivka žlutavá.

♂ není znám.

♀ *Konec těla.* — *Análný segment* jest shora dlouze štíhle klínovitý, kolem anusu něco nadmutý, na konci krátce se stran setnutý, na špičce zahrocený. Se strany na praeparátech v louhu vyvařených a glycerinu montovaných jest celkem 0·74 *mm* dlouhý, basální část 0·19 *mm* široká, horní obrys pod anusem v celku mírně vpouklý, kýl zobanu hladký, koneček mírně nadmutý, pak zúžený a stejnoměrně s obou stran a na vrcholu zaoblený; hrbu není; zoban tvoří skoro polovinu délky celého článku, jest pozvolna vytažený a zúžuje se stejnoměrně od kořene až ku konci; spodní

obrys jeho jest skoro rovný, basální výřez dlouhý, mělký. Chlupy: basální část rozptýleně dlouze chlupatá, na hrbišti několik dlouhých pesíků a několik kratších chlupů ; pod kýlem zobanu 3—4 dlouhé pesíky, kýl a koneček kolkolem s krátkými jasnými chloupky. Ostny jsou kuželovité, na začátku dlouze ostře vytažené, na konci valně kratší, začínají na 0·27 *mm* od konce zprvu po 1—3, pak po 4—5—7 asi v 19 příčných řadách, zaujímajíce celou stranu zobanu a jdouce až k dolenímu jeho okraji. *Anus* jest 0·26 *mm* dlouhý, kolkolem s chitinovým kruhem o dvojitých otvůrcích voskových žlaz a věnečkem chloupků. *Genitální segment* jest dlouze trojúhelníkovitý, přední strana jest 0·29 *mm*, úhlovitě do předu vytažená, horní mírně vypouklá, 0·49 *mm* dlouhá, dolení mírně vypouklá, 0·47 *mm* dlouhá, zoban pozvolna dlouze a dosti tence vytažený, na konci ostrý ; pod horním okrajem konce asi 8 příčných řad po 1—2 ostnech, které se úplně podobají tvarem oněm na článku análním a jdou asi ku zadní hranici střední třetiny článku ; na dolním okraji a před ostny na celé basální části vyjma přední její 1/4 jest řídce stejnoměrně rozptýleno hojně dlouhých chlupů. *Zevní pochvy* dosahují konce genitálního článku, jsou vzadu uťaté, zaokrouhlené, u base šupinovitě načrtané, na konci jemně podél vrásčité. *Zevní kladélko*: středem širokého těla jde lišta s lištěnkou, k hornímu okraji konce, nadliští jest jemně kosočtverečkované, podliští načrtané, konec mírně nahoru ohnut, dosti dlouhý, stále se zúžující, tenký, na konci zaoblený, se zejkem na dolením obrysu. *Vnitřní kladélko* jest dlouze trojúhelníkovitě sekáčkovité, s kýlem nahoru prohnutým, utnutým, zaobleným koncem, lištou na dolením okraji s pupíčkem. *Zbarvení článků* jest černohnědé a žlutohnědé.

Velikost 2·60 *mm*, měřeno ku konci složených křídel.

Výživná rostlina jest neznáma ; domnívám se, že pro velikou blízkost její ku *Ps. pyricola* bude to hruška, nebo jí blízký druh.

Způsob života, larvy nejsou známy.

Početnost: jest známa v jediném kusu.

Zeměpisné rozšíření: známa jest pouze z Anglie, leg. Walker.

Poznámka. Jediný dosud zachovalý typ Foesterův — Coll. K. K. Hofmuseum ve Vídni — to byl, podle kterého se sdělal tento popis ; bohužel již před 30 léty píše o něm Loew: „das von dieser Art noch vorhandene typische Exemplar (1 ♀) ist in einem so defekten Zustande, daß die Species darnach nicht beurteilt werden kann ; da aber auch Foerster's Beschreibung hiezu nicht genügt, so wird diese Art kaum mehr wieder zu erkennen sein." Učinil jsem ze zbytků, co se učiniti dalo a myslím, že příležitostně až se najde větší počet kusů druhu, jehož ♀♀ znaky budou souhlasiti se znaky, jež já zde viděl, bude též možno i blíže se vysloviti o druhu našem, který prozatím lze pokládati za dobrý. Dle znaku ♀♀ lze pokládati *picta* za velmi blízkou *Ps. pyricola*, od níž se liší větší velikostí, delším křídlem, nedostatkem skvrny na špičce klavu, delším an. článkem, dvakrát tak hustým oostněním jeho zobanu, který jest také

delší a protáhlejší; anus u obou druhů jest stejný, stejně oostnění křídla, které znaky hlavně také poukazují na příbuznost obou druhů; druh *vicina* mihi ukazuje, že kolem typu *pyricola* se tvoří druhy sobě blízké.

Literatura a synonymie.

picta Foerster A., Psylloden, 1848.
picta Meyer-Dür, Psylloden, Schaffhausen 1871.
picta Loew, Revision d. pal. Psyll., Verh. d. k. k. z. b. Ges. Wien 1882.
picta idem, Katalog d. pal. Psyll., Wiener Ent. Ztg., 1888.
picta Ošanin B., Verzeichnis, St. Petersburg 1907.
picta Ošanin B., Katalog d. pal. Hemipteren, Berlin 1912.
picta Šulc K., Úvod do stud. dr. r. Psylla etc., Věst. Kr. Uč. Spol., Praha 1910.
picta Aulmann G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

19. **Psylla pyrisuga** Foerster 1848.

(Tab. XVIII., Fig. 1.—11.)

Hlava. — *Temeno* 0·50 *mm* široké, 0·25 *mm* ve střední čáře dlouhé vzadu mírně, stejnoměrně vykrojené, přední rohy zúžené, zaokrouhlené dolů ohnuté. *Tykadla* 1 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* kratší temene, pouze 0·20 *mm* dlouhé, ze široké base ponenáhlu stejnoměrně vytažené, o rovných bocích a rovnoběžných osách, mírně dolů skloněné, na vrcholu zaoblené. *Zbarvení*: podklad okrový, sienový dle vybarvení a stejně potom kresba sienová až temně sepiová, rozplizlá, nepřesně ohraničená, báse a strany kuželů sepiové.

Thorax stejně jako temeno zbarvený, kresba rozlehlá; u vybarvených jedinců převládá tedy velmi tmavé zbarvení.

Hlava a thorax u jedinců podzimních, nepřezimovavších jsou světležlutavé s okrovou až oranžovou kresbou.

Křídlo přední 3·60 *mm* dlouhé, 1·56 *mm* jest největší šířka na začátku zevní třetiny délky. Konec stejnoměrně polokruhovitě zaokrouhlen, přední i zadní polovina oblouku o stejně dlouhém radiu, vrchol oblouku nalézá se v polovici *m. cell. Rs. Žilky*: *C* + *Sc* stejnoměrně obloukovitá, přední okraj stigmální tenký s blanou stigma nesvařený, *R* 1 samostatně vyvinutý, končí nad polovicí *m. cell. M*, *Rs* jen mírně ve střední části do předu prohnutý, *M* končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell. Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 mírně stejnoměrně obloukovité, *Cu* 1 obloukovitý, zevní část jeho jest rovnou. Zbarvení žilek: u nevybarvených jedinců celkem světležlutavé, u vybarvených jsou *C* + *Sc*, *R* + *M* + *Cu*, *M* + *Cu*, *R*, *R* 1, proximální části *M* a *Cu*, *A* 2, *m. cell. A* 2 sytě karmínové, až červenohnědé, ostatní žilky jsou světle karmínové; u vyschlých jedinců sbírkových stávají se sytě karmínové žilky červenohnědými. Žebra jsou na *R* + *M* + *Cu*, *R* a *M* + *Cu* něco význačnější, červenohnědá, na ostatních žilkách jemně nepravidelně a trhaně zbarvená. *Stigma* jest blánité, široké, končí dosti náhle se zúžujíc

nad 1/2 *m. cell. M. Blanka* jest jemná, blanitá, úplně čirá. Ostny povrchové pokrývají všechna pole, všude jsou úzké stejnoměrné bezostné pruhy, které jen podél *C* + *Sc* a *R* + *M* + *Cu* a *R* v *cell. C* + *Sc* jsou širší; ve všech polích přistupují skupiny až těsně ku kraji, kde v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2 a *Cu* 1 jsou nízce se stran setnuty (ne tak v *cell. R* 1); ku zadní vnitřní polovině strany v *R* + *M* + *Cu* přistupují ostny těsně, bez pruhu ostnů prostého; ostny stojí ve čtvercích a kosočtvercích na 0·02 *mm* od sebe. Spodinové ostny jsou přítomny pouze v *cell. R* 1, kterou celou pokrývají až na nízký úsek blanky nad zevní 1/3 *Rs*. Marginální skupiny jsou přítomny v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2 a *Cu* 1 jsou mnohem užší skupin povrchových a nízké, dosahujíce sotva 1/2 výšky *M* 1 + 2.

Zadní křídlo jest obvykle rodového tvaru, žilky jsou červenohnědé, *cell. A* něco nažloutlá.

Nohy jsou červenohnědé.

Zadek: pláty jsou červenohnědé až tušově černé, jich zadní okraje a spojivka karmínové; u nevybarvených jedinců (podzimních) jest zadek zprvu světlozelený, pak žlutavý až oranžový.

♂ *Konec těla.* — *Genitální článek* jest se strany 0·30 *mm* vysoký a tolikéž dlouhý, do zadu a dolů obloukovitě ohraničený, stejnoměrně rozptýleně chlupatý, sepiově hnědý. *Kopulační kleště*: jednotlivá větev se strany jest 0·30 *mm* vysoká, šupinovitá, skoro v celém průběhu stejně, t. j. 0·10 *mm* široká, konec se náhle zúžuje ve více méně ostrý nebo tupý hrot (dle perspektivy), který jest podélně kýlnatý a do předu obrácený; bočná plocha kleští jest značně vypouklá, přední i zadní obrys jest rovný a spolu rovnoběžný. Shora obrací se větévka ku čáře střední a zúžuje se dosti rychle v kýlnatý úzký, prostředně dlouhý, do předu zahnutý, ostře špičatý zubec. Ze zadu: přímé větévky jsou v doleních 3/4 stejně 0·06 *mm* široké, horní 1/4 jest na vnitřním obrysu náhle vykrojená a tím náhle zúžená; zevní obrys jest stejnoměrné O, vnitřní dole ostrý piškot. Chlupy jsou stejnoměrně rozptýlené, zvláště hojné a dlouhé na vnitřní dolení 1/3. Zbarvení černohnědé. *Anální segment* jest přímý, 0·40 *mm* vysoký, 0·12 *mm* široký, s konečkem zúženým a mírně do zadu hnutým, rozptýleně chlupatý, barvy černohnědé.

♀ *Konec těla.* — *Anální článek* shora krátce klínovitý, konec jest krátce se stran setnutý, koneček zaokrouhlený. Se strany na preaparátech 0·90 *mm* dlouhý a 0·15 *mm* v basální části široký; hřbet pod anusem mírně vpouklý, hrb dlouhý, nízký, kýl zobanu mírně vpouklý, skoro rovný, hladký, koneček mírně stejnoměrně zúžený, zaokrouhlený, dolní obrys zobanu rovný, výkroj basální mělký, dlouhý. Zoban vzniká poznenáhlým vytažením, není náhle odsazen. Chlupy: partie pod anusem a dolení polovina basální části dlouze hustě chlupatá, hrb dosti hustě chlupatý se 3—4 pesíky, jež pokračují dále ještě pod kýlem na zoban v počtu cca 2—3; kýl hrbu zobanu a koneček kol dokola s jemnými krátkými chloupky. Ostny začínají skoro v polovině délky análního článku, právě pod začátkem

hrbu ihned se plocha jimi zaujatá šíří tak, že jdou až k samému dolnímu okraji a do 3/4 výše zobanu, zadní pak třetina zobanu jest jimi zaujata celá; ostny stojí po 7—8 asi v 30 příčných řadách velmi hustě u sebe, jsou dlouze kuželovité, velmi ostré, na samém konci se silně krátí. *Anus* jest kratší, cca 0·20 *mm* dlouhý, kolem s uzavřeným kruhem o dvojitých otvůrcích voskových žlaz a věnečkem krátkých chloupků. *Genitální segment* se strany jest zhruba trojúhelníkovité podoby, nahoře stejnoměrně vpouklý, 0·60 *mm* dlouhý, vpředu vypouklý, 0·45 *mm* dlouhý, dole rovněž stejnoměrně vypouklý, 0·50 *mm* dlouhý; zoban nevytažený, krátce špičatý. Chlupy: řada chlupů pod horním okrajem v rozloze dvou vnitřních čtvrtin délky, od konce jich dolů do poloviny délky doleního obrysu opět pruh chlupů, konec dole mírně chlupatý. Ostny jsou silné kuželovité, ostré jako na článku análním, sedí pod zadní 1/4 horního okraje těsně asi po 2—3 napříč, pak táhnou pod chlupy asi ve stejné síle středem článku asi do poloviny délky. *Zevní pochvy* jsou krátké, dosahují sotva konce gen. článku, vzadu jsou zúžené a zaokrouhlené, u base šupinovitě, v zadní 1/3 jemně podél, uprostřed jemně podél a současně napříč načrtané. *Zevní kladélko* má tělo 0·03 *mm* široké, nadliští jemně kosočtverečkované, podliští jemně beránkovitě načrtané, lišta s lišténkou táhnou se středem k hornímu okraji konce, který jest jen mírně nahoru ohnut, silně chitinisován, na konci zaoblen a dole zejkem opatřen. *Vnitřní kladélko* má obrys trojúhelníkovitě sekáčkovitý s ostřím nahoru obloukovitě prohnutým, koneček utnutý, malý pupíček před koncem a úzkou lištu na dolením okraji. *Zbarvení konečných článků* až tušově černé, samotný koneček análního článku a horní okraj genitálního segmentu jsou okrově žluté; zevní pochvy jsou barvy sienové.

Velikost 3·7—4 *mm*, jest jednou z našich největších.

Vývojová rostlina: Pyrus communis L.

Způsob života: přezimuje, z jara se páří, jakmile poupata hrušní v listy se rozvíjejí, ♀ časově různě dle počasí a polohy — tak asi v první polovici května — klade vajíčka na mladé listy po obou stranách vedle hlavního podélného nervu (obyčejně); list se kroutí a zůstává ve vývinu pozadu; larvy vyvinují se asi ve 14 dnech a sedí z počátku na listech; po prvém, druhém svlékání sednou se na mladých výhoncích v kolonie kolkolem tak, že se až taškovitě kryjí; jich exkrementy v podobě čistých sladkých hojných kapek pijí hltavě různé mouchy (Syrphidae), vosy a mravenci a tím pečují o čistotu jejich; kolonie larev, kterou jsem přenesl do skleněného zvonu se za nepřítomnosti svrchu zmíněného hmyzu tekutými exkrementy zcela zalila a plesnivěla; kol 1. VII. objevuje se již dospělý hmyz, který se svléká buď na větvičce nebo i na listech, kam dospělá larva za tím účelem zatím opět dolezla; vývin jest velmi nesoučasný tak, že lze za určitých okolností nalézti vajíčka, larvy, matky i dcery současně; vylíhlý hmyz po osušení rozlétne se ihned po celém kraji a táhne k lesům, kde zprvu poletuje po jehličnatých stromech a později přezimuje v úkrytech;

z jara ještě nalézáme dospělé přezimovavší ♀♀ na jehličnatých stromech a vracejí se zpět na hrušky teprve až tyto začnou rašiti.

Larvy popsal nejlépe se správným obšírným životopisem Loew 1879, mimo to děje se o nich zmínka začasté pod nepravým jménem (Ps. pyri) jako u Schmiedberger-a 1827, Kollar-a, Taschenberg-a a j.*)

Početnost a výskyt: kolem Prahy, ve Východních Čechách a na Těšinsku objevuje se pravidelně každé jaro ve značném množství.

Zeměpisné rozšíření: Rakousko, Uhry, Německo, Švýcary, Italie, Francie, Anglie, Transkaukasie, Japonsko.

Poznámka. Popis tento sdělán byl dle jedinců, které jsem sbíral v Michálkovicích, Těšínsko. Moje typy shodovaly se úplně s jedinci sbírky Dudovy a typy Loew-ovými z C. k. Dv. Musea ve Vídni; z téže sbírky jsem (mimo všechny jiné přítomné jedince) studoval *Ps. austriaca* Flor, leg., det. Flor, pak *Ps. rufitarsis* M. D., leg., det. M.-D., *Ps. pyrisuga* Foerster det. Foerster, org. typ; všechny tyto typy shodovaly se úplně s mým popisem a jsou typická *pyrisuga*.

Ps. pyrisuga stojí celkem v systemu ojediněle, ač má jisté vztahy ku *Ps. crataegi*.

Synonymie a literatura.

pyri (Chermes) Schmiedberger, Beitr. z. Natgesch. Ins., 1836. item Ratzeburg, Die Forstinsekten.
pyrisuga Foerster, Psylloden, 1848.
austriaca Flor, Zur Kenntnis des Rhynchoten, Moskva 1861.
aurantiaca Goureau, Ins. nuis. 1862.
pyrisuga Meyer-Dür, Psylloden, 1871.
rufotarsis idem, ibidem.
rutila idem, ibidem.
pyrisuga Loew, Mitteilungen über Psyll., Ver. d. k. k. z. b. Ges. Wien, 1879.
item idem, Katalog d. pal. Faun. geb. Wiener Ent. Ztg., 1882.
item idem, Revision d. pal. Psyll., Verh. d. k. k. z. b. Ges. Wien 1882.
item idem, Jugendstadien d. Psyll., ibidem, 1884.
item idem, Neue Beiträge z. Kenntn. d. Psyll. idem, ibidem 1886.
item idem, Übersicht d. Psyll. von Oest.-Ung., ibidem 1888.
item Horváth G., v., Mag. Psyll., Budapest 1885.
item Duda L., Hmyz polokřídlý v Čechách žijící, Praha 1892.
item Puton, Catalogue Caën, 1899.
item Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg 1907.
item Šulc K., Revise Psyll sbírky Dudovy, Čas. česk. Spol. Ent., Praha 1905.
item Šulc K., Úvod do studia dr. r. Psylla atd., Věstník Kr. Uč. Spol., Praha 1910.

---

*) Kollar, Naturgeschichte der schädlichen Insekten in Bezug auf Landwirtschaft und Forstkultur, Wien 1837, pg. 282.

E. Taschenberg, Entomologie für Gärtner und Gartenfreunde, Leipzig 1871, pg. 475.

Künster, Die unseren Kulturpflanzen schädlichen Insekten, Wien 1871, pag. 67 (cit. dle Loew-a 1879).

item Reuter M. O., Charakteristik d. Hemipterenfauna d. pal. Konif., Akt. Soc. Sc. Fenn. Helsingfors, 1908.
pyrisuga Ošanin B., Catalog der pal. Hemipteren, Berlin 1912.
pyrisuga Aulmann G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

20. **Psylla simulans** Foerster 1848.

(Tab. XIX., Fig. 1.—10.)

Hlava. —*Temeno* jest 0·23 *mm* široké, 0·48 *mm* ve střední čáře dlouhé, vzadu stejnoměrně mírně vykrojené, přední rohy užší, silně dolů ohnuté, zaoblené a chlupaté. *Tykadla* 1·20 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* jsou 0·21 *mm* dlouhé, ze široké base znenáhla a stejnoměrně zúžené, na vrcholu zaoblené, silně chlupaté o rovnoběžných osách. *Zbarvení*: základní barva jest žlutavá až červenohnědá, kresba hnědá až černohnědá, více méně rozlehlá; číšky tykadlové a kužele čelní jsou žlutavé až černohnědé; u vybarvených jedinců převládá temný ton zbarvení.

Thorax má základní barvu oranžově žlutou až červenohnědou, kresbu sepiovou až černohnědou, přesně ohraničenou, velmi rozlehlou; spodek jest černohnědý.

Přední křídlo jest 2·6 *mm* dlouhé, 1 *mm* největší šířka na začátku zevní třetiny. Konec křídla jest stejnoměrně zaokrouhlen, vrchol leží v polovině kraje *c. Rs*, přední i zadní polovina oblouku jest o stejném poloměru. *Žilky*: *C* + *Sc* jest stejnoměrně obloukovitá, *R* 1 samostatně vyvinut, uprostřed mírně vypouklý, končí nad insercí *M* 1 + 2, *Rs* jest ve střední své části mírně do předu vpouklý, končí nad polovicí *m. c. M* 3 + 4, *M* stejnoměrně obloukovitá, končí nad začátkem zevní 1/3 *m. c. Cu* 1; *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 mírně prohnuté, *Cu* 1 stejnoměrně obloukovitý, Zbarvení žilek: *C* + *Sc*, celý kraj, *R* + *Cu*, *R*, *R* 1 a někdy *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 *Cu* 1, *Cu* 2, červenohnědé, nebo světle hnědé, *Rs*, *M* + *Cu*, *M*, *Cu*, někdy pak *M* 1 + 2, *M* 3 + 4, konečně konec *A* 2 jsou černohnědé až černé; jsou-li žilky světlejší, tedy jsou znatelná černohnědě zbarvená žebra, jsou-li žilky temné, nelze jich pak rozeznati pro stejnoměrné zbarvení obou. *Stigma* jest vyvinuté, blanité, teprve ku konci se zúžující, celkem stejnoměrně a to dosti široké, žlutavě zakouřené. *Blanka* jemná, čirá, začasto více méně silně zakouřená; v *c. C* + *Sc* jest zakouřen pouze vnitřní roh, v *cell. Cu* jsou široké temné pruhy podél obou stran (přední i zadní) sut. analis, zadní začasto s většími, menšími okénky; v ostatních polích zaujímají zakouřeniny pouze střední 1/3 šířky polí, jsou tedy značně užší než pole ostnů povrchových (viz níže); v *c. R* 1 zakouření nedosahuje kraje, ale končí před ním (kdežto v *c. Rs*, *M*, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 a *Cu* 1 dostihují stíny krajů), proximálně se náhle zúžuje a končí nad polovinou délky *Rs*; v *c. Rs* jest náhlé zúžení nad koncem *M* 1 + 2, v *cell. M* by vyplňoval stín v udané svrchu šíři celé pole, ale nad vrcholem Cu_1 jest náhlým zúžením

s obou stran přerván; v *cell. Cu* 1 zachovává zakouření v celku obrys pole. Stálost zakouření jest velmi malá, někdy není po něm ve většině polí ani stopy; ale i v takovém případě, kde všudy vymizelo, pruhy podél *sut. analis* bývají. Ostny povrchové jsou ve všech polích; v *cell. C + Sc* jest malá skupina středová, pak jedna ve vnitřním, druhá ve vnějším rohu — a všechny tyto tři mohou býti buďto odděleny nebo spojeny; mezi nimi a žilkami jest veliká nepravidelná ostnů prostá plocha (pruh); v ostatních polích jsou široké pravidelné bezostné pruhy; ostny v *c. R* 1 nepřistupují ku kraji, ale nechávají podél *m. c. R* 1 úzký bezostný pruh; nad *M* jest náhlé zúžení skupiny až na jeden osten, v *c. Cu* k *R + M + Cu* přistupují ostny těsně; ku krajům jsou skupiny povlovně zúženy v *c. Rs, M, M* 1 + 2 *M* 3 + 4 a *Cu* 1. Ostny stojí stojí ve čtvercích na 0·02 *mm* od sebe. Spodinových ostnů není. Marginální skupiny jsou přítomny v *cell. Rs, M, M* 1 + 2, *M* 3 + 4, a *Cu* 1, jsou tak široké jako skupiny povrchové, dosahují asi 2/3 výšky *M* 1 + 2.

Zadní křídlo jest obvykle rodového typu, má hnědé žilky a zakouřenou *c. A*.

Nohy jsou žlutavé, červenohnědé až černohnědé.

Zadek: dorsální i ventrální sklerity jsou černohnědé až zúplna černé, s úzkým zadním okrajem karmínově až indicky červeným a stejně zbarvenou spojivkou.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* se strany jest 0·25 *mm* vysoký a tolikéž dlouhý, do zadu a dolů stejnoměrně obloukovitě omezený, rozptýleně chlupatý, černohnědý. *Kopulační kleště*: se strany jest jednotlivá větévka přímá, 0·17 *mm* vysoká, uprostřed nejširší, dolů méně, nahoru více zúžená s koncem poněkud do předu zahnutým, nahoře zaokrouhleným, pod samým vrcholem v předu v krátký ostrý zoubek vytaženým; přední obrys jest mírně obráceně S-ovitý, zadní stejnoměrně obloukovitě vypouklý. Shora: větévky obracejí se střechovitě ku čáře střední, ponenáhlu se zúžují a končí zubcem dovnitř rovně uťatým, vzadu zaokrouhleným, vpředu v krátký ostrý, do předu směřující hrot vytaženým. Ze zadu: u base nejširší větévky se ponenáhlu k vrcholu zúžují a stejnoměrně ku čáře střední ohýbají; koneček jejich jest zaokrouhlen, zevní obrys sevřených kleští jest úplně kruhovitý, vnitřní ostře elliptický; není límcovitých rozšířenin, není laloků. Chlupy rozptýlené, zvláště hojné a dlouhé na zadním okraji. Zbarvení černohnědé. *Anální segment* jest přímý s koncem mírně zúženým a do zadu zahnutým, 0·35 *mm* vysoký, 0·12 *mm* široký, rozptýleně chlupatý, černohnědý.

♀ *Konec těla.* — *Anální segment* shora jest krátce klínovitý, kol anusu nadmutý, konec krátce se stran setnutý. Se strany na praeparátech v louhu vyvařených a glycerinu montovaných 0·62 *mm* dlouhý, basální část 0·17 *mm* široká; horní obrys jest celý stejnoměrně vpuklý, hrbu není, kýl zobanu hladký, koneček jest zaoblený, spodní strana mírně vypouklá, basální zářez jest hluboko, skoro pravoúhle vykrojený, tak že ze spodu jest zoban náhle odsazený; celý zoban tvoří asi jednu třetinu celé délky

článku. Chlupy: řídké, rozptýlené, dosti dlouhé chlupy na basální části, na hrbišti 3—4 mohutné pesíky a množství krátkých chloupků; pod kýlem zobanu 3—4 kratší pesíky, kýl zobanu a celý koneček dokola s mnohými krátkými chloupky. Ostny začínají na 0·18 *mm* od konce zprvu jako ostnité chlupy, pak ihned následující samotné ostny jsou dlouze kuželovité, štíhlé, velmi ostré, vzadu a dole jsou kratší; stojí po 3—4 asi v 10 příčných řadách. *Anus* jest velmi prostranný, 0·25 *mm* dlouhý, kolkolem s uzavřeným chitinovým kruhem o dvojřadých otvůrcích voskových žlaz. *Genitální segment* jest podoby zhruba trojúhelníkovité; horní strana měří 0·45 *mm* a jest před koncem mírně, ale zřejmě lalokovitě rozšířená; přední strana měří 0·28 *mm*, dolní 0·37 *mm* se zřejmým hrbem, zoban jest ostroúhlý, kratší, rovný. Chlupy dosti dlouhé, rozptýlené, pokrývají celou plochu článku, vynechávajíce asi nejpřednější 1/4. Pod horním okrajem zobanu jest asi 6—8 ostnů. *Zevní pochvy* přesahují genitální článek a nedosahují konce análního článku, vzadu jsou uťatě zaoblené, u base krátce vlnitě, v konečné části jemně podél načrtané. *Zevní kladélko* má tělo 0·03 *mm* široké; lišta s lištěnkou táhne se středem ku hornímu okraji konce, jenž jest 0·12 *mm* dlouhý, nahoru ohnutý, se zejkem na spodní straně, silně chitinisovaný; nadlištní kladélka jest jemně kosočtvercované, podlištní načrtané beránkovitě. *Vnitřní kladélko* jest sekáčkovitě trojúhelníkovité, na konci uťaté a zaokrouhlené, s úzkou lištou na spodním okraji a pupíčkem horní délka má 0·12 *mm*, *Zbarvení* konečných článků jest černohnědé.

Velikost: cca 3 *mm*.

Vývojová rostlina: nepochybně Pyrus communis L., sec. J. Scott a Pyrus malus L. sec. Loew; alespoň byla na nich sbírána.

Způsob života jest neznámý; dospělý hmyz byl sbírán v létě od VI.—X. v Anglii.

Larvy popsány nejsou.

Početnost známých jedinců jest nepatrná, jest velmi vzácnou.

Zeměpisné rozšíření: Rakousko, Pressbaum, Rakousy Dolní, Německo, Uhry, Italie, Francie, Anglie.

Poznámka. Popis tento sdělán byl dle typů Loew-ových sbíraných v Dolních Rakousích; ve sbírce c. k. Dvorního Musea ve Vídni jsou typy Foerster-ovy *simulans* a *argyrostigma* sbírané v Aachách, pak typy Scott-ovy z Lee v Anglii; všechny tyto jedince jsem viděl a všechny shodovaly se úplně s mým popisem.

Ps. simulans jest význačná dobrá species a lze ji zařaditi blízko ku *Ps. pyri* a *pyrarboris* mihi, vzhledem ku které se jeví typem rozhodně primitivnějším.

Literatura a synonymie.

simulans Foerster, Psylloden, 1848.
argyrostigma idem, ibidem.
simulans Meyer-Dür, Psylloden, Schaffhausen 1871.
argyrostigma idem, ibidem.

V.

pyri Scott, Monogr. Brit. Psyll., Trans. Ent. Soc. London 1876.
simulans Loew F., Katalog der pal. Psyll., Wiener Ent. Ztg., 1882.
item idem, Revision d. pal. Psyll., Verh. d. k. k. z. b. Ges. Wien 1882.
item idem, Neue Beiträge zur Kenntnis d. Psylloden, ibidem, 1886.
item idem, Uebersicht d. Psylloden v. Oest. Ung., ibidem, 1888.
item Horváth G., v., A Magyarorszagi Psyllidákról, Budapest 1885.
item Edwards J., Hem. Hom. Brit. Islands, London 1896.
item Puton, Catalogue, Caën 1899.
item Ošanin, Verzeichnis d. pal. Hem., St. Petersburg 1907.
item Ošanin, Katalog der pal. Hemipteren, Berlin 1912.
item Šulc K., Úvod do stud. druhů r. Psylla atd., Věst. Kr. Č. Uč. Spol., Praha 1910.
item Aulmann G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

21. **Psylla bidens** Šulc 1907.

(Tab. XX., Fig. 1.—10.).

Hlava. — *Temeno* ploché vzadu na 0·07 *mm* hloubky stejnoměrně vykrojené, 0·50 *mm* široké, 0·20 *mm* ve střední čáře dlouhé, zadní očka v zadních rozích, přední rohy dolů ohnuté a zaokrouhlené. *Tykadla* 1·10 *mm* dlouhá, černohnědá, base 2. článku, konečky 3., 4., 5., sepiové, 9., 10. smolově černý. *Kužele čelní* jsou stejnoměrně kuželovité, ze široké base k zaoblenému vrcholu pozvolna zúžené, o rovných stranách, mírně dolů skloněné, 0·18 *mm* dlouhé, rozptýlené, chlupaté. *Zbarvení*: základ temene jest citronově žlutý, kresba rozlehlá, ohraničená, na temeni černohnědá s fialovým nádechem, indicky červená, střední čára, přední hranice temene, číšky tykadlové sepiově hnědé, base a špička kuželů jsou černohnědé, střed světležlutý.

Thorax má základ citronově žlutý, až světle ind. červený, kresbu širokou, rozlehlou, černohnědou; černohnědý ton také převládá v celkovém dojmu.

Přední křídlo jest 2·90 *mm* dlouhé, a na začátku zevní 1/3 1·20 *mm* široké, což jest největší šířka. Konec stejnoměrně zaokrouhlen, přední polovina oblouku o radiu něco kratším než zadní, vrchol křídla nalézá se v polovině *m. cell. Rs. Žilky*: *C* + *Sc* silná, v zevní polovině skoro rovná, *R* 1 v celé své délce vyvinut, nesplývá se stigma, končí nad insercí *Cu* 1, *Rs* ve své střední třetině mírně do předu prohnut, *M* stejnoměrně oblukovitá, končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell. Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 stejnoměrně mírně prohnuté, *Cu* 1 obloukovitý, v zevní polovině skoro rovný. Zbarvení žilek: *C* + *Sc* světle žlutohnědá, ostatní žilky světlehnědé, místy černohnědé, hlavně ve střední třetině křídla; žebra vyvinutá, kde jsou žilky světlejší, černohnědá, kde tmavší, splývají v jedno se sepiovým zbarvením žilky. *Stigma* blanité, vyvinuté, užší, končí nad začátkem zevní 1/3 *Rs* (neboli nad insercí *Cu* 1). *Blanka* jemná se stíny; v *cell. C* + *Sc* není stínu vůbec, v ostatních zaujímají střední podélnou třetinu polí,

a zachovávají celkem tvar polí, v *cell. R* 1 nepřistupuje stín k okraji, v *cell. Rs* končí ostře nad vrcholem *M*, v *cell. M* jest nad vrcholem *Cu* 1 přerván, ku krajům jsou stíny značně zúženy tak, že se jich dotýkají skoro jen v jedňom bodě, v *cell. Cu* jest stín podlouhlý v praesuturální části podél sutury na dist. konci s intensivní skvrnou a mimo to jest špička části postsuturální intensivně zakouřená. Ostny povrchové jsou vyvinuty jen jako malá skupina v zevním rohu a malá skupina středová (obě někdy spojené) v *cell. C + Sc*, pak jest jimi pokryta *cell. Cu* až na široký bezostný pruh podél přední hranice; všude jinde povrchových ostnů není. Spodinových ostnů není. Marginální skupiny ostnů jsou vyvinuty v *cell. R* 1, *Rs*, *M*, *M* 1 + 2 a *Cu* 1, jsou úzké, u base něco rozšířené, v polovici výšky vbočené, dosahují asi poloviny délky *M* 1 + 2.

Zadní křídlo jest obvykle rodového typu, průběhu žilnatiny i zbarvení.

Nohy jsou světle žlutohnědé, stehna černohnědá.

Zadek: sklerity jsou tušově černé, s uzounkou karmínovou páskou na zadním okraji; spojivka jest karmínově červená.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* se strany jest 0·25 *mm* vysoký, a tolikéž dlouhý, do zadu dolů stejnoměrným obloukem ohraničený, roztýleně chlupatý, černohnědý. *Kopulační kleště*: jednotlivá větévka kleští se strany 0·14 *mm* vysoká, přímá, vpředu i vzadu vypouklá, v celku soudkovitě vydutá, uprostřed nejširší, nahoru i dolů něco zúžená, zakončující nahoře krátkým, ostrým, do předu obráceným zubcem. Shora: široké vyduté větévky ohýbají se ku čáře střední, zúžují se a zakončují dvěma těsně za sebou stojícími, tupě zaoblenými, do předu, krátce ohnutými zubci; přední z nich jest dvakráte delší zadního, tak že tento jakoby z onoho vyrůstal; volné prostory mezi nimi není, jen zářez. Ze zadu: větve jsou u base nejširší, k vrcholu se stejnoměrně zúžují a ohýbají ku čáře střední; zevní obrys jest čistě kruhovitý, vnitřní jest dlouhá ostrá ellipsa; šířka zevního obrysu v polovině výšky jest 0·16 *mm*. Zbarvení kleští jest černohnědé, chlupy jsou rozptýlené, na zadním okraji hojnější a delší. *Anální segment* jest 0·35 *mm* vysoký, 0·15 *mm* široký, přímý se zúženým, do zadu nachýleným koncem, rozptýleně chlupatý, černohnědý.

♀ *Konec těla.* — *Anální segment* jest shora krátce klínovitý, velmi robustní, u báse velmi široký, pod anusem se stran něco vbočený, konec jest široký, velmi krátce se stran setnutý, široce, tupě zaokrouhlený. Se strany na praeparátech jest celkem 0·62 *mm* dlouhý, šířka basální části obnáší 0·22 *mm*. Horní obrys spadá ke konci celkem rovně, a hrb jest jen nepatrně naznačen; zoban jest trojúhelníkovitý, plynule z basální části vznikající, u base 0·13 *mm* široký (dvakráte tak široký jako u *Ps. simulans*), do zadu se stejnoměrně zúžuje, kýl jest hladký, koneček ze široka zaokrouhlený, dolení obrys zobanu rovný, v proximální části mírně vroubkovaný, basální výřez jest krátký, hluboký, skoro pravoúhlý. Chlupy hojné, středně dlouhé pokrývají rozptýleně řídce basální část, na hrbu 3 dlouhé silné pesíky a několik kratších chlupů, pod kýlem zobanu 3—4 kratší pesíky a několik

krátkých chloupků, horní obrys článku a koneček kol dokola s krátkými jasnými chloupky. Ostny poměrně krátké, válcovité, s dlouze vytaženou špičkou začínají na 0·32 *mm* od konce, a jdou po 3—4—5 asi v 16 příčných řadách, dosti řídce od sebe, zaujímajíce celou dolní polovinu zobanu a jdouce až těsně ku dolnímu okraji; jest jich v celku asi 58. *Anus* jest velice prostranný, 0·30 *mm* dlouhý, velmi široký, kolkolem s chitinovým pásem o dvojitých otvůrcích voskových žlaz a věnečkem chloupků. *Genitální segment* jest se strany podoby celkem trojúhelníkovité, horní strana jest 0·45 *mm*, dlouhá nad koncem vpoukle vybraná, před polovicí délky lalokovitě zaokrouhleně dosti značně vytažená, přední strana 0·35 *mm* vysoká a do předu úhlovitě lomená, dolní strana jest skoro rovná, s hrbem sotva naznačeným, zoban ponenáhlu vytažený, ostrý, rovný. Ostny stojí pod horním okrajem zobanu po 1—2—3 v několika jen příčných řadách řídce od sebe, do předu středem desky až asi do poloviny délky, jsou stejnotvaré s ostny článku análního. Chlupy jsou dosti dlouhé, řídce rozptýlené, na dolním obrysu, na hrbišti, odtud nahoru směrem k hornímu rohu a odtud zase do zadu částečně nad ostny až pod lalok horní strany. *Zevní pochvy* dosahují konce gen. článku, jsou vzadu uťatě zaokrouhlené, v basální polovině šupinovitě, v distální jemně podélně načrtané. *Zevní kladélko* má tělo široké, nadlištní jemně kosočtverečkované, podlištní načrtané, lišta táhne se středem ku hornímu okraji konce, který vzniká u base náhlým zúžením, jest v dalším průběhu celkem stejně široký, nahoru prohnutý, na konec zaoblený, dole se zejkem 0·13 *mm* od konce vzdáleným. *Vnitřní kladélko* jest dlouze trojúhelníkovitě sekáčkovité, s ostřím nahoru prohnutým, zaobleně uťatým koncem, úzkou lištou na dolním okraji s pupíčkem. *Zbarvení* obou konečných článků jest černohnědé a žlutohnědé.

Velikost: 4 *mm*, měřeno ku konci složených křídel, tedy poměrně jedna z velikých.

Vývojová rostlina není známa, jest to asi hruška, soudě dle příbuznosti s *Ps. pyri, simulans* etc.

Způsob života není znám, byla sbírána 4. XI., tedy asi přezimuje.

Larvy jsou neznámy.

Početnost a výskyt: znám celkem 3 kusy, 2 ♀ a 1 ♂, leg. L. Lombard coll. Dr. L. Melichar, Brno.

Zeměpisné rozšíření: známo jest jediné naleziště Serres, Hautes Alpes, Francie.

Poznámka. Popis můj sdělán byl dle svrchu uvedených tří jedinců. *Ps. bidens* jest velmi blízká ku *Ps. pyri* i křídlem i samčími kleštěmi, myslíme-li si zakončení těchto u *pyri* vytažené a do předu ohnuté, i tvarem ♀ genitálního článku, který naznačuje již nahoře lalokovité rozšíření a vykrojení okraje pro *pyri* tak význačné. Orgány *Ps. bidens* jsou tedy primitivnější, ony *Ps. pyri* dají se z těchto velmi dobře odvoditi gradací, buď větším zúžením, vytažením, buď vykrojením.

V.

Literatura a synonymie.

bidens Šulc K., Nové zvěsti o Psyllách, Acta Soc. Ent. Boh., Praha 1907.
bidens idem, Úvod do studia druhů r. Psylla etc., Věst. Král. Česk. Uč. Spol., Praha 1910.
bidens Ošanin B., Verzeichnis (Nachträge), St. Petrograd 1910.
bidens Ošanin B., Katalog der pal. Hemipteren, Berlin 1912.
bidens Aulmann G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

22. **Psylla horváthii** Šulc 1913.

(Tab. XXI., Fig. 1.—5.).

Hlava. —*Temeno* ploché, vzadu stejnoměrně, mělce vybrané, 0·46 *mm* mezi očima široké, 0·22 *mm* ve střední čáře dlouhé, zadní očka těsně v zadních rozích, přední rohy zúžené a mírně dolů skloněné. *Tykadla* 1·10 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* jsou pouze 0·18 *mm* dlouhé, ze široké base náhle stejnoměrně zúžené, na vrcholu tupé, mírně dolů skloněné o parallelních osách, chlupaté. *Zbarvení*: podklad temene jest žlutobílý, kresba červenohnědá, rozlehlá, ohraničená, tykadla žlutočervená s nahnědlými konci a zcela černohnědými posledními dvěma články; kužele čelní žlutohnědé, u base a pod vrcholem černě nahnědlé.

Thorax jest zbarven podobně jako hlava; žlutobílý až světlečervený podklad, červenohnědá až černohnědá ohraničená rozlehlá kresba.

Přední křídlo jest 2·50 *mm* dlouhé, 1 *mm* jest největší šířka na začátku zevní 1/3; konec jest zaokrouhlený, přední polovina oblouku jest kratší a křivější než zadní, vrchol spadá do poloviny *m. cell. Rs. Žilky*: *C* + *Sc* jest silná, skoro stejnoměrně obloukovitá, přední okraj stigmální skoro rovný, *R* 1 samostatně vyvinutý, končí nad insercí *Cu* 1; *Rs* jen mírně ve střední 1/3 do předu vyhnutý, celkem s osou křídla rovnoběžný, končí nad insercí *M* 1 + 2, *M* stejnoměrně obloukovitá, končí za insercí *Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 delší mírně obloukovité, *Cu* 1 obloukovitý v zevní 1/2 rovný. Zbarvení žilek jest červenohnědé, ve vnitřní polovině křídla světlejší; žebra jsou černohnědá, v zevní polovině silnější, ve vnitřní tenčí. *Stigma* jest blanité, jemnými ostny hustě pokryté, dosti široké, dlouhé, u konce ponenáhlu zúžené a zakouřené. *Blanka* jest jemná, čirá, jen část její jest zakouřena u zevního konce *sut. an.* (špička klavu). Ostny: povrchové ostny jsou vyvinuty pouze v *cell. Cu* a tu stojí ještě ve velmi nepravidelných čtvercích a kosočtvercích, značně řídce od sebe (až na 0·06 *mm*), podél přední strany pole pak jde široký ostnů prostý pruh; v ostatních polích chybějí ostny zúplna. Spodinových ostnů není vůbec. Marginání skupiny ostnů vyvinuty jsou v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2, a *Cu* 1, jsou nízké, sotva 1/3 délky *M* 1 + 2 dosahující, úzké na jednu 1/2 šířky pole, obrysu skoro široce ellipsovitého.

Zadní křídlo obvyklého tvaru, nahnědlých žilek a zakouřenou *cell. A.*

Nohy jsou žluto až červenohnědé, stehna zvláště zadní s černohnědými šmouhami.

Zadek červenohnědý až černohnědý, spojivka karmínová.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* se strany jest 0·18 *mm* vysoký a 0·25 *mm* dlouhý, nahoře mírně vpuklý, vzadu utnutý, do zadu dolů obloukem omezený; chlupy rozptýlené, barva černohnědá. *Kopulační kleště*: se strany jest jednotlivá větev přímá, 0·15 *mm* vysoká, uprostřed výšky nejširší t. j. 0·05 *mm*, vzadu jen zcela mírně vypouklá, skoro rovná, vpředu značně vypouklejší, vně mírně vydutá, v hoření 1/3 ku konci zúžená, konec jest nahoře ze zadu do předu zaokrouhlen a do předu ostro-úhle vytažen. Shora: stejnoměrně se zúžující větévky sklánějí se ku čáře střední a něco ku předu, a končí dvěma stejnými krátkými, kuželovitými zubci; tyto jsou dohromady i s mezizářezem jen 0·025 *mm* široké. Ze zadu: u base nejširší větévky se zúžují, zejména značně v poslední 1/3 výšky zevní obrys jest skoro dokonale kruhovitý, vnitřní jest podoby úzkého O, uprostřed mírně s obou stran vpuklého. Chlupy hojné, rozptýlené, zejména na vnitřní straně a zadním obrysu. Barva žlutohnědá, zubce jsou černohnědé. *Análni segment* jest 0·10 *mm* široký, 0·35 *mm* vysoký, přímý, s mírně do zadu ohnutým koncem, který jest rovně ufatý; rozptyleně chlupatý, žlutohnědý.

Velikost: 3 *mm*.

♀ Jest neznáma.

Bionomická data jsou neznáma.

Zeměpisné rozšíření: Hungaria, Szent-György, (Prešpurk, Pozsony), leg. Horváth, coll. Museum Nationale, Budapešt.

Poznámka. Druh tento poslán mi byl laskavě panem G. Horváth-em, ředitelem Národního Musea v Budapešti určený jako *salicicola* Foerster, ve dvou jedincích (♂).

Ps. Horváthi vyniká blízkou příbuzností ku *Ps. pyri, simulans* a zvláště *bidens* Šulc, od kteréž poslední se liší tím, že na křídle v polích nemá stínů (až na zakouřenou špičku klavu), a nižšími, širšími skupinami ostnů marginálních; ♂ kopulační kleště jsou se strany značně užší (0·08 *mm*, 0·05 *mm*), jen mírně vyduté, nikoliv však soudkovité, s koncem shora povlovně zúženým a dvěma stejně krátkými zubci opatřeným, kdežto u *bidens* přední zub jest značně delší a oba v celku mnohem širší než u naší nové sp. (0·04 : 0·025 *mm*); zářez mezi zubci u *bidens* jest uzounký, štěrbinovitý, u *horváthi* trojúhelníkovitý, u vchodu jako base zubců stejně široký. ♀ mně bohužel známa není, snad i tu se najde ještě dosti odlišných znaků v ustrojení konce těla a ústrojích kladélkových.

Literatura a synonymie.

salicicola Horváth, Suplementum ad faunam Hem. Hungariae, Ann. Mus. Nat. Hungarici, Budapest 1907, pag. 505.

Horváthii, Šulc, Zur Kenntnis einiger Psylla-Arten aus dem ungarischen National-Museum in Budapest, ibidem 1913.

23. **Psylla Vasil'evi** n. sp. Šulc.

(Tab. XXII., Fig. 1.—10.).

Hlava. — *Temeno* jest vzadu mírně, stejnoměrně vykrojené, a 0·37 *mm* široké (s očima 0·60 *mm*), ve střední čáře 0·17 *mm* dlouhé, s mírně protáhnutými a na konci zaokrouhlenými předními rohy. *Tykadla* jsou 0·80 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* jsou jen 0·14 *mm* dlouhé, čistě kuželovitého tvaru, o rovnoběžných osách, mírně dolů skloněné, rozptýleně chlupaté. *Barva*: temeno souvisle černohnědé zbarvené, jen na předním okraji a kolem zadních očí běložluté, tykadla běložlutá, jednotlivé články jsou na koncích nahnědlé, poslední dva jsou zcela černohnědé; kužele čelní jsou zcela bílé, slabě nažloutlé.

Thorax. Prothorax má štít zcela bílý nebo slabě zažloutlý, mesoscutum jest žlutobílé s rozlehlou černohnědou ohraničenou kresbou; pleury a spodek jsou běložluté.

Přední křídlo jest 1·90 *mm* dlouhé, největší šířka jest na začátku zevní třetiny a měří 0·90 *mm*. Přední okraj křídla jest mírně obloukovitý, konec křídla jest skoro stejnoměrně zaokrouhlený, vrchol leží právě v polovic *m. cell. Rs. Žilky*: *C* + *Sc* jest skoro rovná, *R* 1 jest vyvinut samostatně, v určité vzdálenosti od předního kraje stigmálního, s nímž se ponenáhlu sbližuje až splývá nad ústím *M* 3 + 4; *Rs* prochází stejnoměrně s osou křídla, jest mírně vlnovitě prohnut a ústí nad insercí *M* 1 + 2; *M* jest krátká, stejnoměrně obloukovitá, končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell.* *Cu* 1; *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 jsou dosti dlouhé, mírně prohnuté; *Cu* jest rovný, končí právě v 1/2 mezi klaválním marginálním kloubem a insercí *Cu* 2; *Cu* 1 jest značně prohnutý, v zevní polovině rovný: *Barva žilek* jest bledě nažloutle bílá, žebra jen zcela vláskovitě nahnědlá; konec *A* 2 a přilehlá k ní část klavální blanky jsou sytě černohnědé tvoříce poloměsíčitou skvrnu. *Blanka* jest čirá, až na právě popsanou skvrnu. Ostny: povrchové ostny pokrývají všechna pole; vedle žilek nechávají široké ostnů prosté pruhy, ku kraji jsou v *cell. Rs*, *M* 1 + 2, *M* a *Cu* 1 zúženy, v *cell. R* 1 zevního kraje vůbec nedosahují; kromě toho sluší podotknouti, že skupina ostnů v *cell. C* + *Sc* jest vůbec jen malá a centrálně ležící a potom, že ostnitá pole v *cell. R* 1 a *Rs* proximálním směrem se ponenáhlu zúžují až mizí. Spodinových ostnů není; marginální skupiny jsou vyvinuty v *cell. Rs*, *M* a *Cu* 1, jsou tak široké jako povrchová pole a dosahují 2/3 délky *M* 1 + 2.

Zadní křídlo jest ze zadu do předu zaokrouhlené se zakouřeným polem análním.

Nohy jsou žlutobílé.

Zadek má tergity světle žluté, hnědě skvrnité a to tak, že první tři články mají hnědou rozplizlou skvrnu uprostřed, následující tři po párovité skvrně postranní; skvrny na 6. tergitu jsou nejrozlehlejší.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* jest se strany 0·18 *mm* dlouhý a tolikéž vysoký, do zadu dolů zaokrouhlený, nahoře mírně vlnitý, mírně rozptýleně chlupatý, žlutobílý. *Kopulační kleště*: jednotlivá větev se strany jest 0·10 *mm* vysoká, celkem přímá, v dolní třetině nejširší, dolů méně, nahoru více zúžená, vzadu s rovným skoro obrysem, vpředu dole silně vypouklá, nahoře vpuklá; na vrcholu ze zadu do předu zaokrouhlená a zde krátce ostře vytažená. Shora: větévky se stejnoměrně ponenáhlu zúžují a končí dvěma zubci, mezi nimiž jest tupoúhlý výkroj; oba zubce jsou konické, na vrcholech mírně zaoblené; zadní zubec jest však hmotnější předního, který jest zase poněkud na ven a do předu vyvrácen. Ze zadu: široké větve se ponenáhlu ku konci zúžují a končí dosti ostře; zevní obrys sevřených kleští jest kruhovitý, spíše trochu širší než vyšší; obrys jest úzce šestiúhelníkovitý. Chlupy jsou rozptýlené, zvláště hojné a dlouhé na zadním vnitřním kraji. Barva žlutavá, zubce černohnědé. *Anální segment* jest 0·25 *mm* vysoký, a 0·09 *mm* široký rovný, mírně na konci do zadu ohnutý, hojně chlupatý, barvy žlutavé.

♀ *Konec těla.* — *Anální segment* shora krátce klínovitý, na konci krátce se stran setnutý a na špičce zaokrouhlený. Na praeparátech 0·47 *mm* dlouhý a 0·15 *mm* vysoký; horní obrys pod anusem mírně vpouklý, pak rovný, konec zaokrouhlený, zoban tvoří asi 1/3 délky, jest dole mírně vypouklý, u kořene má výkroj; basální část článku jest mírně chlupatá, na hrbišti jsou 4 dlouhé chlupy, dále na zobanu pod horním okrajem další 4 středně dlouhé pesíky; horní okraj s jemnými chloupky; koneček mírně chlupatý; ostny začínají na zobanu 0·15 *mm* od konce, tvoří asi 12—13 příčných řad o 1, 4—5 ostnech; ostny jsou kuželovité, ostře vytažené. *Anus* jest 0·20 *mm* dlouhý, kolem s uzavřeným pásem o dvojím uzavřeném kruhu otvůrků voskových žlaz; kolem jest věneček malých chloupků. *Genitální segment* měří nahoře 0·35 *mm*, a jest rovný, před koncem mírně vpuklý, dole 0·28 *mm* a stejnoměrně vypouklý, vpředu 0·25 *mm* a do předu úhlovitě vypouklý; basální část jest ve středu svém mírně chlupatá, odtud pod horním okrajem a při dolním táhne se do zadu řada delších chlupů; ostny stejnotvaré s oněmi na článku análním jsou asi po jedňom v řadě a jest jich asi 12; zoban jest mírně nahoru zahnutý a není odsazen. *Zevní pochvy kladélkové* jsou do zadu něco zúženy, na konci zaobleně uťaté, nepřesahují konec genitálního článku; jsou vzadu nahoře jemně podél načrtané a u base osténky pokryté. *Zevní kladélko* jest v nadlištím jemně kosočtvercované, v podlištím jemně podélně načrtané, lišta s lišténkou táhnou se středem dosti silného těla, které se vzadu náhle úží v nahoru ohnutou, silně chitinisovanou konečnou část, s přišpičatělým koncem a zejkem na spodní straně. *Vnitřní kladélko* má konečnou část sekáčkovitého tvaru, jejíž hoření obrys měří 0·10 *mm* délky. Zbarvení obou konečných článků žlutavé, kolem anusu a na koncích nahnědlé.

Velikost 2·50 *mm* měřeno ku konci složených křídel.

Živná rostlina: hruška; doba sběru: 15. VI. 1913.

Způsob života a larvy nejsou známy.
Výskyt: našla se jenom jednou, ve 3 kusech.
Geographické rozšíření: Turkestan (Taškent).

Poznámka. Velice zajímavou tuto Psyllu jsem obdržel od p. Ivana Vasil'eva z Petrohradu se svrchu uvedeným udáním o nalezišti a rostlině, na které byla sbírána. Morfologicky patří tato nová Psylla nejblíže ku *Psylla bidens* Šulc a *Horváthii* Šulc; od obou rozeznává se už menší velikostí, svým nápadným zbarvením, dále liší se od obou současně oostněním křídla a od *bidens* zvláště tím, že blanka křídelní jest čirá. ♂ kleště jsou tak úzké (štíhlé) jako u *Horváthii*, ale zakončující zubce nejsou stejné a stejnosměrné, nýbrž přední jest slabší a trochu ven a do předu vyvrácený. Dovoluji si dedikovati tento nový zajímavý druh jeho objeviteli p. J. Vasil'evu v Petrohradě.

Literatura.

Šulc, Nové zvěsti o Psyllách, Časopis č. ent. spol. v Praze 1907.
Šulc, Zur Kenntnis einiger Psylla-Arten aus dem ungarischen National-Museum in Budapest, Annales Musei Hungarici, Budapest 1913.

24. **Psylla costalis** Flor 1861 = **pyrastri** Loew 1879.

(Tab. XXIII., Fig. 1.—10.).

Hlava. — *Temeno* jest 0·23 *mm* dlouhé, 0·45 *mm* široké, vzadu stejnoměrně vykrojené, přední rohy zúžené, zaoblené a dolů ohnuté. *Tykadla* 1 *mm* dlouhá. *Kužele čelní* jsou ze široké base ponenáhlu vytažené, na konci zaoblené, více méně divergující, celkem v rovině temene ležící, tedy velmi málo skloněné, 0·20 *mm* dlouhé, hustě chlupaté. *Zbarvení* u nevybarvených: základní barva temene světlezelená, na spodině kuželů rozplizlá, neurčitá kresba temene okrově žlutá (cf. *costalis* Flor), později až hnědá i hnědě fialová (cf. *nobilis* M. D.); u vybarvených: základ oranžový až cihlově červený, kresba černohnědá (na temeni často v podobě ohraničených pruhů nebo skvrn), base a špičky kuželů, tykadlové číšky černohnědé, stejně jako střední čára temene a jeho přední kraj.

Thorax jest zbarven obdobně, převládá celkem rozlehlá, vyvinutá kresba, ze základní barvy jest málo viděti; spodek jest černohnědý, žlutě a červenohnědě skvrnitý.

Přední křídlo jest úzké, 2·50 *mm* dlouhé, největší šířka obnáší 1 *mm*; konec křídla jest stejnoměrně zaokrouhlen, přední polovina oblouku jest jen nepatrně plošší, vrchol nalézá se v polovici *m. cell. Rs. Žilky*: *C* + *Sc* jest plošší, stejnoměrně obloukovitá, přední kraj stigmální jest samostatně vyvinutý, skoro rovný, *R* 1 úplně samostatný, končící nad polovicí *m. cell. M*; *Rs* jest skoro rovný, jen nepatně ve střední 1/3 do předu prohnutý, *M* stejnoměrně obloukovitá, končí nad začátkem zevní 1/3 *m. cell. Cu* 1,

M 1 + 2, *M* 3 + 4 mírně prohnuté, *Cu* 1 v zevní polovině rovný. Zbarvení žilek jest u nevybarvenců světle zelené, později žilky hnědnou, hlavně v zevní polovině křídla; u jedinců zcela vybarvených jsou *R* + *M* + *Cu*, *R* světle žlutohnědé, ostatní žilky temně sienově hnědé. Žebra až na *R* + *M* + *Cu* a *R* jsou silně široce a plynule černohnědě zbarvená tak, že dodávají žilkám rázu velmi tmavého zbarvení; *C* + *Sc* jest velmi jemně tmavohnědě vroubená. *Stigma* jest široké, dlouhé, blanité, končí nad 1/2 *m. cell. M*; jest zakouřené. *Blanka* jest čirá, jemná. Ostny povrchové jsou ve všech polích, nepřistupují až těsně ku žilkám, ale jsou tu úzké stejnoměrné ostnů prosté pruhy; v *cell. R* 1 přistupuje z části skupina ostnů ku kraji, v ostatních krajových polích jsou u kraje skupiny se stran setnuty; k zadní polovině *R* + *M* + *Cu* přistupují ostny těsně bez ostnů prostého pruhu; ostny stojí ve čtvercích a kosočtvercích na 0·02 —0·04 *mm* od sebe. Spodinové ostny jsou přítomny pouze jako malý úsek v nejzevnější části *c. R* 1. Marginální skupiny jsou přítomny v *cell. Rs*, *M*, *M* 1 + 2 a *Cu* 1, jsou tak široké, jako skupiny ostnů povrchových a přesahují o něco polovinu výšky *M* 1 + 2; ostny jejich jsou sporé a hruškovité podoby.

Zadní křídlo jest průměrného obvyklého rodového typu, má hnědé žilky a slabě nahnědlé pole anální.

Nohy jsou žluté až červenohnědé, konce tibií jsou tmavší, stehna až černá.

Zadek u nevybarvenců zelený, pak objevují se na plátech žluté až fialově hnědé podélné skvrny, u vybarvených jsou sklerity višňově hnědé až černé, úzký zadní okraj tergitů a spojivka jsou indicky žluté (♂) nebo rudé (u ♀).

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* se strany 0·18 *mm* vysoký a 0·20 *mm* dlouhý, do zadu a dolů stejnoměrným obloukem omezený, rozptýleně chlupatý, barvy višňově hnědé. *Kopulační kleště*: jednotlivá větev se strany jest 0·18 *mm* vysoká, dole užší, v prostřed výšky nejširší, 0·09 *mm*, pak zvolna se úží a končí vpředu a vzadu dvěma výběžky, mezi nimiž jest hluboký, 0·04 *mm* široký výkroj, tedy ne nepodobná zouváku; přední výběžek jest 0·03 *mm* široký, 0·06 *mm* vysoký na konci stejnoměrně zaokrouhlený, výběžek zadní jest úzký, něco delší, na konci zašpičatělý, oba jsou ku střední čáře skloněné; přední obrys jest něco vpuklý, zadní vypouklý. Shora: zakončení předního výběžku jest hladce zaokrouhlené, výběžky zadní jsou ostře špičaté; není žádných vnitřních zubů. Ze zadu jest větévka skoro v celém průběhu stejně široká; přední výběžek jeví se v perspektivě jako velmi úzký, zadní vřetenovitým, u base zúženým, na konci zašpičatělým; zevní obrys semknutých kleští jest stejnoměrné O, vnitřní dole zašpičatělý, na stranách vbočený, nahoře v arabský oblouk sklenutý; v obou kleštích nahoře hluboké výkroje. Chlupy rozptýlené, na zadním okraji hojné a dlouhé. Barva černohnědá. *Análni segment* jest 0·25 *mm* vysoký, přímý, s koncem mírně zúženým, 0·10 *mm* široký, rozptýleně hustě krátkými chlupy pokrytý.

V.

♀ *Konec těla.* — *Análni segment* shora jest krátce klínovitý, na konci dlouze se stran setnutý, se zaokrouhleným koncem. Na praeparátech v louhu vyvařených a glycerinu montovaných činí délka horního obrysu 0·65 *mm*, šířka basální části 0·20 *mm*; pod anusem jest horní obrys rovný, hrb jest sotva znatelný, kýl zobanu jest hladký, mírně prohnutý, zvláště u kořene, koneček jest něco zduřelý a zcela zaokrouhlený, dolní obrys zobanu jest rovný, výkroj basální jest dlouhý, mělký; zoban sám jest u kořene nejužší, čím dále do zadu se šíří, činí celkem asi třetinu celé délky článku. Chlupy: pod anusem větší rozlehlejší skupina asi 18 chlupů, na hrbu něco menších chlupů a 3—4 velké dlouhé pesíky, jež v počtu 3—4 dále ještě shledáváme pod kýlem zobanu; na horním obrysu mnoho krátkých jasných chloupků, koneček dokola chlupatý. Ostny začinají ihned za prvním pesíkem hrbu, zaujímají celou stranu zobanu, jsou celkem řídce a v neladu sestaveny, tvoříce asi 20 příčných řad po 2—3—4 ostnech; jsou podoby konické dosti dlouhé a ostré, vzadu pak tupé a krátce konické. *Anus* jest 0·20 *mm* dlouhý, kolkolem s uzavřeným chitinovým kruhem o dvojitých otvůrcích voskových žlaz a věnečkem chloupků. *Genitální segment* jest do předu mírně úhlovitě vytažený, 0·26 *mm* vysoký, nahoře před koncem dlouze mělce vykrojený a 0·45 *mm* dlouhý, dole mírně vypouklý a 0·36 *mm* dlouhý; konec ostroúhlý, špičatý, mírně vytažený, střední část plochy článku a dolení okraj hustě dlouze chlupatý, na posledním jsou chlupy zvláště dlouhé, pod horním okrajem zobanu 5—6 konických ostrých ostnů. *Zevní pochvy* přesahují článek genitální a nedosahují konce análního, jsou vzadu šikmo shora dolů do předu setnuté a zaokrouhlené, na basi šupinovitě, v prostřed jemně vlnovitě, na konci podél načrtané. *Zevní kladélko* má tělo 0·25 *mm* široké, s lištou a lišténkou jdoucí středem, k hornímu okraji konce, který jest mírně nahoru ohnutý, na konci zaokrouhlený, dole se zejkem, silně chitinisovaný; nadliští jest jemně kosočtverečkované, podliští jemně beránkovitě načrtané. *Vnitřní kladélko* má tvar trojúhelníkovitého sekáčku, konec utnutý, lištu na dolením okraji s pupíčkem. *Zbarvení*: oba konečné články těla jsou tušově černé, konečky mohou býti červenohnědé.

Velikost **3** *mm.*

Výživná rostlina: Pyrus malus L., (L o e w).

Způsob života: přezimuje v dospělém stadiu, z jara kopula a kladení vajíček; mladé larvy sedí na spodině listů jabloňových aniž by je nějak deformovaly; koncem června objevuje se nový dospělý hmyz, který se rozlézá po koniferách; význačným jest u našeho druhu pomalá změna ve zbarvení a pozdní vybarvení tak, že ještě z časného jara nacházejí se jedinci málo vybarvení, vlastně nedobarvení, což zavdalo i příčinu k mnohým její synonymům.

Larvy popsal spolu s dospělým hmyzem dosti podrobně L o e w 1877.

Početnost: celkem se najde jen jednotlivě a řidčeji.

V.

Zeměpisné rozšíření: Austria, Bohemia, Helvetia, Gallia, Rossia, Krim, Livonia, Fennia (sub *chlorostigma* L o e w).

P o z n á m k a. Popis můj sdělán byl podle typů L o e w-ových *Ps. pyrastri* L o e w, nyní v c. k. Dvorním Museu ve Vídni. Typy ty souhlasily úplně s jedinci, které D u d a a já jsme chytili v Čechách.

Typické exemplary F l o r o v y *Psylla costalis* F l o r (k. k. Hofmuseum Wien; Carniolia, Laibach, *costalis* det. F l o r, type; *costalis* det. L o e w; ♀ et ♂) jsou dle mého podrobného zkoumání zelená nevybarvená *Ps. pyrastri* L o e w; toliko se neshoduje popis ♂ kopulačních kleští, o kterých u *costalis* F l o r píše: „Zange niedrig nur etwa 2mal so hoch wie breit, gegen die Spitze nicht merklich verschmälert" — kdežto u *pyrastri* zakončuje větévka dvěma výběžky, které sedí na široké basi nahoře, na předním a na zadním rohu.

Při autopsii F l o r-ových typů shledal jsem, že ♂ kleště byly přikryty ve své vrchní části análním článkem; po rozměknutí a úpravě viděl jsem, že F l o r popsal jen spodní část větévky — svrchní výběžky jeho pozornosti ušly — ale nyní se zjevily. Jest tedy ♂ kleště identická s *pyrastri*; stejně hlava, křídlo, a ♀ konec těla jsou úplně shodné s *pyrastri*; rozdíly ve zbarvení nejsou závažnými, neb barva se mění stářím jedinců neobyčejně.

M e y e r-D ü r popsal r. 1871 *Psyllu*, kterou považoval za n. sp. pod jménem *nobilis* (Psylloden pg. 394). Krafounký popis jeho nestačí na stanovení specie a typy, které od něho obdržel L o e w, byly tímto synonymovány s *costalis* F l o r (bona, specifica sp. sec. L o e w = *pyrastri* L o e w sec. Š u l c).

Podrobným vyšetřením dosud existujících typů ♂ i ♀ (K. k. Hofmueum Wien, leg. M. D. *nobilis*, det. *M. D.* type, Helvetia, Burgdorf) jsem se přesvědčil, že se jedná o druh shodný s *Ps. pyrastri*; ani křídlo, ani ♀ konec těla, ani zvláště typické ♂ kopulační kleště nenechávají nás v nejmenších pochybnostech; dochovaní jedinci ♂ měli výběžky kleště ohnuté a přikryté análním článkem po seschnutí a tím při revisi L o e w a klamali.

L o e w viděl typy *Ps. costalis* F l o r i *nobilis M. D.*, pro nápadnou shodu je synonymoval, ale pro zvláštní ráz zbarvení je uznával za zvláštní druh *costalis* (1880, pg. 572 Mittheilungen über Psylloden): „Die Typen, welche ich zur Verfügung hatte, zeigten in allen Merkmalen und sogar in der Färbung eine so vollkommene Übereinstimmung, daß, im Falle man ihre Etiquetten verwechselt hätte, dieß Niemandem aufgefallen wäre."

Revise ukázala, že se jedná vskutku o jedince jednotného druhu, ale ne o druh samostatný, nýbrž o *Ps. pyrastri* L o e w, o ♂ kleštích a ♀ konci těla se L o e w nezmiňuje, patrně jich nepraeparoval a tím mu identita s *pyrastri* ušla.

P. costalis S c o t t 1882 jest pouhým bezvýznamným seznamovým jménem bez popisu, které netřeba bráti v úvahu.

V.

Nastává otázka, jak synonymovati; popis F l o r ů v (1861) jest starší sice, ale tak klamný v nejdůležitějším bodě (totiž definici ♂ kleští), že nebýti náhodou zachovalých typů, nikdo nikdy by *costalis* neurčil; popis L o e w ů v 1871 jest mladší, ale tak přesným, že nelze specii neidentifikovati.

Pokládal jsem vědeckou literární práci za cennější pomíjejícího a zaměnitelného typu, a podřadil jsem 1907 i 1910 *costalis* F l o r. 1861 jako synonymum ku *pyrastri* L o e w. 1871, ale významní dnešní systematikové v tom se mnou se neshodují (*Horváth* in litt, M. O. R e u t e r 1910, O š a n i n 1910) a hájí prioritu jména *costalis*, v čemž jim možno ustoupiti, aby se docílilo nomenklatorické jednoty.

Type *chlorostigma* L o e w. 1886, jest v Zool. Museu v Helsingforsu, odkud mi byl p. prof. J. S a h l b e r g e m laskavě zapůjčen; i tento druh jest typická *costalis* a ♂ kleště na obrázku provázejícím diagnosu L o e w nenakreslil správně; jedinec jest velmi nevybarvený.

Literatura a synonymie.

costalis F l o r G., Zur Kenntn. d. Rh., Moskva 1861.
pyrastri L o e w F., Beiträge z. Kenntn. d. Psyll., Verh. d. k. k. z. b. Ges. Wien 1877.
item idem, Revision d. pal. Ps., ibidem 1882.
item idem, Katalog d. pal. Ps., Wiener Ent. Ztg., 1882.
item idem, Jugendstad. d. Psyll., ibidem, 1884.
chlorostigma idem, Neue Beiträge etc., ibidem, 1886.
pyrastri idem, Übersicht d. Ps. v. Oest. Ung., ibidem, 1888.
nobilis M e y e r-D ü r, Psylloden, Schaffhausen 1871.
pyrastri D u d a, Catalogus, Praha 1892.
costalis E d w a r d s J., Hem. Hom. Brit. Isl., London 1896.
item P u t o n, Catalogue, Caën 1899.
pyrastri item, ibidem.
costalis L a m b e r t i e M., Faune d. Psyll. etc., Bordeaux 1901.
item O š a n i n B., Verzeichnis, St. Petersburg 1907.
pyrastri idem, ibidem.
pyrastri Š u l c, Nově zvěsti o Psyllách, Čes. Č. Spol. Ent. Praha 1907.
pyrastri Š u l c K., Úvod do studia r. Psylla etc. Věst. Král. Česk. Uč. Spol., Praha 1910.
costalis R e u t e r M. O., Charakteristik d. Hem. Fauna d. pal. Koniferen, Acta Soc. Fenn., Helsingfors 1908.
costalis O š a n i n B., Verzeichnis (Nachträge), St. Petrograd 1910.
costalis O š a n i n B., Katalog der pal. Hemipteren, Berlin 1913.
costalis A u l m a n n G., Psyllidarum Catalogus, Berlin 1913.

25. **Psylla Zaicevi** n. sp. 1915.

(Tab. XXIV.)

Hlava. — *Temeno* 0·40 *mm* široké, 0·20 *mm* ve střední čáře dlouhé, vzadu stejnoměrně obloukovitě vykrojené, přední rohy zúžené a zaokrouhlené. *Tykadla* 0·85 *mm* dlouhá, první dva články oranžové, 3. a 4. nahnědlé,

ostatní smolově černé. *Kužele čelní* jsou jen o něco kratší temene t. j. 0·17*mm*, ze široké base k tupě zašpičatělému vrcholu se stejnoměrně zúžují, málo divergují, málo se dolů sklánějí; jsou hustě chlupaté. *Zbarvení*: základ jest žlutobílý, kresba oranžová, rozlehlá; kužele čelní jsou oranžové, na vrcholu světlejší až žlutobílé.

Thorax jest v základní barvě žlutobílý, kresba jest oranžová, rozlehlá převládá barva oranžová.

Přední křídlo jest 2 *mm* dlouhé, 0·85 *mm* jest největší šířka právě uprostřed délky. Konec křídla stejnoměrně zaokrouhlen, přední i zadní polovina oblouku stejně zahnutá, vrchol leží právě v polovině *m. cell. Rs*. *Žilky*: *C* + *Sc* stejnoměrně obloukovitá, na začátku nejsilnější, čím dále distálně, tím slabší; *m. stigm.* jest samostatný, *R* 1 v celém průběhu samostatný, končí nad začátkem zevní třetiny *m. cell. Cu* 1; *Rs* skoro rovný, ve střední třetině jen málo do předu prohnutý, končí nad insercí *M* 1 + 2; *M* kratší, končí nad polovicí *m. cell. Cu* 1, *M* 1 + 2, *M* 3 + 4 delší, mírně prohnuté; *Cu* 1 stejnoměrně obloukovitý. Zbarvení žilek: světle žlutohnědá žebra jsou velmi význačná, všude až intensivně široce černohnědě zbarvená, někdy zastiňují i zabarvení žilek. Konec *A* 2 černohnědý. *Blanka* čirá, jemná, někdy s neurčitými šmouhovitými šedožlutými stíny v zevní třetině křídla a podél *sut. analis* nedosahující kraje a žilek; zevní konec zasuturální části *cell. Cu* intensivně zakouřený. *Stigma* blanité, pozvolna se zúžující, končí nad začátkem zevní 1/3 *Rs*, tedy kratší, zakouřené, ostny pokryté. Ostny povrchové stojí ve čtvercích a kosočtvercích na 0·02—0·04 *mm* od sebe a pokrývají všechna pole úplně, nevynechávajíce bezostných pruhů, přistupují těsně až k žilkám. Spodinové ostny pokrývají zúplna *cell. C* + *Sc* a *R* 1 v rozloze ostnů povrchových. Ostny marginální přítomny jsou v *cell. Rs*, *M* 1 + 2, *M* a *Cu* 1, zaujímají asi střední 1/3 pole a dosahují sotva 1/3 délky *M* 1 + 2, jsou řídce rozsazené, makroskopicky nepostřehnutelné.

Zadní křídlo jest obvyklého rodového tvaru a má nahnědlé žilky.

Nohy jsou žlutohnědé a mají nahnědlá stehna a tarsy.

Zadek má pláty žlutohnědé až zcela černohnědé, s hnědými šmouhami spojivku a úzké zadní okraje plátů hřbetních žlutočervené až červené.

♂ *Konec těla.* — *Genitální segment* se strany 0·20 *mm* vysoký a tolikéž dlouhý, do zadu dolů stejnoměrným obloukem omezený, horní obrys v přední polovici jest rovný; chlupy řídké, rozptýlené, barva žlutočervená, nahoře a vpředu sepiově zahnědlá. *Kopulační kleště*: jednotlivá větev se strany jest přímá, šupinovitá, 0·20 *mm* vysoká, v dolení 1/3 nejširší, pak ku stejnoměrně zaoblenému vrcholu mírně zúžená; zadní i přední obrys mírně vypouklé, na zadním obrysu na začátku horní 1/3 jest mělký výkroj; za vrcholem z vnitřní plochy kleští vyčnívá (více méně dle seschnutí a orientace klęští) smolově černý zubec, nahoře vybraný, vpředu i vzadu mírně rohovitě vytažený. Shora: zevní šupinovitý konec jednotlivé větve jest stejnoměrně zaokrouhlený, z vnitřní strany každé větve (branche) vyniká ze široké base výčnělek, končící poloměsíčitým zubcem, jehož přední ostrý

roh hledí do předu a nahoru, zadní širší a zaoblenější (ač také krátce ostrý) do zadu a nahoru; předozadní délka poloměsíčitého zubce jest 0·05 *mm*. Ze zadu: u base užší větévka se povlovně do dvou třetin výšky rozšiřuje; zde na vnitřním obrysu vyniká na široké basi nasedlý, náhle dovnitř ohnutý výčnělek S-ovitě zahnutý, ku konci se zúžující a ostře končící (obrys přední poloviny ptáka, dlouhokrkého, krátkozobého holuba); výčnělek dosahuje výšky šupinovité zevní části konce větve, která se jeví silně zúžená a na konci zaokrouhlená. Chlupy kleští jsou rozptýlené, zvláště dlouhé na konci šupinovité části. Zbarvení kleští žlutohnědé, poloměsíčitý zubec jest zcela černý. Zevní obrys semknutých kleští jest dolů se zúžující O, vnitřní obrys pak kuželkovitý, mimo to na vrcholu každé větve hluboký zaokrouhlený vkroj.

♀ *Konec těla.* — *Anální článek* shora jest tvaru dlouze klínovitého, zoban jest se stran setnutý, koneček zaokrouhlený a nahoru zahnutý. Se strany na praeparátech jest 0·67 *mm* dlouhý, 0·17 *mm* v basální části široký, pod anusem mělce vpuklý, dlouhý, nižší hrb, zoban tvoří asi třetinu délky, jest povlovně vytažený, má hladký kýl, mírně vypouklou dolní stranu, koneček trochu nadmutý, zcela zaokrouhlený a nahoru ohnutý. Chlupy hojné, dlouhé, na basální části rozptýlené, 3 dlouhé silné pesíky a několik menších silnějších na hrbu, pod kýlem zobanu 2—3 pesíky, na kýlu a konečku kol dokola množství krátkých ostrých světlých chloupků. Ostny začínají na 0·30 *mm* od konce, stojí zprvu po 2, pak se množí a zaujímajíce dolní 2/3 zobanu stojí po 5—6 asi v 26 příčných řadách, jdouce těsně až k dolnímu okraji; tvarem jsou dlouhé, ostře vytažené, ony na samém konci nahoře sedící jsou značně kratší. *Anus* jest krátký, měří pouze 0·15 *mm* v předozadním průměru, kolkolem jest chitinový uzavřený kruh s dvouřadými otvůrky voskových žlaz a věneček chloupků. *Genitální segment* jest tvaru trojúhelníkovitého, nahoře 0·50 *mm* dlouhý a rovný, dole 0·40 *mm* dlouhý a vypouklý, vpředu 0·35 *mm* dlouhý a do předu mírně vypouklý; zoban jest krátký, nevytažený, ostrý. Ostny stejné podoby jako ostny análního článku začínají pod horním okrajem konce článku a stojí zde po 2—3 v příčných řadách, pak řídnou na 1 a konečně v prostřední 1/3 plochy článku opět zaujímají dosti značnou plochu, ale stojí řídce od sebe a vpředu a nahoře se pozvolna mění v ostnité chlupy. Několik delších chlupů stojí nad střední 1/3 rozlohy ostnů a pokračují dále do předu jako chloupky stále a stále menší, odtud jdou opět dolů a za ostny a pod ostny až na zoban stávají se postupem delšími až na dolním okraji jsou nejdelší. *Zevní pochvy* dosahují konce asi genitálního článku, jsou vzadu uťatě zaoblené, u base šupinovitě, v konečné třetině jemně podélně načrtané. *Zevní kladélko*: tělo má nadlištní jemně kosočtvercované, podlištní jemně načrtané, lišta jde středem těla s lištěnkou k hornímu okraji konce, konec se ponenáhlu zúžuje a nahoru ohýbá, jest silně chitinisovaný, koneček jest zaokrouhlený a má na dolním okraji zejk. *Vnitřní kladélko* jest trojúhelníkovitě sekáčkovité, má uťatý zaoblený konec a úzkou lištu, na dolním

okraji pupíček. *Zbarvení*: anální článek jest černý, střed pod anusem jest žlutohnědý; genitální článek jest žlutohnědý, u base a na konci černohnědý.

Velikost 2·50 *mm*, měřeno ku konci složených křídel.

Výživná rostlina jest neznáma (vrba?).

Způsob života, larvy nejsou známy; sbírána byla od 15. VIII. do 1. IX. 1909; pravděpodobně tedy přezimuje.

Geografické rozšíření: Sibíř, Pe-mal, Obdorskaja tundra, Karskaja tundra, Tobolská gubernie, leg. F. Zajcev, asi v 15 kusech (♀ i ♂).

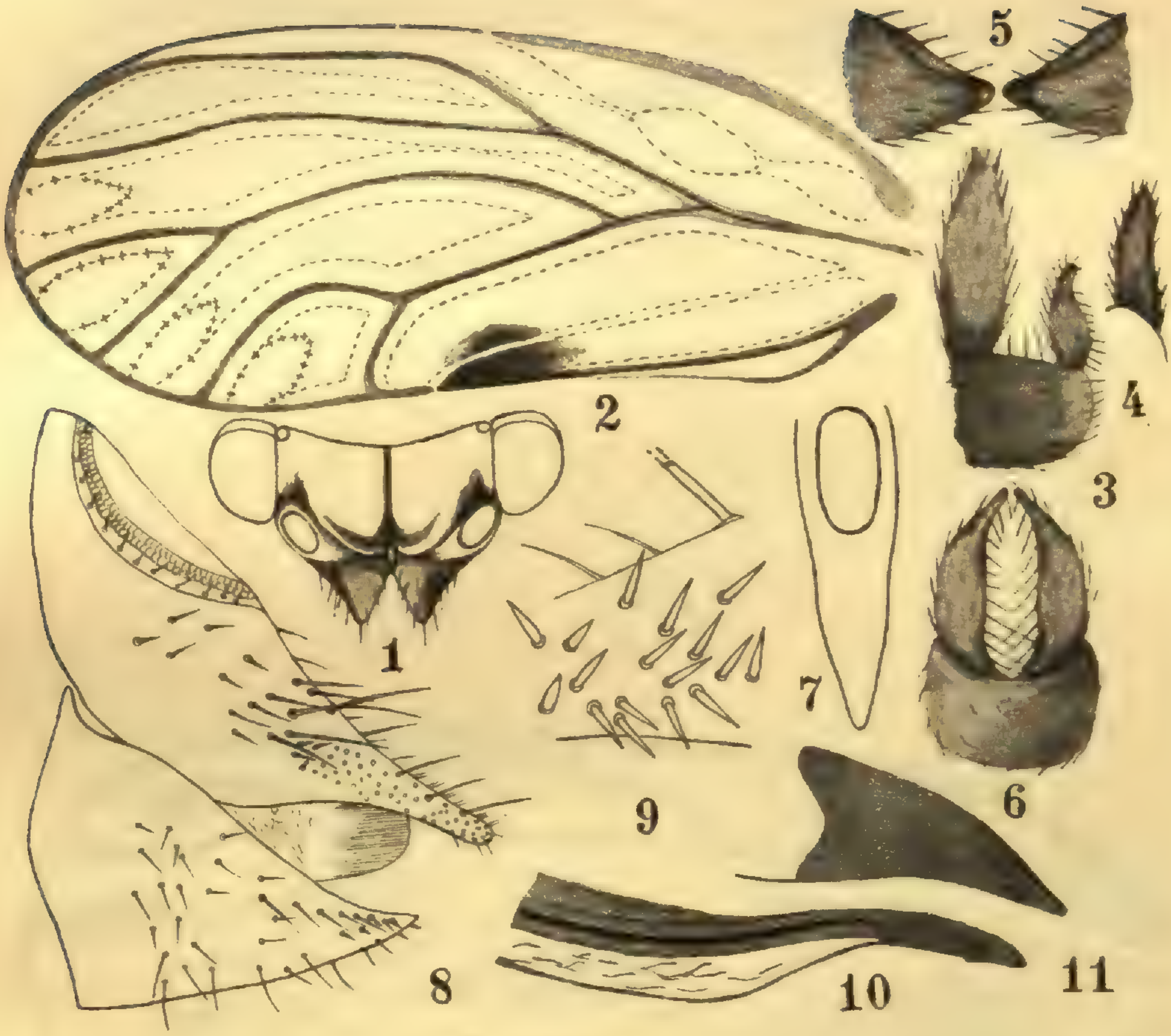
Poznámka. Materiál, který sloužil ku sepsání popisu této n. sp., jsem obdržel laskavostí p. F. Zajceva z Petrohradu, Zoologické museum Carské Akademie Nauk.

Druh tento jest velmi těžko v systemu zařaditi. Tvarem ♂ kopulačními kleštěmi stojí dosti ojediněle; snad ještě nejspíše některými znaky ♂ kleští blíží se ku skupině našich Psyll vrbových, jako *Ps. Dudai, saliceti* atd., křídlem má jisté vztahy ku *Ps. Palmeni*, se kterou také současně se vyskytá, alespoň p. Zajcev ji uvádí z týchž nalezišť.

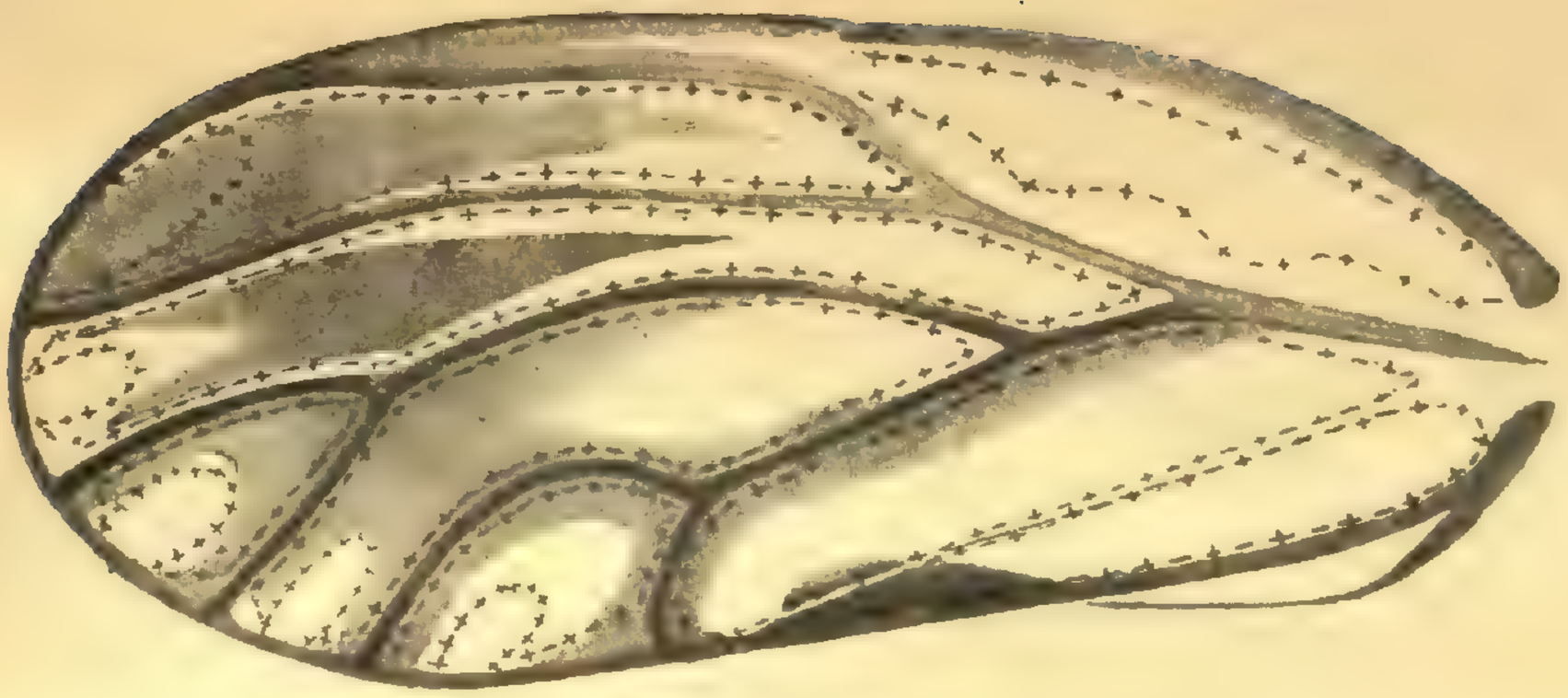
Celá její organisace ukazuje, že mezi ní a dnes známými druhy bylo, anebo najde se ještě několik druhů přechodních.

V.

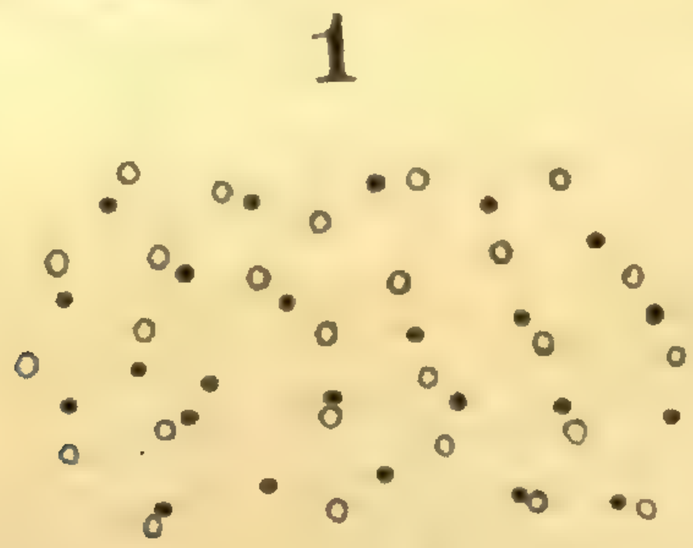
14. *Psylla pyri* L. autorum. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. ♂ Genitální článek s kopulační kleští a anální článek se strany pravé. 4. Ukončení ♂ kopulačních kleští shora a ze zadu. 5. ♂ Genitální článek a kleště ze zadu. 6. ♀ Konec těla (anální a genitální článek) se strany. 7. Týž shora. 8. Ostny zobanu ♀ an. článku. 9. Zevní kladélko. 10. Vnitřní kladélko. 11. Kladélkové pochvy.



15. *Psylla pyricola* Foerster 48. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. ♂ Genitální článek, kopulační kleště a análni článek se strany. 4. ♂ Kopulační kleště v odchylném tvaru seschlé se strany. 5. ♂ Kopulační kleště shora (ukončení). 6. ♂ Genitální článek a kop. kleště ze zadu. 7. ♀ Anální článek shora. 8. ♀ Anální a genitální článek se strany. 9. Ostny zobanu an. článku. 10. Zevní kladélko. 11. Vnitřní kladélko.



1

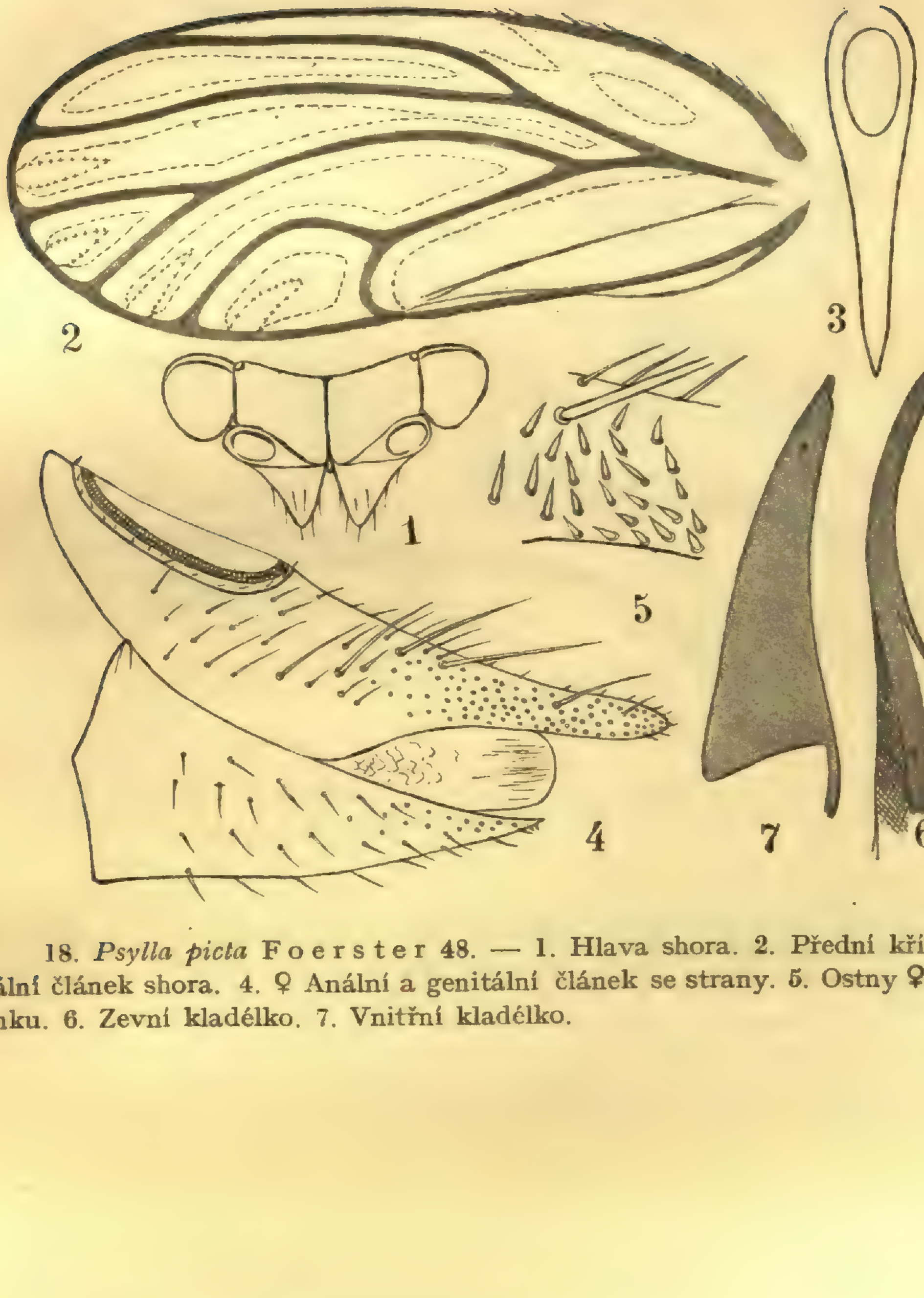


2

3

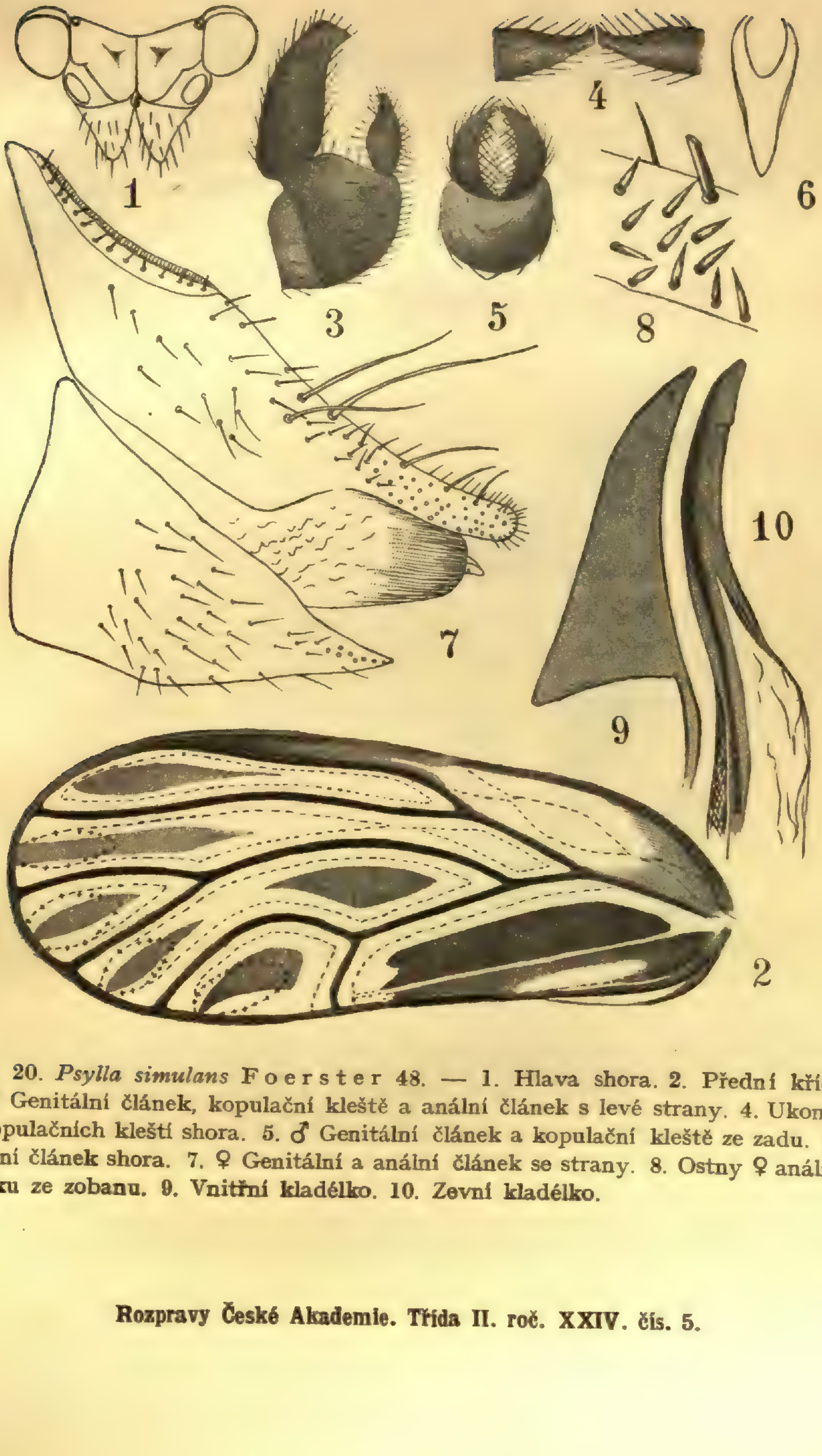
16. *Psylla pyrarboris* Šulc 10. — 1. Přední křídlo. 2. Rozsazení ostnů předního křídla.

17. *Psylla vicina* n. sp. 3. Přední křídlo.



18. *Psylla picta* Foerster 48. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. ♀ Anální článek shora. 4. ♀ Anální a genitální článek se strany. 5. Ostny ♀ análního článku. 6. Zevní kladélko. 7. Vnitřní kladélko.

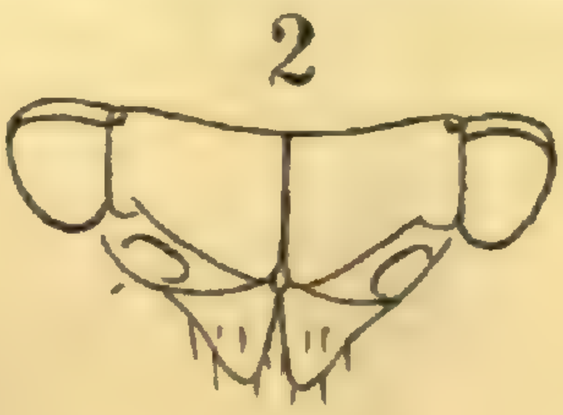
19. *Psylla pyrisuga* Foerster 48. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. Rozsazení ostnů téhož. 4. ♂ Genitální článek, kopulační kleště a anální článek se strany. 5. ♂ Genitální článek a kopulační kleště ze zadu. 6. Konec ♂ kopulačních kleští shora. 7. ♀ Anální článek shora. 8. ♀ Anální a genitální článek se strany. 9. Ostny zobanu ♀ análního článku. 10. Zevní kladélko. 11. Vnitřní kladélko.



20. *Psylla simulans* Foerster 48. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. ♂ Genitální článek, kopulační kleště a anální článek s levé strany. 4. Ukončení ♂ kopulačních kleští shora. 5. ♂ Genitální článek a kopulační kleště ze zadu. 6. ♀ Anální článek shora. 7. ♀ Genitální a anální článek se strany. 8. Ostny ♀ análního článku ze zobanu. 9. Vnitřní kladélko. 10. Zevní kladélko.

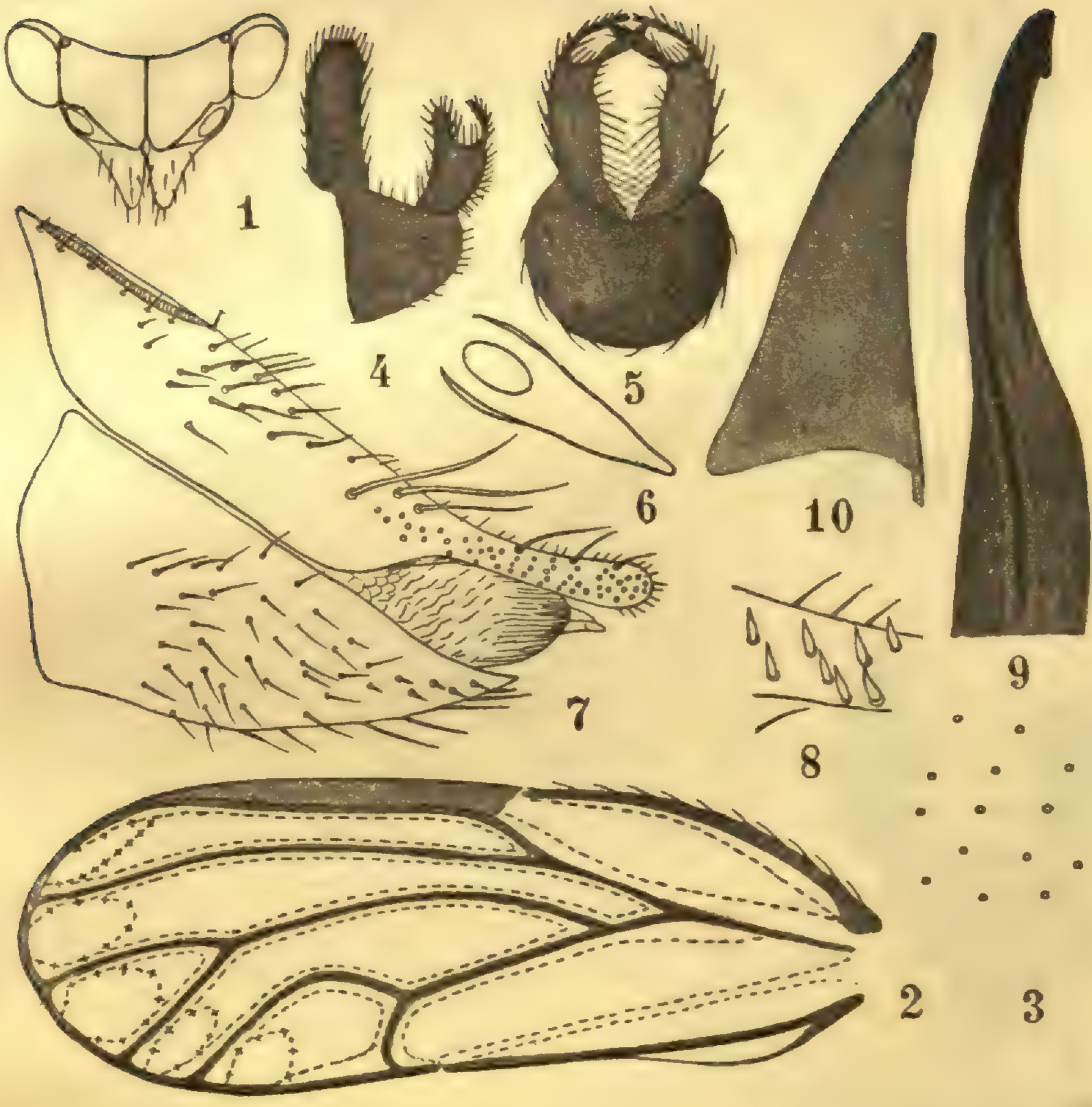
"

21. *Psylla bidens* Šulc 07. — 1. Přední křídlo. 2. ♀ Análni článek shora. 3. ♀ Análni a genitální článek se strany. 4. Vnitřní kladélko. 5. Vnější kladélko. 6. Ostny zobanu ♀ análního článku. 7. Ukončení ♂ kleští shora. 8. ♂ Genitální článek, kopulační kleště a anální článek se strany levé. 9. ♂ Genitální článek a kopulační kleště ze zadu. 10. Hlava shora.

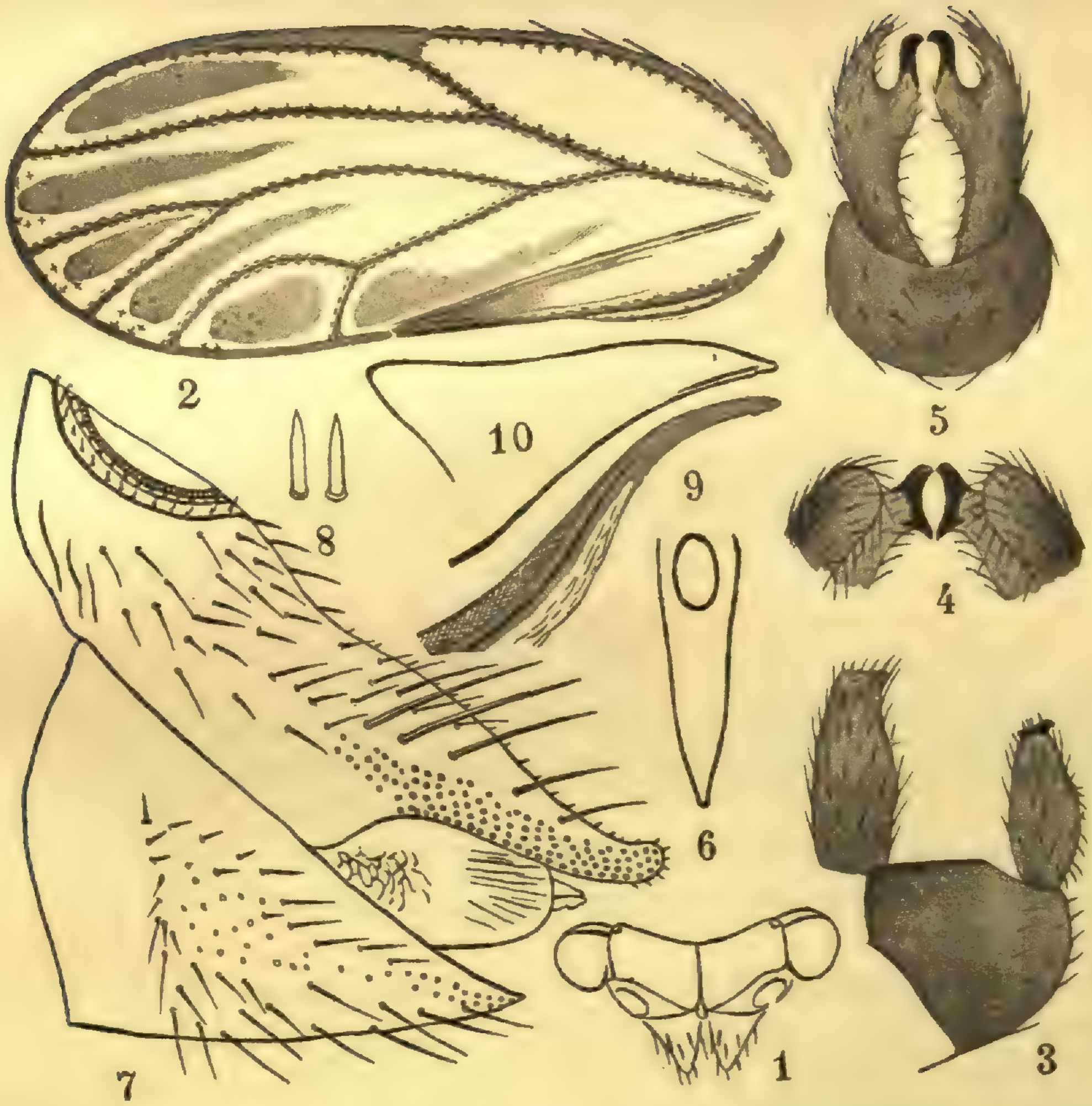


22. *Psylla Horváthii* Šulc 13. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. ♂ Genitální článek, kopulační kleště a anální článek se strany levé. 4. Konec ♂ kopulačních kleští shora. 5. ♂ Genitální článek a kopulační kleště ze zadu.

23. *Psylla Vasil'evi* n. sp. — 1. Hlava shora. 2. ♀ Shora. 3. Přední křídlo. 4. ♂ Genitální segment, kopulační kleště a anální článek se strany. 5. Ukončení ♂ kleští shora. 6. ♂ Genitální segment a kopulační kleště ze zadu. 7. ♀ Anální článek shora. 8. ♀ Anální a genitální článek se strany. 9. Zevní kladélko. 10. Vnitřní kladélko.



24. *Psylla costalis* F l o r. 61. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. Rozestavení ostnů na témž. 4. ♂ Genitální článek, kleště a anální článek s levé strany. 5. ♂ Genitální článek a kopulační kleště ze zadu. 6. ♀ Anální článek shora. 7. ♀ Anální a genitální článek se strany. 8. Ostny ♀ análního článku. 9. Zevní kladélko. 10. Vnitřní kladélko.



25. *Psylla Zajcevi* **n. sp. — 1. Hlava shora. 2. Přední křídlo. 3. ♂ Genitální segment, kopulační kleště a anální článek s levé strany. 4. ♂ Kopulační kleště shora. 5. ♂ Genitální segment a kopulační kleště ze zadu. 6. ♀ Anální segment shora. 7. ♀ Genitální a anální segment se strany. 8. Ostny zobanu ♀ análního segmentu. 9. Zevní kladélko. 10. Vnitřní kladélko.**

O refrakci, hustotě a rozpustnosti etheru ve vodě a v solných roztocích.

Podává

Dr. **J. KAPLANOVÁ** v Praze.

(Se 2 obrazy v textu.)

Předloženo dne 15. ledna 1913.)

Snížením rozpustnosti nějaké látky A v rozpustidle B způsobeným přidáním třetí látky N první zabýval se Nernst.[1]) Odvodil vzorec pro „relativní snížení rozpustnosti“:

$$\frac{a - a'}{a} = \frac{n}{100},$$

kdež a jest rozpustnost látky A (etheru) v rozpustidle B (vodě), a' rozpustnost její po přidání látky N a n počet molekul látky N připadajících na 100 molekul rozpustidla A.

Pomocí snížení rozpustnosti stanovil pak molekulární váhu látek rozpustných sice v etheru, ale nerozpustných nebo skoro nerozpustných ve vodě.

Práce jeho nalezla četné následníky. Byli to hlavně Schuncke,[2]) Tolloczko[3]) a Klobbie,[4]) kteří vesměs se zabývali změnou rozpustnosti etheru ve vodě, jež nastane, rozpustíme-li předem v etheru nějakou sloučeninu organickou nerozpustnou ve vodě. Euler[5]) naopak zkoušel, oč je menší rozpustnost etheru ve vodném roztoku nějaké soli než v čisté vodě. Jako míry rozpustnosti užívá výrazu:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{l_v - l_s}{l_v} = l,$$

kdež c je koncentrace roztoku voda—sůl, l_v rozpustnost etheru ve vodě, l_s v roztoku solném. Také zkouší empirický vzorec:

---

[1]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 6, str. 16.
[2]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 14., str. 331.
[3]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 19., str. 389.
[4]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 24., str. 613.
[5]) Zeitschr. f phys. Chemie, sv. 31., str. 360 a sv. 49,. str. 305.

$$\frac{l_v - l_s}{c^{\,2}/_3} = \text{const.}$$

Vlivem soli na rozpustnost plynů ve vodě zabývali se mnozí. Timofejev, [1]) Gordon [2]) a Roth [3]) zkoušeli $N_2\,O_2$. Knopp[4]) vedle tohoto pracoval také s vodíkem. Shledal, že nehoví empirický vzorec:

$$\frac{l_v - l_s}{c^{\,2}/_3} = \text{const.}$$

Lepší shody výpočtu s pokusy dosáhl vzorcem Jahnovým:

$$\frac{1}{c}\,log\,\frac{C'_1}{C_1} = (1-\alpha)\;A + \alpha\,B,$$

kdež c opět značí množství soli v původním vodném roztoku, C_1', C, jsou totožny s výrazy l_s, l_v, α je stupeň dissociace roztoku voda—sůl, A, B konstanty, jež nutno vypočísti zvláště pro každou sůl.

Kysličník siřičitý zkoušeli Setschenow, [5]) Fox [6]) a Mc Lauchlan.[7]) Shledali, že anionty lze seřadit co do působnosti takto: $S\,O_4$, NO_3, Cl, Br, J. Steiner [8]) zkoušel absorpci vodíka.

Rothmund [9]) rozpouštěl fenylthiokarbamid v solných roztocích. Shledal přibližnou správnost Eulerovy rovnice:

$$l = \text{const.}$$

Jahn[10]) zabýval se snížením rozpustnosti theoreticky. Odvodil uvedenou již rovnici:

$$\frac{1}{c}\,log\,\frac{C_1'}{C_1} = (1-\alpha)\;A + \alpha\,B,$$

kterou lze psáti pro nízké koncentrace — jelikož v tom případě C_1' neliší se valně od C_1 — poněkud jednodušeji:

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{C_1' - C_1}{C_1} = (1-\alpha)\;A + \alpha\,B.$$

Zkoušet, pokud který z uvedených vzorců hoví, bylo úkolem hlavní části této práce. Měření refraktometrická měla býti úvodem a zkouškou, bylo-li by možno touto pohodlnou methodou určovat ether v roztocích.

---

[1]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 6., str. 141.
[2]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 18., str. 1.
[3]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 24., str. 114.
[4]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 28., str. 97.
[5]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 4., str. 117.
[6]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 41., str. 458.
[7]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 44., str. 600.
[8]) Wied. An., sv. 52., str. 275.
[9]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 33., str. 401.
[10]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 41,. str. 258.

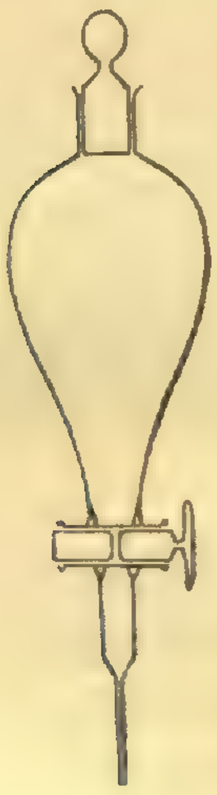
A) *Příprava roztoků.*

Při své práci užívala jsem roztoků od slabých koncentrací až k nejsilnějším. Ether, jehož mělo býti použito, byl napřed několikráte protřepán s destillovanou vodou, potom s koncentrovaným louhem sodnatým, posléze destillován. Užito bylo jen střední části destillované kapaliny. Jelikož vodnatý ether ukazuje po nějaké době stopy alkoholu,[1]) byl odvodněn granulovaným chloridem vápenatým, jenž v něm byl ponechán 24 hodiny; na to byl slit a opět destillován. Po destillaci nalit do lahviček dobře se uzavírajících, do nichž vloženy vždy dva nebo tři kousky taveného $CaCl_2$.

Ether takto připravený byl úplně neutrálný; třepán s citlivou zředěnou tinkturou lakmusovou nezpůsobil změnu barvy; neodbarvoval slabý roztok manganistanu (nepřítomnost superoxydů). Při teplotě 17,5° měl hustotu 0,7184, bod varu při tlaku 746 *mm* 34,1°.

Odměrné baňky sloužící ke přípravě solných roztoků kalibrovala jsem všechny sama. Několikráte mezi prací přesvědčila jsem se o správnosti kalibrace.

Temperatura stanovena byla na 17,5° C, alespoň pro většinu pokusů. Teplotu tuto volila jsem z dvojího důvodu. Jednak teplota místnosti, v níž jsem pracovala (souterrain), držela se přibližně na tomto stupni, jednak tabulky k Pulfrichovu refraktometru, jejž jsem potřebovala k části pokusů, jsou konstruovány právě pro 17,5°. Užívaný teploměr byl porovnán s normálním přístrojem. Z ohledu na měření refraktometrická byly všechny nádoby kalibrovány na Mohrův litr a také hustota byla počítána z roztoků takto stanovených. I když jsem později přestala pracovat refraktometrem, přidržela jsem se pro jednoduchost původního způsobu.



Obr. 1.

Roztok ztemperován byl v thermostatu, který držel pomocí Ostwaldova thermoregulátoru teplotu 17,5° s chybou $\pm$ 0,06°. Míchání vody obstarával teplovzdušný motor, pohybující míchačkami na vodorovném hřídeli. Odvážená sůl byla vpravena do baňky o obsahu 200 cm^3 a rozpuštěna v přiměřeném množství destillované vody. Po ztemperování doplněn roztok po značku. Mezitím připravena byla dělicí nálevka (obr. 1.) s obsahem asi 400 cm^3. Byla pečlivě vymyta, propláchnuta čistým líhema sušena při teplotě asi 50° v malé sušárně. Ještě teplá byla vyňata a vyfoukána proudem vzduchu. Když vychladla, nalila jsem do ní solný roztok. Ether bylo nutno před použitím navlhčiti. Rozpouštíť při 17,5° dle Klobbieho 1,187%, dle Schunckeho 2,645% vody. Jelikož jsem používala vždy asi 25 cm^3 etheru na 100 cm^3 roztoku byl

[1]) Beilstein, Handb. d. org. Chemie, sv. I., str. 293.

by mělo množství vody roztoku odňaté dosti patrný vliv na koncentraci. Proto přidávala jsem k etheru, jejž jsem zhruba odměřovala v odměrném válečku, děleném na cm^3, vždy několik cm^3 solného roztoku a několikráte protřepala. Když pak se roztok ustál u dna nádobky, slila jsem ether do připravené dělicí nálevky, obsahující solný roztok a opět protřepala. Potom byla upevněna hořejší zátka nálevky pomocí kaučukového převlaku a přes výtokovou trubici přesunuta podobným způsobem tlustostěnná zkumavka, aby dolejší část byla chráněna proti vniknutí vody. Nálevky takto upravené byly vnořeny do lázně. V intervallech 1—2 hodin jsem je vždy znovu protřepávala. Roztoky zůstávaly v lázni zpravidla 24—30 hodin. Tak dlouhé doby není však třeba k nasycení roztoku etherem. Výsledky byly stejné, když jsem vnořila nálevky do studené vody, v níž zůstaly — za občasného třepání — asi hodinu. Etheru rozpouští se tím více, čím studenější je rozpustidlo. Ale ohřeje-li se potom — opět za občasného třepání — tekutina v thermostatu na 17,5°, vyloučí se přebytečný ether. Zkoušela jsem několik roztoků oběma způsoby a dosažené výsledky byly zcela uspokojivé, jak plyne z tabulky:

Sůl	g soli ve 100 cm^3 roztoku	g etheru ve 100 cm^3 roztoku	
		I. meth.	II. meth.
KCl	7,46	4,2018	4,2014
KBr	20,00	3,4251	3,4259
$BaCl_2 . 2H_2O$	20,76	3,3217	3,3228
NH_4Cl	10,00	3,7683	3,7591
KNO_3	10,092	5,0090	5,0079

Rozdíly vyskytují se na třetím nebo čtvrtém místě desetinném. Jen NH_4Cl vykazuje differenci již na druhém místě; ale choval se během všech pokusů tak nepravidelně, že jsem jej do hlavních tabulek ani nezařadila. Přidržela jsem se téměř výhradně prvého způsobu. Bylo mi možno zpracovati denně nejvýš čtyři roztoky, takže nálevky mohly zůstávati celý den v lázni.

Asi dvě hodiny po posledním protřepání byla nálevka vyňatá z lázně rychle otřena utěrkou několikráte složenou, aby se teplem ruky stěna neohřála. Takové místní zahřátí mělo ihned za následek vylučování se etheru, což se jevilo zakalením roztoku nedaleko místa, kde se ruka dotkla skla. Po odstranění hořejší zátky i zkumavky bylo něco tekutiny vypuštěno. Této části roztoku jsem nikdy nepoužila z obavy, že by mohla být zředěna stopou vody vniknuvší do výtokové trubice nálevky. Zbývající část byla rozdělena pro určování hustoty a zjišťování množství rozpuštěného etheru.

Roztoky pro měření refraktometrická upravovány byly jinak. Pro hlavní pokusy rozpouštěna byla sůl ve 100 cm^3 vodného roztoku, kdežto pro měření refraktometrická byl ether již započten do 100 cm^3 roztoku. Prvé roztoky byly tedy etherem ještě zředěny, druhé oproti nim byly hustší. Při těchto rozpouštěna byla sůl v baňkách o 100 cm^3 ve vodě, zaujímající asi $^3/_4$ obsahu baňky. Vše bylo vytarováno, načež odváženo bylo do baňky něco etheru — tolik, aby se jistě všechen rozpustil. Když se tak stalo, byla tekutina ztemperována a dolita po značku. Používání dělicích nálevek bylo zbytečné, jelikož nad tekutinou nikdy nezbyl ether.

B) *Refrakce etheru ve vodě a v solných roztocích.*

K pracím refraktometrickým užívala jsem Pulfrichova ponorného refraktometru. Roztok nalije se do kovové cuvetty, dobře zabroušené k dolejšímu okraji refraktometru a upevňující se pomocí bajonetového závěru. Cuvetta vnoří se do lázně opatřené míchadlem a jemným teploměrem děleným na desetiny stupně. Obvyklá temperatura je 17,5°. Pro tu zřízeny jsou i tabulky, jichž jsem užívala.[1]) Nově stanoviti bylo mi refrakci roztoků dusičňanu olovnatého ve vodě. Vodní roztoky ostatních solí mnou užívaných jsou vesměs uvedeny v tabulkách.

Při pokusech šlo mi o to vyšetřit, pokud je refrakce additivní vlastností, čili pokud platí rovnice:

$$\frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)\, d} = const. = a_1 \frac{n_1^2 - 1}{(n_1^2 + 2)\, d_1} + a_2 \frac{n_2^2 - 1}{(n_2^2 + 2)\, d_2} + \ldots,$$

kterou odvodil Lorentz [2]) na základě Maxwellovy rovnice $K = n^2$ (K = dielektrická konstanta, n = index lomu určité látky) a některých předpokladů z elektromagnetické theorie světla: že světelný ether mezi molekulami lámajícího tělesa má tytéž vlastnosti jako ve vzduchoprázdném prostoru; že v každé molekule isotropního tělesa elektromotorická síla vzbuzuje elektrický moment síle úměrný a s ní stejnosměrný; že i pro nesmírně malé vzdálenosti intermolekulární platí zákon Coulombův.

V rovnici značí: a exponent lomu, d hustotu nějaké směsi, n_1, $n_2 \ldots$, d_1, $d_2 \ldots$ příslušné veličiny součástí a a_1, $a_2 \ldots$ množství součástek v 1 g směsi. Podle ní tedy stejná množství téže látky, jmiž se zředí různé roztoky na stejné objemy, mají způsobiti stoupnutí refrakce o tutéž veličinu, ovšem jen pokud smíchané látky nepůsobí na sebe chemicky, čímž by se molekulárná struktura celku změnila.

Výsledky podávají tabulky, jichž uspořádání je toto:

První sloupec udává rozpustidlo, resp. sůl a její množství ve 100 cm^3 ethernatého roztoku. Sloupec druhý množství přidaného etheru v gramech. Třetí pozorovanou refrakci. Čtvrtý differenci refrakce ethernatého roztoku

[1]) Wagner, Tabellen zum Eintauchrefraktometer. Sondershausen 1907.
[2]) Wied. An. 9., 654.

minus refrakce roztoku stejně koncentrovaného, kde však místo etheru by byla voda. Tyto refrakce, vyňaté většinou z Wagnerových tabulek, jsou uvedeny v prvním sloupci pod procenty soli. Pátý sloupec udává množství etheru, jež by bylo nutno přidati k množství uvedenému ve druhém sloupci, aby refraktometr ukazoval o 1 dílek více. Množství to je počítáno tak, jakoby refrakce přibývalo až k dané hodnotě úměrné s množstvím etheru, totiž podle vzorce:

$$f = \frac{e}{d}$$

Šestý sloupec uvádí exponenty lomu pro čáru D a sedmý posléze Lorentzovu konstantu K.

K oběma posledním sloupcům nutno přidati krátké vysvětlení. Exponent u roztoku ethernatého vypočten z přímo odečtené refrakace pomocí Wagnerovy převodné tabulky.[1]) Hustotu roztoku, již nutno znáti ku zjištění konstanty K, vypočetla jsem jednak ze známé hustoty h x%ního vodného roztoku soli, jak ji uvádí Landolt,[2]) jednak z hustoty etheru mnou stanovené, jež v nasyceném roztoku ethernatém má střední hodnotu 0,835. Známe-li váhu a hustotu etheru v roztoku, vypočteme jeho objem v., Hustota h' roztoku sůl—voda—ether změní se oproti hodnotě Landoltově o tolik, kolik činí rozdíl mezi hustotou vody a hustotou etheru v objemu v, což vyjádříme jednoduše:

$$h' = \frac{100\,h - v\ (1—0{,}835)}{100}$$

Při tomto výpočtu jsem se dopouštěla jisté chyby. Hustota etheru totiž, jak ukáži z tabulek, není v roztoku vždy 0,835, tuto hodnotu má jen v roztocích etherem nasycených, jinde je jistě menší. Jelikož však jsem nestanovila hustotu než pro roztoky nasycené, bylo mi užívati této hodnoty. Vliv této chyby jeví se ve sloupci K patrně: hodnoty K nejsou konstantní než přibližně, jevíce zřetelně stoupání. Celkem však hoví vzorec Lorentzův. Znatelnější odchylky vykazuje pouze roztok $Zn\,SO_4$ a koncentrovaný roztok $Pb\,(NO_3)_2$.

Hodnoty v tabulkách uvedené určeny jsou částečně pozorováním, částečně interpolací. Interpolované jsou vyznačeny tím, že ve sloupci r refrakce je vyjádřena celými dílky. Exponent lomu n_1 nepočítán pro všechny udaje; sloužil pouze k výpočtu konstant K a tyto pro svrchu uvedenou chybu nebylo možno počítat přesně. Proto jsem také tyto počítala jen potud, aby z nich byla patrna stálost změny jich hodnoty.

Že „hustota“ etheru v roztoku se mění, ukazuje sloupec f. Faktory f jeví ubývání, čím více je etheru v roztoku. Stoupá tedy refrakce ne úměrně s množstvím přidaného etheru, nýbrž urychleně, t. j. ether je tím „hustší“,

---

[1]) Wagner, Tabellen etc., str. VIII.

[2]) Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen, str. 254 a další.

čím je roztok jím nasycenější. Za to vykazují faktory dosti dobrou shodu u různých roztoků solí se stejným množstvím etheru. Z toho plyne, že refrakce je opravdu additivní vlastností, jak dokázal Lorentz.

	e	r	d	f	n_D	K
H_2O	0,497	16	1	0,4970	1,33358	0,2062
	0,995	17	2	0,4975	1,33397	0,2067
	1,493	18	3	0,4976	1,33435	0,2070
	1,518	18,05	3,05	0,4977	1,33437	0,2061
	1,964	19	4	0,4910	1,33474	0,2074
	2,076	19,24	4,24	0,4896	1,33483	0,2076
	2,425	20	5	0,4805	1,33513	0,2079
	2,801	20,82	5,82	0,4815	1,33544	0,2082
	2,882	21	6	0,4803	1,33551	0,2083
	3,060	21,40	6,40	0,4781	1,33567	0,2084
	3,336	22	7	0,4880	1,33590	0,2087
	3,795	23	8	0,4744	1,33628	0,2091
	4,175	23,83	8,83	0,4732	1,33660	0,2095
	4,228	23,94	8,94	0,4729	1,33665	0,2095
	4,252	24	9	0,4724	1,33667	0,2095
	4,645	25	10	0,4645	1,33705	0,2087
	4,920	25,70	10,70	0,4598	1,33732	0,2102
	5,045	26	11	0,4586	1,33743	0,2102
	5,459	27	12	0,4549	1,33781	0,2107
	5,508	27,12	12,12	0,4534	1,33786	0,2107
	5,825	28	13	0,4481	1,33820	0,2110
	6,185	29	14	0,4418	1,33858	0,2114
	6,545	30	15	0,4363	1,33896	0,2118
	6,905	31	16	0,4315	1,33934	0,2121
	7,084	31,50	16,50	0,4293	1,33953	0,2127
KJ	0,031	32	0,06	—	1,33972	0,2027
5%	0,544	33	1,06	—	1,34010	—
$r = 31,94$	0,678	33,26	1,32	0,5136	—	—
	1,039	34	2,06	—	1,34048	0,2034
	1,234	34,40	2,46	0,5016	—	—
	1,514	35	3,06	—	1,34086	—
	1,920	35,87	3,93	0,4886	—	—
	1,980	36	4,06	—	1,34124	0,2042
	2,235	36,55	4,61	0,4848	—	—
	2,430	37	5,06	—	1,34162	—
	2,586	37,36	5,42	0,4771?	—	—

	e	r	d	f	n_D	K
	2,822	37,84	5,90	0,4783	—	—
	2,896	38	6,06	—	1,34199	0,2044
	3,331	38,94	7,00	0,4758	—.	—
	3,357	39	7,06	—	1,34237	—
	3,754	39,92	7,98	0,4704	—	—
	3,788	40	8,06	—	1,34275	0,2055
	4,125	40,78	8,84	0,4666	—	—
	4,214	41	9,06	—	1,34313	—
	4,617	42	10,06	—	1,34350	0,2064
	5,001	42,95	11,01	0,4550	—	—
$Pb\,(NO_3)_2$	0,366	31	0,70	—	1,33934	0,2013
5%	0,837	31,90	1,60	0,5042	—	—
$r = 30,30$	0,883	32	1,70	—	1,33972	—
	1,345	33	2,70	—	1,34010	—
	1,807	34	3,70	—	1,34048	—
	2,269	35	4,70	—	1,34086	0,2029
	2,334	35,14	4,84	0,4822	—	—
	2,724	36	5,70	—	1,34124	—
	3,178	37	6,70	—	1,34162	—
	3,632	38	7,70	—	1,34199	0,2038
	3,932	38,66	8,36	0,4703	—	—
	4,075	39	8,70	—	1,34237	—
	4,496	40	9,70	—	1,34275	0,2045
	4,610	40,27	9,97	0,4624	—	—
	5,019	41	10,70	—	1,34313	—
	5,261	41,43	11,13	0,4740?	—	—
	5,445	42	11,70	—	1,34350	0,2054
	5,777	43	12,70	—	1,34388	—
	6,109	44	13,70	—	1,34426	0,2045
	6,227	44,37	14,07	0,4426	—	—
$Pb\,(NO_3)_2$	0,284	76	0,57	—	1,35606	0,1842
20%	0,782	77	1,57	—	1,35642	—
$r = 75,43$	1,032	77,50	2,07	0,4986	—	—
	1,279	78	2,57	—	1,35678	0,1848
	1,775	79	3,57	—	1,35714	—
	1,993	79,44	4,01	0,4970	—	—
	2,243	80	4,57	—	1,35750	0,1854
	2,570	80,73	5,30	0,4849	—	—

	e	r	d	f	n_D	K
	2,701	81	5,57	—	1,35786	—
	3,106	81,83	6,40	0,4838	—	—
	3,183	82	6,57	—	1,35822	0,1861
	3,595	82,90	7,47	0,4813	—	—
	3,634	83	7,57	—	1,35858	—
	3,791	83,40	7,97	0,4757	—	—
	4,046	84	8,57	—	1,35894	0,1848
	4,438	84,92	9,49	0,4677	—	—
$ZnSO_4$	0,102	54,01	0,36	0,2833	—	0,1959
16%	0,393	55	1,35	—	1,34836	—
$r = 53,65$	0,684	56	2,35	—	1,34873	0,1962
	0,975	57	3,35	—	1,34910	—
	1,266	58	4,35	—	1,34947	0,1967
	1,342	58,26	4,61	0,2911	—	—
	1,935	59	5,35	—	1,34984	—
	1,983	59,06	5,41	0,3666	—	—
	2,419	60	6,35	—	1,35021	0,1975
	2,884	61,00	7,35	0,3924	—	—
	3,362	62	8,35	—	1,35095	0,1980
	3,649	62,60	8,95	0,4077	—	—
KNO_3	0,170	25,00	0,33	0,5151	1,33705	0,2036
4%	0,428	25,50	0,83	0,5156	—	—
$r = 24,67$	0,657	26	1,33	—	1,33743	—
	1,117	27	2,33	—	1,33781	—
	1,246	27,28	2,61	0,4744	—	—
	1,634	28	3,33	—	1,33820	0,2046
	2,065	28,80	4,13	0,5000	—	—
	2,153	29	4,33	—	1,33858	—
	2,432	29,63	4,96	0,4903	—	—
	2,542	30	5,33	—	1,33896	—
	2,863	31	6,33	—	1,33934	—
	3,012	31,47	7,80	0,4429?	—	—
	3,415	31,74	7,07	0,4830	—	—
	3,508	32	7,33	—	1,33972	0,2050
	3,866	33	8,33	—	1,34010	—
	4,181	33,88	9,21	0,4540	—	—
	4,231	34	9,33	—	1,34048	—
	4,315	34,20	9,53	0,4527	—	—

	e	r	d	f	n_D	K
	4,653	35	10,33	—	1,34086	0,2072
	4,962	35,73	11,06	0,4486	—	—
	5,065	36	11,33	—	1,34124	—
	5,328	36,69	12,02	0,4433	—	—

Pozorovací chyba zaviněná jednak differencemi teploty, jednak odhadováním setin na bubnu refraktometru obnáší asi 0,02 dílky. Srovnáme-li to na př. s tabulkou pro refrakci systemu ether—voda, shledáme, že tomu odpovídá změna o 0,01 *g* etheru. Jiný pramen chyb je unikání etheru z cuvetty refraktometru. Temperatura místnosti byla přece jen o něco vyšší než 17,5°, takže hranol refraktometru byl teplejší než tekutina temperovaná v lázni. Při nalévání roztoku do cuvetty a při zasunování hranolu ohřeje se roztok a ether se vylučuje a uniká při sebe rychlejším postupu a ještě po zavření refraktometru přes to, že cuvetta přiléhá velmi dobře.

O vlivu temperatury přesvědčila jsem se tímto pokusem. Zjistila jsem refrakci ethernatého roztoku; potom jsem vnořila refraktometr do lázně o 1° teplejší a nechala tam asi 5 minut. Když pak přístroj dán opět do lázně prvé a měřeno znovu, ukazoval oproti prvému měření klesnutí až o 0,08 dílků. To odpovídá úbytku 0,04 *g* etheru. Ovšem při obyčejném postupu práce nemůže chyba činit víc než nejvýš 0,01 *g* etheru. Ale to s chybou svrchu uvedenou činí až 4%! Kdyby se mělo užíti refraktometru k měření úbytku rozpustnosti etheru, musily by býti tyto chyby zvláštním způsobem eliminovány. S druhé strany však měření refraktometrem má značnou výhodu rychlostí a snadností methody. Odpadá celá řada vážení a sestavování složitého aparátu uvedeného na obr. 2. Hodlám měření refraktometrickému věnovati ještě další pozornost, jakož i zjistiti četnějšími pokusy, pokud lze hustotu etheru v nasycených roztocích pokládati za konstantní. Tu bude nutno všímati si hlavně refrakce blízko bodu nasycení, což má pro měření snížení rozpustnosti největší význam.

C) *Zdánlivá hustota etheru v roztocích.*

Nalijeme-li odměřená množství etheru a vody do dělené nádobky a zatřepeme-li, pozorujeme, že objem směsi je menší než součet obou původních objemů. Rozpouštění děje se tedy za kontrakce objemu. Jelikož voda se nerozpouští v etheru příliš silně a jelikož nad to bylo používáno jen etheru vlhkého, lze bráti v úvahu pouze změny objemu rozpuštěného etheru. Z refraktometrických pozorování plyne, že ether v roztoku je tím „hustší“, čím více se blíží roztok nasycení etherem. V předchozí kapitole bylo také ukázáno, že pozorovací chyba při měření refraktometrickém

je příliš značná, než aby bylo lze použíti této methody k přesnému stanovení množství etheru a případně i jeho hustoty v roztoku. Použila jsem proto jiného způsobu: dvojího vážení v pyknometru.

Při práci sloužil mi obyčejný pyknometr Sprengel-Ostwaldův objemu asi 7 cm^3. Pyknometr byl před každým pokusem několikráte vymyt destillovanou vodou, propláchnut lihem a vysušen. Proplachování zkoušeným roztokem se nedoporučovalo pro snadnou prchavost etheru.

Známe-li množství p gramů etheru ve 100 cm^3 nějakého roztoku, stanovíme hustotu etheru v roztoku takto: Naplníme ethernatým roztokem pyknometr a zvážíme. Váha celku budiž P_e. Jinou část roztoku vpravíme do dvojité baňky obsahu asi 30 cm^3, jež má na hrdle mezi oběma rozšířeninami vyrytu značku. Až k této čáře doplníme. Ve vodní lázni zahříváme baňku až asi na 45°. Ether počne se vylučovati a vypařovati; aby šel pochod rychleji, lze pomoci foukáním do roztoku. K tomu účelu použijeme třeba obyčejného ručního balonku, jehož hadice navlečena je na skleněnou trubičku vytaženou ve vláskovou kapiláru. Ether odstraníme nejdéle za 20 minut. Potom spláchneme vlásek i vnitřní stěny baňky destillovanou vodou, ochladíme na 17,5° a doplníme po značku vodou. Tímto způsobem nahradili jsme v roztoku ether vodou. Tento roztok vpravíme opět do pyknometru mezitím vymytého a vysušeného a zvážíme znovu. Váha budiž nyní P_v.

Ze známého množství etheru p ve 100 cm^3 roztoku určíme jeho váhu p' v pyknometru při prvém vážení:

$$p' = \frac{o \,.\, p}{100},$$

značí-li o objem pyknometru.

Objem etheru o' v pyknometru dán je vahou vody, jíž byl nahrazen po vyfoukání, t. j.:

$$o' = P_v - P_e + p'$$

Hustotu vypočteme:

$$h = \frac{p'}{o'} = \frac{o\,p}{100\ (P_v - P_e) + o\,p.}$$

Jelikož mi při práci nešlo původně o stanovení hustoty etheru v roztocích, nýbrž o možnost stanoviti snížení koncentrace přidáním etheru — k čemuž bylo nutno znáti jeho objem — zkoušela jsem pouze roztoky nasycené. Výsledky uvedeny jsou pro úsporu místa v tabulkách při hlavních měřeních.

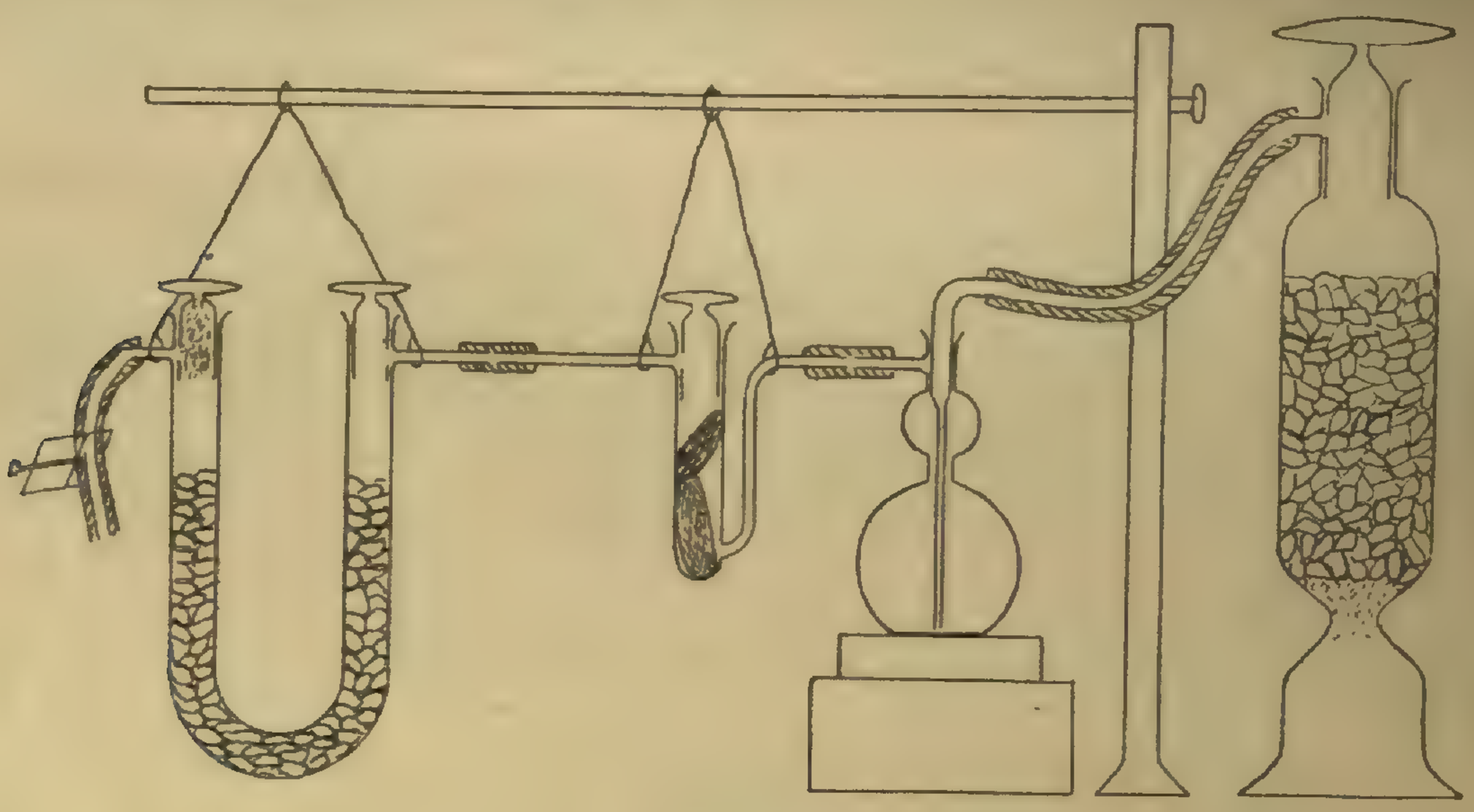
Hustota etheru v roztocích etherem nasycených je v mezích pozorovací chyby veličinou konstantní aspoň u solí mnou zkoušených. Odchylky jeví se jen u $K\,J$. Snad nebyl užívaný jodid draselnatý zcela čistý, takže se tvořily sloučeniny etheru s přimíšeninami a rozpustnost etheru i jeho zdánlivá hustota tím se zvýšila. Vysvětlit tyto odchylky nespadá však do této práce.

D) *Stanovení rozpustnosti etheru v roztocích přímým určováním vážkovým.*

Když jsem shledala, že cesta refraktometrická není dosti přesná pro zjišťování množství etheru v roztoku, zkusila jsem jinou methodu. Je to táž, které užíval Klobbie [1]) při svých pracích o rovnováze v systemu voda—ether a voda—ether—kyselina malonová.

Roztok s etherem vpraven byl do dvojité baňky, jež až po značku, vyrytou mezi oběma rozšířeninami měla obsah 50,089 *g* vody při 17,5° C. Hořejší rozšířenina byla opatřena postranní natavenou rourkou, hrdlo uzavřeno dobře zabroušenou, až ke dnu sahající, mimo nádobu v pravém úhlu zahnutou trubicí. Při vážení, aby ether neunikal, byly otvory obou trubic uzavřeny krátkými skleněnými tyčinkami, zasunutými do kousků kaučukové trubice. Při zavírání trubic jakož i při spojování nádob bylo vždy dbáno, aby sklo přilehalo ke sklu a kaučuk, který absorbuje poněkud ether, nepřišel ve styk s tekutinou.

Baňka s roztokem takto upravená, dvě *U*-trubice naplněné chlorkalciem, jedna — menší — taveným, druhá granulovaným a dva kusy tlustostěnného kaučuku byly odváženy. Na to přikročeno k sestavení přístroje, jak je podává obraz 2.



Obr. 2.

Delší, tenkou kaučukovou hadicí spojena byla ohnutá trubice baňky *B* s věží *A*. Tato byla naplněna granulovaným chlorkalciem a dole uzavřena vrstvou vaty. Vodorovná otevřená trubice, přitavená pod vatou blízko dna věže, umožňovala přístup vzduchu. S druhým otvorem baňky *B* spojena menší, s touto pak větší *U*-trubice pomocí obou odvážených kusů kaučuku. Druhý otvor větší *U*-trubice spojen byl opět kaučukovou hadicí s vodní vývěvou. Rychlost ssání bylo lze regulovat šroubovou tlačkou *E* upevněnou na hadici za druhou *U*-trubicí. Dutá zátka této byla tam, kde vzduch vystupoval, vyplněna vatou, aby proud vzdušný případně

[1]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 24., str. 613.

neodnesl ssebou částečky chlorkalcia. Jelikož tavený chlorid vápenatý v první trubici odnímal procházejícímu vzduchu značnou část vlhkosti, nebylo nutno vyměňovati obsah druhé *U*-trubice až asi po deseti pokusech.

Vzduch procházející přístrojem byl vysušen ve věži *A*, aby snad svou vlhkostí nezvětšoval váhu přístroje. Neprocházel rychle — 4 až 5 bublin za vteřinu. Když rychlost byla patřičně zregulována, ohřála jsem baňku pomocí malého elektrického ohřívátka *F*. Byl to porcelánový kruh s vinutím nichromového drátu, položený na nevodivou desku. Baňka ohřáta zvolna asi na 40°. Ether počal se při stoupající teplotě vylučovati, což poznáno na zakalení tekutiny. Když většina etheru unikla do trubice s taveným chlorkalciem, byl odtud vypuzen zahřátím — přidrženým ohřívačem nebo prostě rukou — do velké *U*-trubice, odkud pro větší svůj povrch snáze unikal. Asi po třech hodinách byla zastavena vývěva a přístroj po vychladnutí baňky rozebrán a zvážen. Jelikož voda nemohla uniknout, jsouc zadržena chlorkalciem, značil úbytek na váze množství etheru vypuzeného z roztoku. Po vážení byl system opět složen, při čemž dbáno, aby vzduch oběma *U*-trubicemi procházel týmž směrem jako dříve. Baňka byla zahřáta a za hodinu váženo znovu. Mezi prvým a druhým vážením byly zpravidla difference jen o 0,002 g i méně. Byly-li však větší, pokračováno ještě jednou ve vypuzování etheru, až byla váha konstantní.

Předběžnými pokusy jsem se přesvědčila, že je zbytečno vážit po prvé dříve než po třech hodinách. Rozdíly při vážení byly potom až v decigramech, takže bylo nutno vážit tři až čtyřikrát.

Předběžné pokusy byly upraveny takto:

Do baňky *A* nalila jsem asi 50 cm^3 vody nebo solného roztoku a zvážila. Potom jsem přidala něco etheru, jehož objem jsem zhruba určila mensurou, tolik, aby se v daném množství jistě rozpustil. Druhým vážením zjistila jsem jeho množství v gramech. Potom zvážena ještě baňka s oběma *U*-trubicemi a kaučuky a přístroj byl sestaven. Za druhou *U*-trubici vřadila jsem nádobku s kyselinou sírovou (kaliaparát), jež také byla předem zvážena. Potom spuštěna vývěva. Kyselina sírová pohlcuje ether velmi dokonale, takže páry etherové, jež unikaly ze systemu baňka — *U*-trubice byly zadrženy v kaliaparátu, jemuž tedy přibylo na váze o tolik, kolik ztratil system. Postup byl týž, jak vylíčeno svrchu. Přístroj pracoval hodinu, načež byly obě části zváženy, každá zvláště; potom sestaven a za hodinu opět vážen. Po třetím a čtvrtém vážení byla váha již dostatečně konstantní. Tabulka podává výsledky; značí: první sloupec roztok, v němž byl ether rozpuštěn; druhý množství přidaného etheru (váženo); třetí číslo vážení; čtvrtý přírůstek na váze kaliaparátu pátý úbytek váhy systemu při čtverém vážení; difference I. rozdíl mezi vahou etheru původně rozpuštěného a přírůstku váhy kyseliny sírové, difference II. rozdíl mezi vahou etheru původně rozpuštěného a úbytkem váhy u systemu; difference III. rozdíl mezi přírůstkem u H_2SO_4 a úbytkem u systemu.

Rozpustidlo	Přidáno *g* etheru		Přibylo *g* u H_2SO_4	Ubylo *g* u systemu	Difference I.	Difference II.	Difference III.
H_2O	3,226	1	2,6279	2,6282	0,5981	0,5978	0,0003
		2	3,0019	3,0023	0,2241	0,2237	0,0004
		3	3,2258	3,2261	0,0002	—0,0001	0,0003
		4	3,2260	3,2263	0,0000	—0,0003	0,0003
K Cl 5%	2,368	1	1,9655	1,9657	0,4025	0,4023	0,0002
		2	2,2564	2,2564	0,1118	0,1116	0,0002
		3	2,3678	2,3680	0,0002	0,0000	0,0002
		4	2,3679	2,3681	0,0001	—0,0001	0,0002
K Br 40%	1,220	1	0,8855	0,8857	0,3345	0,3343	0,0002
		2	1,1633	1,1633	0,0569	0,0567	0,0002
		3	1,2199	1,2199	0,0002	0,0001	0,0001
		4	1,2211	1,2211	0,0000	—0,0001	0,0001

Při čtvrtém vážení podařilo se tedy vypudit všechen přidaný ether. Sloupec osmý vykazuje chybu, jež se při vypuzování dála. Vysvětlíme si ji tím, že při počátku pokusu, kdy mnoho etheru najednou uniká, tento strhuje s sebou částky vody i při průchodu chlorkalciem. Etherové páry totiž, vnikše do první *U*-trubice, rychle se ochladí a tu je zcela možno, že něco vody se opět v etheru rozpustí a v roztoku dostane se až do kyseliny sírové, jež ji pohltí. Mimo to nesuší chlorkalcium dokonale, vzduch jím prošedší vždy zachová nějakou stopu vlhkosti. Celkem je však tato chyba velmi nepatrná.

Nelze ovšem tvrditi, že by výsledky byly tak přesné i v případě, kdy množství rozpuštěného etheru nebylo předem známo. Při opakování pokusů vykazovaly stejnomolárné roztoky téže soli množství etheru poněkud různá; difference byla již v milligramech, někdy obnášela až 1 *cg*. Byla tedy mnohem větší než by se bylo očekávalo podle předběžných pokusů. Snad na tom je vinna okolnost, na kterou poukázal Schuncke v citovaném pojednání: voda rozpustí o něco více etheru, jestliže vrstva etheru nad ní se nalézající je vyšší. Vezmeme-li z dělicí nálevky část roztoku ethernatého, klesne zbývající část i s etherem nad ní se nacházejícím do užší části nálevky a vrstva etheru má větší výšku. Značný vliv má také teplota. Zkoušela jsem jej na dvou solích při třech koncentracích a čtyřech teplotách. V uvedené tabulce značí *e* množství etheru v gramech, jež nalezeno v nasyceném roztoku.

VI.

Rozpustidlo	Teplota	e	Rozpustidlo	Teplota	e
K Br 4%	17,5°	6,1678	*K Cl* 3%	17,5°	5,6820
	22°	5,4797		22°	5,0945
	25°	5,0421		25°	4,6620
	28°	4,6489		28°	4,1704
K Br 20%	17,5°	3,4259	*K Cl* 10%	17,5°	3,6482
	22°	2,9685		22°	3,0643
	25°	2,7681		25°	2,7480
	28°	2,5796		28°	2,6691
K Br 40%	17,5°	1,5444	*K Cl* 20%	17,5°	1,7219
	22°	1,2996		22°	1,5080
	25°	1,2011		25°	1,3878
	28°	1,1801		28°	1,2463

Podle těchto pokusů shledala jsem, že při kolísání teploty o + 0,06° je možna difference nejvýš 0,017 *g* etheru při slabých roztocích. U silnějších solných roztoků je sice absolutně vzata menší, jelikož i množství rozpuštěného etheru je menší, ale percentuálně je stejná: obnáší přibližně $^1/_3$%.

Soli, kterých jsem mohla použíti, lze rozvrhnout na dvě skupiny: k prvé patří některé soli halogenů, ke druhé tři soli typu skalic; uprostřed stojí $Ba\,Cl_2$ s dvěma molekulami vody. Některé jiné, jako $K\,N\,O_3$, $Pb\,[NO_3]_2$, $K_4\,Fe\,(C\,N)_6$ dávaly výsledky tak nepravidelné, že vůbec nebylo možno nanésti hodnoty na křivku. Pro nedostatek času nebylo mi již možno konati na nich všechna měření znova; proto výsledků neuvádím.

Soli halové byly pokud možno prosty vody. Zejména *Na Br*, jenž je velmi hygroskopický, vyžadoval zvláštní opatrnosti. I vážení konáno v nádobkách s dobře přiléhající skleněnou zátkou. Bezvodé soli byly napřed vysušeny. U skalic a $Ba\,Cl_2$ naopak dbáno, aby nebyly krystaly zvětralé.

V tabulkách uvedeny jsou veličiny: 1. Sůl. 2. *g* soli ve 100 cm^3 vodného roztoku. 3. Nalezené množství etheru (v gramech) ve 100 cm^3 roztoku ethernatého. 4. Hustota etheru v nasyceném roztoku ethernatém. 5. Relativní snížení rozpustnosti $l = \frac{l_v - l_s}{l_v}$ (l_v = množství etheru ve 100 cm^3 roztoku ether—voda, l_s = množství etheru ve 100 cm^3 roztoku ether—voda—sůl). 6. Eulerovy[1]) faktory $\frac{l}{c}$ (l jako svrchu, c koncentrace pů-

[1]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 49, str. 305.

vodního roztoku voda—sůl). 7. Hodnoty výrazu $\frac{l}{c^{2}/_{3}}$. 8. Dissociace soli ve vodném roztoku; hodnoty získány byly z tabulek v knize Kohlrausch-Holbornově.[1]) 9. Hodnoty výrazu: $\frac{1}{c} log \frac{l_s}{l_v}$.[2])

Sůl	g soli	mola-rita	g etheru	h etheru	l	l/c	$l/c^{2}/_{3}$	α	V
KCl	3	0,4021	5,6820	0,8372	0,1979	0,4922	0,3633	0,9864	— 0,5486
	5	0,6702	4,9211	0,8353	0,3053	0,4556	0,3987	0,9827	— 0,5436
	7,46	1,0000	4,2016	0,8357	0,4068	0,4068	0,4068	0,9788	— 0,5224
	10	1,3404	3,6436	0,8358	0,4856	0,3624	0,3996	0,9761	— 0,4961
	12	1,6085	3,0515	0,8354	0,5692	0,3537	0,4144	0,9739	— 0,5238
	15	2,0107	2,4944	—	0,6479	0,3297	0,4161	0,9707	— 0,5191
	18	2,4128	1,9757	0,8738	0,7210	0,2988	0,4008	0,9643	— 0,5292
	20	2,6809	1,7241	—	0,7566	0,2852	0,3922	0,9609	— 0,5271
	25	3,3512	1,1528	0,8362	0,8372	0,2499	0,3740	0,9511	— 0,5418
KBr	4	0,3367	6,1678	0,8366	0,1293	0,3840	0,2671	0,9915	— 0,4114
	6	0,5051	5,8101	0,8349	0,1798	0,3561	0,2836	0,9837	— 0,3925
	8,5	0,7155	5,5496	—	0,2165	0,3027	0,2707	0,9812	— 0,3412
	11,879	1,0000	4,7668	0,8333	0,3271	0,3271	0,3271	0,9779	— 0,3943
	16	1,3469	3,9391	—	0,4440	0,3296	0,3640	0,9751	— 0,4357
	20	1,6836	3,4251	0,8368	0,5165	0,3067	0,3648	0,9725	— 0,4317
	23	1,9361	3,0485	—	0,5696	0,2942	0,3667	0,9705	— 0,4355
	27	2,2729	2,6330	0,8318	0,6283	0,2764	0,3551	0,9660	— 0,4352
	30	2,5254	2,3502	—	0,6683	0,2647	0,3605	0,9623	— 0,4368
	34	2,8622	1,9776	0,8369	0,7208	0,2518	0,3575	0,9573	— 0,4458
	40	3,3673	1,5444	0'8366	0,7820	0,2323	0,3490	0,9493	— 0,4524
KJ	5	0,3019	6,6507	0,8670	0,0611	0,2025	0,1358	0,9865	— 0,2091
	10	0,6039	6,0250	—	0,1495	0,2475	0,2092	0,9825	— 0,3376
	16,557	1,0000	5,2609	—	0,2573	0,2573	0,2573	0,9782	— 0,2977
	20	1,2079	4,9109	0,8639	0,3067	0,2539	0,2714	0,9768	- 0,3033
	25	1,5099	4,4025	—	0,3785	0,2506	0,2874	0,9741	— 0,3150
	30	1,8119	4,0687	0,8713	0,4256	0,2349	0,2864	0,9715	— 0,3061
	35	2,1139	3,5422	—	0,5000	0,2365	0,3035	0,9697	— 0,3279
	36	2,1743	3,4913	0,8663	0,5072	0,2333	0,3022	0,9694	— 0,3254
	40	2,4159	3,0741	0,8702	0,5661	0,2343	0,3144	0,9683	— 0,3456
	48	2,8990	2,6870	0,8620	0,6207	0,2141	0,2983	0,9660	— 0,3344
NaCl	2	0,3427	5,8982	0,8348	0,1674	0,4885	0,3418	0,9865	— 0,5082
	3	0,5140	5,4348	—	0,2328	0,4529	0,3628	0,9831	— 0,5156
	5,836	1,0000	4,2625	0,8358	0,3982	0,3982	0,3982	0,9771	— 0,5080
	8	1,3707	3,5002	—	0,5059	0,3690	0,4099	0,9739	— 0,5144
	10	1,7134	2,9116	—	0,5889	0,3438	0,4114	0,9709	— 0,5190
	12	2,0562	2,4257	0,8449	0,6575	0,3198	0,4067	0,9681	— 0,5211

[1]) Kohlrausch-Holborn, Leitvermögen d. Elektrolyte. Lipsko 1898.
[2]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 41., str. 257.

Sůl	g soli	mola-rita	g etheru	h etheru	l	l/c	$l/c^2/_3$	α	V
	14	2,3988	2,0773	—	0,7068	0,2946	0,3944	0,9663	— 0,5114
	16	2,7415	1,7074	0,8362	0,7605	0,2773	0,3881	0,9644	— 0,5190
	18	3,0842	1,3478	—	0,8097	0,2626	0,3822	0,9626	— 0,5381
	20	3,4270	1,0863	—	0,8467	0,2471	0,3725	0,9607	— 0,5472
NaBr	3,7398	0,3705	6,0560	0,8356	0,1451	0,3917	0,2813	—	— 0,4231
	6,3522	0,6294	5,4026	—	0,2373	0,3770	0,3231	—	— 0,4305
	7,5421	0,7473	5,1948	0,8326	0,2667	0,3568	0,3238	—	— 0,4151
	9,0535	0,8971	4,9117	—	0,3066	0,3418	0,3296	—	— 0,4082
	10,0920	1,0000	4,7250	—	0,3330	0,3330	0,3330	—	— 0,4051
	14,3850	1,4257	4,1185	—	0,4185	0,2936	0,3304	—	— 0,3804
$BaCl_2$	3	0,1445	6,0661	0,8339	0,1437	0,9945	0,5219	0,9981	— 1,0736
$. 2H_2O$	6	0,2890	5,7426	—	0,1893	0,6550	0,4330	0,9880	— 0,8061
	10	0,4817	4,7940	—	0,3233	0,6711	0,5261	0,9731	— 0,8106
	14	0,6744	4,3778	0,8356	0,3820	0,5663	0,4967	0,9676	— 0,7137
	18	0,8670	3,5957	—	0,4924	0,5679	0,5415	0,9630	— 0,7821
	20,76	1,0000	3,3228	—	0,5304	0,5309	0,5309	0,9599	— 0,7570
	25	1,2042	2,8550	0,8364	0,5970	0,4957	0,5274	0,9590	— 0,7547
$CuSO_4$	2	0,1012	6,4529	0,8336	0,0882	0,8718	0,4063	0,9534	— 0,9123
$. 5H_2O$	5	0,2010	5,8304	—	0,1770	0,8807	0,5159	0,9357	— 0,9690
	8	0,3215	5,2491	—	0,2590	0,8057	0,5519	0,9206	— 0,9324
	10	0,4019	4,9505	—	0,3011	0,7492	0,5529	0,9105	— 0,8916
	12	0,4823	4,5510	0,8357	0,3576	0,7414	0,5814	0,9004	— 0,9174
	15	0,6029	3,9815	—	0,4379	0,7274	0,6145	0,8893	— 0,9175
	18	0,7235	3,5284	—	0,5020	0,6938	0,6228	0,8787	— 0,9634
	20	0,8039	3,2776	—	0,5373	0,6683	0,6214	0,8718	— 0,9588
	23	0,9244	2,9688	—	0,5809	0,6284	0,6122	0,8614	— 0,9408
	24,88	1,0000	2,7976	0,8355	0,6050	0,6050	0,6050	0,8548	— 0,9291
$ZnSO_4$	3	0,1043	6,4532	0,8361	0,0891	0,8540	0,4020	0,9541	— 0,8943
$. 7H_2O$	5	0,1739	5,4898	—	0,2250	1,2939	0,7222	0,9415	— 1,4661
	8	0,2782	4,8843	—	0,3106	1,1163	0,6282	0,9271	— 1,3356
	12	0,4173	4,2760	—	0,3964	0,9499	0,7098	0,9097	— 1,2097
	16	0,5564	3,8111	—	0,4620	0,8304	0,6830	0,8947	— 1,0895
	20	0,6955	3,4536	0,8333	0,5124	0,7368	0,6528	0,8831	— 1,0329
	25	0,8694	2,8714	—	0,5947	0,6841	0,6529	0,8686	— 1,0387
	28,755	1,0000	2,5681	—	0,6375	0,6375	0,6375	0,8578	— 1,0147
	32	1,1128	2,3185	—	0,6726	0,6043	0,6262	0,8515	— 1,0037
	40	1,3910	1,6939	0,8342	0,7609	0,5470	0,6106	0,8361	— 1,0286
	44	1,5301	1,4502	—	0,7953	0,5198	0,5990	0,8285	— 1,0390
	48	1,6313	1,1507	—	0,8375	0,5135	0,6045	0,8229	— 1,1141
	52	1,8083	0,9488	0,8343	0,8660	0,4790	0,5835	0,8131	— 1,1181
	57	1,9822	0,7355	—	0,8961	0,4521	0,5679	0,8035	— 1,1427
	60	2,0866	0,5399	—	0,9238	0,4426	0,5655	0,7999	— 1,2625
	65	2,2604	0,3314	—	0,9533	0,4218	0,5535	0,7948	— 1,3551

Sůl	*g* soli	mola-rita	*g* etheru	*h* etheru	*l*	*l/c*	$l/c^{2}/_{3}$	α	*V*
$MgSO_4$	3	0,1222	6,0556	0,8350	0,1450	1,1863	0,5887	0,9556	— 1,2822
. 7 H_2O	6	0,2444	5,3560	—	0,2439	0,9981	0,6240	0,9382	— 1,1441
	9	0,3666	4,6610	—	0,3420	0,9330	0,6677	0,9245	— 1,1419
	12	0,4888	4,1225	—	0,4180	0,8551	0,6736	0,9108	— 1,1077
	15	0,6110	3,6389	0,8329	0,4863	0,7959	0,6744	0,9011	— 1,0903
	18	0,7332	3,3342	—	0,5294	0,7220	0,6510	0,8919	— 1,0278
	21	0,8554	2,7600	—	0,6104	0,7136	0,6768	0,8827	— 1,1020
	24,548	1,0000	2,4386	—	0,6557	0,6557	0,6557	0,8717	— 1,0664
	30	1,2221	1,8272	0,8352	0,7421	0,6073	0,6493	0,8606	— 1,1088
	33	1,3443	1,5849	—	0,7763	0,5776	0,6375	0,8545	— 1,1138
	36	1,4665	1,4555	—	0,7945	0,5416	0,6153	0,8484	— 1,0791
	40	1,7109	1,0756	0,8348	0,8481	0,4957	0,5929	0,8360	— 1,1017
NH_4Cl	5,338	1,0000	5,0165	0,8353	0,2918	0,2918	0,2918	—	— 0,3451
KNO_3	10,092	1,0000	5,0086	0,8326	0,2928	0,2928	0,2928	—	— 0,3467
$Pb(NO_3)_2$	33,017	1,0000	4,5278	—	0,3608	0,3608	0,3608	—	— 0,4476
H_2O	—	—	7,0842						
			7,0840						
			7,0839						
			7,0840						

Přihlížíme-li k získaným výsledkům, shledáme, že soli působí v pořadu: sírany, dusičňany, chloridy, bromidy, jodid (pokud lze tento zařaditi vzhledem k určitě nastávajícím chemickým změnám). Je to táž řada, kterou nalezli Setschenow,[1]) Fox[2]) a Mc Lauchlan.[3]) Osvědčilo se i, že anionty vícemocné (dvojmocný SO_4) stlačují rozpustnost silněji než jednomocné (*Cl*, *Br*). Zdá se, že totéž lze tvrdit o působení kationtů. Tak $BaCl_2$ s dvojmocným kationtem *Ba* rozpouští etheru mnohem méně než ostatní chloridy, řadě se působením mezi sírany; *Pb''* rozpouští méně než *K'* atd. To by poukazovalo na additivní vliv aniontu a kationtu, jak vyslovil již Fox.[2])

Soli *KCl*, *NaCl* a podobně *KBr*, *NaBr* vykazují pro stejnomolárné roztoky přibližně stejná množství rozpuštěného etheru. Snad by platilo totéž i pro jiné sloučeniny halových prvků s jednomocným kationtem. Nepravidelnost při NH_4Cl lze snad vysvětliti hydrolysou. Pro tyto nepravidelnosti zařadila jsem jen hodnoty nalezené pro roztok molárný.

[1]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 4., str. 117.
[2]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 41., str. 458.
[3]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 44., str. 600.

Totéž platí pro KNO_3 a $Pb\,[NO_3]_2$. Také Gordon,[1]) Knopp[2]) a Steiner[3]) shledali u dusičňanů řadu nepravidelností, aniž by je byli vysvětlili.

Vidíme dále, že faktory $\frac{l}{c}$ celkem stoupající s rostoucí koncentrací. Faktory $\frac{l}{c^{2/3}}$ jsou mnohem nepravidelnější. U některých solí vykazují jakési maximum. Není tedy relativní snížení rozpustnosti úměrno ani koncentraci původního roztoku voda—sůl, ani výrazu $c^{2/3}$, značí-li opět c koncentraci původního roztoku.

Poslední sloupec podává hodnoty

$$\frac{1}{c} \log \frac{l_s}{l_v} v = (1 - \alpha)\ A + \alpha\, B = V.$$

Ani tento vzorec se neosvědčil pro silnější koncentrace, jimiž jsem pracovala. Hodnoty někde zřetelně stoupají ($K\,J$, $Na\,Br$), jindy celkem klesají ($Zn\,SO_4$), někdy stoupají až k jistému maximu a opět klesají ($K\,Cl$, $K\,Br$, $Na\,Cl$, $Cu\,SO_4$, $Mg\,SO_4$).

Rovnici Jahnovu lze psáti takto:

$$\alpha = \frac{V - A}{B - A}$$

Hodnota veličiny A a jmenovatele $\overline{B - A}$ je pro každou sůl konstantní. Jelikož α klesá s rostoucí koncentrací, mělo by také V jeviti důsledné ubývání nebo vzrůst podle znaménka konstanty A. Ale tomu tak není, nelze tedy ani Jahnova vzorce užíti pro silnější roztoky.

Résumé.

V předložené práci získány byly tyto výsledky:

1. Sestavena tabulka refrakcí vodných roztoků etheru, umožňující rychlé určování etheru ve vodě ponorným refraktometrem.

2. Refrakce složených roztoků skládá se additivně z refrakcí jich součástí, čili platí přibližně aspoň citovaný zákon Lorentzův.

3. Hustota etheru v roztoku vodném nebo solném roste, čím více se blíží roztok nasycení etherem a dosahuje u těchto maximální hodnoty

---

[1]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 18., str. 1.
[2]) Zeitschr. f. phys. Chemie, sv. 28., str. 97.
[3]) Wiedemanns Annalen, sv. 52., str. 257.

0,835 bez ohledu na to, je-li rozpustidlem voda nebo solný roztok. Výjimku činil v tom ohledu roztok KJ.

4. Stoupající koncentrací solného roztoku klesá rozpustnost etheru v něm.

5. Celkem rozpouštějí stejnoprocentní roztoky solné tím více etheru, čím vyšší je jich molekulární váha.

6. Rozpustnost etheru stoupá v řadě aniontů SO_4'', NO_3', Cl', Br', J', při čemž rozhoduje také valence: anionty (i kationty) vícemocné stlačují rozpustnost silněji než jednomocné.

Posléze je mně milou povinností poděkovati panu Dru Jaroslavu Milbauerovi, mimoř. professoru české techniky, za laskavé propůjčení laboratoře a prostředků potřebných k práci jakož i za účinnou radu a pomoc.

Z laboratoře pro chemickou technologii anorganických látek prof. Dra Jar. Milbauera.

V Praze 1914.

VI.

Grafické řešení dráhy meteoru pomocí hodografu.

Podává

Dr. **JINDŘICH SVOBODA.**

5 obrázků a 2 tabulky

(Předloženo dne 15. ledna 1915.)

ÚVOD.

Nanášíme-li z pevného bodu vektory rychlosti bodu pohybujícího se po libovolné dráze, jest geometrickým místem koncových bodů křivka, kterou nazýváme *hodografem*.

Odvoďme hodograf tělesa pohybujícího se v kuželosečce kolem Slunce. Rychlost jest dána vzorcem

$$k\sqrt{1+m}\,\sqrt{\frac{2}{r}-\frac{1}{a}} \quad \text{pro dráhu elliptickou}$$

$$v = k\sqrt{1+m}\,\sqrt{\frac{2}{r}} \quad \text{pro dráhu parabolickou}$$

$$k\sqrt{1+m}\,\sqrt{\frac{2}{r}+\frac{1}{a}} \quad \text{pro dráhu hyperbolickou}$$

kdež jest k gravitační konstanta, m hmota tělesa (hmota Slunce = 1), r vzdálenost tělesa od Slunce, a velká poloosa dráhy.

Dosaďme za r do tohoto vzorce z rovnice kuželosečky

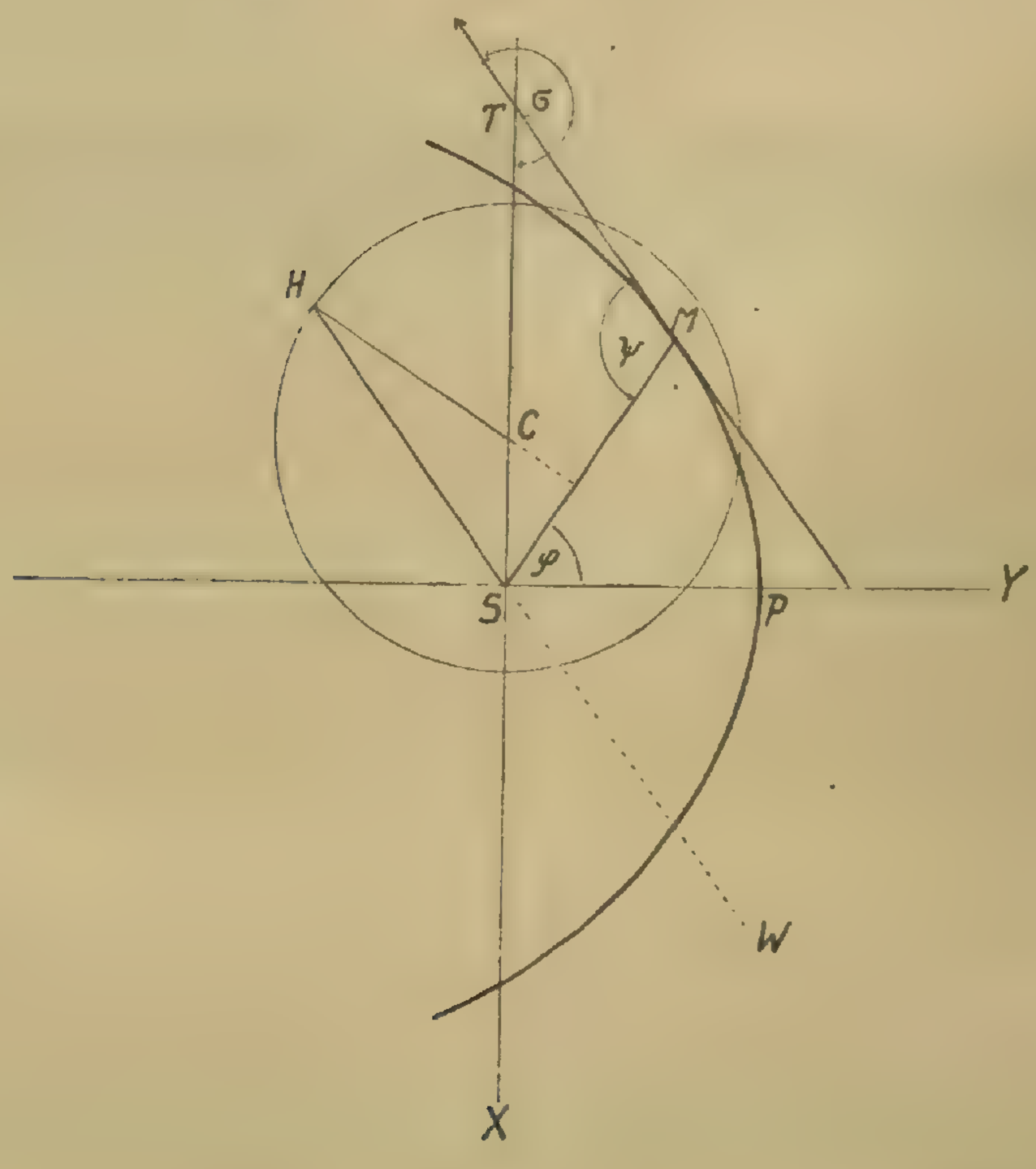
$$r = \frac{p}{1+e\cos\varphi},$$

kdež p jest parametr, e excentricita numerická a φ pravá anomalie. Dosazením obdržíme

$$v = \frac{k\sqrt{1+m}}{\sqrt{p}}\,\sqrt{1+2e\cos\varphi+e^2} \qquad (1)$$

Položíme-li v rovině dráhy souřadný systém (obr. 1.) tak, že počátek S leží ve středu Slunce, osa Y směřuje k perihelu a osa X o 90^0 nazpět proti směru pohybu ve dráze, jest směrnice tečné v bodě M (x_m, y_m)

$$\frac{d\,y_m}{d\,x_m} = \frac{\sin\varphi}{e + \cos\varphi} = tg\,\sigma,$$



Obr. 1.

je-li σ úhel, který svírá tečna s kladným směrem osy X. Směrové cosiny tečné jsou

$$-\frac{e + \cos\varphi}{\sqrt{1 + 2e\cos\varphi + e^2}} = \cos\,\sigma, \quad -\frac{\sin\varphi}{\sqrt{1 + 2e\cos\varphi + e^2}} = \sin\sigma.$$

Naneseme-li vektor rychlosti z počátku S, jsou souřadnice koncového bodu H (obr. 1.)

$$x = v\cos\sigma = -\frac{k\sqrt{1+m}}{\sqrt{p}}(e + \cos\varphi)$$
$$y = v\sin\sigma = -\frac{k\sqrt{1+m}}{\sqrt{p}}\sin\varphi \qquad (2)$$

Vyloučením φ z obou rovnic obdržíme rovnici hodografu:

$$(x + Re)^2 + y^2 = R^2,$$

$$\text{kdež}\quad R = \frac{k\sqrt{1+m}}{\sqrt{p}} \qquad (3)$$

Jest to, jak známo, excentrická kružnice. Střed její (C) leží na záporné části osy X ve vzdálenosti Re od počátku. Je-li dráha tělesa ellipsou ($e < 1$), leží S uvnitř hodografu, je-li parabolou ($e = 1$), dotýká se hodograf osy Y v bodě S, a je-li hyperbolou, leží bod S vně kružnice. V posledním případě udávají tečny k hodografu z bodu S vedené velikost a směry rychlosti v nekonečnu. Jest totiž

$$v^2 = R^2 c^2 - R^2 = \frac{k^2 (1 + m)}{p} (e^2 - 1);$$

dosadíme-li za $p = a (e^2 - 1)$, obdržíme

$$v = k \sqrt{1 + m} \sqrt{\frac{1}{a}} = \lim_{r = \infty} k \sqrt{1 + m} \sqrt{\frac{2}{r} + \frac{1}{a}}$$

V dalším použil jsem hodografu pro konstrukci dráhy meteoritu, dána-li jest rychlost a směr její v daném bodě dráhy.

Budiž ψ (obr. 1.) úhel, který svírá tečna se směrem od Země k Slunci. Směrnice tečné v polárních souřadnicích jest

$$- tg \psi = \frac{r}{\frac{dr}{d\varphi}} = \frac{1 + e \cos \varphi}{e \sin \varphi}$$

Z toho plyne

$$\sin \psi^1) = \frac{1 + e \cos \varphi}{\sqrt{1 + 2 e \cos \varphi + e^2}}$$

Když násobíme na obou stranách r a za odmocninu dosadíme ze vzorce (1), obdržíme

$$r \sin \psi = \frac{k \sqrt{1 + m}\ r (1 + e \cos \varphi)}{v \sqrt{p}} = \frac{k \sqrt{1 + m} \sqrt{p}}{v},$$

z čehož pomocí (3) dostaneme jednoduchý vztah pro poloměr hodografu:

$$R = \frac{k^2 (1 + m)}{v r \sin \psi} \qquad (4)$$

Tento vzorec upravíme přiměřeně pro naši úlohu. Především položíme $m = 0$ a budeme psáti $\frac{R}{k} = R'$, a $\frac{v}{k} = v'$, takže dostaneme pro konstrukci pohodlný vzorec

$$R' = \frac{1}{v' r \sin \psi} \qquad (5)$$

---

[1]) ψ jest stále v mezích 0^0—180^0.

Význam čárkovaných veličin jest jednoduchý. Když ve vzorci pro rychlost Země zanedbávajíce hmotu Země proti hmotě Slunce položíme $r = a = 1$, obdržíme rychlost Země ve střední vzdálenosti od Slunce

$$V = k \frac{\text{stř. vzdál. } ♁ — ☉}{\text{den střední}} = 29{\cdot}606 \ km/sec.$$

Jsou tedy čárkované veličiny (R' a v') vyjádřeny v jednotkách střední rychlosti Země, kdežto jednotkou pro r zůstává střední vzdálenost Země od Slunce. To jest pro konstrukci důležité, neboť takto vyjádřeny jsou R', v' i r veličinami stejného řádu.

Při konstrukci R' na základě formule (5) jest na závadu, že r se velmi málo liší od *1*. Když dosadíme $r = 1 + \Delta$ a podržíme jen první mocninu Δ, obdržíme

$$R' \doteq \frac{1 — \Delta}{v' \sin \psi} = \frac{2 — r}{v' \sin \psi} \qquad (6)$$

Tento vzorec jest pro konstrukci mnohem výhodnější než předešlý.

Když známe R', najdeme snadno směr hlavní osy. Přihlížíme-li k výrazům (2) pro souřadnice bodu H, plyne z obr. 1., že

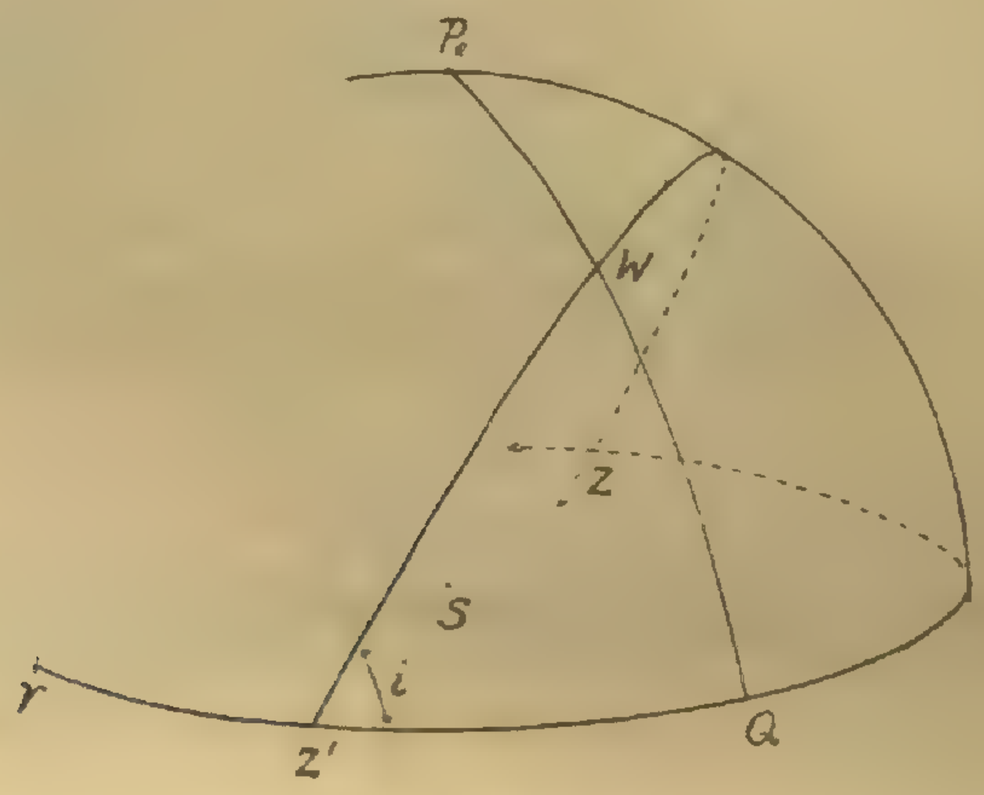
$$\sin T C H = \frac{— y}{R} = \sin \varphi,$$

čili

$$\sphericalangle T C H = \varphi.$$

Poněvadž $\sphericalangle T C H = \sphericalangle P S M$ a $T C \perp P S$, musí také $H C \perp M S$, neboť oba úhly jsou stejného smyslu. Tím jest dána konstrukce úhlu φ a tedy i směru hlavní osy.

Směr pohybu meteoritu bývá udán souřadnicemi pravého radiantu.



Obr. 2.

Buďtež dány ekliptikální souřadnice pravého radiantu W (obr. 2.) $\lambda = \Upsilon Q$, $\beta = Q W$. Délka Země v době, kdy meteorit ji potkal, budiž $\Upsilon Z = 180^0 + ☉$, když ☉ jest délka Slunce. Poněvadž v rovině dráhy

meteoritu leží radiant, Země a Slunce, protíná rovina dráhy sféru v největším kruhu $Z'\,W\,Z$. Oblouk $W\,Z$ náleží středovému úhlu $W\,S\,Z$, který odpovídá úhlu $W\,S\,M$ na obr. 1. Ale $\sphericalangle\, W\,S\,M = \sphericalangle\, T\,M\,S = \psi$; jest tedy oblouk $W\,Z = \psi$. $\sphericalangle\, Q\,Z\,W$ udává sklon dráhy k ekliptice i.

Řešením pravoúhlého trojúhelníka sférického $Z'\,Q\,W$, jehož strana $Z'\,Q = \lambda - \odot$, $Q\,W = \beta$, $W\,Z' = 180^0 - \psi$ a $\sphericalangle\, Q\,Z'\,W = i$, obdržíme základní rovnice:

$$\sin\psi \sin i = \pm \sin\beta \quad [1)] \qquad \text{(I.)}$$

$$\sin\psi \cos i = \cos\beta \sin(\lambda - \odot) \qquad \text{(II.)}$$

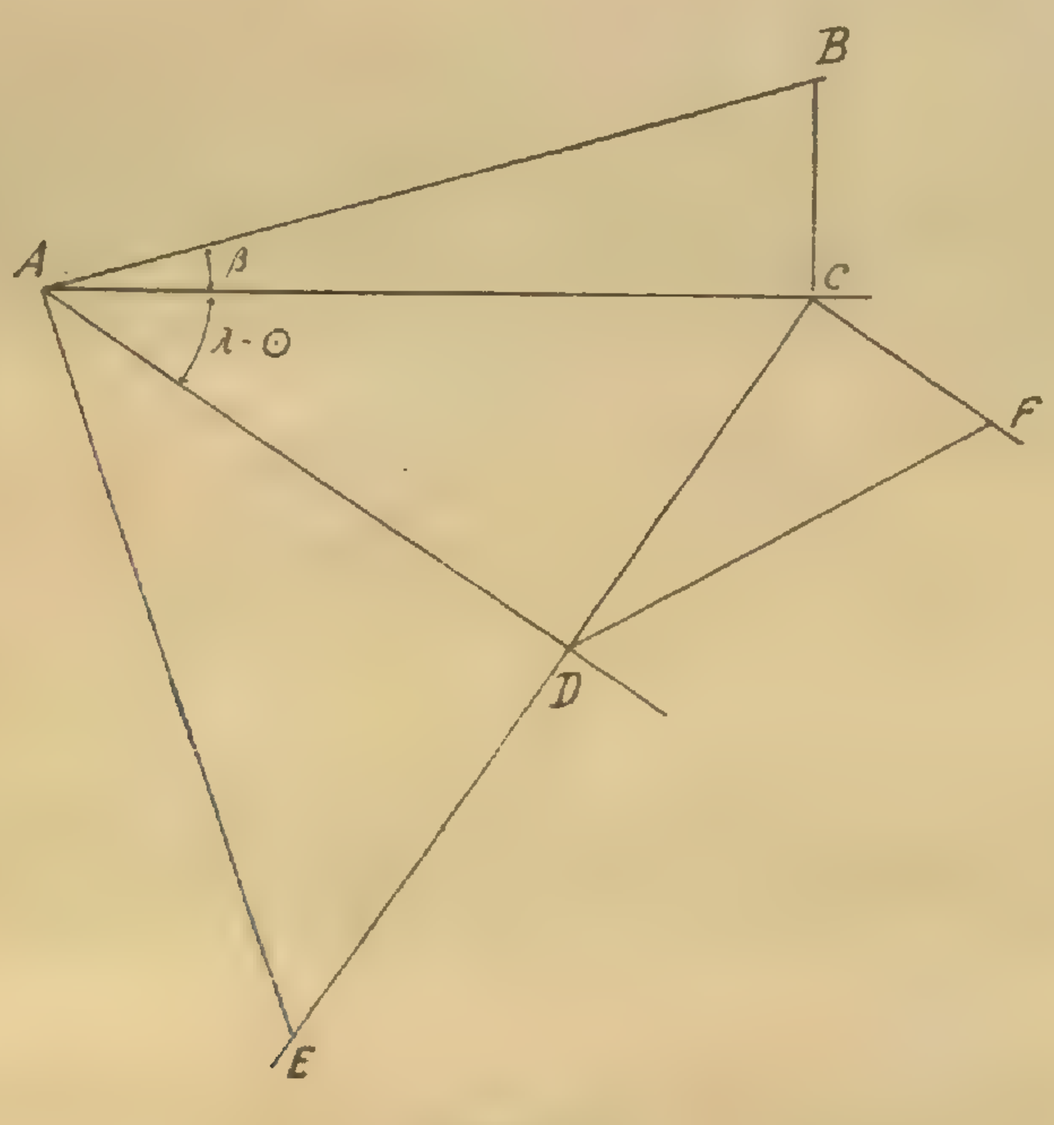
$$\cos\psi = -\cos\beta \cos(\lambda - \odot) \qquad \text{(III.)}$$

Poněvadž ψ pohybuje se v mezích 0^0—180^0 a $\cos\beta$ jest stále kladný, jest i v kvadrantu prvním pro $\lambda - \odot$ v mezích 0^0—180^0 a v kvadrantu druhém pro $\lambda - \odot$ v mezích 180^0—360^0.

Konstrukce.

ψ a i můžeme sestrojiti na základě posledních formulí takto:

Z bodu A (obr. 3.) naneseme libovolným směrem úsečku $A\,B = 1$ a sestrojíme při ní úhel β. S bodu B spustíme kolmici na druhé rameno do C. Jest pak $\overline{A\,C} = \cos\beta$, $\overline{C\,B} = \sin\beta$. Při kratším rameni úhlu β se-



Obr. 3.

strojíme úhel $\lambda - \odot$, na jehož druhé rameno promítneme bod C do D, takže jest $\overline{A\,D} = \cos\beta \cos(\lambda - \odot)$ a $\overline{D\,C} = \cos\beta \sin(\lambda - \odot)$. Nad $A\,D$ sestrojíme pravoúhlý trojúhelník $A\,D\,E$ o přeponě $A\,E = 1$, jehož odvěsnu $D\,E = \sin\psi$ uděláme přeponou v pravoúhlém trojúhelníku $D\,C\,F$. Jest pak dle formulí (II.) a (III.) pro

[1)] Znaménko + pro kladnou šířku radiantu β, — pro zápornou.

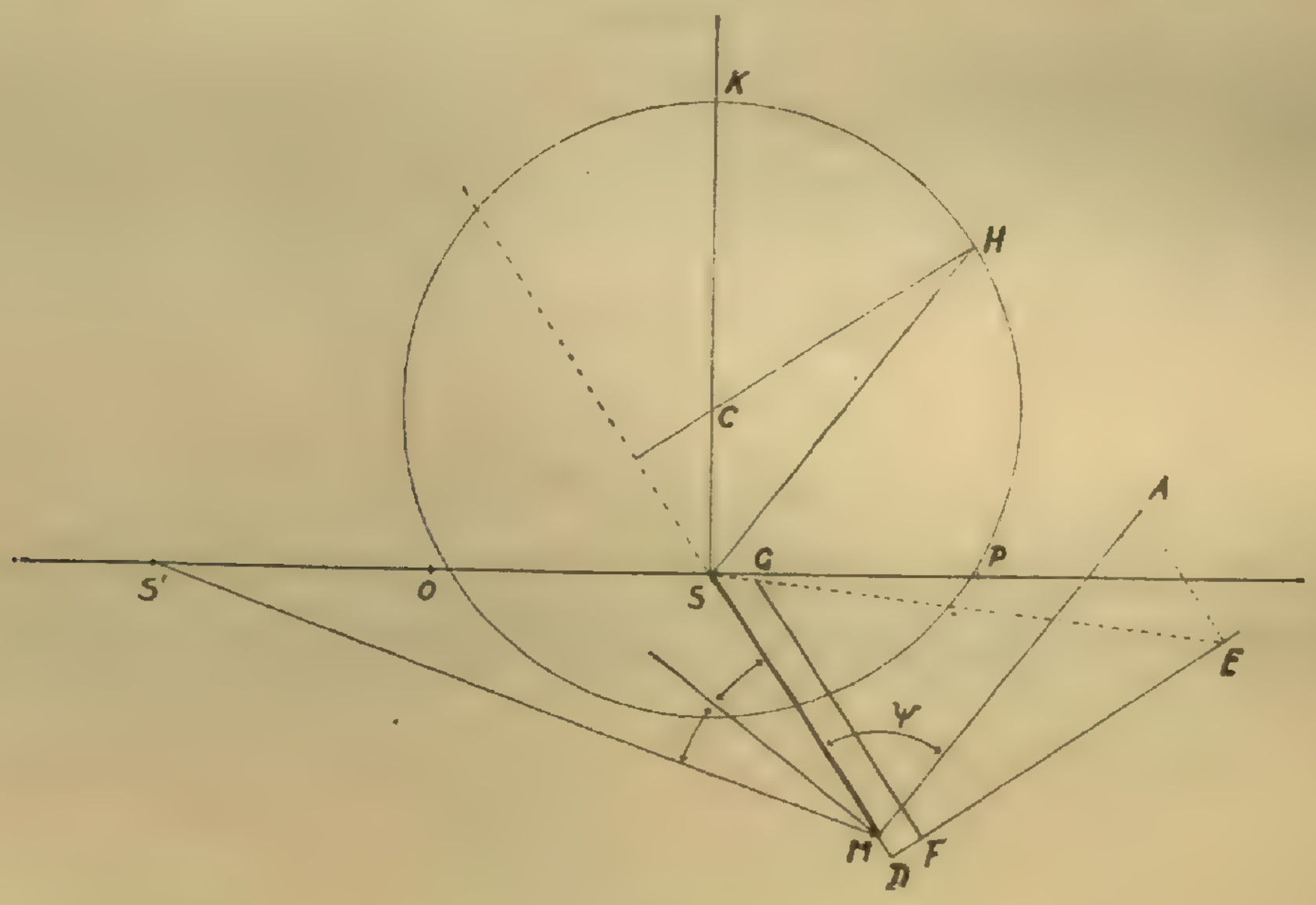
$\lambda - \odot$ v mezích 0^0—90^0 $\sphericalangle C\,D\,F = i$ a $\sphericalangle D\,A\,E = 180^0 - \psi$,
$\lambda - \odot$ „ 90^0—180^0 $\sphericalangle C\,D\,F = i$ a $\sphericalangle D\,A\,E = \psi$
$\lambda - \odot$ „ 180^0—270^0 $\sphericalangle C\,D\,F = 180^0 - i$ a $\sphericalangle D\,A\,E = \psi$
$\lambda - \odot$ „ 270^0— 360^0 $\sphericalangle C\,D\,F = 180^0 - i$ a $\sphericalangle D\,A\,E = 180^0 - \psi$

Je-li úhel β malý, jest konstrukce i dle formule (II.) nepřesná. Proto na základě formule (I.) sestrojíme pravoúhlý trojúhelník o odvěsně sin β a přeponě sin ψ, nebo zaměňujíce *tg* za sin (i . . . 0^0—7^0) volíme sin β a sin ψ za odvěsny (viz Tab. I. a).

Délka uzlu výstupného

$$\Omega = \begin{matrix} \odot & \text{pro } \beta \text{ kladné} \\ 180^0 + \odot & \text{pro } \beta \text{ záporné.} \end{matrix}$$

Znajíce ψ přikročíme ku konstrukci dráhy. Z bodu S (obr. 4.) naneseme libovolným směrem v efemeridách nalezený průvodič Země pro dobu pozorování r a v koncovém bodu M vedeme daným směrem



Obr. 4.

$v' = \overline{M\,A}$, takže úhel $S\,M\,A = \psi$. Směrem $S\,M$ naneseme $S\,D = 1$. V D vztýčíme kolmici na $S\,D$ a promítneme na ni bod A do E; jest pak $\overline{D\,E} = v' \sin \psi$. Z bodu E na $E\,D$ naneseme $2 - r = \overline{E\,F}$ a vztýčíme v F kolmici na $E\,D$. Spojnice bodu E s S protne tuto kolmici v bodě G, takže $\overline{G\,F} = R'$, neboť

$$\frac{G\,F}{S\,D} = \frac{F\,E}{D\,E}, \text{ čili}$$

když dosadíme příslušné hodnoty

$$\frac{G\,F}{1} = \frac{2 - r}{v' \sin \psi} = R'$$

dle vzorce (6.)

Bodem S vedeme pak rovnoběžku s $\overline{M\,A}$ a naneseme na ni $v' = \overline{S\,H}$ [1]). S bodu H spustíme kolmici na směr $M\,S$ a naneseme na ni $R' = F\,G = \overline{H\,C}$. Bod C jest středem hodografu a kolmice ku $S\,C$ bodem S vedená jest hlavní osou kuželosečky. Užitím věty, dle které normála (tečná) půlí úhel obou průvodičů, dostaneme druhé ohnisko S' a konstrukcí kuželosečky perihel P. Jest totiž

$$\overline{S'\,M} \mp \overline{M\,S} = 2a$$
$$\overline{S'\,S} = 2ae \text{ a}$$
$$S\,P = \pm a \mp a\,e \text{ [2])}$$

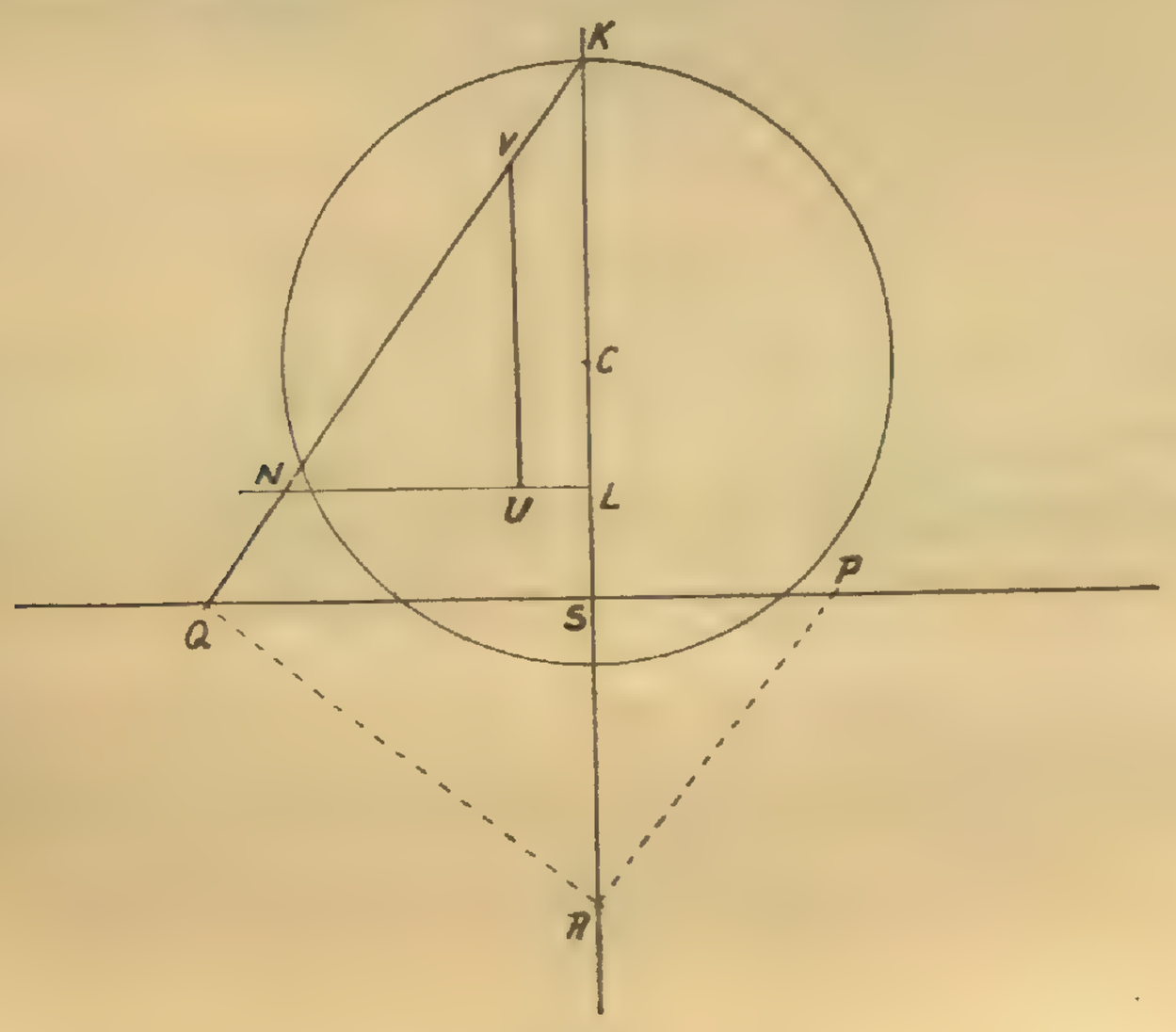
V případě dráhy parabolické jest užití hodografu zbytečné, neboť konstrukce paraboly z tečné v daném bodě a vzdálenosti jeho od ohniska jest jednoduchou geometrickou úlohou. Zdali se jedná o dráhu parabolickou, poznáme z formule (1.); jest totiž v tom případě

$$\sqrt{\frac{2}{r}} = v'$$

U drah parabole blízkých jest konstrukce druhého ohniska obtížná. Proto místo S' sestrojíme perihel P. Pomocí vzorce (3) obdržíme, že vzdálenost perihelu od Slunce

$$\overline{S\,P} = q = \frac{p}{1+e} = \frac{1}{R'^2\,(1+e)} = \frac{1}{R'\,(R'+R'\,e)}$$

Konstrukce dle posledního výrazu jest provedena na obr. 5. (Viz také tab. IIb.) Z bodu K (porovnej také obr. 4.) naneseme na $K\,S$ délku



Obr. 5.

[1]) Další konstrukci jest také možno prováděti z bodu M.
[2]) Znaménka hoření platí pro ellipsu, dolení pro hyperbolu.

$\overline{K\,L} = 1$. V L vztýčíme na $K\,S$ kolmici a naneseme na ni $R' = L\,\overline{N}$. Spojnice $K\,N$ protne hlavní osu v bodě Q; jest pak $\overline{Q\,S} = \frac{\overline{K\,S}\,.\,\overline{N\,L}}{\overline{K\,L}}$, čili když dosadíme

$$\overline{Q\,S} = \frac{(R' + R'\,e)\;R'}{1}$$

Když naneseme $\overline{S\,R} = 1$ na prodloužený směr $K\,S$ a vztýčíme v bodě R kolmici na spojnici $Q\,R$, protne kolmice hlavní osu v bodě P, neboť jest

$$\overline{S\,P} = \frac{\overline{S\,R}^2}{\overline{Q\,S}} = \frac{1}{R'\,(R' + R'\,e)} = q$$

Naneseme-li na $\overline{N\,L}$ z bodu N délku $\overline{C\,S} = R'\,e$ a vztýčíme-li v koncovém bodě U kolmici na $N\,L$, protne kolmice spojnici $K\,Q$ v bodě V; jest pak

$$\overline{U\,V} = \frac{\overline{K\,L}\,.\,\overline{N\,U}}{\overline{N\,L}} = \frac{1\,.\,R'\,e}{R'} = e$$

Zbývá ještě určiti vzdálenost perihelu od uzlu výstupného ω. Obdržíme ji změřením úhlu $M\,S\,P$ (obr. 4.)

Potkává-li meteor Zemi před průchodem perihelem, jest

$$\omega = \begin{matrix} 180^0 + \sphericalangle\, M\,S\,P \\ \sphericalangle\, M\,S\,P \end{matrix} \text{ pro } \beta \begin{matrix} \text{kladné} \\ \text{záporné,} \end{matrix}$$

potkává-li Zemi po průchodu perihelem, jest

$$\omega = \begin{matrix} 180^0 - \sphericalangle\, M\,S\,P \\ 360^0 - \sphericalangle\, M\,S\,P \end{matrix} \text{ pro } \beta \begin{matrix} \text{kladné} \\ \text{záporné.} \end{matrix}$$

Tím jsou odvozeny všecky elementy dráhy.

Příklady.

Za příklad provedl jsem konstrukci hyperbolické dráhy meteoritu ze dne 17. června 1873 [1]) (tab. I.) a elliptické dráhy Orionid (tab. II.)

Pro první odvodil Galle [2]) ekliptikální souřadnice pravého radiantu

$$\lambda = 221{\cdot}2^0, \qquad \beta = +\,0{\cdot}9^0$$

a absolutní rychlost v prostoru 8·104 zeměp. mil./sec. a vypočetl tyto hyperbolické elementy:

$$\begin{aligned} \omega &= 241{\cdot}9^0 \\ \Omega &= 86{\cdot}6^0 \\ i &= 1{\cdot}2^0 \\ q &= 0{\cdot}639 \\ a &= 0{\cdot}464 \end{aligned}$$

---

[1]) Astronomische Nachrichten, Bd. 83., p. 321., 1874.
[2]) Ibd. p. 346.

Pro konstrukci potřebná data vedle ekl. souřadnic pravého radiantu jsou

délka Slunce $\odot$ = 86·6⁰
radius vektor Země r = 1·016 a
v' = 2·031 [1]) stř. rychl. Země/sec.

Provedená konstrukce (tab. I.) dává tyto výsledky: [2])

$\omega = 180^0 + \sphericalangle MSP$ = 242·0⁰
(Ω = 86·6⁰)
$i = \sphericalangle EDF'$ (tab. I. a) = 1·2⁰
$q = \overline{SP}$ = 0·638
$a = \frac{1}{2}\ (S'M - MS)$ = 0·465

Měřením tečen ST' a ST'' vedených z bodu S k hodografu obdržel jsem pro rychlost v nekonečnu hodnotu 1·470, což velmi dobře odpovídá hodnotě Galleho 5·859 zeměp. mil/sec. = 1·4685 stř. rychl. Země/sec. Směry těchto tečen udávají směr asymptot dráhy.

Při konstrukci dráhy Orionid (tab. II.) vyšel jsem z hodnot, které jsem odvodil ve své práci „O tvaru meteorického roje komety Halleyovy“: [3])

$\lambda = 73{\cdot}4^0$ $\beta = -13{\cdot}0^0$ $\odot = 203{\cdot}5^0$
$r = 0{\cdot}996$ $v' = 1{\cdot}397$

Tyto souřadnice pravého radiantu byly vypočteny z elementů:

ω = 79·4⁰
Ω = 23·5⁰
i = 163·2⁰
q = 0·5970
e = 0·9673

Konstrukcí obdržel jsem zpět tyto elementy:

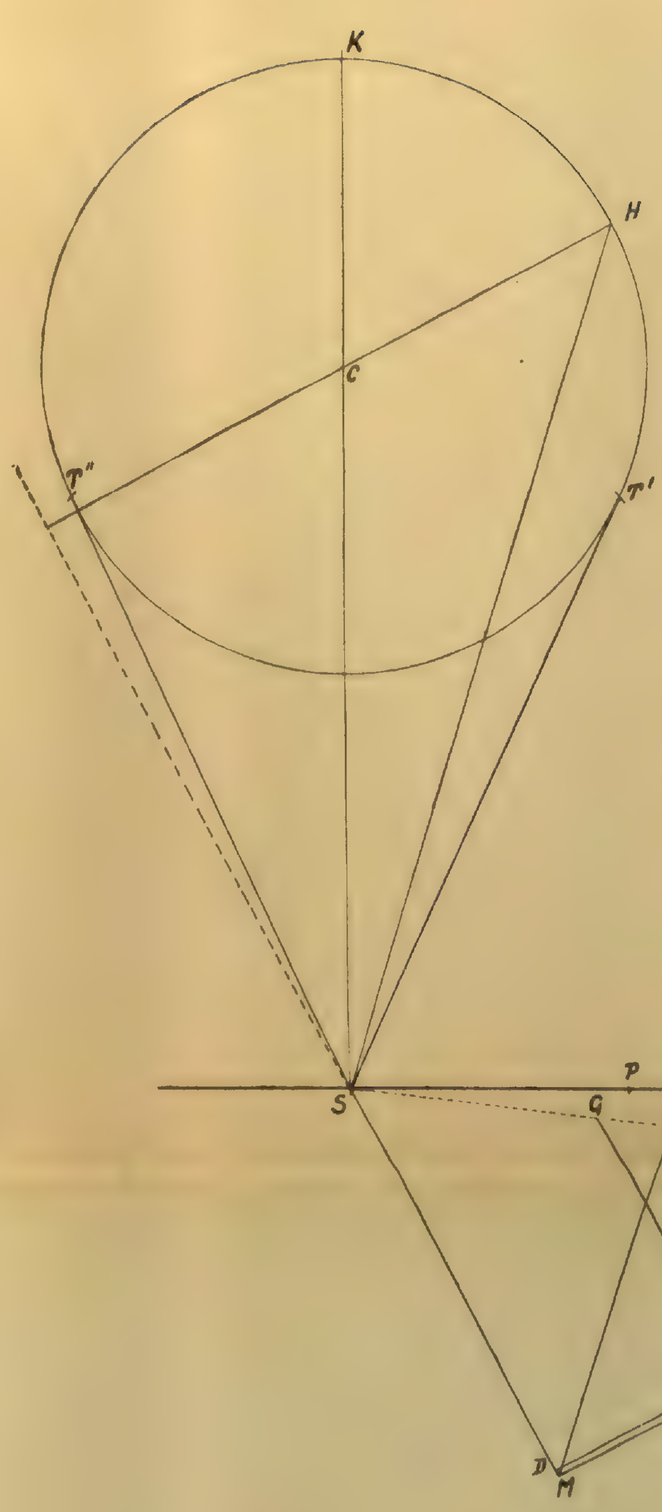
$\omega = \sphericalangle MSP$ = 79·5⁰
(Ω = 23·5⁰)
$i = 180^0 - \sphericalangle CDF$ = 163·2⁰
$q = \overline{SP}$ = 0·596
$e = \overline{UV}$ = 0·968

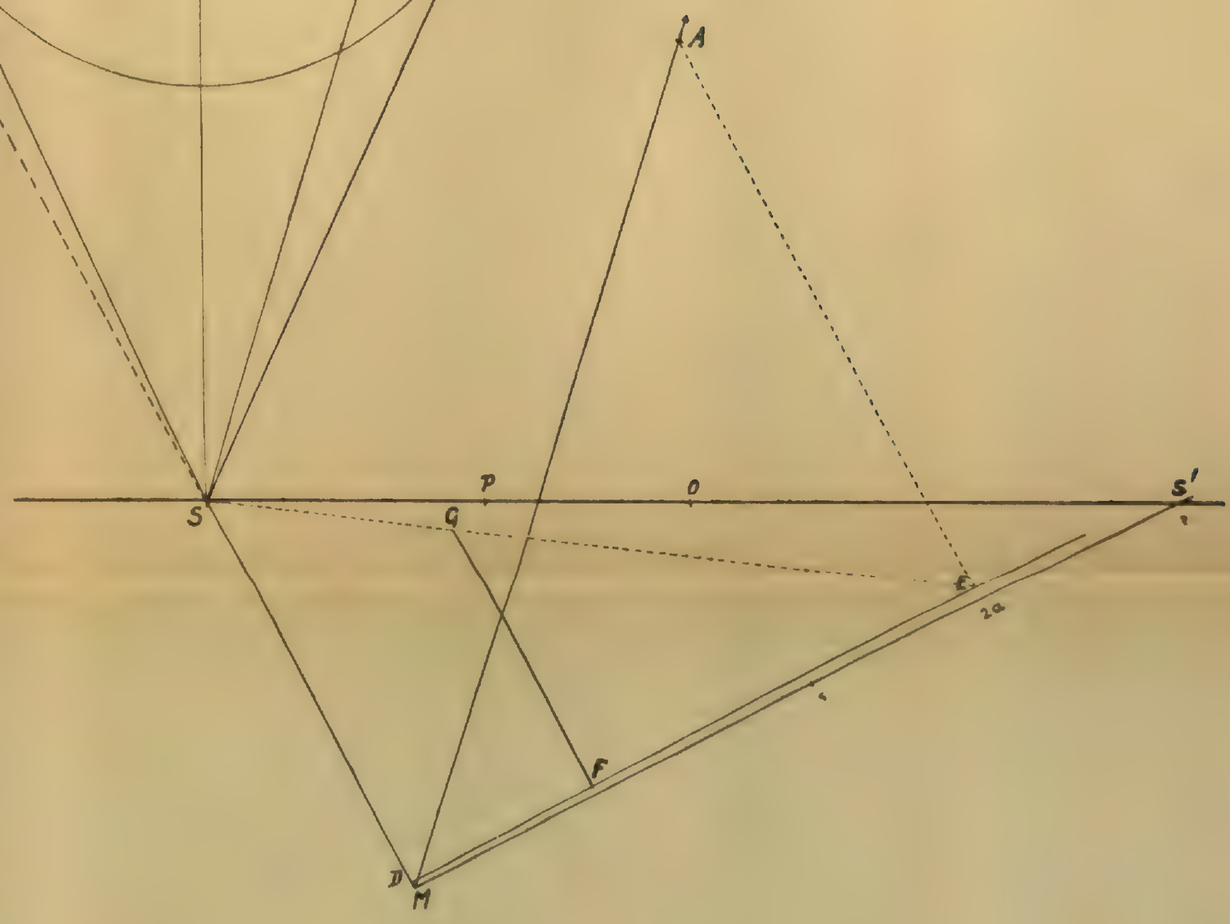
---

[1]) 1 zeměp. míle = 7·42044 *km*, střední rychlost Země = 29.606 *km/sec.*
[2]) Jedničkou v původní konstrukci byl 1 *dm.*
[3]) Rozpravy České Akademie, XXIII., Tř. II., č. 21.

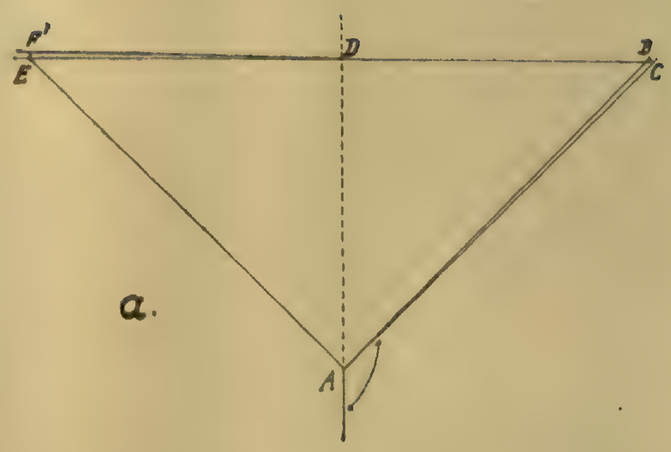
Tab. I.

Konstrukce hyperbolické dráhy meteoru ze 17. června 1873.





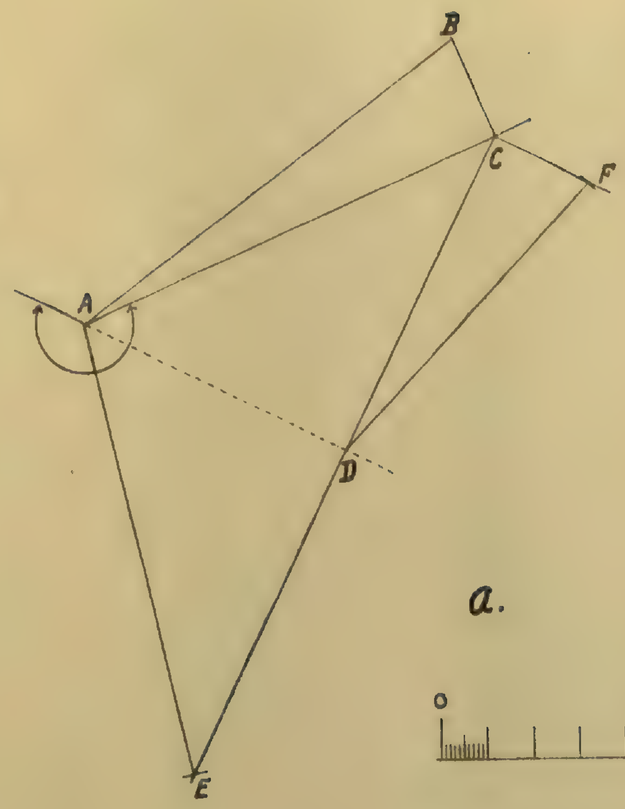
b.



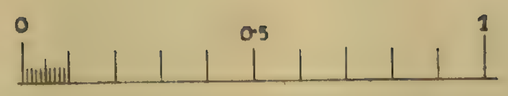
a.

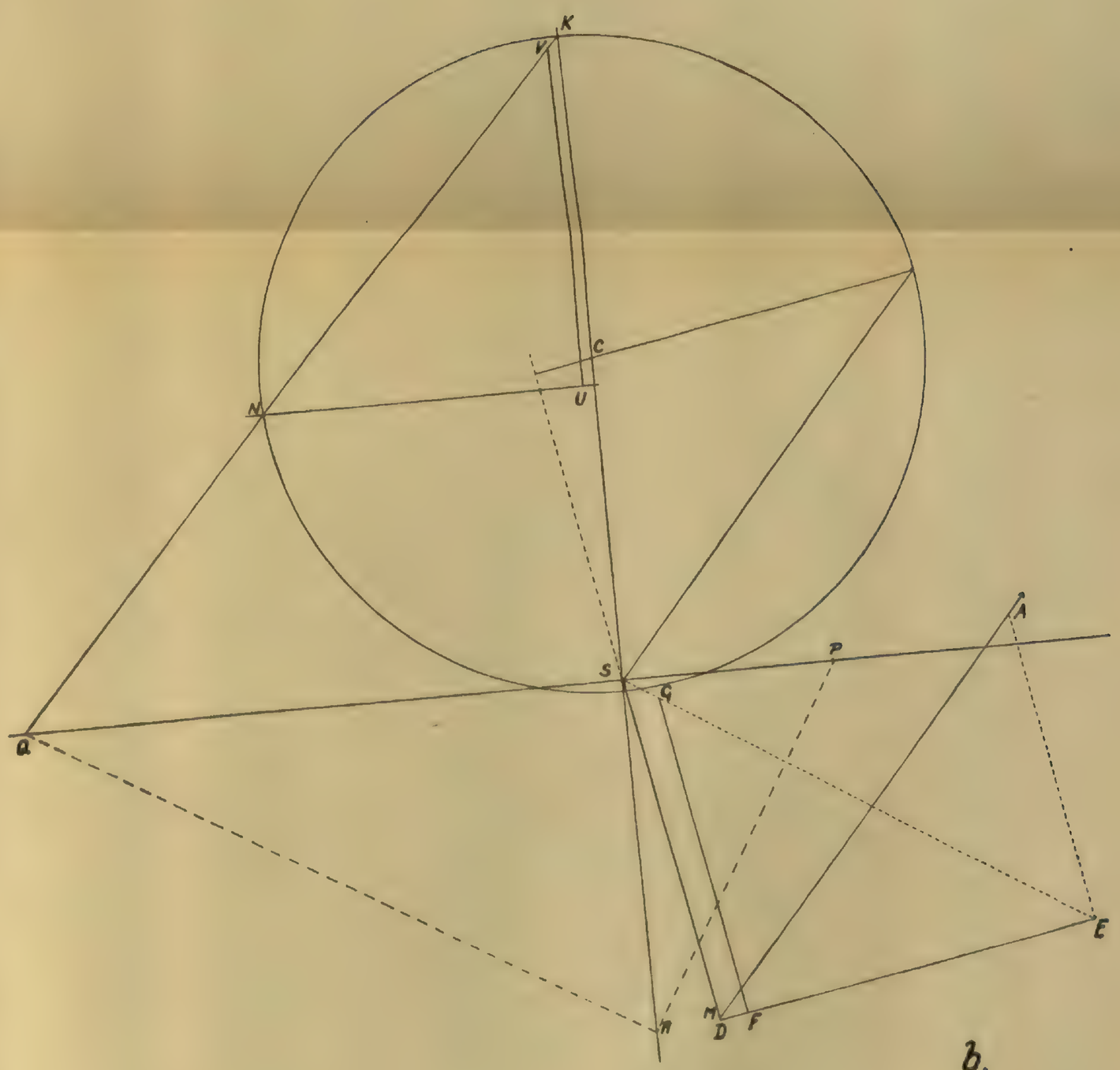
Tab. II.

Konstrukce elliptické dráhy Orionid.



a.





b.

Kvantitativní nález bacteria coli ve vodách pitných filtrací

Napsal

Ph. Dr. **Jan Bečka,**

assistent c. k. hygienického ústavu.

Předloženo dne 24. listopadu 1914.

Hesse [1]) použil pro nález bac. typhi ve vodě filtrace Berkefeldovým filtrem (pod vakuem). Filtrační effekt tohoto filtru podařilo se mu zlepšiti tím, že sfiltroval nejprvě 100 *ccm* vroucí suspense 0·1 *g* křemičité hlinky. Po schladnutí filtru sfiltroval pokusné vody. K převedení zárodků na Drigalskiho plotny pouštěl fysiol. roztok NaCl dovnitř svíčky pod tlakem a 10 *ccm* tekutiny z filtru odpipettoval na plotny. Resultáty má velmi dobré. Na popud prof. Dra Kabrhela pokusil jsem se použíti filtrace ke kvantitativnímu stanovení bact. coli ve vodách pitných. Za tím účelem opakoval jsem filtraci Hesse-ovu v následující modifikaci:

Pokus č. 1.

Do 100 *ccm* steril. fysiol. roztoku NaCl přeneseno bylo očko 24 hod. bouillonové kultury bact. coli a po důkladném promíchání určen počet zárodků v 1 *ccm* vylitím ploten gelatinových. Voda takto infikovaná byla sfiltrována Berckefeld-filtrem upraveným dle Hesse-ova předpisu. Ve filtrátu sterilně zachyceném určen počet zárodků v 1 *ccm*. Zárodky zachycené filtrem převedeny udaným způsobem do sterilní 100 *ccm* odměrky po doplnění sterilu. NaCl roztokem určen počet zárodků v 1 *ccm*. Číselná data jsou v přiložené tabulce I. pod čís. 1.

[1]) Hesse, Arch. für Hyg. 1913, 580.

Tab. č. I. **Pokusy o vhodný filtr.**

Číslo	FILTR	Voda filtrovaná		Počet zárodků	FILTRÁT		Sediment převeden na původní volum		
		zárodků			filtr. effekt	doba filtr.		Zárodků	Nalezeno %
1	Berkefeld-filtr dle předpisu Hesseova	628	100 *ccm*	4	157:1	5 min.	Dle Hesseova předpisu	620	98%
2	Sterilní Schleicher-Schüllfiltr, prolito nejprve 100 *ccm* vroucí emulse kř. hlinky	2050	100 *ccm*	58	40:1	2 min.	Spláchnuto ster. Na Cl rozt.	1730	84%
3	Schl. Schül. filtr v ster. nálevce s Pt konusem. 100 *ccm* vroucí emulse 0·3 křem. hlinky	632	100 *ccm*	76	24:1	1 min.	Spláchnuto ster. Na Cl rozt.	516	81%
4	Rourka na konci súžená, s vložkou asbestovou, 0,1 kř. hlinky	628	100 *ccm*	4	157:1	7 min.	Vložka vystrčena ster. drátem	620	98%
5	Rourka na konci súžená, s vatovou vložkou, 0,1 křem. hlinky	54.000	100 *ccm*	160	337:1	5 min.	Vložka vystrčena ster. drátem	50.000	92%

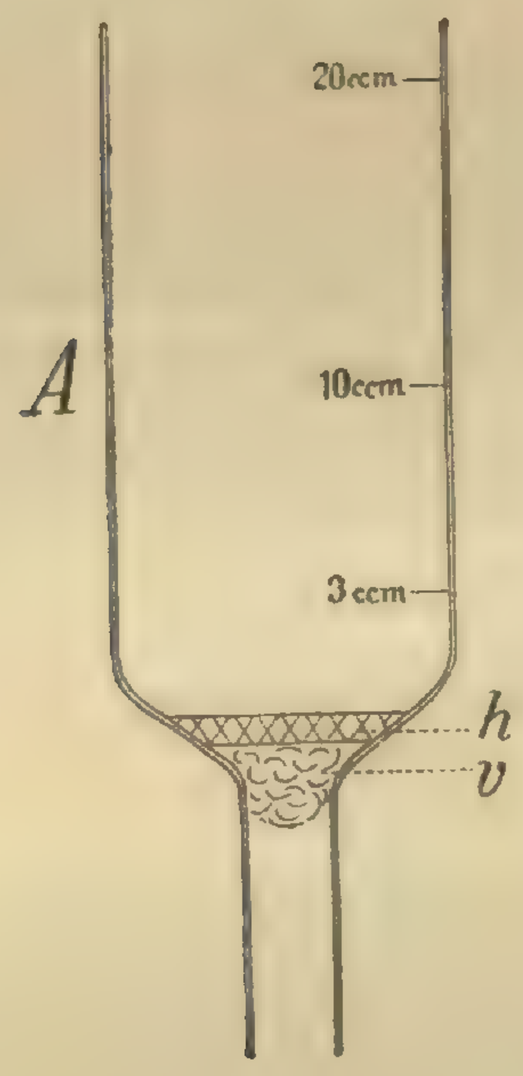
Ačkoliv resultát pokusu je výtečný, přece není práce s Bercquefeld-filtrem ani pohodlná ani rychlá. Pokusil jsem se tudíž nejprve nalézti filtr, jenž by při dobrém effektu filtračním byl při práci co nejpohodlnější. Pokusy prováděny jako u čís. 1., číselná data podává tabulka I. (2, 3, 4, 5). Fakta ukazují, že filtr s vložkou vatovou vyhovuje jak příznivým effektem filtračním, tak příhodnou formou a snadnou manipulací. Abych ušetřil popis, podávám schema práce s tímto filtrem (Tab. II.)

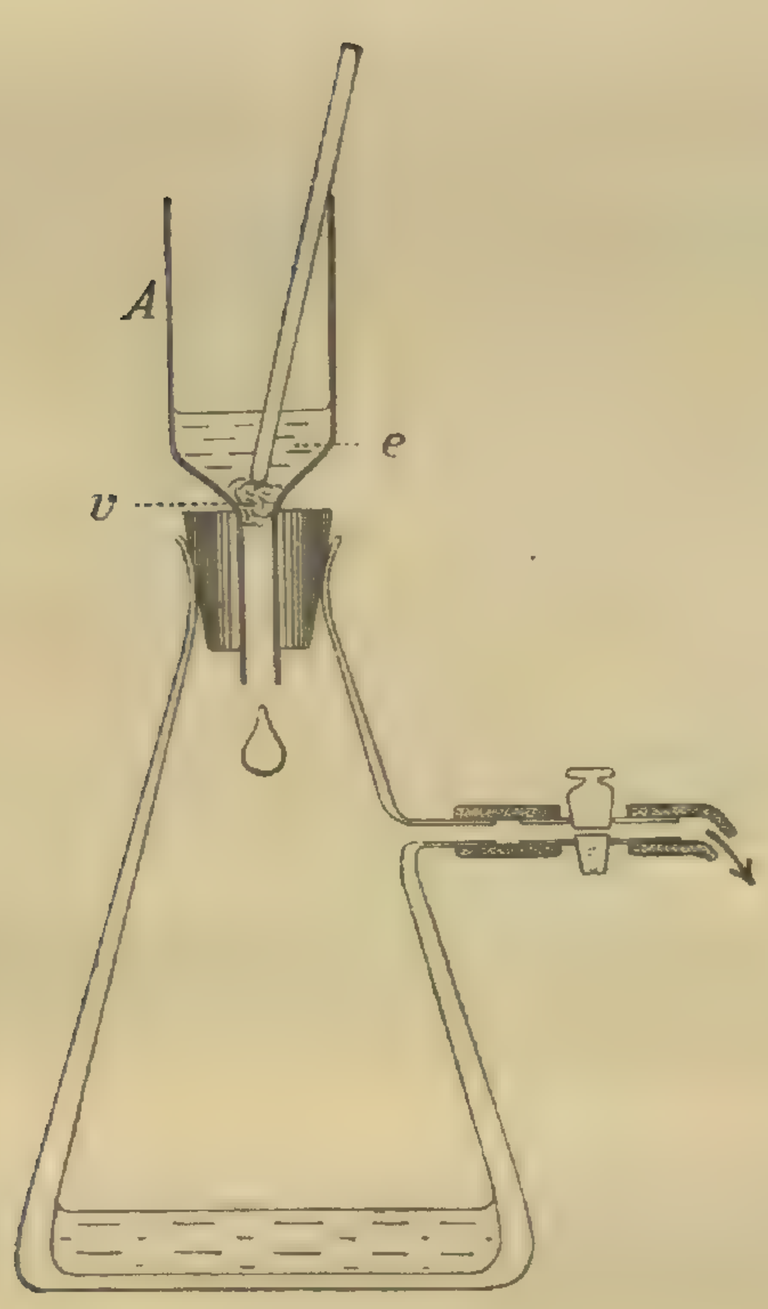
Při pokusech popsaných používal jsem rourek filtračních vysterilisovaných za sucha (při 140° 2 hod.). Zkusil jsem, zda by nepostačilo pro praxi sterilisování a propláchnutí, jež nastane při prolití vřelou emulsí křem. hlinky.

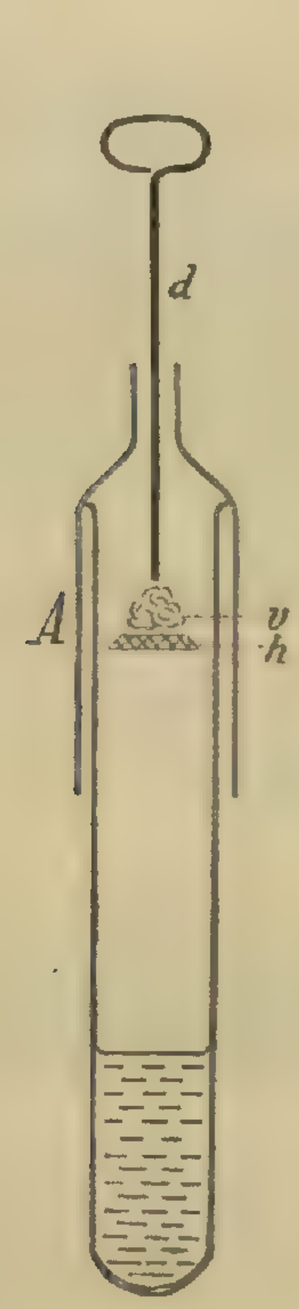
Pokus čís. 6. upraven následovně:

A	B
Rourka nesterilní opatřena vatičkou (vložkou vatovou).	Rourka s vložkou byla před tím za sucha sterilisována.
Nalita 24 hod. kult. bouil. bakt. coli.	—
Sfiltrováno 30 *ccm* vroucí emulse.	Sfiltrováno 30 *ccm* vroucí emulse.
—	Sfiltrováno 100 *ccm* vody s 15 zar. b. coli v 1 l.

Tab. č. II. Schema práce s filtrem.







A filtrační rourka kallibrovaná.
v vatová vložka.
h vrstva křemičité hlinky.
e emulse křemičité hlinky.
d drát železný.

Filtrační vložky vpraveny do bouillonů, protřepány a do 37°:

Po 24 hod.: Zkumavka zůstala čistá. Zákal po promíchání přeočkováno na Endo plotny.

Po 24 hod.: Plotna sterilní. Typ. b. coli.

Tím je tedy dokázáno, že prolitím vroucího roztoku křem. hlinky se filtr prakticky dokonale od bact. coli vyčistí a že takto upravený filtr zachytí všechny zárodky. Tohoto fakta použito bylo ke kvantitativnímu stanovení bact. coli při methodě Pariettiho (viz II. oddíl této práce). Když jsem tedy dospěl k filtru, jenž při snadné manipulaci dává dobrý effekt filtrační, přikročil jsem k pokusům kvantitativního převedení zárodků b. coli s filtru na plotny.

Methoda I.

K pokusům užíval jsem vody pitné, obsahující 100—200 zár. v 1 *ccm* (B. fluor. liq., punctatus, nubilus, M. candicans a j.), avšak žádné bact. coli. Infikování vody určitým počtem b. coli dálo se tímto způsobem: Ze 24 hod. bouil. kultury b. coli přeneseno bylo očko do 100 *ccm* ster. fysiol. rozt. Na Cl_1 odtud po promíchání odpipettováno 0,05 *ccm* (neb jiné kvantum) do 1 l vody a 0,05 (totéž kvantum) na plotny, kde určen počet zárodků b. coli. Číselná data pokusu, jenž kontrolován methodou Ficker-Partišovou, jsou následující:

Pokus č. 7. Připravená voda obsahovala 118 zár. b. coli v 1 *l*.

Methoda	Provedení	Typické kolonie	Nalezeno	1 kol. odpovídá
Ficker-Partišova	40 *ccm* vody sraženo na 3 Endo	3 typ. kol.	75 coli = 63,5%	21,2%
Filtrací vat. filtr.	40*ccm* 3 Endo byly natřeny filtrační vložkou vlhčenou NaCl	3 rozm. typ. kol.	75 coli = 63·5%	21,2%
Filtrací vat. filtr.	40 *ccm* emulsirováno ve filtru NaCl a odpipet. na 3 Endo	1. rozmaz. kol.	25 coli = 21,2%	21,2%

Tento předběžný pokus ukázal, že nutno opraviti ještě různé vady, aby filtrační methoda dávala výsledky konstantní a aby kolonie tak krásně a typicky rostly jako při methodě Ficker-Partišově. Na vzrůst kolonií má patrně vliv:

1. chemikalie užité při methodě Ficker-Partišově (Na_2CO_3, $Fe_2(SO_4)_3$, vinan dras.);
2. převedení sedimentu na plotny: při F.-P. meth. roztírá se hladkou špachtlí, jež nezdrsní povrch ploten;
3. sušení ploten.

Podrobil jsem zkoušce nejprve chemikalie:

Pokus č. 8. Na 7 stejně upravených filtrů sfiltrována stejná množství vody infikované bact. coli, při převedení na plotny Endo

Vatička vlhčena:		Vzrostlé kolonie:
I.	0, 1% sodou	Typické nerozmaz, plotna zůstala průsvitná.
II.	0,1% ferrisulfátem	Nepatrné kol., plotna celá zčervenala.
III.	5,0% vinnanem	,, ,, ,, ,, ,,
IV.	Sodou + vinnanem	,, ,, plotna má červené skvrny.
V.	Sodou + siranem	Malé kol., plotna celá červená.
VI.	Siranem + vinnanem	Nepatr. kol., plotna celá červená.
VII.	Sodou + ,, ,,	Malé kol. typické.

Přísada 0,1% roztoku sody přispívá k typickému vzrůstu coli kolonii na Endo plotnách.

Dalšími pokusy hleděl jsem docíliti, aby zárodky převedeny byly na plotny co nejúplněji a aby odpadlo možné poškození ploten při nátěru vatičkou. Proto filtr upravil jsem tak, aby vznikla aspoň 3 *mm* silná vrstva křem. hlinky, jež obsahuje většinu zárodků a dá se snadno sterilní špachtlí odloupnouti na plotny a 0,1% ster. sodou emulsirovati a špachtlí stejnoměrně po plotnách rozděliti. Oschnutí ploten musí se dáti co nejrychleji, plotny však nesmí přeschnouti.

Tyto zkušenosti byly dokázány těmito pokusy:

Pokus č.	Voda obsahovala	Provedení práce	Narostlo kol.	Nalezeno	1 kol. odpovídá
9.	210 b. coli	Filtr 20*ccm*, nátěr vatičkou vlhčenou 0,1% sodou, 2Endo plotny, vysušení v 46° do zaschnutí	9 kol. typ. rozmazané	180 b. coli 85,7%	9,5%

Pokus číslo	Voda obsahovala	Provedení práce	Narostlo kol.	Nalezeno	1 kol. odpovídá
10.	2050	Filtr s 3 *mm* vrstvou, 25 *ccm* vody, vrstva sloupnuta na plotny špachtlí, vatička několikráte skropena na 0,1% sodou a ster. pincettou vymačkána na plotny. Rozetřeno špachtlí. Sušeno v 46° do zaschnutí.	49 typ. kol. dobře odděl. nerozmazaných	1951 b. coli 95%	2%
11.	,,	Jako v předešlém. Sušeno při 20° do zaschnutí.	46 kol., někt. rozmazané a splývavé	1840 coli 90%	2%
12.	206	Jako v předešlém. Sušeno přes ¾ hod. v 46°	2 typ. kol.	80 coli 34%	20%

Když byly takto hlavní závady odstraněny, poskytuje methoda filtrační výsledky uspokojivé při velké úspoře na plotnách:

Pokus čís.	Voda obsahovala	Vzato do práce	Narostlo	Nalezeno	1 kol. odpovídá
13	468 b. coli	25 *ccm*, 3 Endo	10 typ. kol. = 400 coli	85,4%	8,6%
14	468 b. coli	25 *ccm*, 2 Endo	11 typ. kol. = 440 b. coli	94,0%	8,6%
15	760 b. coli	25 *ccm* 2 Drigal.	19 typ. kol. = 760 coli	100%	5,3%
16	193 b. coli	35 *ccm*, 2 Endo	6 typ. kol. = 171 coli	88,6%	14,8%
17	10.0000	25 *ccm*, 3 Endo	230 typ. kol. = 9200 coli	92,0%	0,3%

Přesný postup práce při kvantitativním stanovení bact. coli filtrací je následující:

1. Do baňky 200 *ccm* dá se asi 150 *ccm* vody (z vodovodu) a 3—4 lžičky křemičité hlinky; 20 min. vařit.

2. Připraví se odssávačka (s kohoutkem), nasadí filtrační rourka; do vnitř vpraví se stočený chomáček vaty (ne příliš velký) a utěsní se tyčinkou; spustí se vývěva a prolévá vroucí emulsí křem. hlinky tak, až se usadí vrstva aspoň 3 *mm* silná (příliš silná být nemusí, ježto pak by voda příliš volně filtrovala. 20—25 *ccm* emulse pravidelně postačí. Pak následuje:

3. Sterilisování pincetty a špachtle v plameni, obě dáme chladnout pod víčko připravených Endo-ploten (2—3 kusy).

4. Filtrace změřeného kvanta (u kallibrovaných rourek postačí vodu nalít k marce), evakuování odssávačky a uzavření jejího přívodného kohoutu (zastavení vývěvy).

5. Filtrační vložka se vystrčí žel. drátem (v plameni protaženém) na Endo-plotnu, uchopí pincettou a špachtlí se odloupne křemičitá vrstva a stejnoměrně rozdělí na plotny. Vatičku skropíme 0,1% ster. rozt. sody (pipettou) a vymačkáme pincettou (tak, aby na každou plotnu přišlo nejvýš 0,5*ccm* tekutiny), hlinku jemně emulsirujeme špachtlí a rozetřeme po plotnách.

6. Odkryté plotny dáme do thermostatu na 46° vyhřátého, kdež zůstanou do úplného oschnutí (10—20 minut), pak uzavřené a dnem obrácené vzhůru do thermostatu 37° přes noc (18—20 hodin).

7. Po této době spočtou se coli podobné kolonie, některé odpíchnou za účelem konstatování biolog. znaků do specialn. půd. Počet odpovídající typickému bact. coli přepočte se na 1 *l*.

Methoda II.

V práci prof. Dra Kabrhela [2]) bylo naznačeno, že z positivních zkoušek dle methody Pariettiovy provedených a z kvanta vody k analyse použitého, za použití předpokladu experimentálně dokázaného, že 1 zárodek bact. coli stačí k pomnožení v Pariettiově bouillonu, možno usuzovati na počet bact. coli ve vodě respektive stanoviti dotyčné meze jeho obsahu.

Principu toho bylo použito k vypracování methody kvantitativní. Poněvadž však při nízkém počtu bact. coli jevilo by se nutným pracovati s poměrně velkými kvanty roztoku, bylo obejito toto úskalí použitím určitého způsobu filtrace k vyloučení bact. coli z vody. Shledav, že se většina zárodků zachytí ve filtrační vložce (pokus č. 6.), provedl jsem Pariettiho zkoušku tak, že místo *určitého* kvanta vody dával jsem do zkoumavek *vložky* z filtrů, jimiž *ona kvanta* vody byla sfiltrována.

---

[2]) Arch. f. Hyg., Bd. 71, S 711.

Pokusy byly provedeny s vodami infikovanými známým počtem bact. coli (viz str. 3.), do každé zkoumavky s 10 *ccm* bouillonu přišly 3—4 kapky Pariettiho kyseliny. Kvanta vody až do 1,0 *ccm* odpipettována, větší filtrována. Po sterilním vpravení vložek (viz schema Tab. II.) byly zkoumavky dobře protřepány a pak přišly do 37°. Sedimentace hlinky trvá asi hodinu, pak se bouillon vyjasní. Po 24 hod. je zkalen, když voda obsahovala bact. coli (neb skupinu paracoli.) Aby pak snad bact. coli nebylo strženo do sedimentu, použil jsem k pokusům emulse křemičité hlinky, řidší než při methodě I. (1 lžíčku na 100 *ccm* vody) a při prolívání emulse filtrem utěsňuji vatičku vyvařenou tyčinkou (viz schema Tab II.) Tím se docílí brzkého utažení filtru při malé spotřebě křem. hlinky.

Po 24 hodinách bylo po protřepání zkoumavek očkováno na Endoplotny, za positivní pokládána zkouška, vyrostly-li kolonie typického bact. coli.:

Pokus číslo	Voda obsahovala	Provedení	Zákaly ve zkoum.	Na Endo typ. kol. ve zkoum.	Nalezeno
18.	118 bact. coli	1, 1, 1, 10, 20*cm* vody	10, 20	10, 20	100 b. coli = 84,7%
19.	210 b. coli	1, 10, 20	10, 20	10, 20	100 b. coli = 47,6%
20.	6 b. coli	10, 50, 100	100	100	10 b. coli = 167%
21.	468 b. coli	1, 1, 4,	4	4	250 = 55%
22.	18 b. coli	10, 20, 40,	20	20	15 = 83,5%
23.	7 b. coli	50, 100	50, 100	50, 100	20 = 300%

Z tabulky pokusů je zřejmo, že čím je větší množství vody k filtraci použité, tím větší je pravděpodobnost zastižení b. coli, dále, že při vhodném rozdělení kvant sfiltrovaných možno dosti přesně určiti obě meze počtu b. coli.

Abych se vyvaroval použití většího počtu zkoumavek s bouillonem než obvykle a dále filtrace značnějších kvant vody, určuji počet b. coli v mezích od 30—3000 v 1 *l* následující kombinací: Užívám 5 označených zkoumavek (s 10 *ccm* bouillonu), k těmto přidávám po 3—4 kapkách Pariettiho kyseliny, dále vložky filtrovaných kvant 20, 10 a 3 *ccm* vody a odpipettovaná kvanta 1,0 a 0,5 *ccm*.

Je-li reakce vůbec negativní, může obsahovati voda nejvýše 28 z. b. coli v 1 *l*.

Positivní reakce z	odpovídá
20 *ccm*	50 b. coli v 1 *l* (od 29—67)
20, 10	100 b. coli v 1 *l* (od 67—222)
20, 10, 3	333 b. coli v 1 *l* (od 222—667)
20, 10, 3, 1	1000 b. coli v 1 *l* (od 667—2000)
20, 10, 3, 1, 0,5	2000 b. coli v 1 *l* (od 2000—∞)

Je-li positivní reakce u nižšího kvanta vody a negativní u většího, pak možno souditi přímo na nižší mez b. coli, což z pokusů lépe se ozřejmí:

Pokus číslo	Voda obsahovala	Provedení	Zákaly ve zkoum.	Typ. coli	Nalezeno
24.	860 bact. coli	Popsané kombinace	1, 3, 10, 20	1, 3, 10, 20	1000 b. coli = 116%
25.	3540 b. coli	,,	0,5, 1, 3, 10, 20	0,5, 1, 3, 10, 20	2000 b. coli = 56%
26.	193 b. coli	,,	1, 10, 20	1, 10, 20	222 = 115%

Udávám tedy pro pokus 26. nižší mez 222 místo 333, poněvadž 1. zák. b. coli byl teprve v 0,5 + 1,0 + 3 *ccm*.

Prohlédneme-li theoreticky, jak velká může chyba vůbec býti, tedy shledáme, že pro počet b. coli od 29—4000 obnáší průměrně ± 50% (ku př. pro 221 a 69 b. coli najdeme 100 či 45% v I a 142% v II. případě, atd.).

Avšak i tuto chybu možno zmenšiti na základě tohoto principu:

Dle privátního sdělení p. prof. Dra Kabrhela počet b. coli ve vodách uschovaných v lednici nevzrůstá, tudíž b. coli se ve vodách uschovávaných nemnoží.

Pokus č. 27.:

Voda obsahovala:	Práce
533 b. coli	dle Partišovy methody
Po 24 hod. 467 b. coli	,, ,, ,,
Po 6 dnech 300 b. coli	,, ,, ,,

Pokus potvrzuje tudíž úplně tento názor.

Možno tudíž, když prvý den určíme široké meze b. coli, provésti s vodou uschovanou v lednici druhý den stanovení užší meze. Pracuji takto:

Je-li první den nalezeno:

odpipettuji:

2000 b. coli — 0,7, 0,3, 0,15 atd. do zkoumavky s 4—5 kapk. Par. kyseliny, ze zákalů možno stanoviti, jedná-li se o 1500, 2000, 3300 neb 6700 b. coli atd.

1000 b. coli — 1,4, 1,2, 0,7 *ccm*, čímž stanoví se ze zákalů užší mez 710, 830, 1500.

Filtruji:

333 b. coli — 4 a 2 *ccm* vložky do bouil., meze užší 250, 333, 500, 667.

100 b. coli — 14, 6, 5 *ccm* = 71, 100, 167, 200 b. coli.

50 b. coli — 15, 25 *ccm* = 67, 50, 40 b. coli.

0 b. coli — 50, 35 *ccm* = 28, 20, 13 b. coli.

Pokus č.	Voda obsahovala	Provedení	Zákaly	Na Endo typ. kol.	Nalezeno
28.	386 b. coli	obvykl.	3, 10, 20	3, 10, 20	333 b. coli = 86,3%
	Druhý den	2, 4,	4	tedy	333 b. coli = 86,3%
29.	2250 b. coli	obvykl.	0,5, 1, 3, 10, 20	0·5, 1, 3, 10, 20,	2000 b. coli = 88,9%
	Druhý den	0, 7, 0, 3, 0, 15,	0,7	0,7	2000 b. coli = 88,9%
30.	216 b. coli	obvykl.	10, 20	3, 10, 20	100 b. coli = 46,3%
	Druhý den	5, 6, 14	5, 6, 10	5, 6, 10	200 b. coli = 92,6%

Z nálezů vyplývá, že tímto způsobem práce, jež v podstatě není nic jiného než titrace b. coli, nacházíme konstantně o 8—14% méně, takže můžeme výsledky mezi sebou srovnávati:

Předpis pro práci s touto II. methodou filtrační je následující:

1. Do 200 *ccm* baňky dá se 150 *ccm* vody z vodovodu a 1 lžička křemičité hlinky, vařit 20 min. (emulse je řidší než u methody I.), v baňce necháme skleněnou tyčinku.

2. Připraví se odssávačka, nasadí filtrační rourka, dovnitř vpraví se chomáček vaty (co možná nejmenší, avšak přece takový, aby ucpal súžený konec rourky, spustí se vývěva, pak nalije se 10—20 *ccm* vroucí emulse, při tom se tyčinkou vyvařenou vata utěsňuje; dlužno připraviti 3 filtry.

3. Do 5 zkoumavek označených (à 10 *ccm* bouillonu) dá se po 4—5 kapkách Parietiho kyseliny. (96 *ccm* 5%ho fenolu + 4 *ccm* conc. HCl.)

4. Sfiltruje se 20, 10 a 3 *ccm* vody zkoušené. Do označených zkoumavek vpraví se sterilně vložky z filtrů (viz schema) a odpipettuje 1 a 0,5 *ccm* vody. Zkoumavky se promíchají a dají do 37° přes noc.

5. Byla-li některá druhý den zakalena, přeočkuje se vyžíhaným platin. drátkem čarami na Endo-plotnu (tím dostanu na 1 plotnu ze všech 5 zkoumavek zředění až k jednotlivým koloniím).

6. Odhadne se širší hranice b. coli a upraví se (filtruje neb odpipettuje) nová zkouška dle str. 9. Plotna obrácená a nové zkoušky přijdou do 37°.

7. Po 24 hodinách vyšetření plotny (konstatování b. coli) a definitivní stanovení počtu b. coli z nových zakal. zkoumavek.

Touto prací pokládám problém použití filtrace ke kvantitativnímu stanovení b. coli ve vodách pitných za vyřešený.

Přikládám ještě tabulku pro odhad počtu b. coli z positivních zkoušek, podle níž možno i z jiných kvant vody k analyse použité počet b. coli určiti.

Výsledky obou těchto method filtračních souhlasí s methodami v ústavu prováděnými: Parietti-ovou, Ficker-Partišovou a Bulířovou. Práce filtračními methodami provádí se již přes $^3/_4$ roku.

Ke konci vyslovuji svému chefu p. prof. Dru Kabrhelovi vřelý dík za laskavost, s jakou mé pokusy sledoval a mne v práci podporoval.

Ph. Dr. *Jan Bečka.*

Tabulka pro výpočet bact. coli.

Positivní reakce: *z ccm*	Odpovídá počtu b. coli v 1 *l*	Positivní reakce: *z ccm*	Odpovídá počtu b. coli v 1 *l*	Positivní reakce: *z ccm*	Odpovídá počtu b. coli v 1 *l*
0,5	2000	10	100	24	42
1,0	1000	11	91	25	40
1,5	667	12	83	26	38
2,0	500	13	77	27	37
2,5	400	14	71	28	36
3,0	333	15	67	29	34
3,5	285	16	63	30	33
4,0	250	17	60	31	32
4,5	222	18	56	32	31
5,0	200	19	53	33	30
6,0	167	20	50	34	29
7,0	143	21	48	35	28
8,0	125	22	46	40	25
9,0	114	23	44	50	20
				100	10

O elektromagnetických kmitech koaxiálních válců kruhových.

Napsal

posl. filos. **JAROSLAV JANKO.**

(Ze semináře pro theoretickou fysiku c. k. české university.)

S 1 obrazcem v textu.

(Předloženo dne 12. února 1915.)

Porušíme-li elektromagnetickou rovnováhu jakéhokoliv systému složeného z vodičů neb isolátorů, a ponecháme-li jej sama sobě, vyrovnává se toto porušení periodicky v oscillacích, vyjma některé případy, kdy v systému jsou příliš veliké Ohmovy odpory; tu totiž může se stav systému blížiti k rovnováze i aperiodicky. Vznikající oscillace nazýváme vlastními oscillacemi systému. Jich perioda i útlum závisí na konstantách vodičů resp. isolatorů, z nichž systém se skládá, na jejich tvaru a vzájemné poloze; v některých jednoduchých případech jest možno stanoviti je počtem. V tomto pojednání hodlám se zabývati vlastními oscillacemi systému složeného ze dvou koaxiálních válců kruhových, nekonečně dlouhých. Oscillace jediného válce kruhového, nekonečně dlouhého, řešili J. Larmor [1]) a J. Thomson [2]) za předpokladu, že rozdělení sil elektrických a magnetických jest jednak ve všech průřezech kolmých k ose válce totéž, jednak symmetrické kol osy válce z. Máme pak ova hlavní případy. Buď jde o vodivý válec obklopený dielektrikem, nebo naopak válec jest z dielektrika a obklopen vodičem. Oba případy se dají realisovati kovovou trubicí, při čemž první případ týká se pole vně trubice, druhý pole uvnitř. Pokud se týče pole vně trubice poznamenáváme vzhledem k dalšímu jen tolik, že útlum kmitů souvisí nejen s teplem Joule-ovým, nýbrž i s vyzařováním

[1]) J. Larmor, „Electric Vibrations in Condensing Systems." Proc. Lond. Math. Soc. 26. pag. 119, 1894.

[2]) J. Thomson, „Recent Researches in Electricity and Magnetism." Oxford 1893. Art. 259—274, Art 344—347.

energie elektromagnetické do nekonečna, je-li ovšem trubice konečné vodivosti. Útlum kmitů vznikajících uvnitř trubice souvisí patrně hlavně s teplem Joule-ovým, poněvadž vyzařování na venek jest velmi nepatrné, nejsou-li ovšem stěny trubice extrémně tenké. Následkem toho jest tento útlum velmi malý, a kdybychom předpokládali, že jde o vodič nekonečně dobrý, což je ve skutečnosti dosti dobře splněno, vznikaly by kmity netlumené. Poněvadž naše další úvahy se budou týkati kmitů vznikajících *uvnitř* kovové trubice, budeme předpokládati, že tato trubice je z materiálu nekonečně dobře vodivého.

Řešení Thomsonovo a Larmorovo rozšířil později R. H. Weber [3]) i na případ, kdy není symmetrie kol osy válce, při čemž zároveň ukázal, že tyto kmity souvisí s jiným zajímavým zjevem, který pozoroval poprvé V. v. Lang a po něm Drude a Becker.[4]) Lang totiž chtěl provésti interferenční pokus Quincke-ův, známý z akustiky, také s vlnami elektromagnetickými a užíti ho k měření jich délek. Vlny vzbuzené Hertzovým oscillátorem vstupovaly do Quincke-ovy interferenční trubice, při čemž se rozdělily na dvě části. První část prochází trubicí konstantní délky, druhá trubicí, jejíž délka se dá měniti. Po setkání obou částí vln nastává interference; maxima vzniknou patrně tehdy, je-li rozdíl mezi dráhami, jež obě vlny urazily roven $k\,\lambda$, kdež λ značí délku vlny, k libovolné číslo celé, minima pak, je-li onen rozdíl roven $(2\,k + 1)\,\frac{\lambda}{2}$. Amplitudu vlnění vzniklého interferencí měřil Lang kohaererem a potvrdil vskutku, že se měnila periodicky, když délka druhé trubice byla zvětšována. Při tom však konstatoval, že, ať užil oscillatoru jakéhokoliv, vždycky naměřil touž délku vlny, která tedy nezávisela na rozměrech oscillatoru, za to však se měnila s poloměrem trubice, jsouc mu úměrna. Z těchto pokusů, které potvrdili i Drude a Becker, je patrno, že trubice kovová propouští jen elektromagnetické vlny určité délky, takže, necháme-li jí projíti záření složené z elektromagnetických vln délky různé, vystoupí záření téměř homogenní, v němž je zastoupena jediná vlna. Pokud se týče závislosti této délky vlny na poloměru trubice, usoudil Drude z několika měření nedosti přesných, že délka vlny

$$\lambda = 4\,r,$$

kdež r značí poloměr trubice. Přesnějším měřením shledal Weber, že tento vztah není správný, a ukázal, že se tu jedná o vlastní kmity válce. Zjev by se dal vyložiti asi takto: Pokud se Hertzův oscillator nabíjí, pokud tedy nenastal oscillační výboj, vytvoří se elektrostatickou indukcí náboje také

---

[3]) R. H. Weber, „Elektromagnetische Schwingungen in Metallröhren.“ Habilitationsschrift, Heidelberg 1902; Ann. d. Phys. 8, pag. 721, 1902.

[4]) V. v. Lang, Wied. Ann. 57., pag. 430, 1896; P. Drude, Wied. Ann. 65., pag. 481, 1898; A. Becker, „Interferenzröhren für elektrische Wellen“, Heidelberger Dissertation 1901, Ann. d. Phys. 8., pag. 22, 1902.

na stěnách trubice. Jakmile v oscillatoru přeskočí jiskra a počne výboj, vyrovnávají se i náboje, na stěnách trubice indukované, periodicky; jsou to patrně vlastní kmity trubice. Tyto kmity podle toho, co bylo dříve řečeno, jsou málo tlumené, kdežto kmity oscillatoru mají veliký útlum a brzo zaniknou. Tím lze pochopiti, že účinek těchto vlastních kmitů trubice převládne nad kmity oscillatoru. Je to tedy zjev jaksi analogický mnohonásobné resonanci, pozorované Sarasinem a de la Rivem. Weber nalezl, že perioda τ vlastních kmitů trubice o poloměru r je dána rovnicí

$$J_n'\left(\frac{2\pi}{c\,\tau}r\right) = 0, \qquad (1)$$

kdež J_n je první Besselova funkce řádu n-tého a J_n' její první derivace, c rychlost světla ve vakuu (vzduchu), takže $c\,\tau = \lambda_0$ značí délku vlny ve vzduchu odpovídající periodě τ. Měření Quincke-ovou interferenční trubicí dávají ovšem délku vlny v *trubici*; dá se však předpokládati, že tato délka se nebude valně lišiti od λ_0, aspoň pokud nejde o trubice průřezu velmi malého. Řád n Besselovy funkce může nabýti všech hodnot od nuly až do nekonečna; hodnota $n = 0$ odpovídá případu, kdy je symmetrie kol osy válce. Poněvadž $J_0'(x) = -J_1(x)$, při čemž stále i v dalším bude znamenati J_n' derivaci dle argumentu, možno rovnici (1) pro $n = 0$ psáti ve formě

$$J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}r\right) = 0.$$

Kořeny její jsou

$$\frac{2\pi}{\lambda_0}r = 3{\cdot}83,\ 7{\cdot}02, \ldots$$

z čehož plyne

$$\lambda_0 = 1{\cdot}64\,r,\ 0{\cdot}89\,r, \ldots$$

vynecháme-li kořen nula, jemuž odpovídá λ_0 nekonečně veliké.

První případ asymmetrický nastane pro $n = 1$. Pak jest

$$J_1'\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}r\right) = 0.$$

Kořeny této rovnice jsou

$$\frac{2\pi}{\lambda_0}r = 1{\cdot}84,\ 5{\cdot}33. \ldots$$

dávají tedy délku vlny

$$\lambda_0 = 3{\cdot}415\,r,\ 1{\cdot}179\,r, \ldots$$

Weberova měření týkají se tohoto kmitu a byla vykonána s trubicí poloměru $r = 3\,cm,\ 1{\cdot}5\ cm$. Těmto hodnotám odpovídají délky vlny

$\lambda_0 = 10{\cdot}245\,cm,\ 3{\cdot}537\,cm, \ldots$ resp $\lambda_0 = 5{\cdot}122\,cm,\ 1{\cdot}768\,cm \ldots$

Měřením se podařilo konstatovati jen první z nich a nalezeno

$$\lambda_0 = 10{\cdot}35, \text{ resp. } \lambda_0 = 5{\cdot}1\ cm,$$

což je souhlas velmi dobrý, neboť pozorovací chyby jsou daleko větší, než nalezené difference mezi délkami vln theoretickými a experimentálně nalezenými.

Také se podařilo Weberovi realisovati vhodnou konstrukcí oscillatoru případ odpovídající $n = 2$. Pak jest

$$J_2'\left(\frac{2\pi}{\lambda} r\right) = 0,$$

a kořeny jsou

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} r = 3{\cdot}05,\ 6{\cdot}71, \ldots$$

jim odpovídající délky vlny

$$\lambda_0 = 2{\cdot}06\, r,\ 0{\cdot}93\, r, \ldots,$$

Pro trubici o poloměru $r = 3\ cm$ plyne z toho pro délku nejdelší vlny hodnota

$$\lambda_0 = 6{\cdot}18\ cm,$$

měření vedla k hodnotě

$$\lambda_0 = 6{\cdot}0\ cm;$$

lepšího souhlasu ovšem nelze čekati.

Kalähne [5]) rozšířil Weberovo řešení na trubice o pravoúhlém průřezu stočené v kruhový prsténec. Uvažuje pak limitní případy:

1. zvětšuje-li se průměr prsténce při nezměněné velikosti průřezu, vznikne nekonečně dlouhá přímá trubice o pravoúhlém průřezu;
2. zmenšuje-li se průměr vnitřní cylindrické stěny prsténce až na nulu, obdržíme jako druhý limitní případ cylindrický prostor s tenkým válečkem uprostřed.

Účelem tohoto pojednání jest rozšířiti Weberovo řešení na případ, kdy v trubici jsou dielektrika dvě, z nichž první se nachází ve válci koaxialním s trubicí, druhé jest v prostoru mezi tímto válcem a stěnami trubice. Patrně také tento systém bude propouštěti vlny určité délky; jich stanovení mohlo by přispěti k potvrzení Weberova předpokladu, že tu jde o vlastní kmity onoho systému.

Elektromagnetické pole v trubici je stanoveno Maxwellovými rovnicemi. Je patrno, že bude výhodno zavésti souřadnice válcové z, r, φ, kdež z jest osou válce, r a φ jsou rovinné polární souřadnice průřezu kolmého k ose válce. V těchto souřadnicích znějí Maxwellovy rovnice takto:

---

[5]) A. Kalähne, „Elektrische Schwingungen . . .“; Ann. d. Phys. 18, pag. 92, 1905.

$$\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}+4\pi\sigma E_z\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi)-\frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial \varphi}$$
$$\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_r}{\partial t}+4\pi\sigma E_r\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \qquad (2)$$
$$\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_\varphi}{\partial t}+4\pi\sigma E_\varphi\right)=\frac{\partial H_r}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial r}$$

a

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t}=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r E_\varphi)+\frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial \varphi}$$
$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_r}{\partial t}=-\frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}+\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \qquad (2')$$
$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_\varphi}{\partial t}=-\frac{\partial E_r}{\partial z}+\frac{\partial E_z}{\partial r}.$$

Význam jednotlivých veličin v rovnicích (2) a (2′) se vyskytujících je tento:

E_z, E_r, E_φ jsou komponenty elektrické síly ve směru rostoucího z, r a φ,
H_z, H_r, H_φ jsou komponenty magnetické síly v týchž směrech.
ε dielektrická konstanta,
σ elektrická vodivost,
μ magnetická permeabilita,
c rychlost světla ve vakuu.

První rovnici (2) derivujme dle z, druhou rovnici násobenou r derivujme dle r, a pak zase obě strany r rozdělíme, třetí konečně derivujeme dle φ a dělíme r. Po sečtení ruší se všechny členy na pravé straně, takže obdržíme

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}+4\pi\sigma E_z\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varepsilon\frac{\partial r E_r}{\partial t}+4\pi\sigma r E_r\right)+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\varepsilon\frac{\partial E_\varphi}{\partial t}+4\pi\sigma E_\varphi\right)=0\ldots \qquad (3)$$

a analogicky z rovnic (2′) dostaneme

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial H_z}{\partial t}+4\pi\sigma H_z\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varepsilon\frac{\partial r H_r}{\partial t}+4\pi\sigma r H_r\right)+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\varepsilon\frac{\partial H_\varphi}{\partial t}+4\pi\sigma H_\varphi\right)=0\ldots \qquad (3')$$

Poněvadž jde o děje periodické, můžeme klásti v komplexní formě

$$E_z=P_z e^{i\omega t} \qquad H_z=Q_z e^{i\omega t}$$
$$E_r=P_r e^{i\omega t} \qquad H_r=Q_r e^{i\omega t}$$
$$E_\varphi=P_\varphi e^{i\omega t} \qquad H_\varphi=Q_\varphi e^{i\omega t},$$

kdež P a Q jsou veličiny na t nezávislé.

Rovnice (2) a (2′) nabudou pak touto substitucí následujícího tvaru:

$$\frac{1}{c}(\varepsilon i\omega + 4\pi\sigma) P_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r Q_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial Q_r}{\partial \varphi}$$
$$\frac{1}{c}(\varepsilon i\omega + 4\pi\sigma) P_r = \frac{1}{r}\frac{\partial Q_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial Q_\varphi}{\partial z} \qquad (4)$$
$$\frac{1}{c}(\varepsilon i\omega + 4\pi\sigma) P_\varphi = \frac{\partial Q_r}{\partial z} - \frac{\partial Q_z}{\partial r}$$

a

$$\frac{\mu i\omega}{c} Q_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r P_\varphi) + \frac{1}{r}\frac{\partial P_r}{\partial \varphi}$$
$$\frac{\mu i\omega}{c} Q_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial P_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial P_\varphi}{\partial z} \qquad (4')$$
$$\frac{\mu i\omega}{c} Q_\varphi = -\frac{\partial P_r}{\partial z} + \frac{\partial P_z}{\partial r},$$

rovnice (3) a (3′) přejdou v t. zv. rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial P_z}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial r P^r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial P_\varphi}{\partial \varphi} = 0$$
$$\frac{\partial Q_z}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial r Q_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} = 0. \qquad (5)$$

Z těchto rovnic odvodíme nyní differenciální rovnici pro P_z tím, že nejdříve do první rovnice (4) dosadíme za Q_r a Q_φ z druhé a třetí rovnice (4′) a obdržíme:

$$\frac{\mu}{c^2}(-\varepsilon\omega^2 + 4\pi\sigma\omega i) P_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_r}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_z}{\partial r}\right) +$$
$$+ \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 P_z}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 P_\varphi}{\partial z\,\partial \varphi} \cdots \qquad (6)$$

Nejdříve položíme

$$\frac{\mu}{c^2}(-\varepsilon\omega^2 + 4\pi\sigma\omega i) = -k^2 \cdots \qquad (7)$$

Z první rovnice (5) plyne pak derivací dle z vztah

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_r}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 P_\varphi}{\partial z\,\partial \varphi} = -\frac{\partial^2 P_z}{\partial z^2}$$

takže dosazením do rovnice (6) obdržíme hledanou differenciální rovnici pro P_z ve tvaru:

$$-k^2 P_z = \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 P_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_z}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 P_z}{\partial z^2}. \qquad (8)$$

Tuto rovnici ještě zjednodušíme. Nejdříve jest patrně P_z periodickou funkcí argumentu φ, můžeme je tedy rozvinouti ve Fourierovu řadu, kladouce

$$P_z = \sum_n^{0,\infty} U_z^{(n)} e^{in\varphi},$$

kdež $U_z^{(n)}$ již nezávisí na φ. Dosadíme-li do rovnice (8), pak vzhledem k tomu, že musí býti splněna pro každé φ, obdržíme pro $U_z^{(n)}$ tento vztah

$$\frac{\partial^2 U_z^{(n)}}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U_z^{(n)}}{\partial r}\right) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) U_z^{(n)} = 0. \qquad (9)$$

Tuto rovnici řešíme substitucí

$$U_z^{(n)} = R_n \,.\, Z,$$

kdež R_n závisí jen na r a Z závisí jen na z; tím se dá rovnice (9) uvésti na následující tvar

$$-\frac{1}{Z}\frac{d^2 Z}{d z^2} = \frac{1}{R_n}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{d x}\left(r\frac{d R_n}{d r}\right) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) R_n\right].$$

Poněvadž nyní pravá strana je na z nezávislá a levá nezávisí na r, musejí se obě rovnat téže konstantě, kterou označíme p_n^2. Pak jest jednak

$$\frac{d^2 Z}{d z^2} = -p_n^2 Z,$$

z čehož plyne řešením

$$Z = a\, e^{\pm i p_n z},$$

jednak

$$\frac{d^2 R_n}{d r^2} + \frac{1}{r}\frac{d R_n}{d r} + \left(k^2 - p^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) R_n = 0.$$

Tato rovnice se dá uvésti na známý tvar substitucí

$$r\sqrt{k^2 - p_n^2} = \varrho, \ldots \qquad (10)$$

obdržíme totiž

$$\frac{d^2 R_n}{d \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{d R_n}{d \varrho} + \left(1 - \frac{n^2}{\varrho^2}\right) R_n = 0,$$

což jest differenciální rovnice pro Besselovy funkce n-tého řádu, jejíž úplný integrál jest

$$R_n = A_n J_n(\varrho) + B_n K_n(\varrho), \ldots \qquad (11)$$

kdež $J_n(\varrho)$ jest Besselova funkce prvního druhu, $K_n(\varrho)$ je Besselova funkce druhého druhu, A_n a B_n jsou konstanty libovolné.

Tím je tedy P_z stanoveno. Máme

$$P_z = \sum_n^{0,\infty} R_n\, e^{i(p_n z + n\varphi)}. \qquad (12)$$

Zcela obdobným způsobem vypočítáme nyní Q_z. Obdržíme patrně analogicky jako v předcházejícím případě rovnici stejného tvaru jako (8), totiž

$$-k^2 Q_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Q_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 Q_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 Q_z}{\partial z^2}.$$

Položíme tedy zase

$$Q_z = \sum_n^{0,\infty} V_z^{(n)}\, e^{i n \varphi},$$

takže dostáváme rovnici

$$\frac{\partial^2 V_z^{(n)}}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z^{(n)}}{\partial r}\right) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) V_z^{(n)} = 0.$$

Dále opět učiníme substituci

$$V_z^{(n)} = S_n Z,$$

kdež zase S_n závisí jen na r, a Z jen na z. Pak obdržíme touž úvahou jako v případě předešlém

$$Z = c\, e^{\pm i p_n z},$$

a

$$\frac{d^2 S_n}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{d S_n}{d\varrho} + \left(1 - \frac{n^2}{\varrho^2}\right) S_n = 0,$$

jejíž úplný integrál je

$$S_n = C_n J_n(\varrho) + D_n K_n(\varrho),$$

kdež C_n a D_n zase značí libovolné konstanty. Jest tedy

$$Q_z = \sum_n^{0,\infty} S_n\, e^{i(p_n z + n\varphi)}. \tag{13}$$

Nyní vypočítáme P_r. Dosadíme-li do druhé rovnice (4) za Q_φ hodnotu plynoucí z třetí rovnice (4′), obdržíme nejdříve

$$-k^2 P_r = \frac{\mu i \omega}{c}\frac{1}{r}\frac{\partial Q_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 P_r}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 P_z}{\partial r\, \partial z}$$

čili

$$k^2 P_r + \frac{\partial^2 P_r}{\partial z^2} = -\frac{\mu i \omega}{c}\frac{1}{r}\frac{\partial Q_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 P_z}{\partial r\, \partial z}.$$

a dosadíme-li za P_z a Q_z z rovnic (12) a (13), dostáváme

$$k^2 P_r + \frac{\partial^2 P_r}{\partial z^2} = \sum_n^{0,\infty}\left(\frac{\mu \omega n}{c}\frac{1}{r} S_n + i p_n \frac{d R_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}.$$

Klademe podobně jako dříve

$$P_z = \sum_n^{0,\infty} T_r^{(n)}\, e^{i(p_n z + n\varphi)}$$

a máme po zkrácení faktoru $e^{i(p_n z + n\varphi)}$

$$T_r^{(n)}(k^2 - p_n^2) = \frac{\mu \omega n}{c}\frac{S_n}{r} + i p_n \frac{d R_n}{d r},$$

tedy

$$P_r = \sum_n^{0,\infty} \frac{1}{k^2 - p_n^2}\left(\frac{\mu \omega n}{c}\frac{S_n}{r} + i p_n \frac{d R_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}.$$

Úplně obdobně lze najíti Q_r. Jest

$$-k^2 Q_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial P_z}{\partial \varphi}\frac{1}{c}(\varepsilon i\omega + 4\pi\sigma) + \frac{\partial^2 Q_r}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 Q_z}{\partial r\,\partial z},$$

čili

$$k^2 Q_r + \frac{\partial^2 Q_r}{\partial z^2} = \frac{1}{r}\frac{\partial P_z}{\partial \varphi}\frac{1}{c}(\varepsilon i\omega + 4\pi\sigma) + \frac{\partial^2 Q_z'}{\partial r\,\partial z}.$$

Dosadíme-li opět za P_z a Q_z hodnoty z rovnic (12) a (13), a uvážíme-li, že na základě rovnice (7)

$$\frac{-\varepsilon\omega + 4\pi\sigma i}{c} = -\frac{k^2 c}{\omega\mu},$$

máme

$$k^2 Q_r + \frac{\partial^2 Q_r}{\partial z^2} = \sum_n^{0,\infty}\left(-\frac{k^2 c\, n}{\mu\omega}\cdot\frac{R_n}{r} + \frac{d S_n}{d r} i p_n\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}.$$

Klademe pak

$$Q_r = \sum_n^{0,\infty} O_r^{(n)} e^{i(p_n z + n\varphi)},$$

z čehož plyne

$$O_r^{(n)}(k^2 - p_n^2) = -\frac{k^2 c\, n}{\mu\omega}\frac{R_n}{r} + \frac{d S_n}{d r} i p_n,$$

takže máme

$$Q_r = \sum_n^{0,\infty} -\frac{1}{k^2 - p_n^2}\left(-\frac{k^2 c\, n}{\mu\omega}\frac{R_n}{r} + \frac{d S_n}{d r} i p_n\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}.$$

Také týmž způsobem obdržíme

$$P_\varphi = \sum_n^{0,\infty} \frac{-1}{k^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{R_n}{r} - \frac{\mu i\omega}{c}\frac{d S_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}$$

a

$$Q_\varphi = \sum_n^{0,\infty} \frac{-1}{k^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{S_n}{r} - \frac{k^2 c}{\mu\omega i}\frac{d R_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}.$$

Tím jsou tedy Maxwellovy rovnice (2) a (2′) řešeny; obdrželi jsme celkem

$$\begin{aligned}
E_z &= e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} R_n e^{i(p_n z + n\varphi)}\\
H_z &= e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} S_n e^{i(p_n z + n\varphi)}\\
E_r &= e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} \frac{1}{k^2 - p_n^2}\left(\frac{\mu\omega n}{c}\frac{S_n}{r} + i p_n\frac{d R_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}\\
H_r &= e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} \frac{1}{k^2 - p_n^2}\left(-\frac{k^2 c\, n}{\mu\omega}\frac{R_n}{r} + i p_n\frac{d S_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}\\
E_\varphi &= e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} \frac{-1}{k^2 - p_n^2}\left(n p_n\frac{R_n}{r} - \frac{\mu i\omega}{c}\frac{d S_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)}\\
H_\varphi &= e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} \frac{-1}{k^2 - p_n^2}\left(n p_n\frac{S_n}{r} - \frac{k^2 c}{\mu\omega i}\frac{d R_n}{d r}\right) e^{i(p_n z + n\varphi)},
\end{aligned} \tag{14}$$

kdež jest

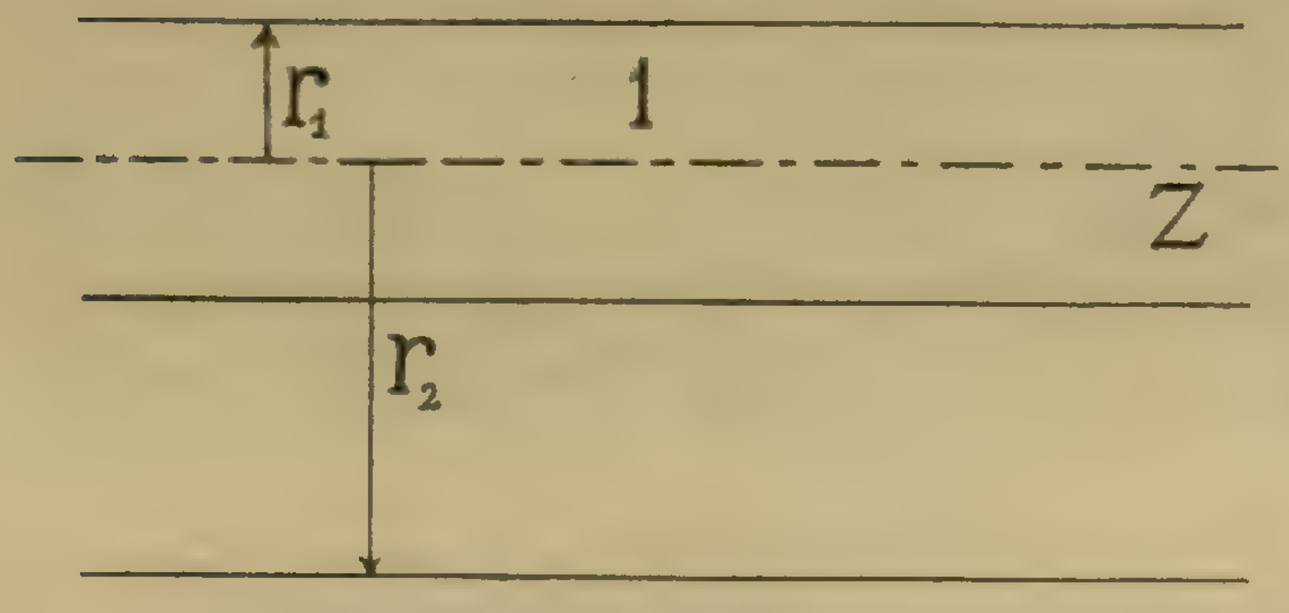
$$R_n = A_n J_n(\varrho) + B_n K_n(\varrho)$$
$$S_n = C_n J_n(\varrho) + D_n K_n(\varrho) \qquad (14')$$

a

$$\varrho = r\sqrt{k^2 - p_n^2}. \qquad (14'')$$

Dosazením lze se přesvědčiti, že tyto hodnoty E a H hoví Maxwellovým rovnicím v cylindrických souřadnicích.

Zbývá tedy ještě stanoviti konstanty A_n, B_n, C_n, D_n. Hodnoty patřičné pro ně plynou z podmínek na rozhraní, k jichž odvození nyní přistoupíme.



Obr. 1.

Poloměr vnitřního válce (z dielektrika) budiž r_1 (viz obr. 1.), poloměr válce kovového pak r_2. Medium vyplňující vnitřní válec označíme indexem 1, medium mezi tímto válcem a stěnami trubice indexem 2, kov pak indexem *3*. Na rozhraní *1* a *2*, tedy pro $r = r_1$ musejí se tangenciální složky síly elektrické i magnetické rovnat. Mathematicky vyjádřeny zní tyto podmínky

$$E_{1z} = E_{2z} \qquad E_{1\varphi} = E_{2\varphi}$$
$$H_{1z} = H_{2z} \qquad H_{1\varphi} = H_{2\varphi}. \qquad (15)$$

Na rozhraní *2* a *3*, t. j. pro $r = r_2$ musejí tangenciální složky elektrické síly vymizet, neboť medium *3* je nekonečně dobrý vodič. To znamená

$$E_{2z} = 0, \qquad E_{2\varphi} = 0. \qquad (15')$$

Indexy *1* nebo *2* značí ovšem komponentu v mediu *1* resp. *2*.

Dosadíme-li do těchto rovnic za komponenty elektrické a magnetické síly hodnoty plynoucí z rovnic (14), pak vzhledem k tomu, že rovnice (15) a (15′) musejí býti splněny pro všechna z a φ, plyne nejdříve, že konstanta p_n musí míti ve všech mediích touž hodnotu. Členy se z a φ tím odpadnou a podmínky na rozhraní budou dány těmito vztahy

$$(R_{1n})_{r=r_1} = (R_{2n})_{r=r_1},$$
$$(S_{1n})_{r=r_1} = (S_{2n})_{r=r_1},$$
$$\frac{1}{k_1^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{R_{1n}}{r} - \frac{\mu_1 i \omega}{c}\frac{d S_{1n}}{d r}\right)_{r=r_1} = \qquad (16)$$
$$= \frac{1}{k_2^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{R_{2n}}{r} - \frac{\mu_2 i \omega}{c}\frac{d S_{2n}}{d r}\right)_{r=r_1},$$

$$\frac{1}{k_1^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{S_{1n}}{r} - \frac{k_1^2 c}{\mu_1 \omega i}\frac{d R_{1n}}{d r}\right)_{r=r_1} = \frac{1}{k_2^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{S_{2n}}{r} - \frac{k_2^2 c}{\mu \omega i}\frac{d R_{2n}}{d r}\right)_{r=r_1}. \tag{16}$$

$$(R_{2n})_{r=r_2} = 0$$

$$\frac{1}{k_2^2 - p_n^2}\left(n p_n \frac{R_{2n}}{r} - \frac{\mu_2 i \omega}{c}\frac{d S_{2n}}{d r}\right)_{r=r_2} = 0. \tag{16'}$$

kdež R_{1n} značí hodnoty funkce R_n dané rovnicí (14′) v mediu *1*, R_{2n} hodnotu její v mediu *2*; podobný význam mají S_{1n} a S_{2n}.

Tyto vztahy se zjednodúší značně, učiníme-li s Larmorem a Thomsonem předpoklad, že nic nezávisí na z. Pak musí býti $p_n = 0$, jak je patrno z rovnic (14), a rovnice (16) a (16′) se rozpadnou ve dva na sobě nezávislé systémy totiž

$$(R_{1n})_{r=r_1} = (R_{2n})_{r=r_1}$$

$$\frac{1}{\mu_1}\left(\frac{d R_{1n}}{d r}\right)_{r=r_1} = \frac{1}{\mu_2}\left(\frac{d R_{2n}}{d r}\right)_{r=r_1} \tag{17}$$

$$(R_{2n})_{r=r_2} = 0,$$

$$(S_{1n})_{r=r_1} = (S_{2n})_{r=r_1}$$

$$\frac{\mu_1}{k_1^2}\left(\frac{d S_{1n}}{d r}\right)_{r=r_1} = \frac{\mu_2}{k_2^2}\left(\frac{d S_{2n}}{d r}\right)_{r=r_1} \tag{17'}$$

$$\left(\frac{d S_{2n}}{d r}\right)_{r=r_2} = 0.$$

Totéž platí i o rovnicích (14); také ty se pro $p_n = 0$ rozpadnou ve dva nezávislé systemy. První z nich je

$$E_z = e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} E_n e^{in\varphi}, \qquad H_z = 0,$$

$$E_r = 0, \qquad H_r = -e^{i\omega t}\frac{c}{\mu \omega r}\sum_n^{0,\infty} n R_n e^{in\varphi}, \tag{18}$$

$$E_\varphi = 0, \qquad H_\varphi = e^{i\omega t}\frac{c}{\mu \omega i}\sum_n^{0,\infty}\frac{d R_n}{d r} e^{in\varphi},$$

druhý pak

$$E_z = 0, \qquad H_z = e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} S_n e^{in\varphi},$$

$$E_r = \frac{\mu \omega}{k^2 c r} e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty} n S_n e^{in\varphi}, \qquad H_r = 0, \tag{18'}$$

$$E_\varphi = \frac{\mu \omega i}{k^2 c} e^{i\omega t}\sum_n^{0,\infty}\frac{d S_n}{d r} e^{in\varphi}, \qquad H_\varphi = 0.$$

Rozdělení sil, které se pokusem realisovati dá, odpovídá rovnicím (18′). Je totiž patrno, že není-li nic závislo na z, čili, je-li rozdělení nábojů ve všech průřezech kolmých k ose válce totéž, nemá elektrická síla komponenty rovnoběžné s osou z; jest tedy $E_z = 0$. Tomuto případu odpovídají

pak rovnice (17′) jako podmínky na rozhraní. Při tom jest S_n dáno druhou rovnicí (14′).

Integrační konstanty C_n a D_n jsou ovšem v různých mediích různé, dále jest dle rovnice (14″) $\varrho = k\,r$, poněvadž $\phi_n = 0$. Máme tedy

$$S_{1n} = C_{1n} J_n (k_1 r) + D_{1n} K_n (k_1 r)$$

v mediu *2* pak

$$S_{2n} = C_{2n} J_n (k_2 r) + D_{2n} K_n (k_2 r).$$

Další zjednodušení plyne z té okolnosti, že v celém mediu *1*, tedy pro $r = 0$ elektrická síla i magnetická musí býti konečnou, tedy ve výrazu pro S_{1n} nesmí se vyskytovati funkce $K_n (k_1 r)$, jež se stává pro $r = 0$ nekonečně velikou. Jest tedy $D_{1n} = 0$ a

$$S_{1n} = C_{1n} J_n (k_1 r).$$

Konstanta k je definována rovnicí (7); poněvadž medium *1* a *2* jsou dielektrika, jest $\sigma = 0$, a tedy

$$k^2 = \frac{\mu\,\varepsilon\,\omega^2}{c^2} = \frac{\mu\,\varepsilon\,4\,\pi^2}{c^2\,\tau^2}$$

čili

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon\,\mu},$$

kdež $\lambda_0 = c\,\tau$ značí délku vlny ve vzduchu. Ještě položíme permeability $\mu_1 = \mu_2 = 1$, takže jest

$$k_1 = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_1}, \qquad k_2 = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_2},$$

a dosazením do rovnic (17′) obdržíme

$$\begin{aligned} \frac{k_1}{k_1^2} C_{1n} J_n' (k_1 r_1) &= \frac{k_2}{k_2^2} [C_{2n} J_n' (k_2 r_1) + D_{2n} K_n' (k_2 r_1)] \\ C_{1n} J_n (k_1 r_1) &= C_{2n} J_n (k_2 r_1) + D_{2n} K_n (k_2 r_1) \\ 0 &= C_{2n} J_n' (k_2 r_2) + D_{2n} K_n' (k_2 r_2). \end{aligned} \tag{18″}$$

Pro jednoduchost klademe

$$k_2 r_1 = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_2}\,r_1 = \varrho \tag{19}$$

dále

$$\begin{aligned} k_1 r_1 &= \varrho \frac{k_1}{k_2} = \varrho \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \varrho\,q \\ k_2 r_2 &= \varrho \frac{r_2}{r_1} = \varrho\,\vartheta, \end{aligned} \tag{19′}$$

kdež ϑ může nabývati všech hodnot od 1 do ∞.

Podmínky na rozhraní lze pak definitivně napsati takto:

$$C_{2n} J_n' (\vartheta \varrho) + D_{2n} K_n' (\vartheta \varrho) = 0,$$
$$C_{2n} J_n (\varrho) + D_{2n} K_n (\varrho) - C_{1n} J_n (q \varrho) = 0.$$
$$C_{2n} q J_n' (\varrho) + D_{2n} q K_n' (\varrho) - C_{1n} J_n' (q \varrho) = 0.$$

Ve všech předcházejících rovnicích jest k vůli krátkosti psáno $J_n' (x)$ a znamená $\frac{d J_n (x)}{d x}$, jak bylo již dříve na to upozorněno.

Z posledních tří rovnic vyloučíme konstanty determinantem, který je podmínkou nenulového řešení a obdržíme

$$\begin{vmatrix} J_n' (\vartheta \varrho), & K_n' (\vartheta \varrho), & 0 \\ J_n (\varrho), & K_n (\varrho) & J_n (q \varrho) \\ q J_n' (\varrho), & q K_n' (\varrho), & J_n' (q \varrho) \end{vmatrix} = 0.$$

Můžeme jej rozvésti podle elementů posledního sloupce

$$J_n (q \varrho)\, q\, [J_n' (\vartheta \varrho)\, K_n' (\varrho) - J_n' (\varrho)\, K_n' (\vartheta \varrho)] - J_n' (q \varrho)\, [J_n' (\vartheta \varrho)\, K_n (\varrho) - J_n (\varrho)\, K_n' (\vartheta \varrho)] = 0 \qquad (19'')$$

nebo

$$\frac{J_n' (q \varrho)}{J_n (q \varrho)} = q \frac{J_n' (\vartheta \varrho)}{J_n' (\vartheta \varrho)} \frac{K_n' (\varrho)}{K_n (\varrho)} \frac{- J_n' (\varrho)\, K_n' (\vartheta \varrho)}{- J_n (\varrho)\, K_n' (\vartheta \varrho)}. \qquad (20)$$

V této rovnici za neznámou pokládáme ϱ; stanovíme-li je, můžeme pak na základě vztahu (19) vypočítati délku vlny λ_0, odpovídající vlastnímu kmitu uvažovaného systému. Řešení lze provésti ovšem jen numericky. Uvažme ještě tyto dva zvláštní případy:

a) Kdyby bylo $r_1 = r_2$, což znamená, že trubice jest vyplněna jen mediem *1*, měli bychom případ řešený Weberem. Pak totiž dle druhé rovnice (19′) by bylo $\vartheta = 1$, a v rovnici (20) pravá strana jest nulou, takže máme

$$J_n' (q \varrho) = J_n' \left(\frac{2 \pi}{\lambda_{1,0}} r \,.\, \sqrt{\varepsilon_1} \right) = 0,$$

kdež r značí nyní poloměr trubice; to souhlasí s výsledkem, který obdržel Weber. Kdyby v trubici bylo jen medium *2*, byly by patrně délky vln vlastních kmitů trubice dány rovnicí

$$J_n' \left(\frac{2 \pi}{\lambda_{2,0}} r \,.\, \sqrt{\varepsilon_2} \right) = 0.$$

Z toho jest viděti, že je-li v trubici jednou dielektrikum *1*, podruhé 2, pak délky vlastních kmitů trubice vyhovují relaci

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\lambda_{1,0}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\lambda_{2,0}}$$

čili

$$\frac{\lambda_{1,0}}{\lambda_{2,0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = q.$$

b) Kdyby se poloměr trubice r_2 stal nekonečně velikým, pak jest ϑ i $\varrho\,\vartheta = k_2 r_2$ nekonečně veliké. Systém jest nyní dán dielektrickým válcem o poloměru r_1 a dielektrické konstantě ε_1 v jiném dielektriku o diel. konstantě ε_2, sahajícím do nekonečna. Potom jest poslední z rovnic (18″) identicky splněna vzhledem k známé vlastnosti Besselových funkcí $J_n(x)$ a $K_n(x)$, jež konvergují k nule, roste-li x do nekonečna, a máme tedy k určení konstant C_{1n}, C_{2n}, D_{2n} jen dvě první rovnice (18″). Ale třetí relace plyne z podmínky, že v mediu *2* v nekonečné vzdálenosti od osy válce musí vzniknouti postupné vlny elektromagnetické šířící se směrem od válce, tedy směrem rostoucího r. Taková vlna jest dána výrazem tvaru

$$P \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{r}{\lambda} + \vartheta \right),$$

kdež λ jest délka vlny, ϑ difference fásová, P amplituda, jež ovšem závisí na r, patrně s rostoucím r klesá. Klademe-li pak $\frac{2\pi}{\tau} = \omega$, $\frac{2\pi}{\lambda} = k$ a zavedeme-li komplexní veličiny, obdržíme pro onu vlnu výraz

$$P\, e^{i(\omega t - kr + \vartheta)},$$

a na tento tvar musí se dáti uvésti výraz pro elektrickou a magnetickou sílu, jež jsou dány rovnicemi (18′). Magnetická síla na př. jest dle oněch rovnic dána výrazem

$$H_z = e^{i\omega t} \sum_n^{0,\infty} S_{2n}\, e^{in\varphi} = e^{i\omega t} \sum_n^{0,\infty} [C_{2n} J_n(k_2 r) + D_{2n} K_n(k_2 r)]\, e^{in\varphi}. \quad (21)$$

Pro velmi veliká r jest nyní

$$J_n(k_2 r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_2 r}} \cos\left(k_2 r - \frac{2n+1}{4}\pi\right)$$

$$K_n(k_2 r) = -\sqrt{\frac{\pi}{2 k_2 r}} \sin\left(k_2 r - \frac{2n+1}{4}\pi\right),$$

tedy

$$C_{2n} J_n(k_2 r) + D_{2n} K_n(k_2 r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_2 r}} \left[C_{2n} \cos\left(k_2 r - \frac{2n+1}{4}\pi\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi}{2} D_{2n} \sin\left(k_2 r - \frac{2n+1}{4}\pi\right) \right].$$

Aby pak rovnice (21) pro veliké r představovala vlnu postupnou šířící se směrem rostoucího r, musí patrně $D_{2n} = -i \frac{2}{\pi} C_{2n}$, pak poslední rovnice zní

$$C_{2n} J_n(k_2 r) + D_{2n} K_n(k_2 r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_2 r}}\, C_{2n}\, e^{i\left(k_2 r - \frac{2n+1}{4}\pi\right)}$$

a dosadíme-li do rovnice (21), vidíme ihned, že H_z má hledaný tvar. Tím jsme tedy obdrželi třetí rovnici mezi konstantami C_{2n} a D_{2n}. Dosadíme-li nyní za D_{2n} do prvních dvou rovnic (18″) a označíme-li pro jednoduchost

$$J_n(x) - \frac{2i}{\pi} K_n(x) = Q_n(x),$$

pak tyto rovnice znějí

$$C_{1n} \frac{J_n'(k_1 r_1)}{k_1} = C_{2n} \frac{Q_n'(k_2 r_1)}{k_2}$$

$$C_{1n} J_n(k_1 r_1) = C_{2n} Q_n(k_2 r_1).$$

Eliminací C_{1n} a C_{2n} dostaneme rovnici

$$\frac{1}{k_1} \frac{J_n'(k_1 r_1)}{J_n(k_1 r_1)} = \frac{1}{k_2} \frac{Q_n'(k_2 r_1)}{Q_n(k_2 r_1)},$$

aneb vzhledem k rovnicím (19) a 19′)

$$\frac{J_n'(q\varrho)}{J_n(q\varrho)} = q \frac{Q_n'(\varrho)}{Q_n(\varrho)}.$$

Z této rovnice lze stanoviti ϱ. Obdržíme ovšem pro ně hodnotu komplexní, a poněvadž dle rovnice (19)

$$\varrho = k_2 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_2}\, r_1,$$

plyne z toho, že i $\lambda_0 = c\tau = \frac{2\pi c}{\omega}$ jest komplexní a tedy i ω; kladme $\omega = \omega_1 + i\omega_2$. Časový faktor v rovnicích (14) pro komponenty elektrické a magnetické síly $e^{i\omega t}$ jest tedy $e^{-\omega_2 t + i\omega_1 t}$, což znamená, že kmity v tomto případě jsou tlumené. Útlum souvisí pak s vyzařováním energie elektromagnetické do nekonečna. Totéž by nastalo, kdybychom nebyli předpokládali, že trubice (medium *3*) jest z materiálu nekonečně dobře vodivého. V tomto případě by ovšem útlum souvisel i se vznikem Joule-ova tepla.

Nyní tedy propočítáme [6]) některé speciální případy.

1. Případ symmetrický n = 0.

Jest patrno na základě rovnic (18′), že máme v tomto případě následující komponenty sil

$$E_\varphi = \frac{C_0}{\varepsilon \frac{2\pi}{\lambda_0}} \frac{dJ_0}{dr} e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$H_z = C_0 J_0 e^{i\omega t},$$

při čemž je v první rovnici užito známého vztahu $i = 2^{\frac{i\pi}{2}}$. Je patrno z těchto dvou rovnic, že vektor elektrický a magnetický stojí na sobě kolmo a mají

[6]) Při počítání numerickém bylo užito tabulek „Jahnke-Emde: Funktionentafeln mit Formeln und Kurven". Leipzig und Berlin 1909.

fásovou differenci navzájem $\frac{\pi}{2}$. Rovnici (20) lze pak na základě známých relací z theorie Besselových funkcí

$$J_0'(x) = -J_1(x), \qquad K_0'(x) = -K_1(x)$$

psáti v tomto tvaru

$$\frac{J_1(q\varrho)}{J_0(q\varrho)} = q\frac{J_1(\vartheta\varrho)\,K_1(\varrho) - K_1(\vartheta\varrho)\,J_1(\varrho)}{J_1(\vartheta\varrho)\,K_0(\varrho) - K_1(\vartheta\varrho)\,J_0(\varrho)}, \tag{22}$$

při tom jest $\vartheta = \frac{r_2}{r_1}$ a $q = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$, jsou to tedy veličiny dané. Provedeme nyní počet pro dva případy. V obou volíme za medium *2* vzduch, jest tedy $\varepsilon_2 = 1$; za dielektrickou konstantu media *1*, ε_1, volíme jednou 2·25, což odpovídá asi oleji, podruhé 81, což odpovídá vodě. Veličina ϑ se mění od *1* do nekonečna; je-li $\vartheta = \infty$, značí to, že v trubici jest jen medium *2* (vzduch), je-li $\vartheta = 1$, jest v trubici jen medium *1*. Počet provedeme celkem pro tři různé hodnoty ϑ, totiž $\vartheta = 4$, což znamená, že poloměr válce o dielektrické konstantě ε_1 (tedy buď olej nebo voda) $r_1 = \frac{r_2}{4}$, a ostatní prostor v trubici zaujímá vzduch, $\vartheta = 2$ pak $r_1 = \frac{r_2}{2}$, a podobně při $\vartheta = \frac{4}{3}$ jest $r_1 = \frac{3}{4}r_2$.

a) $\varepsilon_1 = 2{\cdot}25$ (olej).

Výsledky nalezené pro kořeny rovnice (22) a k nim příslušné dle rovnice (19) délky kmitů trubice jsou k vůli přehledu sestaveny v následující tabulce (v tomto případě jest ovšem $q = 1{\cdot}5$):

Poměr obou medií uvnitř kovové trubice	ϑ	$\lambda_0^{(n)}$	ϱ_1	ϱ_2	$\lambda_0^{(1)}$	$\lambda_0^{(2)}$
uvnitř jen vzduch	∞	$\frac{2\pi}{\varrho_n} r_2$	3·83	7·02	$1{\cdot}64\,r_2$	$0{\cdot}89\,r_2$
válec olejový $r_1 = \frac{r_2}{4}$, ostatní vzduch	4	$\frac{\pi}{2\varrho_n} r_2$	0·92	1·71	$1{\cdot}70\,r_2$	$0{\cdot}92\,r_2$
„ „ $r_1 = \frac{r_2}{2}$, „ „	2	$\frac{\pi}{\varrho_n} r_2$	1·55	2·86	$2{\cdot}03\,r_2$	$1{\cdot}10\,r_2$
„ „ $r_1 = \frac{3r_2}{4}$, „ „	$\frac{4}{3}$	$\frac{3\pi}{2\varrho_n} r_2$	1·98	3·77	$2{\cdot}38\,r_2$	$1{\cdot}25\,r_2$
uvnitř jen olej	1	$\frac{2\pi}{\varrho_n} 1{\cdot}5\,r_2$	3·83	7·02	$2{\cdot}46\,r_2$	$1{\cdot}34\,r_2$

Indexy nahoře v závorkách značí délku vlny odpovídající prvnímu kořenu, druhému, atd.

b) $\varepsilon_1 = 81$ (voda).

Nyní jest $q = 9$. Opět řešíme numericky rovnici (21) pro $\vartheta = 4$, 2, $\frac{4}{3}$, a výsledky sestavíme v podobnou tabulku s vynecháním obecných vzorců pro $\lambda_0^{(n)}$, které jsou ovšem tytéž až na poslední, kde místo 1·5 jest pak 9.

Poměr obou medií uvnitř kovové trubice	ϑ	ϱ_1	ϱ_2	$\lambda_0^{(1)}$	$\lambda_0^{(2)}$
uvnitř jen vzduch	∞	3·83	7·02	$1{\cdot}64\,r_2$	$0{\cdot}89\,r_2$
válec vodní $r_1 = \frac{r_2}{4}$, ostatní vzduch	4	0·27	0·60	$5{\cdot}86\,r_2$	$2{\cdot}60\,r_2$
„ „ $r_1 = \frac{r_2}{2}$, „ „	2	0·29	0·65	$10{\cdot}72\,r_2$	$4{\cdot}82\,r_2$
„ „ $r_1 = \frac{3\,r_2}{4}$, „ „	$\frac{4}{3}$	0·34	0·66	$13{\cdot}86\,r_2$	$7.17\,r_2$
uvnitř jen voda	1	3·83	7·02	$14{\cdot}76\,r_2$	$8{\cdot}01\,r_2$

2. První případ asymmetrický n = 1.

Jest patrno nyní, že máme následující komponenty sil:

$$E_r = \frac{C_1}{\varepsilon\, r \frac{2\,\pi}{\lambda_0}} J_1\, e^{i(\omega t + \varphi)}$$

$$E_\varphi = \frac{C_1}{2\,\pi} \frac{d\,J_1}{d\,r} e^{i\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$H_z = C_1\, J_1\, e^{i(\omega t + \varphi)}.$$

Rovnice (20) zní v tomto případě

$$\frac{J_1'(q\,\varrho)}{J_1(q\,\varrho)} = q\,\frac{J_1'(\vartheta\,\varrho)\,K_1'(\varrho) - K_1'(\vartheta\,\varrho)\,J_1'(\varrho)}{J_1'(\vartheta\,\varrho)\,K_1(\varrho) - K_1'(\vartheta\,\varrho)\,J_1(\varrho)}. \tag{23}$$

Zde bylo nutno hodnoty derivací $J_1'(x)$ počítati z tabulek na základě rovnic

$$2\,J_1'(x) = J_0(x) - J_2(x)$$

$$\frac{2}{x} J_1(x) = J_0(x) + J_2(x),$$

z nichž sečtením plyne

$$J_1'(x) = J_0(x) - \frac{J_1(x)}{x},$$

a zcela obdobně

$$K'_1{}'(x) = K_0(x) - \frac{K_1(x)}{x}.$$

Řešíme-li rovnici (23) podobně jako v případě symmetrickém rovnici (22), obdržíme následující výsledky:

a) $\varepsilon_1 = 2{\cdot}25$ (olej).

Jako dříve v případě *a*) jest ovšem i nyní $q = 1{\cdot}5$; také obecné vzorce pro $\lambda_0^{(n)}$ jsou tytéž:

Poměr obou medií v kovové trubici	ϑ	ϱ_1	ϱ_2	$\lambda_1^{(1)}$	$\lambda_1^{(2)}$
uvnitř jen vzduch	∞	1·84	5·33	$3{\cdot}42\,r_2$	$1{\cdot}18\,r_2$
válec olejový $r_1 = \frac{r_2}{4}$, ostatní vzduch	4	0·46	1·26	$3{\cdot}45\,r_2$	$1{\cdot}25\,r_2$
„ „ $r_1 = \frac{r_2}{2}$, „ „	2	0·79	2·22	$3{\cdot}98\,r_2$	$1{\cdot}42\,r_2$
„ „ $r_1 = \frac{3\,r_2}{4}$, „ „	$\frac{4}{3}$	1·03	2·95	$4{\cdot}58\,r_2$	$1{\cdot}63\,r_2$
uvnitř jen olej	1	1·84	5·33	$5{\cdot}13\,r_2$	$1{\cdot}77\,r_2$

b) $\varepsilon_1 = 81$ (voda)

Poměr obou medií v kovové trubici	ϑ	ϱ_1	ϱ_2	$\lambda_1^{(1)}$	$\lambda_1^{(2)}$
uvnitř jen vzduch	∞	1·84	5·33	$3{\cdot}42r_2$	$1{\cdot}18r_2$
válec vodní $r_1 = \frac{r_2}{4}$, ostatní vzduch	4	0·39	0·45	$3{\cdot}99r_2$	$3{\cdot}50r_2$
„ „ $r_1 = \frac{r_2}{2}$, „ „	2	0·41	0·65	$7{\cdot}66r_2$	$4{\cdot}79r_2$
„ „ $r_1 = \frac{3\,r_2}{4}$, „ „	$\frac{4}{3}$	0·40	0·71	$23{\cdot}56r_2$	$6{\cdot}59r_2$
uvnitř jen voda	1	1·84	5·33	$30{\cdot}78r_2$	$10{\cdot}62r_2$

Tím jest nyní problém theoreticky vypracován. Experimentální zkoušení nalezených výsledků ponecháváme na dobu pozdější.

Budiž mi na konec dovoleno, také na tomto místě vysloviti svůj povinný dík panu prof. Záviškovi, který mne na toto thema upozornil a s velkou laskavostí pomocné rady mi dával.

V Praze, dne 6. února 1915.

IX.

Studie o inaktivaci fotosynthetické assimilace a tvorby chlorofyllu.

Část IV.[1])

Etiologie panašování.

Napsal

Dr. Jaroslav Peklo.

S 5 litogr. tabulemi a 41 obr. v textu. (Fotografie provedl PhC. *Vinc. Mrázek*.)

(Předloženo dne 16. října 1914.)

Pokusy s *Chlorellami* mají, dle mínění referentova, jistou důležitost pro poznání etiologie t. zv. panašování, jak se objevuje u rostlin vyšších. Jsou sice kryptogamy řasové organisovány jinak nežli rostliny cévnaté, takže nelze beze všeho srovnávati kolonii jedné specie s jedním individuem vyšší rostliny, také pátral dosud marně referent, pokud sám měl příležitost pracovati u moře, po tom, zda objevuje se panašování také u řas mořských. Na druhé straně nelze popříti, že mnohé projevy tak zv. mutability *Chlorell* velmi značně upomínají na některé zjevy panašování. V té době, kdy první zprávy o tak zv. mutacích se objevovaly, byly vskutku považovány za analoga a byly řasy mutující studovány se zřetelem k tomu, by objasněny byly vnitřní příčiny tvoření mutantů a aby tím také panašování fanerogam došlo vysvětlení. Z našich pokusů ovšem, jak byly vylíčeny, vysvítá značná závislost tvoření sektorů a podobných zjevů v koloniích *Chlorell* od příčin vnějších. Byly tedy resultáty jejich hned od té doby, kdy byly základní z těchto pokusů referentem provedeny, považovány za doklady neoprávněnosti theorie mutační v té formě, jak byla de Vriesem proslovena. Kteréžto mínění

---

[1]) Část III. „O mutabilitě Chlorell" vytištěna byla jako č. 46. ročníku XXIII. druhé třídy Rozprav Akademie.

neukázalo se nesprávným, kdyžtě jednak vskutku touto theorií během doby bylo otřeseno, jednak pak již některé náběhy byly učiněny ku vykládání mutability Chlorell tím způsobem, jak referent činí. Zároveň pak převedení celé otázky na pole výměny látek spialo obor tento ještě úžeji s otázkou příčin, jež vyvolávají panašování.

Jak již přečastokráte bylo vytčeno, značí theorie de Vriesova přes to, že bohužel nepřinesla rozluštění ohromného problému fylogenie, neobyčejné obohacení induktivních věd biologických. Také problém panašování uveden byl hledisky jejími na zcela nové dráhy. Neboť ukázalo se, že na zdání osamoceně a stranou fysiologie ležící otázky dědičnosti zjevu panašování stojí namnoze v úzké souvislosti s příčinami jeho a jsou s to ve vydatné míře přispěti ku konečnému rozluštění zjevu tohoto. Byl tedy nucen referent své práce o panašování vésti i z části sub auspiciis nauky o dědičnosti. Které otázky sem spadaly, jakož i příslušná literatura uvedena bude v dalších partiích práce.

Rostliny panašované jsou vzhledu nad míru rozmanitého. Co do habitu — ovšem nikoli, aspoň dle dosavadních zpráv dle příčiny vzniku — také rostliny chlorotické lze nazývati panašovanými; tím spíše, že se občas i u nich setkáváme s t. zv. sektorialním pozměněním barvy chlorofyllové. Je pak to ztráta chlorofyllu, jež je příčinou odchylné barvitosti této na listech, lodyhách, kališích i zelených částech okvětních resp. na plodech. (Objevování se anthokyanu asi s panašováním nesouvisí.) A dle té míry, do jaké chlorofyll kvantitativně i kvalitativně byl pozměněn, jeví orgány tyto zabarvení bílé, žluté až i žlutočervené. Abnormní zabarvení jevívá se zcela pravidelně lokalisováno. Nejpravidelnější jsou jinobarevné obruby na listech „albo“ i „luteomarginátních“; skvrny po ploše čepele rozložené karakterisují „variegaci“. Vrcholu bývá dosaženo stejnoměrnou ztrátou chlorofyllu po celém rozsahu orgánu, jenž pak jeví se bílým nebo zlatově žlutým („aurea“); při tom může býti defekt chlorofyllový omezen buďto na pletiva svrchní až eventuelně na pouhou pokožku, nebo naopak na pletiva vnitřní, jež pak jeví se obklopena kol dokola pletivy zelenými. Značná ztráta chlorofyllu má ovšem častěji za následek zakrnění ve vzrůstu, u křovin z panašovaných větví vyrážející prýty zelené daleko přečnívají vrcholy mateřské. Palissády listové z míst panašovaných nedosahují normální velikosti, takže zbělená místa v listech jevívají se tenčími. (d'Hubert et Boussus).[1]) Naproti tomu lze pozorovati u albikatních cukrovek, že čepele bílé přečasto vynikají tloušťkou i hustotou pletiv nad listy normálně stavěnými a zelenými. Tvar panašovaných listů bývá často velmi dobrodružný. Nejpodivnější jsou ony formy, jež následkem vzniku různých laloků na panašovaných listech stávají se podobnými dubovým (*Symphoricarpus vulgaris var. quercifolia, Lonicera quercifolia*; srovn. Lindemuth[2]) 1878, pag. 897.) Laloky tyto přečasto vyznačují se velmi intensivní zelení, čímž odlišují se nápadně od okolních míst listových barvy bílé nebo bledě zelené. Podivuhodné jsou také listy od *Croton spirale* (domovem na ostrovech Jižního moře), jež jsou visuté, tvaru jazykovitého, kol osy spirálně stočené a krásně žlutě kolorované.

---

[1]) H. d'Hubert et M. Boussus, Végétaux panachés (Arcachon, soc. sc. station zoologica, 1896—7, pg. 153.) Cit. dle Revue générale de Botanique, XVII., 1905, pg. 281.

[2]) Lindemuth H., Über vegetative Bastarderzeugung durch Impfung. (Landwirtschaftliche Jahrbücher 1878, VII, pg. 887 sq.)

Velmi často jeví panašování určité vztahy k nervům. Tak pozoroval Préaubert,[1]) že u jednoho albikátního *Rubusu* všecky panašované listy stály na jednom z 5ti svazků cevních lodyžky. Archangeli[2]) nalezl jeden exemplár od *Cucurbita moschata*, jejíž listy byly zbarveny do žluta v průběhu hlavních i vedlejších nervů listových. Pantanelli (1905, pag 3)[3]) pak shledal, ohledav celou řadu rostlin, že i hranice mezi různobarevnými částmi jsou tvořeny nervy („nervi limitantes") a to zvláště v případech intensivního albinismu. Ohraničení toto pozorujeme jak v rovinách vodorovných tak i kolmých. Dále že pro každou zelenou nebo bílou část poskytuje jedno či více hlavních žeber svoje rozvětveniny. Z toho vysvětluje se specificky konstantní rozdělení panašování po čepeli listů dvojděložných, kdežto u jednoděložných mohou bílé skvrny vystupovati na libovolných místech listů provázejíce nanejvýše v parallelních pruzích hlavní nervy. U této skupiny rostlin zabraňují také různá mechanická pletiva rozšiřování panašování a deformování listů, jak je často následkem nestejnoměrného vzrůstu různých partií pletivných pozorujeme u *Dicotyl*. V každém případě hrají svazky cevní důležitou úlohu pro rozšiřování albinismu; rozvádějí — a sice leptomové jejich části — choroboplodné agens a rozdělují je po čepeli, u *Dikotyl* často nestejnoměrně po obou jejích stranách. Slabé zbarvení listů není způsobováno nedostatkem chloroplastů v albikátních částech. Naopak Zimmermann[4]) (1893, pag. 84) vykládá, že jsou chromatofory v albikátních buňkách rozšířenějším zjevem, než by bylo možno usuzovati z dosavadních údajů literárních o věci, že chybí úplně většinou toliko v čistě bílých partiích starších listů (*Oplismenus imbecillus*, pg. 111), a ani zde nikoli ve všech případech. Také nezdá se Zimmermann věřiti údajům, dle nichž by chloroplasty v panašovaných částech degenerovaly. Pointuje, že při pozorování v 5%ním roztoku cukerném jeví se ostře oproti cytoplasmě ohraničeny (*Sambucus nigra*; pag. 98), třebaže byly často daleko menší, než chloroplasty normální a chovaly velké vakuoly. Přechod od normálních k albikatním chloroplastům je v tomtéž listu většinou náhlý a bez přechodů, jen u *Farfugium grande* a *Achyranthes Verschaffeltii* lze pozorovati nenáhlé ubývání velikosti plastidů při přechodu z partií zelených do žlutých. Pantanelli (1905, pg. 5) udává, že chloroplasty bubří, pozbývají pevné konsistence, posléze pak praskají. Mikrochemicky byly pathologické tyto změny dosud málo zkoumány, u *Crotonů* na př. shledány v nich jakési „lipochromatické" kapky. Zajímavo je, že kultivují-li se albikátní listy na roztocích cukerných, jejich chloroplasty mohou vytvářeti škrob. To shledal Zimmermann (l. c. 89) i u chloroplastů úplně bezbarvých a nadobro bílých; nepodařilo se mu ani nalézti chromatoforů, jež by následkem svého albinismu byly úplně pozbyly této schopnosti.

Barviva žlutě panašovaných listů zkoumal G. Kränzlin[5]) (1908); užíval za tím účelem chromatografické adsorbční methody Tswettovy. Nalezl, že i v čistě žlutých listech nacházejí se komponenty chlorofyllu, jen menší množství že je jich zde než v listech zelených; nová barviva k nim nepřistupují Jednotlivých komponent ubývá v panašovaných částech různým způsobem: xanthofyll β zú-

---

[1]) Préaubert, Angers, Bull. soc. étud. scien. t. 26, 1896, pg 18. (Dle Revue générale XVII., pg. 281.)

[2]) G. Arcangeli, Sopra alcuni casi di clorosi (Firenze, Boll. Soc. bot. ital. 1895). (Dle Revue, ibid.)

[3]) Pantanelli E., Über Albinismus im Pflanzenreich. (Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten, XV, 1905, pg. 1 sq.)

[4]) Zimmermann A., Beiträge zur Morphologie und Physiologie der Pflanzenzelle. 1893.

[5]) Kränzlin G., Untersuchungen an panaschierten Blättern. (Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten XVIII., 1908, pg. 193 sq.)

stává v témž původním množství, také xanthofyllů ze skupiny α ubývá poměrně málo. Karotinu objevuje se ve všech případech málo, objevuje se nápadný parallelismus mezi ubýváním chlorofyllinů, jež jest také velmi značné a karotinu. Žlutá barva panašovaných listů je tedy podmíněna hlavně relativní převahou xanthofyllů (l. c. pg. 203). Pomocí spektrálních analys oddělil Correns[1]) (1901, pg. 294) sippu „Chlorina" od „aurea", s níž až dosud byla zaměňována. Chlorinové rostliny vyhlížejí více žlutozeleně, toho jest však příčinou jen menší koncentrace barviva, jehož typické listy chlorinové obsahují $\frac{28—30}{100}$ množství, jaké se objevuje v typických zelených listech. Proto jsou alkoholické extrakty z chlorinových listů více žlutozelené, právě jako výtažky z normálních, světlezelených rostlin o téže koncentraci. Při spektrální analyse však se ukazuje, že „chlorina" chová méně chlorofyllu, karotinu *i* xanthofyllu.

Albikátní části jsou vodnatější, chovají tudíž méně organických substancí a popela než normální zelené. V popelu převládá kalium a fosfor oproti zeleným částem, vápníku je daleko méně. Tak vykazovaly analysy Churche (1877, cit. dle Sorauera[2]) 1888, 390):

	Acer		*Hedera*	
	bílé listy	zelené	bílé	zelené
K_2O	45·05	12·61	47·20	17·91
CaO	10·89	39·93	12·92	48·55
P_2O_5	14·57	8·80	10·68	3·87.

U *Quercus rubra* nalezl Church v bílých partiích panašovaných listů daleko méně celkové fosforečné kyseliny v procentech popelu než v zelených místech. Iwanoff pozoroval, že bílá místa panašovaných listů chovají daleko více iontů fosforečné kyseliny. „Der Ausfall muß demnach die organischen gepaarten Phosphorsäuren betreffen" (Czapek, Biochemie I. Aufl., pg. 803, II. Teil).

Pantanelli (l. c. pg. 6.) studoval osmotické poměry panašovaných protoplastů. Nalezl, že chlorofyllu prosté buňky panašovaných listů mají většinou vyšší plasmolytické hodnoty nežli buňky chlorofyllosní těchže pletiv. Dále, že zvýšení plasmolytické hranice závisí přímo od intensity albinismu. Tak vyznačují se intensivně albinické listy velmi značným turgorem, jenž byl na př. u *Citrus*, *Evonymus*, *Pandanus* stanoven na 60 atmosfér. Sledujeme-li turgor různých buněk téhož panašovaného listu, vykazují na př. chlorofyllu prosté palissády vyšší hodnoty než buňky houbového parenchymu z téže panašované skvrny, tyto vyšší stupeň než chlorofyllem chudé palissády nazelenalých částí, pak následují buňky houbového parenchymu z téže části a naposled buňky zelené partie listové. I svěrací buňky průdušné vykazují obdobné rozdíly, ostatní však buňky pokožkové vykazují téměř stejný tlak osmotický. Se stářím přibývá obyčejně albinismu i turgoru. Podstatně stejných výsledků jako plasmolysou dosaženo bylo methodou kryoskopickou. Také bylo ukázáno, že koncentrace šťávová v bílých listech je daleko vyšší než ve žlutých.

Sambucus nigra (žluté listy):

	hodnota plasmolytická	kryoskopická
zelené buňky	2·5 isosmos	2·08 isosmos
albinické	6 „	5·16 „ .

[1]) Correns C., Vererbungsversuche mit blaß(gelb)grünen und buntblätterigen Sippen bei Mirabilis Jalapa, Urtica pilulifera und Lunnaria annua (Zschr. f. induktive Abstl. I., 1909, pg. 291 sq.).

[2]) Wollny E., Forschungen auf dem Gebiete der Agrikulturphysik X., 1888, pg. 389: Sorauer, Zur Charakteristik der Albicatio.

Acer negundo (bílé listy):

zelené buňky	3·0 isosmos	2·74 isosmos
bílé	9·5 „	7·50 „ .

Bohužel nepodařilo se Pantanellimu určiti látky, jež jsou příčinou zvýšení turgoru albinických částí. Snad jsou to nedokonale spálené sloučeniny nějaké (kyseliny, esthery), jakož i u plísní působí někdy autoregulační zvýšení turgoru asi derivaty vícemocných alkoholů. U žlutě panašovaných buněk způsobuje stoupnutí turgoru nahromadění látek redukčních nebo nějakých mineralií, většinou nitrátů nebo chloridů. Důležito je, jak citlivy jsou protoplasty albikátních buněk. Tak lze pozorovati při plasmolyse, jak rychle tuhne pokožní vrstvička plasmatická gelatinujíc (l. c. pg. 10); odtud nelze pozorovati v hypertonických roztocích prostup plasmolytika. Ani v hypotonických nebyla shledána endosmosa (KNO_3, cukr, glycerin), takže intensivně panašované protoplasty musí se vyznačovati vysokou impermeabilitou. Také schopnost kontrakční u nich jest asi nepatrná; z toho vysvětluje se, že na isosmotických roztocích plasmolysa často poměrně pozdě se dostavuje.

Jaké fysiologické příčiny mají tyto zjevy, je ovšem dosud neznámo. Pozoruhodné je však, že také ku plasmolyse listů, jež na podzim žloutnouce opadávají, je potřebí koncentrovanějších roztoků než u listů normálních (Tswett, cit. dle Swarta, 1914, pg. 95).[1]) Důležito by snad bylo stanoviti povrchové napjetí albikátních protoplastů.

Četné jsou zprávy o enzymech, jež jsou obsaženy v rostlinách panašovaných. Woods[2]) (1899, pg. 746) byl přiveden ke studiu těchto rostlin se stanoviska enzymologického pozorováním roztoků chlorofyllových, jež odbarvovaly se na světle smíšeny byvše se šťavou různých rostlin, jež chovala enzymy oxydativrí, nedoznávaly však změn v barvě, jestliže šťávy byly před smísením povařeny. Podobně zůstaly zelenými na světle i listy, jež byly usmrceny horkou vodou. U četných rostlin pozoroval týž autor, že pletiva, jež leží v okolí rány způsobené píchnutím mšic a jiných hmyzů, ztrácejí v brzku chlorofyll; místa tato pak chovala větší množství oxydačních enzymů než pletiva jiná. I sledoval nyní Woods rozložení těchto enzymů v pletivech u rostlin panašovaných. Pantanelli pak rozšířil svá pozorování i na enzymy jiné. Oxydásy nalezl u *Sambucus* a *Acer* jen v mladších panašovaných listech, u *Ulmu* také ve starších. V celku byly oxydásy hojněji zastoupeny v mladých panaš. listech než ve starých, vždy pak byly v panaš. listech hojnější než v zelených. Také peroxydásy přicházejí v normálních listech v menších množstvích než v panašovaných. V těchto pak jsou vždy přítomny, se stářím jich neustále přibývá. Co se týče proteolytických enzymů, udává Pantanelli, že autolysa ve šťávě panaš. listů probíhá poměrně hlouběji než v zelených. Pokusy prováděny tak, že thymolisovaná šťáva orgánů ponechána činnosti enzymů po delší čas při 45° C. U *Ulmus campestris* nalezena byla pak tato data:

Zelené listy:

Bílkovinný dusík	na začátku pokusu	po 4 dnech	po 8 dnech
	3·24%	1·938%	0·9212%.

Panaš. listy:

2·274%	1·646%	0·604%.

---

[1]) Swart N., Die Stoffwanderung in ablebenden Blättern. 1914, Jena, Fischer.

[2]) Woods A. F., The destruction of Chlorophyll by Oxidizing Enzymes. (Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., V., 1899, pg. 745 sq.).

(Dle mínění referentova by rozdíl tento nebyl příliš značný: u zelených listů obnášel asi 27% původního obsahu bílkovinného po skončení pokusu, u bílých asi 26%. Naproti tomu uvádí však Pantanelli, že u mladých jarních listů od *Acer* proteolysa probíhala tak rychle, že obsah bílkovin klesl z 2·35 na 0·042 %). Také amylolytický jakýsi enzym jest asi ve větším množství přítomen v albikátních listech než v zelených, aspoň na jaře; nicméně nebylo u jilmu pozorováno rozdílu v množství diastasy v zelených a pestrých listech, takže P. soudí, že albikátní buňky chovají se v tomto ohledu jako hladovící orgány: Wahrscheinlich ist die Zerstörung der Chloroplasten und die auffallende Verdünnung des Protoplasmas einer Wirkung des proteolytischen Enzyms zuzuschreiben" (l. c. p. 16). (Woods připisuje týž zjev v panašovaných rostlinách činnosti oxydativních enzymů.) Také lokalisaci enzymů, ovšem jen oxydativních, sledoval P. svými methodami. Průřezy různými rostlinnými částmi již makroskopicky jeví rozdělení jich. Buňky kambiální rostlin panašovaných obsahují jen zřídka tyto látky, svěrací buňky průduchové naproti tomu pravidelně. Oxydující látky vystupují v albikátních partiích nejprve v leptomu hlavních žeber nebo ve větších nervech (u *Monokotyl* u všech hlavních nervů) a sice již v době, kdy se list z pupenu rozvíjí. Odtud rozšiřují se po leptomech druhých nervů. Z toho následuje dle Pantanelliho, že albinismus, třebaže hlavní škody, jež působí, objevovaly se v orgánech assimilačních, není žádnou lokální nemocí listovou, nýbrž že představuje poruchu, jež jest rozšířena po celém těle dotčené rostliny. Od určitého uspořádání v pletivech vodivých, snad od malých rozdílů ve stavbě, jakosti pochev svazkových a pod. závisí omezené rozšíření nemoci na jednu stranu svazku cévního. Substance, které způsobují panašování, dostávají se leptomem do periferních orgánů. Tím může býti snad vysvětleno, proč u většiny *Dikotyl* mírná (žlutá) forma panašování zasahuje jen kraj listový, t. j. část, kde vztahy a výměna mezi svazky cévními a okolním parenchymem nejsou rušeny nijakými pochvami sklerenchymatickými a podobnými pletivy. Úzký vztah, jaký panuje mezi intensitou nemoci a mezi množstvím oxydujících látek v pletivech, vystupuje zvláště tam zřetelně, kde stupeň albinismu mění se se stářím. Tak obsahují albikátní buňky parenchymatické u *Nerium* za mládí oxydásy, které později mizí, když jest chlorofyll regenerován. Totéž lze pozorovati v žlutých partiích, sezelenávají-li na př. u *Ligustra* atd. Pantanelli (l. c. pag. 20) resumuje: „Der Albinismus ist keine Infektionskrankheit sondern eine konstitutionelle Krankheit, deren erste Zeichen als abnorme Anhäufung von abbauenden, vor allem von oxydierenden Enzymen auftreten."

Údaje Pantanelliho to zajisté byly, které pohnuly Sorauera[1]) k tomu, aby zařadil (1908, pg. 671 seq.) panašování mezi t. zv. nemoci enzymatické. Jako takové karakterisuje S. chorobné stavy rostlinného těla, při nichž vystupují v popředí abnormní pošinutí v činnostech enzymatických, kteréžto poruchy, jako v četných případech albikace mohou se projeviti i dědičnými. Mimo jiné řadí sem tak zv. mosaikovou chorobu tabáku, gummosu stromů atd. Týmž právem mohlo by však dle mínění referentova mezi choroby enzymatické býti zařaděno i etiolování. Neboť šťáva etiolovaných klíčků od pohanky jeví mocnější oxydativní schopnosti než u klíčků normálních a totéž platí pro etiolované listy tabáku (Woods, l. c. pg. 750). Biochemickou podstatou etiolování — abstrahujeme-li od toho, že chlorofyll není tvořen — dle Eulera[2]) je vůbec nepatrná intensita synthetických pochodů působená nedostatkem světla. Ve tmě probíhají protoplasmatické synthesy značně pomaleji, na světle živěji. Již z prací Godlewskiho, Laurenta a Marchala vychází, že na světle děje se ceteris paribus třikrát větší synthesa bílkovin

[1]) Sorauer P., Handbuch der Pflanzenkrankheiten. III. Aufl., 1908.

[2]) Euler H., Grundlagen und Ergebnisse der Pflanzenchemie. II. Th., 1909, pg. 246.

než za tmy, a sice vlivem paprsků ultraviolettových, jichž jako zdroje energie endothermický process této kondensace potřebuje. Zrychlování pak resp. zpomalování vzrůstu, jak jej pozorujeme za nedostatku resp. za přístupu světla, je asi pouhým zjevem následným. Neboť stouprutí kondensací musí za stejných jinak okolností přivoditi rychlejší klesnutí tlaku vakuolového (turgoru). Že pak tento je důležitým činitelem při vzrůstu (napínání blan), je dostatečně prokázáno. Karakteristické vytvořování etiolovaných částí musí tedy býti připočteno v podstatě na vrub nepatrné intensitě synthetických pochodů vlivem nedostatku světla a tím přivozenému stoupnutí napjetí blan buněčných. Vskutku převládají tu pochody štěpivé do tak značné míry, že jsou přečasto nahromaďovány osmoticky působivé krystalloidy ve šťávě buněčné, na př. asparagin. K tomu druží se ovšem u četných rostlin nedostatek látek stavebních, různé zjevy dráždivé, které činí podstatu zjevu etiolování složitější. Hlavní však znaky jeho dlužno hledati v pošinutí směru některých biochemických resp. enzymatických pochodů, kteréžto poruchy jsou změnou vnějších faktorů způsobovány.

U různých druhů klovatosti (gummosy) nápadnou je pozměněná resp. stimulovaná činnost některých enzymů, tak vystupování cytas, cytokoagulas atd. Pro naše otázky není však bez významu, že jako příčiny těchto chorob u *Amygdalaceí* stanoveny byly některé plísně (*Cytospora* atd.), též bakterie. Dále známe některé choroby — jsou-li povahy parasitérní či „látkové“, dosud není známo, i novější práce řadí je však v kategorii druhou — při nichž enzymatické funkce chorých protoplastů vystupují značně do popředí. To týká se hlavně tak zv. roncetové nemoci révy. Nicméně zdá se, že ve své poslední práci o tomto zjevu Pantanelli[1]) ustupuje od přílišného pointování enzymologické povahy choroby této a že neřadil by ji mezi enzymatické choroby, jakž by dle nápadných projevů enzymatických (oxydásy, enzymy amylolytické, proteolytické atd.) snad mohla býti karakterisována. *Coleosporium pini* (Woods l. c., pg. 754) jest typickým parasitem borových jehlic, jež jsou-li jím napadeny, ztrácejí chlorofyll; partie churavé jsou bohatší oxydásami a peroxydásami než buňky zdravé. Totéž platí o nemoci zvané „cabbage yellows“, jejíž příčinou jest *Fusarium*, které parasituje ve svazcích cevních *stonků*; v těchto partiích také značné rozmnožení peroxydás pozorováno. Konečně budtež zde uvedeny ještě nádory, tak zv tumory řepné (i na jiných rostlinách se vyskýtající), novotvary značné mnohdy velikosti i odchylného často chemického složení. Poslední projevuje se mimo jiné tím, že chovají značnější množství oxydativních látek než pletiva normální (Stift[2]) 1912, pag. 249), což možno i kvantitativně stanoviti. (V práci Stiftově jedná se očividně o peroxydásy.) A přece je naprosto nemožno uváděti za charakteristikum této nemoci enzymatickou tuto stránku. Nejvýznačnějším rysem jejím je příčina vzniku tumorů, jíž jsou bakterie (Smith).[3]) Jestliže v druhém případě, jejž ze dvou analysovaných na množství peroxydás nádorů uvádí Stift, rozdíly nebyly značné v množství pohybujíce se od 1—2·6 cm^3 — v prvním případě činil rozdíl až 18·4 cm^3 — byla příčinou toho zajisté differenciace nádoru. V četných případech jsou totiž dle pozorování referentových sídlem bakterií zcela na povrchu nádoru ležící ostrůvky, mnohdy bradavičnaté povahy, a celé mohutné pletivo, jež pod nimi se táhne, není ničím jiným než jakýmsi „násadcem“ pro tyto

---

[1]) Pantanelli E., Beiträge zur Kenntnis der Roncetkrankheit oder Krautern der Rebe. (Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten, 1912 a 1913, XXII. a XXIII.)

[2]) Stift A., Über den Wurzelkropf. (Österreichisch-Ungarische Zeitschrift für Zuckerindustrie und Landwirtschaft XLI., 1912, pg. 241.)

[3]) Smith E., Crown-gall of Plants I., II. (U. S. Departement of Agriculture 1911, 1912). Peklo J., Die pflanzlichen Bakteriosen. (Die Naturwissenschaften 1913, I., pg. 480.)

partie, skládajícím se z pletiva normálního, jímž tělo cukrovkové po poranění, při němž asi děje se infekce bakteriová, pokračuje ve vzrůstu, dirigovaném jiným směrem. Odtud pochopitelno, že v takovýchto, z větší části normálních pletivech nemůže ani býti obsaženo abnormní množství peroxydás. Takže zvýšení množství peroxydás ve „Wurzelkröpfech" není ničím jiným, než zjevem následným, sekundárním, jakož také na př. v hlízkách rostlin luštinatých, působených symbiotickými bakteriemi, pozorujeme často intensivní červenání, prozrazující enzymatické oxydace. Tím méně může znakům enzymatickým u rostlin panašovaných, aspoň v tom způsobě, jak byly vylíčeny, přikládána býti větší důležitost pro vysvětlování etiologie tohoto zjevu. Takže výskyt těchto enzymů mohl by býti zjevem sekundárním, ovšem dosti důležitým, aby na základě jeho bylo pátráno po pravé příčině abnormity, jmenovitě zda nejsou to přece jenom mikroorganismy nějaké, jimižto jednak některé enzymy by mohly býti secernovány, jednak činností jejich buňky pletiv, jež je chovají, nutkány ku výrobě těchto substancí. Poněvadž pak podobné „pošinutí" v průběhu enzymatických reakcí lze očekávati také u jiných chorob parasitických, jež tudíž s hlediska Sorauerova tolikéž by bylo považovati za choroby „enzymatické", ukazuje se, že vyjma „klovatosti" zařazení Sorauerovo není případným. Velká účast enzymů na vývoji panašovacích chorob jest ale zajisté nápadná, a nemůže býti bez důležitosti pro vysledování vlastní příčiny těchto zjevů.

Abychom porozuměli dosavadním zprávám, jež ovšem nevedly dosud k uspokojivému vyložení způsobu, jakým vzniká panašování, nutno upozorniti na to, že je třeba přesně rozeznávati panašování povahy neinfekční od infekčního. Údaje předchozí, jak byly vylíčeny, týkají se vesměs kategorie neinfekčních panašování. Typickým vzorem druhé skupiny jsou *Malvacey*, jmenovitě některé *Abutilony*, dále rostliny tabáku (též *Lycopersika*), napadené chorobou t. zv. mosaikovou. Jelikož vzhledem infekční panašování neliší se mnoho od neinfekčního, jen projevuje se více tím, že vystupuje ve způsobu skvrn po listech a že je barvy nejčastěji žluté, nutno stanoviti v četných případech u jiných rostlin experimentem, o který druh albikace se jedná. Tak byly zjištěny Baurem[1]) jako povahy infekční: *Ligustrum vulgare foliis aureovariegatis, Laburnum vulgare chrysophyllum, Fraxinus pubescens aucubifolia, Sorbus aucuparia fol. luteovariegatis* a *Ptelea trifoliata fol. variegatis*.

Je přirozeno, že tím řada infekčních chloros ovšem vyčerpána není. Lze pak přenésti chorobu u jmenovaných stromů a u *Abutilonu* transplantací, u tabáku též vočkováním šťávy z nakažených rostlin do zdravé rostliny, jakož i infikuje-li se jí půda. Mosaiková choroba je ostatně tak značně virulentní a tak lehko přenosná, že již dotekem rukou dělníka může býti rozšiřována, přenáší se také mšicemi, ba vystoupí-li v plantážích, zamoří všecky kultury, třebaže zůstávala latentní v četných rostlinách, vystoupíc v nich teprve tenkráte, až dostaví se vnější podmínky, jež podporují její vývoj. (Baur[2]) 1906, pg. 29.)

Nejvíce zpráv máme o *Abutilonech*. Nemoc zdá se býti jako rostlina sama původu amerického, první zprávy o ní odnášejí se k r. 1868, kdy prý se objevil v kolekci *Abutilonů*, přivezených do jednoho anglického zahradnictví ze Z. Indie, jeden exemplář od *Abutilon striatum*, jenž měl listy žlutě a zeleně mramorované. Byl rychle rozmnožen a jako *Abutilon Thomsoni* uveden do obchodu. Přenesen na zelené podložky nebo tyto na něho, vyvolává pak od té doby panašování ve všech

---

[1]) Baur E., Weitere Mitteilungen über die infektiöse Chlorose der Malvaceen und über einige analoge Erscheinungen bei Ligustrum und Laburnum. (Berichte d. deutschen botan. Gesellschaft, XXIV., 1906, pg. 416 seq.)

Týž, Über infektiöse Chlorosen bei Ligustrum, Laburnum, Fraxinus, Sorbus und Ptelea. (Ibidem 1907, XXV., pg. 410 seq.)

[2]) Baur E., Über die infektiöse Chlorose der Malvaceen. (Sitzungsberichte der königl. preussischen Akademie der Wissenschaften, 1906.)

kulturách zahradnických. Skvrnitost objevuje se nejintensivněji na listech dospělých. Má-li se vyvinouti v dostatečné míře, žádá, aby exempláře, na které infekce se má přenésti, byly při dobré vegetační síle — schází-li jim dostatečné teplo a výživa, vyvine se infekce jen skrovná — jest pak ku podivu podporována intensivním osvětlením. Lindemuth[1]) pozoroval (pg. 894), že ve stínu se panašování často ponenáhlu ztrácí a že „Rückschläge in die frühere Art häufig vorkommen". Také Sorauer (l. c. 1888, pg. 390) uvádí, že albikace objevuje se u rostlin častěji při zvýšeném osvětlení. Konal pokusy s panašovanými rostlinami — zda byly to infekčně či neinfekčně panašované druhy, nemohlo býti ovšem ještě v té době rozeznáno — tak, že zatměl je za zimy a etiolované části jejich pak na jaře vystavil intensivnímu osvětlení: některé listy udržely se pestrými, nejmladší však prodělaly normální process sezelenání. O „aureových" bezech jest zpráva jedné zahradnické společnosti v Haarlemu — Lindemuth, 1878, 895 — dle níž „einige *Sambucus nigra var. aurea*, die im Schatten standen, grün wurden, und durch Stecklinge fortgepflanzt, vollkommen die grüne Art darstellten, und auch wiederum die der grünen Art eigentümliche bedeutendere Höhe erreichten." (Bohužel dají se bezy velmi těžko transplantovati a semena jejich klíčí špatně, takže není dosud zpráva o tom, je-li jejich panašování rázu infekčního, či nikoli. Pozn. referentova.)

Nejpromyšlenější experimenty o této otázce děkujeme Baurovi (1906, Sitzungsberichte). Stačí dle něho (l. c. pg. 21) zatměti transplantovaný list, aby nedostavila se infekce v zelené rostlině: nechají-li se *Abutilony* etiolovati, lze je ovšem velmi často z chlorosy této vyléčiti. Kultivováním *Abutilonů* v monochromatických intensivních světlech se panašování nezničilo. (Baur 1906, Berichte, pg. 44.) Baurovi osvědčila se také jako dosti dobré kriterion, zda dotčená rostlina je infekčně či neinfekčně chlorotická, etiolisační „kúra". Tak neztratila *Cornus alba Spaethi* neinfekčního svého panašování tmou (B., pg. 423), za to však infekčrí *Ligustrum*. Naproti tomu nepodařilo se mu učiniti infekční *Laburnum chrysophyllum* touto methodou trvale zeleným. Také na průběh mosaikové choroby tabáku má světlo velký vliv (Iwanowski,[2]) 1903, pg. 5), jen za dobrého osvětlení dostaví se vyslovená mosaiková skvrnitost. Za slabé intensity světelné stávají se skvrny zelenějšími a list dostává vzezření, jakoby se uzdravoval. Úplného uzdravení však zatemňováním nelze dosíci. Ostatně liší se tabáková nemoc i v jiných ohledech poněkud od abutilonové: počínáť onemocnění od listů nejmladších. Jestliže se pak podaří listu dosíci velikosti již několik centimetrů, nedostaví se u něho infekce ani přirozeným způsobem

Různé druhy *Abutilonů* jsou různě náchylny vůči chorobě. Jednou z nejcitlivějších rostlin vůči chorobě jest *Abut. indicum*, býlí rozšířené po tropech obou polokoulí. Již několik dní po transplantaci objeví se panašování, v brzku pak postupuje choroba velmi rychle, listy zakrňují až po nějakém čase opadají. Při tom však rostlina neodumírá, ssaje však assimilaty z transplantátu, hynouc, odejme-li se jí tento. (Lindemuth,) 1907, pg. 825.)

Semeny se infekce panašování nepřenáší. Baur i Lindemuth vysili přečetná semena panašovaných *Abutilonů* i *Kitaibelie*, aniž by se na klíčcích objevila dědičná skvrnitost. Téhož resultatu dospěl Baur (l. c. 1907, pg. 410) u klíčních rostlin infekčního *Ligustra*. Důležito však je, že Lindemuth (l. c. 1907,

---

[1]) Lindemuth H., Über vegetative Bastarderzeugung. (Landw. Jahrb. 1878, VII., pg. 887 seq.)

[2]) Iwanowski D., Über die Mosaikkrankheit der Tabakspflanze. (Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten, XIII., 1903, pg. 1 sq.)

[3]) Lindemuth H., Studien über die sogenannte Panaschüre und über einige begleitende Erscheinungen. (Landwirtsschaftliche Jahrbücher 1907, XXXVI, pg. 807 seq.)

pg. 853 seq.) křížením (*Ab. H. Cannela* a *Ab. Darwini tesselatum* oplozeno pomocí *Ab. Thompsoni*) dosáhl ve více případech semen, jež klíčíce jevila neklamné známky panašování. Sice se domnívá, že „by to mohlo býti nějakým novým druhem („třetím“) albikace a zove je „falsche Panaschüre“. Neboť nevíme prý, zda je infekční či neinfekční, „samenbeständig“ či nikoli nebo ani neinfekční ani nikoli „samenbeständig“. To musí rozhodnouti teprve další práce. Bylo by velice důležito, jmenovitě pro theorie o příčině této nemoci choroby, tyto pokusy opakovati a rozhojniti. U *Solanum tuberosum* stanoveno bylo 1876 žluté neinfekční panašování, jež se dalo rozšiřovati hlízami. (Lindemuth 1878, pg. 903.) U neinfekční albikace je dědičnost semeny obvyklým zjevem, ačkoli ovšem pro velkou úmrtnost klíčních rostlin nepříliš u zahradníků oblíbeným; dobře lze však prý semeny rozmnožovati jednu varietu japanské kukuřice, jež má listy bíle pruhované.

Největší části autorů, již se zabývali etiologií infekční chlorosy, nepodařilo se odkrýti v buňkách churavých nižádného mikroorganisma. I soudí z toho, že je parasitérní původ této nemoci vyloučen. Co se týče choroby mosaikové u tabáku, tu jest příčina její dle domnění Beijerinckova[1]) (1899, pg. 32) „contagium fluidum“. Agens toto lze dobýti z churavých rostlin extrakcí. Filtruje-li se i velmi hustými porcellánovými filtry, neztratí své virulence, také alkoholový precipitát ze šťávy jest virulentní, rozpustí-li se opět ve vodě. Nejnižší temperatura, jež virulenci ničí, leží mezi 70—80° C, antiseptika jako formalin ničí virulenci. Nechá-li se šťáva z churavých listů diffundovati do agaru, lze kouskem vyrýpnutým z jeho spodních vrstev infikovati zdravou rostlinu právě tak dobře jako šťávou. To je hlavním důvodem Beijerinckovi, proč pokládá „contagium“ za tekuté. Agarový pokus Beijerinckův mohl Iwanowski (l. c. pg. 23) potvrditi. Také však jemné partikule čínské tuše vnikaly do jeho agaru a sice do hloubky 1—2 *cm* na doklad, že „contagium“ Beijerinckovo podobně mohlo sestávati z částeček pevných. Nákaza udržela se virulentní v listu, který byl držán po 3 týdny v 70%ním alkoholu; v tomto ovšem udržují se na živu i spory mnohých bakterií. Pomocí jednoduchého filtrování pomocí Chamberlandovy svíčky podařilo se Iwanowskimu původce nemoci odděliti od šťávy: filtruje-li se tato šťáva z nemocných rostlin bez tlaku, zůstává virulentní jen nejprvnější porce filtrování, ostatní jsou úplně bez účinku. Iwanowski se domnívá, že by nebylo to možno, kdyby infekční agens bylo rozpuštěno ve šťávě. Ostatně bylo nalezeno Spiegelem[2]) (1914), že i protozoon *Bodo ovatus* může procházeti filtrem Berkfeldovým.

Zpráva Iwanowskiho o frakcionované filtraci vyvrací ovšem názory jiných autorů o původu infekčních chloros, jak budou zde uvedeny. Byla patrně autory těmito přehlédnuta.

Woods (1899, pg. 750) nalezl, že také v pestrých skvrnách *Abutilonů* nachází se oxydása a peroxydása dvakrát větší aktivnosti než v partiích zelených, totéž stanoveno u mosaikově chorých rostlin tabákových. W. přenesl dále kousky svazků cévních z albinotických stonků od *Hibiska*, jež byl na povrchu sterilisoval sublimátem, na agar nebo na sterilní části bramborové podobně jako to byl učinil Beijerinck. Po několika dnech pozoroval na bramborech zabarvení hnědé a na obou mediích stanovil peroxydásu (kultury dle jeho údajů zůstaly sterilními). I soudí, že to může býti spíše enzym nějaký, oxydása či peroxydása, jenž způsobuje

---

[1]) Beijerinck M. W., Über ein Contagium vivum fludium als Ursache der Fleckenkrankheit der Tabaksblätter. (Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., 1899, V., pg. 27 seq.)

[2]) Spiegel, Über die Vernichtung von Bakterien in Wasser durch Protozoen und über die Fähigkeit der Bodonaceen, Bakterienfilter zu durchdringen. (Arch. für Hyg., 1913, pg. 80.)

infekční chlorosu. Také Heintzel (1899, dissertace) se domnívá, že mosaiková choroba tabákových rostlin je způsobována enzymy oxydačními.

Hunger má za to, že již v normálních rostlinách tabákových nachází se virus mosaikové choroby v latentním stavu, takže její vystupování u toho či onoho druhu tabákového závisí jenom na stupni vrozené choulostivosti, kterážto zase je ve vysoké míře podmíněna vnějšími poměry, za nichž jsou rostliny tyto kultivovány. (To může platiti dle mínění referentova jen pro ony kraje chorobou zamořené hollandských kolonií, v nichž dle vlastního líčení Hungerova[1]) [1905, Zeitschr., pg. 276 seq.] rostliny byly učiněny požadavky kultury vůči ní přecitlivělými.) Sestává pak dle jeho mínění virus nemoci v neoživené substanci, jež nenáleží ke skupině zymoforní nýbrž toxoforní dle terminologie Oppenheimmerovy (Berichte[2]) 1905, 416, Zeitschrift 295). Toxin tento jest vylučován neustále rostlinou tabákovou v koloběhu výměny buněčné látek, v normálních případech však jest bez účinku. Naproti tomu nahromaďuje se, dostoupí-li výměna látek přílišné výše. a působí známé poruchy. Dále pak jest s to toxin tento vnikna v normální buňku, aby „fysiologickým kontaktem" vybavoval v ní sekundární tvoření téhož toxinu, čili mosaiková choroba vyznačuje se vlastností působiti fysiologicky autokatalyticky (l. c. pg. 296). Rozmnožování viru není tedy povahy aktivní (toxin sám od sebe nemůže se rozmnožovati), nýbrž spočívá pouze v passivní reproduktivitě oživené substance buněčné.

Hunger vidí analogon tohoto zjevu v přeměně obyčejného, ať práškového ať blokového cínu v šedou práškovitou modifikaci (známá „cínová sněť", Zinnpest, zásob cínových, starých nádob musejních atd.). Tato přeměna jest urychlována,[3]) katalysována přítomností chlorociničitanu ammonatého, stop šedého zinku nebo kombinací obou látek. Tak podařilo se autorům po zasití asi pěti gramů šedé modifikace v 500 *g* pilin cínových za současného užití pinkové sole vyvolati během asi pěti dnů za — 5° C vytvoření několika set gramů šedivého cínu. Šedivý práškový cín působil tedy „nakažlivě" na cín normálný. Mezi tímto zjevem a pochody, jež supponuje Hunger v mosaikové rostliny, jest však dle mínění referenta značný rozdíl. Process studovaný Cohenem, tak zv. desagregace cínu jest zjevem reversibilním. Rychlost směru reakčního: bílý —> šedý má maximum asi při — 48° C (minimum, bod zvratu leží při + 20° C); pro takovéto temperaturní předpoklady pro rostliny nemáme však dokladů. Dle toho nachází se celý náš cínový svět vyjma některý teplý den, v rovnováze metastabilní. (Cohen, pg. 621.) Něco podobného pro rostliny mosaikové ovšem není možno tvrditi.

Baur (1906, Sitzungsber., pg. 19 seq.) vykonal předem řadu zajímavých experimentů, nežli se odhodlal k vystavění své hypothesy o příčině infekční chlorosy.

Vytýkaje Hungerově theorii (l. c. pg. 28), že jest pouhým opisováním známých fakt a že je příliš málo propracována, než aby byla užitečna jako pracovní hypothesa, vykládá, že příčinou infekční chlorosy *Abutilonů* je nějaký virus, povahy ještě naprosto neznámé, jenž jest produkován v žlutých partiích čepele listové a sice na světle. Tento virus rozšiřuje se po celé rostlině pomocí drah, jež rozvádějí plastické látky a působí, že všecky v příštím stadiu vývoje se nacházející mladé listy později rovněž se stanou skvrnitými. Rostliny, které se staly jednou infekčně chloro-

---

[1]) Hunger F. W. T., Untersuchungen und Betrachtungen über die Mosaikkrankheit der Tabakspflanze. (Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten, XV, 1905, pg. 256 seq.)

[2]) Hunger F. W. T., Neue Theorie zur Ätiologie der Mosaikkrankheit des Tabaks. (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, Bd. XXIII, 1905, pg. 415.)

[3]) Cohen & C. van Eik, Physikalisch-chemische Studien an Zinn. (Zeitschrift für physikalische Chemie, XXX. Bd., 1899.)

tickými, podržují tuto vlastnost trvale samy i ve svém vegetativním potomstvu jen z toho důvodu, že listy nově se vytvořující jsou neustále infikovány nově se strany starých, pestrých. Jestliže se zabrání této autoinfekci nějakým způsobem, zmizí nemoc. Že virus pochází právě ze žlutých skvrn, dokazuje vyléčení rostlin, jež se dostavuje, vyřežou-li se listy tyto. Jestliže se nechají vyhnati na vyléčených rostlinách spící „oka", jež rozvijí se v listy žluté, objeví se opět skvrnitost na nových listech u vegetačního vrcholu. Odřežou-li se listy nově povstalé u panašované rostliny anebo zatmějí-li se, vyvíjejí se nově povstávající listy zeleně. Musí tedy virus, který dříve po celé rostlině byl rozptýlen, při vytvořování se mladých listů nahromaďovati se, býti spotřebován či lépe řečeno vázán. Musíme tedy předpokládati dvojí stav, v němž se nachází virus v panašovaných infekčních *Malvaceích*: stav volný, virulentní, ve kterémžto toliko může se rozšiřovati po rostlině, a stav druhý, ve kterémž se objevuje od pletiv, jež attakuje, poután. Tím lze vysvětliti úkaz, že chlorosa nepřenáší se semeny. Jestliže je množství viru, jenž je do určité doby přítomen v rostlině, jen tak velké, že postačí, aby učinilo nanejvýše 3—4 nově povstávající listy skvrnitými, při čemž je virus, který se nachází v celé rostlině, spotřebován beze zbytku, pak tím méně dostane se ho na embryo semenné.

Co se pak týče chemické povahy domnělého viru, tu jedná se dle Baura rovněž o produkt výměny látkové choré rostliny samotné, ale zároveň o substanci, která má v jistém smyslu schopnost růsti. Baur přijímá, že se jedná o substanci chemicky vysoce organisovanou. Tato látka působí analogickým způsobem na určité molekulárné skupiny v embryonálních buňkách listových, t. j. zavěšuje se na ně, právě jak to činí dle Ehrlicha toxiny s postranními řetězci plasmatických komplexů, jež byly napadly. Od těchto toxinů odlišuje se však naše látka tím, že může za určitých okolností odštěpovati substance, jež jsou s ní identické, z jiných sloučenin, nebo znova stavěti syntheticky látky tohoto druhu („vzrůst"). Oproti toxinovým molekulám theorie Ehrlichovy jsou však naše virulentní molekuly, které tímto způsobem nově povstávají, vázány, poněvadž právě ve starých infikovaných listech, v nichž toliko se děje novotvoření viru, všecky postranní řetězce jsou již obsazeny. Ovšem je možno, že v embryonálních, infekce schopných buňkách volné postranní řetězce mizí ještě jiným způsobem. Proto cestují nově utvořené molekuly toxinové po celé rostlině, až najdou embryonální buňky, ve kterých se nacházejí ještě neobsazené postranní řetězce. Jakmile se jednou do nich dostaly, nemohou z nich vyjíti; vždyť šíří se nákaza jen z dorostlých vybarvených listů. Otázka ovšem zůstává nerozluštěna, jakým způsobem objevil se „primárně" virus u prvního historického *Abutilonu*, jenž stal se infekčně panašovaným.

Oproti všem těmto údajům stojí Iwanowski se svým názorem, dle něhož mosaiková choroba tabáku působena jest bakteriemi parasitickými, úplně isolován (1903, pag. 32 seq.).

Mikroskopický obraz churavých buněk listů tabákových velmi podobá se schematu, který byl podán pro obyčejné buňky panašované. K nekrose jednotlivých protoplastů nikdy nedochází. Chloroplasty se nadouvají až rozplývají, o chování jádra není údajů. Po fixování ve vroucím alkoholu, barvení Löfflerovou modří za horka po 1—2 minuty, differencování v 70%ním alkoholu, sušení anilinem a dobarvování eosinem rozpuštěným v oleji hřebíčkovém jsou viditelna v buňkách tělíska jakási, jež vykládá autor za bakterie. Tvoří zoogloëy, které mají tvar různotvarých destiček, jež uloženy jsou v plasmě přes plastidy nebo mezi nimi. Barví se modří, nenalezeny nikdy ve šťávě buněčné a představují aspoň v některých případech dutá tělesa. Součásti jejich jsou krátké tyčinky. Objevují se převážnou většinou v palissádovém parenchymu, vystupujíce zde téměř v každé buňce. V houbovém parenchymu přicházejí řídčeji. V zelených částech listů nikdy nebyly konstatovány. Nanejvýš nekarakteristická forma parasita zmenšuje ovšem dle autora

přesvědčivost histologických obrázků. „Es ist immer möglich, anzunehmen, dass die vermeintlichen Zoogloëen in der Tat irgend eine künstliche Bildurg vorstellen, die im Zusammenhang mit dem pathologischen Zustande der Zellen steht. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, dass wir nirgends Zellen antreffen, die durchweg mit Mikroben angefüllt wären“ (l. c. pg. 36). Hunger (1905, Zeitschr., pg. 264) nevykládá však zoogloëy Iwanowskiho za původu bakterielního, poněvadž zmizely při silném zahřátí s fenolchlorathydratem, kdežto ostatní struktura buněčná zůstala nezměněna.

Iwanowski udává dále, že podařilo se mu isolovati ze šťávy churavých listů mikroba, jenž dal se pěstovati v minerálním roztoku s 2% cukru a 1% peptonu a odtud vočkován do zdravých rostlin byl s to vyvolati v nich mosaikovou nemoc, většinou v krátké době, jaká odpovídala době inkubační. Při pokusech těchto bylo hleděno hlavně k tomu, aby neobjevila se v neočkovaných rostlinách nemoc sama sebou. Za kontrolu sloužila serie, v níž bylo 50 rostlin očkováno různými, patrně saprofytickými bakteriemi, jež byly získány z filtrované šťávy; mosaikové panašování objevilo se zde toliko u jedné rostliny. U předešlých však rostlin, během tří let, za něž byly pokusy konány, ze 76 očkovaných rostlin nabylo chlorosy 9 exemplárů (= 14%). Bakterium, jež pokládá Iwanowski za původce chlorosy, jevilo se v kulturách jako krátké tyčinky. Želatinu přeměňuje po čase v rohovitou, černou hmotu, vylučujíc, jak se zdá, chinon.

Resultáty očkování nepůsobily na autory, kteří pracovali po Iwanowskim o etiologii panašování, přesvědčujícím způsobem. Vskutku jest procento rostlin, u nichž se objevila choroba mosaiková, dosti malé. Na druhé straně nutno však dle mínění referentova uznati, že přihlížel Iwanowski k tomu při svých pokusech, aby objevivší se choroba nebyla mylně přičítána infekcím, takže resultaty jeho nezdají se býti referentovi bezcennými. Methodika jeho nezdá se však referentovi úplně exaktní, postrádá údajů o vzhledu kolonií na deskách, byly-li kultury naprosto jedním organismem tvořeny atd. Mikroskopické obrázky Iwanowskiho ovšem stěží mohou přinésti důkaz, že zoogloëám podobné útvary byly tvořeny bakteriemi, jestiť zde značná možnost, že mohly býti organismem jiným, produktem degenerace buněčné atd. V každém však případě zasluhují resultáty Iwanowskiho pozornosti, třebaže definitivního rozhodnutí nepřinášely.

Zajímavo je, že dle Westerdijkové[1]) (1911) přenáší se mosaiková choroba rajských jablíček semeny.

Jedna infekční chlorosa zdá se býti přece ve své podstatě osvětlena.[2]) Jest to mosaiková choroba cukrovky. Popsána byla asi před 20 lety ze sev. Francie, od té doby pozorována i v jiných zemích, také v Čechách. Značné škody působí i v Dánsku a Švédsku. Loňského roku objevila se také v kulturách cukrovkových referenta v pokusné zahradě albertovské. Řepy jí stižené zjevně jevily chorý habitus a nasadily bulvu jen nepatrné velikosti. Tato „Gelbsucht“ jeví se nejprve na periferii, později i na vnitřních listech rosetky. Zdá se, aspoň dle různosti popisů, že jest několik modifikací této choroby. Listy choré jevívají nejprve nápadné, mosaice podobné bledé žilkování na tmavozelené půdě. Po té objevují se na nich více méně nápadné žluté skvrny, které jmenovitě v propadajícím světle vynikají. Posléze přechází žluť na celý list, objevují se skvrny z uschlého pletiva sestávající, takže list děraví, ztrácí turgor a klesá k zemi. Řapíky nabývají nejprv nahoře, pak po celé své délce sklovité jakési průsvitnosti. Také listy semenaček mohou prodělávati podobné změny, jež postupují až na brakteje květní. Nicméně semena chorých semenaček uzrávají.

---

[1]) Westerdijk Johanna, Die Mosaikkrankheit der Tomaten. (Cit. dle Centralbl. für Bakteriologie, II. Abt., XXIX, pg. 127.)

[2]) Delacroix G., Maladies des plantes cultivées. Maladies parasitaires. 1909, pg. 27.

Ve žlutých skvrnách listů nacházejí se četné bakterie, ovoidní, velmi pohyblivé. Lze je dokázati i v řapících, stonku, kořeni ba i v kališích květních chorých tvarů; semena prý jich neobsahují.

Bakterium toto (*Bacillus tabificans*) bylo Delacroixem isolováno z řapíků listových a pěstěno na umělých substrátech. Lze jím infikovati zdravé cukrovky. Uměle vyživováno ztrácí však prý velice rychle svoji virulenci.

Nemoc může se přenášeti částmi rostliny, jež v půdě byly a zde setlívají. Přenáší se však také semeny, v nichž neztrácí bakterium svou virulenci po 3 roky. Dosud nepodařilo se Erikssonovi[1]) nalézti mořidlo, jímž by se semena zbavila této nemoci. Chybí ještě údaje, zda může předcházeti nemoc transplantací na jiné řepné individuum.

Zprávy tyto jsou ovšem principielní důležitosti pro celou otázku infekčního panašování. Bylo by jen potřebí opakovati isolaci bakteria i infekce a pak experimentalně zjistiti, zda i fysiologické podobnosti jsou zde s vylíčenými případy infekčních chloros čili nic. Záhodno by bylo podrobiti hlubšímu studiu také formu vnitrozemskou této choroby, dědičnost její, zjevy, které by nadešly po skřížení atd.

Měli-li bychom shrnouti výsledek dosavadních prací o infekční albikaci, tu je nutno doznati, že jen v případě mosaikové choroby máme jakési uspokojivější vysvětlení. Zprávy Iwanowskiho o původu mosaikové choroby tabáku připomínaly by ovšem případ analogní. Nicméně zdá se referentovi nejsprávnějším postaviti se na hledisko co možná nejpřísnější a nepřikládati jeho výkladům než jistý stupeň možnosti. Co je ovšem příčinou nemoci *Malvacei*, o tom nemáme na základě dosavadních prací tušení. Neboť všecky zjevy, které byly v předchozím vylíčeny a z nichž četné za příčinu jsou považovány nemoci, mohou býti pouze průvodnými úkazy a nikterak nevyvracejí možnosti, že jedná se tu o původ parasitní. Případ s nádory cukrovkovými mluví zde řečí příliš výstražnou. Ostatně Delacroixem[2]) prozkoumané vředovité rakoviny u *Populus canadensis* chovají také jen sporé kokkovité bakterie, jež jsou jich původci („*Micrococcus Populi*"), bakterie, jež lze isolovati filtrováním sterilisovaných šťav a na nich udržeti virulentními. Vše to mluví jasně, že dosavadní naše zkušenosti jsou ještě nedostatečné, než aby na vždy odbyta byla otázka parasitérního původu infekční chlorosy. Co se týče panašování povahy neinfekční, tu zdá se, že nachází se tato otázka na základě dosavadních prací ještě ve stadiu studií deskriptivních a experimentálních. Není tedy bohudíky nadbytek theorií o původu tohoto zjevu. Proto buďte zde registrovány jen krátce názory Sorauerovy,[3]) třebaže jsou zatemněné a primitivní a nejsouce ani mikroskopicko- ani chemicko-analytickými ani experimentálními daty opřeny, jen z daleka se dotýkají vlastního podkladu otázky. S. se domnívá, že není principielního etiologického rozdílu mezi panašováním infekčním a neinfekčním. Četné shody ve zjevech obou ovšem tu jsou, je možno dokonce, že příští práce ukáží jen kvantitativní rozdíly ve způsobu, jakým se projevují příčiny obou kategorií tohoto zjevu, jest však třeba přihlížeti také k tomu, že samo infekční panašování bude moci eventuelně jednou býti rozděleno ve více druhů různých dle svých původců. Tož poukazuje S. na látkovou chudobu albikátních částí vykládá, že představuje tato choroba jakési „Hemmungsbildung", resultující z toho, že jednotlivé partie pletivné jsou v mládí hůře vyživovány. Tato horší výživa má za následek, že buď vůbec není chlorofyllový apparát vytvořován anebo že brzy padá za oběť enzymům hydrolytickým. Jestliže tedy spočívá albikace v jakémsi příliš rychlém vyžití se, tedy v potlačování či zabavování činnosti chlorofyllového apparátu, pak nabudou štěpivé

---

[1]) Eriksson Jakob, Landtbruksväxternas Svampsjukdomar. 1912, pg. 18.

[2]) Delacroix G., Maladies des plantes cultivées, pg. 19 seq.

[3]) Sorauer, Handbuch, 1908, pg. 177 seq.

enzymy, třebaže absolutním množstvím nad ostatní nepředčí, přece převahy v buňce, poněvadž enzymy synthetické z nedostatku činnosti chlorofyllu jsou příliš málo rozvinuty. Rovnováha, která jinak v buňkách chlorofyllových vládne, jest porušena, funkce výměny látek dostaly se na scestí, molekulární pohyb na jiné dráhy. „Wenn die abwegige Stoffbildung eine Bewegung ist, so wird sie sich so lange fortpflanzen, bis eine andere molekulare Bewegungsform den Stillstand gebietet. Der albikate Pflanzenteil ist also der Träger einer abnormen Stoffbewegung, und daher ist es nicht auffällig, wenn diese Bewegung sich fortpflanzt, sobald die Wege, also die Gefässbündel zweier getrennten Individuen sich vereinigen, wie es bei der Veredelung der Fall ist.“

Názor tento nemůže ovšem sloužiti ani za pracovní hypothesu.

Roku 1912 naskytla se referentovi za studií ve svalöfském hospodářském ústavu příležitost seznámiti se s typickým případem mosaikové choroby cukrovkové na polích z okolí Svalöfu. Makroskopické vzezření chorobných listů, objevování se nemoci na mladých listech připomínaly velice infekční panašování *Abutilonů,* ba i některé případy obyčejného panašování. Různost příčin i při stejnosti vzezření vždy ovšem jest možná, že by však základní princip vzdor různým modifikacím nemohl býti všem těmto zjevům podkladem, nedalo se odbýti. I rozhodl se referent podjati se nového studia problému panašování. Infekční povaha chlorosy *Malvaceí* vybízela k tomu, aby byl učiněn s ní počátek a tak provedena byla řada očkovacích pokusů s bakteriemi, jež byly isolovány z panašovaných listů *Abutilonů,* zda-li nejsou příčinou nemoci této. Neboť v panašovaných protoplastech této rostliny zahlédnuty byly sem tam bakterie. Za základní tekutinu pro kultivování jich byl vzat dekokt připravený jednohodinovým vařením zelených i panašovaných listů abutilonových, jež nad to ponechány byly přes noc v thermostatu při 60° C, přidáno dikaliumfosfátu 0·05% a na 700 cm^3 tekutiny 2·5 g dextrosy + 0·35 g asparaginu. Druhé medium připraveno bylo se slizem hibiškovým. Zdáloť se býti možným, že organismus, jehož isolace byla očekávána, by mohl v rostlinách vegetovati na útraty oněch slizů, jež se v orgánech *Malvaceí,* jak známo, nacházejí. I bylo 70 g kořínků hibiškových povařeno s 500 cm^3 destilované vody, odvar sfiltrován, zahuštěn a aby odstraněn byl škrob, sfiltrován ještě *pod vodní vývěvou*; dikaliumfosfát. Reakce obou medií slabounce alkalická. Listy abutilonové s bílými skvrnami panašovanými vyprány destilovanou vodou, sterilisovány po jednu minutu v 96%ním alkoholu, minutu v 1‰vém sublimátu, načež několik vystřihnutých bílých partií rozetřeno na sterilisované misce achátové. Malým množstvím látky očkováno hibiškové medium, v němž pak v brzku objevila se vegetace bakteriová. Touto hrubou kulturou očkováno bylo pomocí kapilár pod vodní vývěvou naplněných několik zelených *abutilonů* druhu *Ab. grandiflorum* v březnu 1913. Na agarovém mediu s dextrosou obdrženo litím desek šest různých forem bakteriových, vesměs tyčinkovitých a nesporulujících, jejichž čistých kultur emulsemi v téže době další

serie *Abutilonů* zelených očkována v rostoucích, meristematických částech, často úžlabní pupeny listové. Některé *Abutilony* trpěly infekcí, panašování se však nedostavilo v nižádném případě. Ty bakterie, jež byly isolovány, jistě nebyly tedy příčinou chlorosy.

Druhým objektem, jehož prostudování zdálo se býti referentovi vděčnou úlohou, byly albikatní cukrovky. Zjev tento uvádí se v literatuře dosti často,[1]) obyčejně však bývá registrováno pouze jeho vystoupení, aniž by byl doposud hlouběji prostudován. Očividně padá při tom hlavně na váhu, že kultury cukrovkové jím nebývají valně poškozovány, jelikož (F a l l a d a,[2]) p. 622) ani kvantitativní ani kvalitativní složení šťávy řepné nedoznává jím změny. Na druhé straně jest to však dosti s podivem, jelikož svou nápadností bije v oči a ve mnohých ohledech je výborným objektem ke studiu panašování. Albikátní exempláry objevují se na polích řepných dosti sporadicky. V některých létech jsou hojnější, jakž i S t i f t[3]) stanovil 1895 pro Uhry. Referentovi se zdá, že jmenovitě na těžších půdách přicházejí. Také bylo mu možno 1913 na Kouřimsku vždy více albikátních řep během jedné dosti krátké vycházky do polí sebrati, naproti tomu v okolí Roudnice byly téhož roku řídkým zjevem.[4]) S t i f t ovšem upozorňuje, že objevují se jednotlivé takto abnormní exempláry na polích téhož substrátu, téhož pohnojení a téhož osiva, takže jen vlivy šíře lokální mohou zde míti jakýsi vliv. Albikace, která stává se zřejmější na exemplárech větších, objevuje se i na semenačkách, a jest dle *Proskovetze* jen v jistém nepatrném stupni dědičná semeny. Dle *Briem-Fallady* jsou listy albikatních řep vodnatější než zelené i chovají méně organických substancí a popele. Také kvantitativní složení popele jest úplně analogické, jak bylo vypsáno pro jiné panašované rostliny. Referent počal se obírati panašovanými řepami r. 1912. Řepy jím pozorované měly listy buď bíle, zažloutle nebo až voskově žlutě zbarvené, buďto po celé čepeli — tu byl i celý řapík bílý — nebo měly část její bílou či zelenou. Nikdy nepřicházelo více skvrn barevných po listech, jak tomu bývá u jiných variegátních orgánů, nýbrž vždy větší část čepele byla zaujata barvou normální nebo albikátní v souvislosti; často rozhraní obou barev tvořil hlavní nerv, zhusta albikace objevovala se pouze na špičce nebo na spodním kraji čepele. Dle toho, do jaké míry byla zbarvena abnormně čepel, byl i řapík buďto jen na polovině nebo při krajích bílý resp. žlutý. Nápadno bylo, že bílé nebo nažloutlé listy měly čepel již na omak tlustší než normální; už také na průřezech se to jevilo zvětšením lumina buněčného v některých řadách buněk. Nápad-

---

[1]) Již L i n d e m u t h e m, l. c. 1878, pg. 899.

[2]) F a l l a d a Ottokar, Über die Weissblätterigkeit der Zuckerrübe. (Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., 20. Bd., pg. 622.)

[3]) S t i f t A., Die Krankheiten der Zuckerrübe 1900.

[4]) Naproti tomu objevovaly se letošního roku (1914) v okolí tohoto města docela hojně, na půdách netěžkých.

ných redukcí histologických nebylo v dospělých listech pozorovati. (Referent nikterak se nedomnívá, že těmito daty byly vyčerpány anatomické zvláštnosti panašovaných údů rostlinných. Práce však sledovala cíl přiblížiti se co možná rozluštění příčiny panašování; bylo tedy veškeré studium podřízeno této myšlence.) Jak bílé, tak zelené listy měly často úzké palissády i houbové buňky oddělené hojnými intercelluláry. Loňského roku byla nalezena četná individua, jež měla na některém místě čepele v sousedství čistě bílých částí jakýsi šedivý na hoření i spodní straně čepele ostrůvek většího či menšího rozprostranění. Na průřezu se ukázalo, že pod oběma pokožkami táhlo se několik vrstev albikátního pletiva, kdežto střed listu byl zaujat normalným zeleným parenchymem; vystupovala zde tudíž jakási periklinálnost. Albikace projevovala se většinou tak, že již mladé listy byly distinktně žlutě nebo bíle zbarvené, nanejvýš slabším tonem než v dospělosti. Byla pak po většině jen určitá část srdce abnormně zbarvená, jedna třetina i méně, polovina; zřídka kdy objevovaly se na př. exempláry do $^3/_4$ i více albikátní, naopak byly hojnější takové, které jen na jednom, úzce vymezeném místě měly list panašovaný. V okrsku panašování všecky listy od kraje rozetky až do středu jejího byly albikátními. Vystupovala tedy zde krásná sektoriálnost. Řídké byly případy — tyto pozorovány toliko u žluté albikace — kdy celý střed srdce měl lístky nejmladší čistě zelené, okolo nichž táhla se zona starších lístků, jež jakoby mosaikově prosvítaly jemnou žlutí, až kolkolem na periferii srdce stály listy, jež všechny byly intensivně žluté resp. žlutozelené. Jest těžko zde mluviti o periklinálním rozložení panašování, v každém však případě bylo jisto, že sektorialním nazváno býti nemůže — snad by se doporučovalo je označiti jako „cirkulární“. Referentovi se zdá, že typ tento panašování řepného jest poněkud odchylný od normálního sektoriálního a že i etiologie jeho by mohla býti jinou. Ostatně není vyloučeno, že v některých případech kombinuje se příčin několik, ze kteréhožto důvodu přidržel se referent vždy formy nejtypičtější a sice po většině bíle sektoriálně panašovaných cukrovek jednotlivých.

Semenaček panašovaných referent nesbíral. Jedna řepa, již choval loňského roku, vyhnala květní prýt albikátní, jenž založil klubka květní; semena však se pro slabost prýtu nevyvinula.

Asi 20 takových řep referent na podzim 1913 přenesl — eventuelně po různých pokusných manipulacích — do sklenníku ústavu fysiologického ke svým studiím a kultivoval zde ve velkých květináčích v zahradní prsti. V některých buňkách dospělých listů albikátního exempláru, jenž byl sbírán v polovici října 1912 a byl krásně čistě bíle panašován na jedné polovině srdce nalezeny byly při mikroskopování bakterie. I byl učiněn pokus isolovati je a infekcemi stanoviti, zda snad ony nejsou příčinou této chlorosy u řepy. Mladé normální listy řepové povařeny 1 hodinu, dekokt pak nechán 24 hodin státi. Po filtraci přidáno k extraktu 0·5% saccharosy a 0·2% asparaginu. Z albikátní řepy odříznuto několik

mladoučkých, čistě bílých listů, po vyprání sterilisováno po 1 minutu v 96%ním alkoholu, po té 1 minutu v 1‰vém sublimátu, načež opláchnuty v sterilisované destilované vodě a skalpelem sterilním na ster. achátové misce z nich vzato několik řízků, jež rozetřeny. Malým množstvím hmoty očkován dekokt. V brzku zde i ve zředěné neutrální šťávě řepné s 0·3%ním asparaginem vyvinul se na dně nádobek povlak, jenž po rozlití desek dal původ jednomu druhu kolonií, z nichž svrchní byly po kraji průhledné, uprostřed opákní s krajem hladkým, od něhož táhly se v dospělejších koloniích radiální řásky k centru, jež někdy věnčeno bylo perličkovitými prominencemi. Spodní kolonie brouskovité. Bacill s počátku pohyblivý, později pohyb ztrácející, dosti velký, tyčinkovitý. Na agaru z listů po čase objevovala se četná jeho individua opouzdřena sliznatými obaly vejčitého tvaru. Forma bacilla byla dosti podobná mikroorganismu, jenž byl nalezen v listech řepných, kdež nad to aspoň v některých buňkách uložen byl v jakémsi slizu. Význačné bylo pro tohoto mikroba, že dovedl vegetovati při dosti nízkých temperaturách (v místnosti, kde v zimě nikdy není topeno). 12./2. 1913. očkovány byly isolovaným tímto organismem mladé cukrovky, jež byly zasety v srpnu 1912.

1. *A*) 4 z nich očkovány pomocí kapillár kulturami založenými s dekoktem z mladých listů a asparaginem.

B) 4 další očk. kapil. kult. zal. se šťávou řepnou + aspar.

Aa) 1 řepa parallelně očkov. kapillárami, naplněnými mediem živným z *A* bez bakterií,

Bb) jiná kapillárami, naplněnými šťávou řepnou.

A) řepy očkovány 26. II. po druhé, téhož dne pak jedna červená řepa pod rašící očka a 2 *B* i 2 *A* řepy dány do polostínu.

2.) očkovány kulturami s týmž živným mediem dvě řepy deset měsíců staré. Listy jejich odřezány až na nejmladší. Jedna řepa poraněna pouze kapillárami, druhé rozříznuta hlava napodél a do zející rány vpraveno očko bakteriové kultury. 12. 3 přenesena jedna řepa do válce naplněného vltavskou vodou a zde kultivována. Než výsledek všech těchto infekcí byl naprosto negativní. Nespomohlo ani oslabování cukrovek slabou intensitou světelnou, ani kultivace ve vodě, kde exemplár měl nadbytek vlhkosti. Pocházelo-li bakterium vskutku z buněk listových, pak stěží jest možno vykládati, že bylo něčím více než obyčejným saprofytem, který se usídlil po případě až na podzim v dospělé cukrovce.

Podávala se dále možnost, že příčinou albikace je nějaké protozoon nebo organismus, který jest schopen tvořiti zoospory. Rozetřeno tedy značné množství panašovaných řep čerstvě sbíraných koncem července 1913 na polích, šťáva získaná zředěna a jí očkováno 2. VIII. pět dospívajících již řep na pokusných záhonech albertovských tak, že hlava jejich naříznuta sterilním nožem a do rány šťáva vpravena. Jiným 5 řepám odejmuta polovice hlavy a do kolmé řezné plochy zabodáno hojně kapillár naplněných šťávou. Podobně byla 5 jiným exemplárům vpravena do hlavy

kaše rozmačkaná z bílých listů do kolmých zářezů. Aby bylo rozhodnuto, zda nákaza zoosporová mohla by proniknouti z půdy do rostlin, bylo rozetřeno začátkem srpna hojně listů v nadbytku vody a šťáva ponechána několik hodin státi, aby zoospory mohly se eventuelně vyvinouti resp. uvolniti z pletiv. Získanou pak touto šťavou infikovány byly 16. VIII. čtyři květináče s nasetou právě cukrovkou hojným postřikováním s hora, dva květináče infikovány mimo to rozetřenou moučkou z bílých listů; tři květináče postřikováním a vloženy mimo to do misek, do nichž dáno též něco šťávy.

Po několika dnech skropeny nádobky opět a přidáno do druhé serie šťávy.

Týž den postřikována byla řepa klíčící na záhoně na Albertově touže šťávou.

Bohužel, ani tyto infekce neměly pražádného účinku. Jest sice možno, že provádění jich provázeno bylo nějakou chybou, pravděpodobnější však je, že supposice, na základě kterých prováděny byly veškeré tyto infekce, byly nesprávné.

Nebylo mnoho naděje, že vypadnou jinak infekce, jež byly provedeny se *Sambucus canadensis foliis aureis*. Tento bez, jak známo, vegetuje korunou krásně, téměř oranžově zbarvenou. Zda jest toto panašování infekční, či neinfekční, o tom nemohl nalézti referent v literatuře zpráv. Transplantacemi se přesvědčiti o tom, je, jak zmíněno, velmi obtížno, jelikož rouby bezů se velmi těžce ujímají. Byl tedy učiněn výtažek z „aureových" listů keřů, jež rostou v albertovské zahradě ústavu a jím pomocí velkých kapilár, z nichž některé na konci byly slzovitě rozšířeny, infikovány 8. VIII. prýty od *Sambucus nigra* v meristematických částech. Bez výsledku. Není ovšem vyloučeno, že systematická vzdálenost obou druhů, z nichž *canadensis* má listy široké, podlouhlé, *nigra* oválnější (oba druhy liší se také plody) hrála zde také jistou úlohu. Nicméně, co se týče panašování, obě specie nejsou si příliš vzdáleny, jelikož *nigra* mimo bílou formu panašování tolikéž jevívá aureové zabarvení listů.

Ačkoli zkoušky tyto nijaké nadšení nemohly vzbuditi, aby bylo pokračováno podobným směrem, podniknuta byla přece další řada pokusů, jimiž hleděl referent poučiti se aspoň z dálky o jakosti „viru" panašovacího. Jmenovitě zdálo se mu býti vděčným studovati, zda látka tato lokalisována jest na vegetačních vrcholech jaksi ztrnule, takže není možno ji posunouti z místa, na něž ontogenií individua byla lokalisována, či zda je přece labilní, takže by mohla eventuelně zachvátiti sekundárně daleko větší areal. Dále se podávala otázka: jest možno vyléčiti trvale „chorobu" tuto způsobem, jak daří se to u infekční formy její? Není možno očekávati, že jiným způsobem, než jak byl zde vylíčen, dala by se přenésti na jiné individuum? Pokusy takovéto byly by zajisté značné důležitosti pro theorii panašování u *Pelargonií* a podobných rostlin, o nichž máme zajímavé jmenovitě pro dědičnost zprávy od Baura (podrob-

něji budou vylíčeny v jiné souvislosti). Cukrovka zdála se referentovi pro sledování podobných účelů zvláště vhodným materiálem. Bylo lákavým studovati, zda tak přesné sektorialní omezování abnormity má podstatu svoji v dědičné jakési morfologické konstituci vegetačního vrcholu, či zda jest schopno prodělávati změny vybavené obměnou některých fysiologických činitelů. V tom případě dokonce některé náhledy o „mutacích", projevujících se při panašování, musily by doznati jakési korrekce. Pozorování v přírodě aspoň do té míry nasvědčovala správnosti otázek předložených, že zmíněný již příklad periklinální stavby některých listů nemusil spočívati na fixovanosti „viru". Vzdor tomu není třeba ovšem připomínati, že typ panašování u pozorovaných cukrovek nebyl z onoho druhu panašovacího, právě jako pro variegaci udává de Vries jako typickou vlastnost značnou variabilitu, zvrat ve formu normální, ať již za normálních okolností — (de Vries, Mutationstheorie), pročež zove tyto pestrolisté sorty polorassami, nebo středními rassami[1]) (pg. 601 a 424). Naopak jednalo se v pokusech referentových o náhlé, aspoň relativně, vybavení změn v zabarvení listovém změnou podmínek kultury. Mohutnost bulvy v době, kdy mohlo býti cukrovek v r. 1913 užito ku pokusům následujícím, nedovolovala ovšem vystaviti kořeny vlivu na př. některých faktorů výživy.

Nejprve budiž vylíčeno, jak se chovaly cukrovky albikatní, které byly přesazeny přímo po sběru na záhony albertovské. To stalo se 15. VIII. s 5 exempláry, jež byly pěkně panašované. Půda zahrady na záhonech, jež nebyly zvláště hnojeny, byla chudá, vrstva prsti nízká. Na jeden takový záhon přeneseny zmíněné exempláře. 12. X. 1913, ukázalo se, že

1. exemplář měl korunu úplně zelenou, jen dva listy měly polovinu slabě žluto-zelenou;

2. ex. byl úplně zelený, jen při starém jednom periferním listu vyvinul se maličký prýtek adventivní s panašovanými listy;

3. koruna úplně zelená, toliko dva mladší lístky ze středu mají špičky bílé, jeden z nich pak při spodině čepele bílou skvrnu;

4. střed korunky produkuje slabounce žlutozelené listy;

5. ex. měl 5 lístků, jež byly vesměs sytě žlutě panašovány.

Po přesazení zmizelo panašování u daleké většiny exemplářů a u všech téměř naprosto. Jen jedno individuum nejevilo změny po dvouměsíční kultuře na jednom záhoně. Snad bylo příčinou toho, že kvantum „viru" bylo u něho poněkud jiné, spíše se však referentovi zdá, že cukrovka tato byla jiného typu než většina exemplárů, jichž užito k přesazení. Jsouť vlastně kultury cukrovky, jak již vkročení na kraj pole ukáže, populacemi složení velmi heterogenního, což jednak mnohonásobnou bastardací jejich „linií" a následným komplikovaným štěpením lze vysvětliti, z části však též již botanicky nestejnorodým materiálem, jehož užívá se za osivo.

---

[1]) de Vries H., Die Mutationstheorie 1901, I. Bd.

Vskutku vyznačoval se exemplář zmíněný listy protáhlými, jazykovitými, jaké u *Scolopendria* nacházíme, kdežto celkový typ listů cukrovek přesazených byl tvar dosti krátký, široký, lopatovitý.

Ztráta panašování po přesazení byla již vícekráte pozorována (zda-li se infekční chlorosa ztrácí nebo mění po přesazení celého exempláru, není referentovi známo). Ernst (ct. dle Sorauera, 1908, pg. 678) uvádí, že *Solanum aligerum* Schl. na Karakau nezřídka vystupuje ve formě pestrolisté. Přenese-li se však do půdy výživné, ztratí se panašování, jež dle autora s chudou výživou souvisí. Podobný případ velmi nepatrné „síly" dědičné uvádí Beijerinck[1]) u *Urtica dioica*. Rozmnožoval hřížením pěknou panašovanou větévku této rostliny, již nalezl r. 1894. Již na podzim 1895 nevykazovali potomci této rostliny ani stopy po panašování. Podobně byli vnukové exempláry dříve pestrolisté *Melilotus ceoruleus var. connata* již bez výjimky úplně zelené. Naproti tomu jsou specie, jež se objevují velmi dlouhý čas panašovanými; tak podařilo se jmenovanému autorovi získati od *Thymus serpyllum var. citriodora* teprve průběhem tří let konstantně zelenou formu, u *Barbarea vulgaris var. variegata* pak teprve 8. rokem byla získána familie zelená, která nicméně vrátila se v pozdějším stadiu vývoje k původní své pestrosti. Timpe[2]) (l. c. pg. 92) pozoroval u jednoho exempláru *Fraxinus excelsior foliis aureis*, že po přesazení do zahrady nesl prvním rokem čistě zelené listy.

Jak vidno z uvedeného příkladu Ernstova, přičítána jest ztráta panašování někdy bohatší výživě půdy, do níž jsou rostliny přesazovány. Souvisí to z části s domněním některých autorů, že chudá výživa stimuluje vznik albikace (sr. na př. Sorauer, Handbuch). Nicméně vysvítá z uvedených již nálezů Lindemuthových (1878 pg. 893), že spíše naopak vyžaduje panašování ku rozvoji svému výživy dostatečné. Pro kultury referentovy musí pak býti pointováno, že půda záhonu nikterak nemohla značiti zlepšení ve výživě po přenášení cukrovky, ani jestliže v době přesazování tyto vegetovaly v poli, jež již vývojem kultur ztrácelo na výživných látkách hnojivých.

Bylo řečeno, že jeden exemplář po přesazení na záhon nepozbyl svého panašování, „virus" jeho objevil se tedy poněkud tvrdošijnějším. I byl učiněn pokus, zda by se etiolováním nepodařilo jej vyléčiti tak, jak to Lindemuth a Baur u *Abutilonů* byli shledali. 5. XI. 1913, měl, pěstěn ve skleníku studeném, jeden list dospělý s polovinou bílou, jeden mladší s polovinou žlutobílou, jeden dospělý s krajem dolením na obou polovinách bílým, jeden mladší s krajem na jedné polovici žlutým. Panašování se tedy poněkud seslabilo, snad vlivem slabého zimního osvětlení, jež ve skleníku panovalo. 8. XII. byl v téže místnosti zatemněn a ve tmě pak ponechán až do 9. III. 1914. T. p. = 10—12° C. V té době vyhnal několik listů etiolovaných, typických, karakteristických dlouhými, obloukovitě až skoro v pravém úhlu zahnutými řapíky, na nichž seděla čepel malá, — žlábkovitě dolů prohnutá ba téměř sepnutá, srpovitě za-

[1]) Beijerinck, Chlorella variegata. (Referát v Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., XIV, 1905, pg. 338 seq.)

[2]) Timpe H., Panaschierung und Transplantation. (Mitteilungen aus den botanischen Staatsinstituten in Hamburg, XXIV, 1906.)

hnutá, prosvitavě žlutobílá. Listy ty brzo odumíraly a nelišily se valně od srovnávacího zeleného exempláře, jenž současně nechán etiolovati. V březnu exemplár vystaven opět diffusnímu světlu v téže místnosti i sezelenal v stejně rychlém tempu, jako individuum kontrolní. Barva jeho zeleni dostoupila za nedlouho tonu sytého, tmavého. Žluté skvrny se neobjevily vyjma na nejstarším listě, na jehož špičce po čase nepatrná skvrnka žlutá se projevila. 24. IV. měl exemplár 8 krásně zelených listů, v pozdějších pak měsících neukázala se ani stopa po skvrnách. *Etiolováním téměř tříměsíčním se panašování úplně vyléčilo; albikace cukrovková* neliší *se tedy v tom ohledu od* Abutilonů. Lze se domnívati, že ani příčina obou druhů panašování, infekčního a neinfekčního dle toho není principielně různá. Vývojezpytně pozorujeme ovšem u *Abutilonů* rozdíl ten, že mladoučké listy jsou zelené a teprve na starších že objevuje se skvrnitost pokračujíc se stářím, kdežto u řep již nejmladší listy ukazují se krásně albikátními. Baurovi, jak již bylo řečeno, nepodařilo se vyléčiti etiolováním panašování neinfekční. Snad materiál stromový nehodí se k účelu tomu tak, jako rostliny 1—2leté.

Nechávajíce si diskussi tohoto resultátu na konec popisu celé věci, zmíníme se ještě o výsledku kultur, jež byly provedeny s tendencí vybaviti zjev opačný vyléčení, zmizení„ viru", totiž rozšíření jeho po větší části vegetačního vrcholu, než jaká byla původně panašovacím virem zaujata. Zvolena k tomu methoda, nechati jaksi odpočinouti řepné kořeny t. j. zabrániti mimo jiné činnosti vegetačního vrcholu resp. nedovoliti, aby rozvíjela se nadměrným nějakým způsobem. Pokusy provedeny tak, že řepy uloženy ve studeném sklenníku za slabého osvětlení na vlhkém písku, nicméně nevsazeny do něho; při tom ponechána jim původní „srdce". Jen nejstarší listy odřezány. Jeden exemplář zakrechtován byl v písku polosuchém tak, že spočívalo na něm písku do výše asi 15 *cm*. Všecky řepy chovány ve studeném skleníku, byly pak toliko částečně, nikdy ne po celém rozsahu hlavy panašované.

1. *a*) řepa původně bíle albikátní, od počátku října ve slabém osvětlení.

5. XI. 1913 přesazena do prsti a dána k oknu skleníku majíc malý sektor bílý (1 list úplně bílý, druhý s dolním krajem bílým).

18. XII. 1913 má 14 větších listů, krásně smaragdově zelených, jen jeden list má úzký kraj dole bílý. Později utvořil se pod tímto listem adventivní pupen, jenž vyhnal lístky nepatrně albikátní. Albikace tedy téměř zmizela. 24. V. bylo shledáno, že exemplář nese květonosnou lodyhu a je téměř úplně zelený.

b) Původně byla žlutě a slaběji albikátní než *a*) 5. XI. 1913 po přesazení do prsti nejeví téměř panašování, jen dva listy mají žlutý okraj.

18. XII. Nejmladší listy jsou zelené, dále starší (asi 9 v počtu) zelenožlutě panašované, nejstarší (asi 7) běložlutě nazelenale panašované.

Tak jeví se původní srdce, jež je „cirkulárně“ panašované. Pod ním objevilo se několik adventivních pupenů, jež jsou v celém rozsahu žlutohnědě panašované, pod věncem pak jich několik dalších čistě zelených. V blízkosti jednoho z nich v tomže niveau jiný pupen, žlutozeleně panašovaný.

c) Bíle panašovaná řepa od října do poloviny listopadu chována byla osvětlena v cylindru vodou naplněném. 13. XI. 1913 měla polovinu lístků bílých, druhou zelených, 3 z nich měly skvrny bílé. Lístky všecky odřezány až na nejmladší, načež dána do slabého osvětlení. 18. XII. 1913 má 4 listy úplně bílé, 7 zelených s bílými skvrnami, 7 starších úplně zelených. Zeleně daleko více než albikace, panašovaný sektor se dalece zmenšil.

2. 19. X. 1912 sbírána řepa na polovici těla bíle panašovaná, větší listy její byly polovinou zelené, polovinou voskově bílé. (Text obr. B_1, B_2.) Byla nějaký čas chována v cylindru skleněném ve vodě na světle, většinou však až do 14. IV. 1913 ve skleníku studeném za slabého osvětlení. Když na jaře počaly rašiti listy, objevilo se bílé panašování po celém obvodu vegetačního vrcholku. Pod ním po nějaké době ukázaly se dva adventivní prýty, jež rostly čistě zeleně. (B_3, B_4). Původní vrchol rostl úplně albikátně tvoře menší a menší listy a byl posléze zelenými daleko přerostnut. Nicméně založil po čase přece květenství, květy však téměř všecky byly zakrnělé. (B_5.) Původně sektorielně lokalisovaný „virus“ rozšířil se tedy na celý rozsah původního vegetačního vrcholu.

B 1 (zmenšeno na ½). Fotografováno se strany.

3. Řepa sektorielně bíle albikátní přímo po sběru přenesena 15. VIII. 1913 do písku, se srdcem t. j. vegetačním vrcholem intaktním, jen řapíky byly seřezávány hodně nízko, aby nehnily. 2. X. vyňat exemplár tento a přenesen do květináče ve studeném. Když rozrostl, ukázalo se 9. XI. 1913, že původně sektorielně panašovaný vegetační vrchol tvoří listy úplně bílé. Mimo to v centru utvořily se 3 adventivní pupeny, jež vyhnaly úplně bílé listy. Pod centrem pak utvořil se pupen, jenž měl všecky listy až na jeden úplně albikátní; v blízkosti jeho druhý pupen s jedním listem bílým, druhým zeleným, třetím polovinou albikátním. V témže niveau tři adventivní pupeny byly úplně zelené.

18. XII. rostl původní vegetační vrchol i v sousedství jeho 3 nové adventivní pupeny čistě bílé. Pod nimi stojící adventivní pupeny byly

B 2 Fotografováno shůry.

pěkně zelené. Také v tomto případě rozšířil se tedy „virus“ z původního sektorielního omezení na celý rozsah vegetačního vrcholu, ba zachvátil

B 3 (zmenšeno na ½).

B 4.

i další zony srdce, v nichž tvořily se nyní pupeny bíle se differencující. Zjev byl velice nápadný.

B 5.

4. V listopadu dán jeden albikátní exemplář v cylindru s vodou z vodovodu pod modrý zvon. T. p. 13—14° C. V brzku usadily se, ač

voda opětovně vyměňována, na kořeni bakterie a exemplár odumřel, aniž ukázaly se nějaké změny v barvě listů.

Jak vysvětliti tyto zjevy? Sezelenání se objevilo:

1. po přesazení na nehnojenou půdu, 2. po vydatném etiolování, 3. ve dvou případech, když exempláry vystaveny byly krátký čas slabému osvětlení a po té přesazeny do prsti tolikéž nepříliš výživné. Je otázkou, zda nepůsobilo v posledním případě toliko přesazení, takže výsledek by se kryl s případem 1.)

Albikace přešla na celý vegetační vrchol původní, čili byla stupňována, jestliže cukrovka byla *a*) po dlouhý čas vystavena vlivu slabé intensity světelné, nebo *b*) jestliže byla zakrechtována asi po dobu dvou měsíců.

Zdá se, že při ztrátě panašování působení první a druhé procedury není tak odchylného rázu, jak by se na první pohled zdálo. Cukrovky byly pěstovány v prvém případě na světle, v druhém za naprostého nedostatku světla. Při zatmění mohlo se snad jednati o nedostatek assimilátů, saccharosy. Že by se však po přenesení do skleníku jednalo o týž effekt, o tom referent pochybuje. Zajisté že v uzavřeném a stíněném skleníku assimilační koefficient cukrovek dřív vegetovavších za plného požitku světelného a v měsíci, kdy dostupuje assimilační fabrikace cukru právě maxima, klesl. Naproti tomu však nutno v bulvě předpokládati v té době již nahromadění značnějšího množství uhlohydrátů, než aby nedostatkem jeho mohlo býti vysvětleno vymizení „viru“ panašujícího. Hle, jak hospodářská rostlina přispívá k vyjasnění zapleteného problému. Podobně lze souditi, že ani u *Abutilonu* není faktorem jenž umožňuje vystupování panašovacího „viru“ v dospívajících listech, žádný uhlohydrát ani vůbec zjev stojící v nějaké souvislosti s assimilací, vzdor tomu, že „virus“ vystupuje v typických assimilačních orgánech.

To, co dle mínění referentova je společným činitelem u řep pro přesazení i etiolujících, je intensivní činnost vegetačního vrcholu. Přesazené řepy jsou nuceny tvořiti nové kořání, také nové listy, jak to vůbec po přesazení pozorujeme, rychleji se tvoří, než u rostlin, jež dospívajíce jen nahromaďují a sváději assimilační produkty v kořen. Zakládá se tedy a differencuje řada nových orgánů. Ku stavbě pak jich je potřebí především hojnost látek dusíkatých, jakožto materiálu k synthese bílkovin. Ještě větší potřeba jich nadchází při etiolování. Tento pochod nad to vyznačuje se, jak již v úvodu řečeno, nedostatečným katalysováním synthetických pochodů bílkovinných, čehož u řep přesazených na světle ovšem není. Jaký pak div, že působí pronikavěji na cukrovky, takže ty exempláry, jež „virus“ drží slaběji, již po přesazení jej ztrácí, kdežto vzdornější individua musí býti vlivu etiolování vystavena? Lze dobře mluviti o jakési spotřebě, vyčerpání látky, působící panašování, za etiolování, vyčerpání, působeném zvýšenou energií vegetačních vrcholů. Substancí, o níž se zde jedná, mohly by býti buďto látky dusíkaté resp.

bílkoviny samy, jichž je potřebí ku stavbě embryonálních orgánů, anebo proteidy, jež tvoří základ jistých stadií onoho „viru“ a jež když jsou vystaveny zničení, nemůže dojíti k objevení se sekundárnímu viru a tím k panašování. Specielně pro chlorosu infekční jest možno si ale představiti, že virulentní ona substance jest nějaký organismus, zvláště houbový, jenž parasituje anebo v symbiose žije s částmi, jež se jeví panašovanými. Při intensivním vzrůstu mohly by jeho elementy buďto úplně býti zničeny, „ztráveny“ nebo aspoň tak seslabeny, že po opětném zavedení normálních podmínek nemůže dojíti k opětovanému rozrostění jeho a tím i k účinku, t. j. k panašování. A vystupování zmíněným způsobem se chovající plísně v dospělých listech bylo by tím pochopitelnější, jestliže vývoj její, synthesa bílkovin, z nichž hustá plasma hub sestává, potřebovala by světelné katalysy. Uvidíme, kterak aspoň do jisté míry předpoklady tyto kryjí se s nálezy, jež později vylíčeny budou a jež beze vší pochyby jsou v důležitém vztahu k etiologii panašování. Ba dokonce, že bude vysvětleno, proč činnost vegetačních vrcholů, nikoli dospívajících listů, u řepného panašování neinfekčního je tím podstatným činitelem, který vyvolal vylíčené zjevy po přesazení i etiolování. Jakožto výsledek úvah z této serie pokusů podává se tedy, že již činností vegetačních vrcholů řep rozhoduje se o tom, zda individuum stane se albikátním čili nic.

Fakta vylíčená jakož i důsledky z nich vyvozené vrhají však i jiné světlo na případy, kdy dosaženo bylo rozšíření „viru“ po celých vegetačních vrcholech. Docíleno bylo effektu tohoto tím, že řepy nechány byly po delší čas ve slabém osvětlení nebo v písku. V obou případech měly původní vegetační vrcholy, jež mohly se velmi zvolna differencovati. Zřejmý rozdíl oproti etiolování však zde byl ten, že naprosto zabráněno bylo v obou případech rychlému, přehnanému vzrůstu. Tím vystupuje opět negativní povaha vyvolávaných effektů: Nejedná se o nedostatek assimilatů ani při etiolování, nýbrž o vyčerpání jakýchsi substancí. Tyto však po zakrechtování nebo seslabení vegetace při slabé insolaci ve vegetačních vrcholech řep zůstávají a umožňují asi rozmnožení viru či rozrostění parasita resp. symbionta po větším arealu. Není potřebí ku vybavení tohoto pochodu značného množství látek těchto, vždyť jedná se o areal mikroskopické velikosti a „virus“, dostal-li se jednou do něho, segmentováním základů postranních orgánů, téměř „autokatalyticky“ se pomnožuje. Zdá se, že slabý vzrůst za vylíčených okolností přispívá k tomu, aby virus mohl se rozšířiti po celém vegetačním vrcholu. Mimo ten fakt, že nedochází zde ku vyčerpání, přichází však ještě ku platnosti to, co karakterisujeme nedosti vyjasněným pojmem „Ruheperiode“. Umožnění jakési takovéto periody jest oním plus, jež vybavuje rozšíření „viru“. Neboť nebylo-li by této doby odpočinku, bylo by myslitelno, že albikace zůstane v tom stadiu, na kterém se původně nacházela, t. j. ve stavu panašování sektorielního. Při tom zůstává ovšem ještě mnoho

nevyjasněného na těchto zjevech, jež teprve dalším a podrobnějším experimentálným propracováním bude možno zanalysovati. I v tomto případě je nepochybno, že základní processy, jež rozhodují o kvantitě „viru“ panašovacího, již na vegetačních vrcholech cukrovek se odehrávají.

Pokusy tyto dokazují, že „virus“ panašování infekčního jest schopen jakéhosi „cestování“, že jest do značné míry povahy metastabilní. A přece byla většina exemplárů cukrovkových, s nimiž pracováno, krásně sektorielně panašována. To znamenalo by dle dosavadních našich zkušeností o jiných speciích neinfekčně panašovaných, že nutno u nich předpokládati fixované differenciace, anatomickou stabilitu znaků, které by měly býti neproměnnými. Sektor bílý neměl by se změniti v zelený, natož aby se rozšířil po celém rozprostranění rostliny. Vždyť myslí autoři při nejtypičtější takto stavěné rostlině, *Pelargoniu*, dokonce na to, že každý sektor je vlastně tvořen zvláštním individuem, sektor zelený normálným, sektor bílý abnormním, z jichžto vzájemného srůstu resultuje jednotná rostlina právě tak jako pokusné chiméry Winklerovy povstaly vegetativním srůstem dvou zcela vzdálených sobě specií. Správnosti těchto výkladů rostlin panašovaných již tyto pokusy referentovy nenasvědčují. Naopak ukazují, že sektor bílý a zelený náležejí jednomu individuu a že mohou dle experimentem vybavené změny v sebe býti přeměňovány. Neboť není dobře myslitelno, že po přesazení i zakrechtování rozmohl by se jeden sektor tak, že by úplně zatlačil druhý. I kdyby nastal případ, že by bílý sektor po „odpočinku“ cukrovek tak se zveličil, že by úplně okkupoval na vegetačním vrcholu místo, které před tím zaujímaly sektory dva, musil by se zelený sektor objeviti někde doleji pod svým vegetačním vrcholem, jenž by tím nabyl složení jakéhosi sympodiálního. To však jmenovitě u cukrovky, jež dlouho odpočívavši za slabého osvětlení stala se totálně albikátní, úplně bylo vyloučeno, ony dva pupeny zelené byly adventivní a povstaly daleko stranou od naprosto jednotně albikátně rostoucího původního prýtu. Správnost výkladů Winklerových chimér tím ovšem není ani v nejmenším dotčena. K otázce této se ostatně referent ještě vrátí.

Když se ukazovalo, že karakter panašování řepného již na vegetačních vrcholech je určován, užito bylo jednoho částečně albikatního exempláru, aby bylo stanoveno, jak vůbec jest rozložen „virus“ po vegetačním vrcholu. Jinými slovy jednalo se o to, nějakým způsobem učiniti patrnějšími ta místa vegetačního vrcholu, v nichž jest lokalisován „virus“. Nejlepším způsobem k dosažení toho zdálo se býti referentovi vyvolání tvoření adventivních pupenů na hlavě. Toho mohlo býti dosaženo již tak, že by před přesazením seřezány byly řepám původní hlavy. Bylo tedy jednomu individuu částečně panašovanému srdce hluboko seříznuto, exemplár zakrechtován na dobu od 15. VIII. do 2. X. 1913 do písku, načež přenesen do skleníku. Vskutku se ukázalo — rozšířením se „viru“ aspoň na poněkud větší okrsky stal se effekt asi jen zřetelnějším — že některé

nově vytvořené adventivní pupeny jsou čistě zelené, jiné panašované. A sice bylo nalezeno 7. XI. pět adventivních zelených pupenů v kruhu vnitřním z hlavy vyňatém, o diametru asi 4 *cm*. Ve vnějším, od tohoto asi o 1 *cm* vzdáleném, nalezeny tři adventivní pupeny, všecky panašované, dva z nich zřejmě vyvíjely se sektorielně. Další vývoj prýtů z nich byl porušen asi tím, že byly velmi slaby; nicméně ještě po několika měsících bylo patrno panašování na dvou pupenech, kdežto ostatní jevily se zelenými. Podotknouti dlužno, že ony pupeny zelené rozšířeny byly po celém obvodu kruhu, tři ony panašované pak toliko v jednom úseku jeho. Řepa zůstala tedy vzdor zakrechtování sektoriální. Neboť ony

B 6.

panašované pupeny vznikly asi na místech, kam sahaly stopy po řapících listů, jež byly panašovány v sektoru. Stopy po řapících, jež stály výše než tyto, byly vymýceny řezem, jenž odstranil části parenchymu kořenového výše ležící. Kdyby snad zůstala vyšší část hlavy řezem zachována, snad by se v ní „virus“ byl rozšířil po větší ploše. I tak dokázáno bylo ale jednoduchou zkouškou, že „virus“ panašování řepného může býti lokalisován, eventuelně že může se rozšířiti i do pletiva bulvy hlouběji ležícího a *chlorofyllu prostého*. Tedy i toto faktum svědčí pro to, že chlorofyll resp. zplodiny jeho v listech nejsou oním důležitým faktorem, jenž umožnil usídlení se „viru“ panašovacího v listech. Semenačky panašované vznikají patrně také tak, že vyžene jeden z adventivních panašovaných pupenů, jež se byly vyvinuly na seříznutém srdci po zakrechtování. Jednu takovouto cukrovku, jež na seříznuté hlavě po zakrechtování vyhnala jeden pupen čistě bílý, ukazuje text. obr. B 6.

Transplantováním hleděl se referent přesvědčiti o tom, zda „virus“ panašování může přejíti z jednoho individua do druhého, čili zda by se touto vrcubovací methodou dalo stanoviti, je-li albikace infekční povahy či-li nic. K tomu účelu transplantovány 15. IX. 1913 řípy, jež měly v prů-

B 7.

měru asi 5 *cm* a sice tak, že s individuem čistě zeleným spojena část individua jiného panašovaného a přesazeny do skleníka studeného.

1. Panašovanému exempláru ponechána polovina srdce, při čemž listy jeho uřezány, a seříznut šikmo tak, že přikrýval, že nahražoval asi jednu třetinu vydutiny původní bulvy. Původní exemplář měl téměř celé srdce. 12. X. ukázalo se, že vrůst nenastal, při čemž z transplantátu

vyrašila jedna rozetka, jež měla 2 lístky na jedné polovině nažloutlé, třetí čistě zelený. Barva původního individua zůstala nezměněna.

2. Původní ex. měl skoro úplnou korunu při transplantaci. Transplantát tvořil asi $^1/_3$ svého exempláru a byl od mateřské rostliny oddělen kolmým řezem. 12. X. ukázal se srůst. Původní exemplár byl čistě zelený, transplantát pak utvořil 3 nové malé rozetky, jež též byly zelené. Panašování jeho se ztratilo.

3. Transplantovány poloviny dvcu řep, z nichž jedna byla panašována. Obě měly asi $^3/_4$ koruny. 12. X. byly k sobě z části přirostlé, srůst však se nedostavil. Obě partie byly zelené, transplantát tedy panašování pozbyl.

B 8 (Zmenšeno na ½).

4. Spojeny 2 poloviny řep, z nichž jedna panašovaná. Oběma ponechány $^3/_4$ původní koruny listové. 12. X. ukázal se srůst, část původní byla zelená, transplantát panašovaný. (B7).

5. Dvě poloviny řep, obě mají při spojování skoro celou korunu listovou. 12. X. 1913 srůst. Část původní je čistě zelená, transplantát žlutě panašovaný. (B 8). Transplantování menších částí panašovaných cukrovek nevedlo k cíli.

Několik slov o srůstu spojovaných řep. Transplantát byl přiložen ke druhé řepě, rozříznuté na dvě polovice tak, že periferní kambia co možná nejlépe přišla na sebe. Vskutku objevilo se dosti často, že proti sobě ležící pruhy kambialné resp. svazkové (děje se to jen tenkráte, setkají-li se dvě takové partie pletivné, či jest schopno jediné kambium isolované differenciací, jaké budou popsány?) naduřely kallosně, kteréžto naduřené partie sestávaly z typického kallusového parenchymu. Periferní buňky takovýchto kallusů jeví se protaženy, eventuelně na konci kyjovitě nadouvlé. Těmito konci se stýkají, jednotlivé buňky jednoho kallu vcházejí v intercelluláry druhého. Zdá se, že „srůst“ obojích částí není vlastně ničím jiným, nežli velmi intimním pseudoparenchymatickým propletením jednotlivých takových buněk při jejich dalším vzrůstu resp. segmentování. Často lze nalézti při mikroskopování hranice mezi kallusy původními [1]) (V ö c h t i n g, l. c.)

Tvoří-li se tečkovité kommunikace a plasmodesmy mezi odpoví-

[1]) V ö c h t i n g, Über Transplantation am Pflanzenkörper. 1892.

dajícími sobě buňkami, referent dobře nesledoval. Míst, kde skutečný srůst mezi oběma polovinami se udál, bylo vždy velmi málo a rozprostírala se vždy jen na několik čtverečných milimetrů. Jak pak z předeslaného přehledu vysvítá, několik exemplárů vůbec nesrostlo. Jest však velice pravděpodobno, že příčinou toho bylo to, že užité řepy překročily již věk, ve kterém lze přiměti větší množství kambií k intensivnějšímu srůstu. To mohlo býti také příčinou, že „virus“ panašování nerozšířil se z transplantátu do podložky, takže v tom ohledu je nutno vykonati ještě další pokusy. Pravděpodobnější ovšem je, že „virus“ transplantací vůbec nelze rozšířiti. Od dalších pokusů se srostlými řepami, při nichž měla místa srůstu býti rozříznuta za tím účelem, aby se na nich vyvinuly adventivní pupeny sestávající z pletiv obou spojených individuí, tedy prýty chimerické, upuštěno z toho důvodu, že srůst i tenkráte, když se udál v hlavách obou polovin řepných, lokalisován příliš nízko, než aby mohlo býti očekáváno, že vytvoří se v místech těch pupeny.

Někdy počaly na kouscích panašovaných, jež byly spojeny s normálními, rašiti listy zelené. To dálo se nezávisle od toho, zda srůst nastal či-li nic. Je patrno, že sezelenání bylo podmíněno týmiž příčinami, jež vybavily tento zjev po přesazení řep.

Z minerálních látek, od nichž mohl býti očekáván účinek nějaký na panašování řep, užito síranu železnatého. Známť jest dobře účinek této látky na rostliny vápnem chlorotické, při čemž se vykládá, že stimulována jest jím tvorba chlorofyllu. Na druhé straně jest ale též dobrým prostředkem fungicidním a jako takového jest ho hojně ve fytopathologii užíváno. Poněvadž, jak již několikráte bylo řečeno, referentovi nezdají se dosavadní zprávy o panašování postačitelnými k tomu, aby vylučována byla možnost spolupůsobení nějakého mikroorganismu i při panašování neinfekčním, mohl býti očekáván nějaký účinek od látky, jejíž působení na rostliny je víceznačné. Byly tedy přímo s pole tři řepy albikátně panašované 15. VIII. 1913 přesazeny na záhon u skleníka, k němuž postupně přidáváno 800 *g* $FeSO_4$. 12. X. bylo shledáno, že jeden exemplář má listy úplně zelené (vegetační vrchol jeho byl slabý, i ztratilo se asi panašování nepříliš intensivní pouhým přesazením), druhé dva pak oba jednu polovinu vegetačního vrcholu bíle panašovanou. Oba exempláře umístěny na to ve studeném skleníku, přeneseny do květináčů objemu asi 2½ l; do každého přidáno postupně 500 *g* skalice zelené, množství tedy více než dostatečné. 5. XI. 1913 bylo shledáno, že

č. 1. mělo 11 listů, jež byly krásně bíle panašované, a sice po určité části čepele a 1 list úplně zelený. 2. IV. 1914 nalezeny 3 listy čistě bílé, ostatní kropenaté; v celku na jedné straně exempláře převládá běl, na druhé zeleň.

č. 2. při přesazení do skleníku mělo 7 větších listů bíle panašovaných, 2 zelené. 2. IV. má 14 listů úplně bílých, 1 list zelený s krajem

malým, bílým. K tomu budiž připomenuto, že několik mladoučkých listů bylo v březnu potřeno ½%ním dusičnanem železitým, nebude-li míti sůl železa takto podávaná vliv na vývoj chlorofyllu. Změny nějaké se však nedostavily, rovněž ne po užití síranu železnatého; při tom skanulo něco látky na vegetační vrchol, takže není nemožno, že další jeho vývoj byl tím určován. 24. V. 1914 bylo nalezeno: Všecky listy bílé, nejstarší úplně, mladší (hojnější) s prostředkem šedivým, *periklinálně* albikátní (B9).

B 9.

Nehledíme-li tedy k onomu exempláru, jenž v této serii sezelenal (kteréžto sezelenání ale sotva asi souviselo s účinkem síranu), zdálo by se, že sůl podporovala spíše vývoj albikace. Neboť i v této době, kdy tento referát je psán, u č. 1. převládá panašování nad zeleň a u č. 2. — již při přesazování do skleníku mělo albikaci rozšířenu na větší část vegetačního vrcholu — albikace dle posledních kontroll (podporována nad to ještě dusičnanem?) ještě více se rozšířila. Nicméně nechce referent z těchto pozorování činiti nějakých závěrů a vyčká, až jak dopadne opakování pokusů event. provedených s působením také jiných chemických látek (vápno?)

Několik vitálních barviv bylo studováno s tou myšlenkou, zda listy panašovanými v ně ponořenými nebudou absorbována a zda pomocí lokálních zabarvení, jež v buňkách vyvolají, nedá se postihnouti nějaký vztah k původci panašování. Užito za tím účelem barviva „Janus green" (udává se o něm, že barví in vivo chromosomy ;[1]) v našem případě mohlo býti očekáváno, že tělíska nukleoproteidická budou jí učiněna distinktnějšími), zředěného i koncentrovanějšího, dále modři *Prune pure*, jež dle Ruhlanda[2]) barví za živa odpočívající jádra, zředěné, posléze pak methylenové modři. Panašované listy chovány čepelí vyčnívajíce v malých nádobkách s roztoky, ku srovnání pak užito destilované vody. Transpirací mohla by býti snad převedena barviva zmíněná v čepele listové, kdyby celých stonků semenaček mohlo býti užito, těch však se referentovi nedostávalo. Tak byl výsledek jen skrovný, barviva pronikla jen na kratičkou vzdálenost do řapíku a v čepeli nepozorováno nic, co by svědčilo jich nahromadění. Po nějakém čase listy odumíraly a sice dříve nežli kontrolní, měly pak zvláštní, velmi četné, hnědé důbkovité skvrnky a sice v daleko větší míře než u exempláru kontrolního a dříve je obdrževše.

Podobným způsobem necháno na celé listy působiti některým solím v roztocích v očekávání, že by houbový původce panašování mohl býti jimi usmrcen nebo aspoň k povlovné degeneraci přiváděn, při čemž povstávající produkty by mohly přispěti k jeho odhalení. Nad to pak podávala se možnost, že sole železa způsobí karakteristické sraženiny s obsahem eventuelně apartním panašovaných buněk, čímž by byl získán jakýsi pohled do mikrochemie těchto. I užito: 1. $Fe\,Cl_3$ 1/4%, 2. $Fe\,(NO_3)_3$ 1/2%, 3. $Fe\,SO_4$ 1 1/2%, 4. $Fe_2\,(SO_4)_3$ 1/2%, 5. $K_4\,Fe\,(CN)_6$ 1/4%, 6. $Co\,Cl_2$ 1/4%, 7. $Mn\,SO_4$ 1/4%. Způsob užití týž jako prve, nádobky na světle. Ukázala se různost, s jakou listy v roztocích churavěly. Nejjedovatější byla žlutá krevní sůl, v níž již po týdnu listy byly zbaveny turgoru, měly postranní nervy žlutohnědé a po čepeli více skvrn podobných *cerkosporovým*. Nejméně jedovatým byl $Co\,Cl_2$ a $Mn\,SO_4$, v nichž se udržely téměř po 10 dní listy beze změny. Nejnápadnější byl účinek $Fe\,SO_4$: Listy po dlouhou dobu jevily turgor a již po několika dnech měly hlavní i vedlejší nervy modravě šedě, jakoby inkoustově zabarvené; totéž v okolním parenchymu. Po jednom týdnu jeví se listy celé osmahle hnědočernavé až na slabé ostrůvky mezi některými nervy. Nervy postranní při hlavním a z části i tento smolově černé. Na průřezech listy jest viděti, že černá barva omezena jest na určitá pletiva a sice v řapíku jest to kollenchym, v hranách i pod nimi, jakož i v prostřed pod hřbetem rozložený. V listu pak jmenovitě pletiva, jež od hlavního žebra vycházejí do postran-

---

[1]) G. J. Kite & R. Chambers jr., Vital staining of Chromosomes and the function and structure of the nucleus. (Science, XXXVI, 1912, pg. 640.)

[2]) Ruhland W., Studien über die Aufnahme der Kolloiden durch die pflanzliche Plasmahaut. (Pringsheim's Jahrbücher, *51*, 1912, pg. 381.)

ních svazků, vybíhajících do čepele. V tenkých nervech kollenchym rozložený kol svazků. Ukázala se pak černá barva umístěna v „primordialních vacích“, v jádře, nejčastěji však také ve bláně buněčné. V pokožkách pozorovány často chuchvalce hnědé. Partie žluté sestávaly z buněk, jež měly stěny žluté. Nikde nepozorováno sraženin, jež by se vyloučily v luminech buněčných. Buňky nechovají již chloroplastů, ve žlutých partiích v nich málo bakterií, v černých však jsou hojnější, až zoogloey jich zde vystupují; plasmolysovati se nedaly i byly již odumřelé. Před odumřením čepel z části zaschla. $Fe\ (N\ O_3)_3$ působil do jisté míry podobně. V řapíku vysoko objevovalo se temnohnědé zabarvení lokalisované na některé části kollenchymu, vrstvy subkollenchymové, části tvrdého lýka a některé cévy. V čepeli objevují se větší hnědé ostrůvky sestávající ze seschlých buněk. Mezi nimi diffusní zabarvení žlutohnědé. $Fe_2\ (S\ O_4)_3$ attakoval listy rychleji než skalice zelená, nervy nabyly jeho působením barvy slabě žluté, čepel pak při odumírání měla světle hnědý ton. $Fe\ Cl_3$ působil na listy tak, že uhnily od spodu. V $Co\ Cl_2$ objevilo se na konci lístků zabarvení namodralé, později pak v hořejších partiích violetově načervenalý ton. Posléze pak objevily se na čepeli intensivně hnědé skvrny sestávající z mrtvých buněk, v nichž probíhaly hojné, nápadně tlusté *hyfy*. Roztoky nepůsobily tedy na buňky desinfekčně co se týče některých, patrně saprofytických mikrobů. Dálo-li se co s původci panašování, nebylo lze zjistiti. Co se týče hyf, jež zastiženy v buňkách, attakovaných solucemi, vychází na jevo, že snad listy panašované chovaly již před zkouškami nějaké mikroorganismy ve svých buňkách, což by jen svědčilo tomu, že dosavadní naše mikroskopické vědomosti o kvalitách těchto protoplastů jsou nedokonalé. Mohly však také zcela proniknouti do buněk ze zárodků resp. kvasinkám podobných organismů, jež se dosti hojně objevují na povrchu listů řepných a jež sotva stály v souvislosti s „virem“ panašování. Zbylé lístky, jež se nacházely v roztocích solí, po čase jevily zvláštní skvrnitost. O bližší příčině její nemohl si referent zjednati poučení. Beijerinck[1]) (1899 pg. 310) udává, že je ferrokyanid draselnatý s to vyvolávati v listech tabákových jím nastřiknutých „braune tote Gewebeflecke“ podobně v 5%ních roztocích.

Jsou-li tyto skvrny identické s oněmi, jež referent pozoroval v těchto seriích, není ovšem jisto. Jak bylo řečeno, neprozradily roztoky solí v buňkách přítomnost nějakých substancí, o nihcž by mohlo býti tvrzeno, že jsou výsledkem nějaké zvláštní výměny látek; při tom je ovšem na bíledni, že jinaké sloučeniny byly by poskytly asi výsledky po případě opačné. Bylo tedy zkoušeno, zda nejsou vůči působení některých plynů z atmosféry listy rostlin panašovaných citlivější než listy rostlin normálních, zelených. Východiskem bylo jedno pozorování, jež učiněno na panašo-

[1]) Beijerinck M. W., Bemerkung zu dem Aufsatz von Herrn Iwanowsky über die Mosaikkrankheit der Tabakspflanze. (Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., V. Bd., pg. 250 seq.)

vaném *Ribes gracile*. Listy druhu tohoto mají světlou, bledožlutou, někdy trochu nazelenalou barvu. Větvička panašovaná dána byla pod zvon, pod nímž stála řada Petriho misek naplněných 10%ní želatinou, která připravena byla s pivem. Misky tyto znečistily se bakteriemi a hlavně plísněmi, jimiž želatina byla ztekucena. Rozklad byl však ještě hlubší, neboť když byl vložen pod zvon kalíšek s destilovanou vodou s fenolfthaleinem, zčervenal asi za $^1/_4$ hodiny tento, lakmusový papírek červený pak v brzku zmodral. Očividně vyvíjel se rozkladem pivní želatiny ammoniak. Také na panašovaném rybízu objevily se záhy změny, kol kraje vystoupily skvrny hnědošedé a přes noc listy odumřely. Zelené lístky z větve, která byla celá zelená, v jejímž sousedství se nacházely bílé listy, zhnědly také, zhnědnutí pak vycházelo od nervů. Opakováno bylo několikrát, při tom vždy listy nastřihnuty. Poněvadž nebylo vyloučeno, zda celý dříve normálně se vyvíjející list panašovaný nechová látky, jež vlivem působivých substancí z rozkládající se želatiny hnědnou, i když užito listů zelených ke zkoušce, opakována věc také s jinými speciemi i nepanašovanými, jichž listy vloženy pod týž zvon přes noc; listy před tím naříznuty, aby plyn(y) mohl(y) do nich snadně vnikati. 11. VI. 1913.

1. *Collutea arborescens*, mladé měkké listy. Žádná změna, listy zelené, úplně zdravé.

2. *Pirus floribunda*, starší nepanašované i mladší listy. Mladší s červenohnědými skvrnami, starší ač také nastřihnuté, jen při kraji s pruhem červenohnědým nepříliš širokým.

3. *Ribes*; bílý list, kol kraje široká obruba hnědošedá i zelený parenchym uprostřed listu zčernalý.

Specifický účinek ammoniaku zkoušen byl následujícím způsobem. Pod pětilitrový zvon dán 1 *ccm* ammoniaku, vloženy různé rostliny, zvon mazem uzavřen. Po 12 hodinném působení objevily se takovéto změny ve zbarvení listů:

Ribes, bíle panašované i zelené; barva hnědošedá.

Robinia, tmavě modrá, indigová (s *Ribesem* nejintensivněji zbarveny); příčinou zbarvení byla šťáva vakuol v palisádových buňkách.

Syringa, červenohnědě.

Zbarvily se slaběji předešlých, nicméně přece poněkud *Sambucus* zelený i bílý (*albomarginata*), *Tilia parviflora*, *Acer Negundo*, *Aesculus Hippocastanum*.

Nezbarvil se vůbec *Abutilon*, zelený ani panašovaný, také známek odumření nejevil.

Dle tohoto pokusu mohl vskutku vliv „hnijících“ desek spočívati ve vzniku ammoniaku a v působení jeho na šťávu bunečnou rostlin. Podle zkoušky s ammoniakem samým jest však očividno, že rostliny panašované nechovají se vůči němu různěji než nepanašované. Ku podivu však *Abutilon* nepodléhal účinkům jedovaté atmosféry čpavkové o zředění, jehož užito. To jevilo se referentovi důležitým dosti, aby opakoval pokusy

s větší koncentrací látky. Neboť ukazovala se cesta jednoduššími prostředky než komplikovanými analysami poučiti se o tom, zda nejsou aspoň rozdíly v panašování podmíněny přítomností určitých látek v buňkách listů. Neboť albikace *abutilonová* již makroskopicky je rozdílná od rybízové.

Pod týž zvon dáno tedy 5 *ccm* ammoniaku a držány v něm větévky nepanašované i různým způsobem panašované *Abutilonu*. Po 10 hodinách jevil se tento výsledek:

Zelená, nepanaš. rostl.: Žádná změna v barvě listové, jen starší listy nažloutle zelené.

Panaš. rostl., mladé listy „aurea“: Žádná změna.

„ „ , starší „ „ : „ „ .

Nejstarší listy, původně bíle panašované: pro působení ammoniaku skvrny nabyly barvy aureově žluté se slabým náběhem do žlutočervena; zelené ostrůvky podržely barvu nezměněnou.

Jenom u nejstarších listů *abutilonových* objevila se tedy slabá „ammoniakalní “reakce. Jak by se chovaly jiné infekční chlorosy referent nemohl zkoušeti z nedostatku materiálu. Z toho však, co bylo nalezeno, u specií velmi různých oddělení, možno souditi, že ammoniaku podléhají všecky rostliny a že jen co se týče rychlosti a intensity, s jakou vystoupí zabarvení šťávy, lze očekávati rozdíly. Nicméně rozdíl v chování se *Abutilonu* byl nápadný a není vyloučeno, že jakost šťávy bunečné u *Malvaceí* jest ve vztahu s karakteristickou nemocí panašovací, jež u nich tak zhusta se objevuje.

Jakási citlivost objevila se nicméně přece u jiné panašované rostliny, třebaže stupeň její nebyl velký a nebyla příliš odlišná od rostlin nepanašovaných. Bylo uvažováno o tom, zda panašování „aureové“ u *Sambucus canadensis* nedalo by se vyléčiti slabší intensitou světelnou, jak toho dosáhl Baur u *Abutilonů* a jak podobně etiolováním dokázáno bylo pro cukrovku. O pokusech, jež byly provedeny za tím účelem, bude řeč později, zde budiž toliko uvedeno, že panašované prýty sambukové umístěny byly pod prostornou skříní skleněnou, řeznou plochou ve vodě za diffusního osvětlení v chodbě s východním osvětlením. Mimo ně kultivována byla na písku, jenž pokrýval dno skřínky, jatrovka *Calypogeia Trichomanis* v hojných polštářích. Do téže prostory přidáno několik panašovaných prýtů od *Ribes gracile*. Již po 10 dnech pozorováno bylo intensivní opadávání listů od *Sambucus*, za nedlouho pak potom ukázaly se polštáře *Calypogeie* nápadně violetově hnědě zbarveny a sice ve velkém množství. Při mikroskopování se ukázalo, že listy jejich jeví šťávu buněčnou červenavě hnědě zbarvenou, očividně oxydovaly se při odumírání protoplastů chromogeny,[1]) *Peklo* 1913), jež obsaženy jsou v jejich

[1]) Peklo Jaroslav, Studie o inaktivaci fotosynthetické assimilace (Akademie 1913, pg. 17 seq.).

buňkách. Nemohlo býti jinak, než že etherické oleje, diffundující z listů *Ribesu* — celá rostlina druhu tohoto intensivně jimi páchne — působily na jatrovku tuto a zároveň, jak se zdá na *Sambucus*; tento druh reagoval pak na „otravu" intensivním odhazováním listů. Opadávání jejich jistě bylo způsobeno jen přítomností *Ribesu*, vždyť opadly všecky listy, což nikdy se nestalo, byly-li podobně chovány *Sambuky* samotny pod skříní. Aby mohlo býti sledováno, do jaké míry působí atmosféra tohoto složení také na prýty jiných rostlin, dány pod tutéž skřínku 10. VII.

1. prýty od *Sambucus canadensis* (aureově panašované), *Sambucus nigra albomarginata* (z největší části zelený, jen se slabounkou obrubou bílou), *Sambucus nigra* (normální, zelený), *Ligustrum vulgare*, *Tilia parviflora*, *Philadelphus coronarius* (vesměs zelený).

2. Pod jinou skleněnou skřínku týchž rozměrů a za stejných poměrů tytéž rostliny a mimo ně několik prýtů *Ribes gracile*. 16. VII. shledáno, že mimo bezové všecky ostatní jsou intaktní. Všecky bezy naproti tomu byly opadalé ať byly zelené či panašované. Internodia jejich stonků naproti tomu z části se isolovala, v uzlinách vybujely v sněhobílé polštářky buňky parenchymatické, jež nacházely se na rozhraní vždy dvou internodií. *Sambucus nigra* zelený opadal také, v obou skřínkách pak panašované listy bezové zhnědly. V té však prostoře (č. 2.), kde nacházel se *Ribes*, zhnědly i opadané zelené listy od *Samb. nigra*. Jest na bíledni, že tento effekt, oxydování chromogenů, může býti jen exhalaci listů rybízových přičítán, vůči níž ani normalní bezové listy neobjevily se resistentními, ba na něž působila pozměněná vlivy ribesovými atmosféra otravně. V literatuře nemáme, aspoň pokud je referentovi známo, zpráv o podobném působení etherických olejů, působení, jež může míti jakousi důležitost pro oekologii porostů rostlinných, jež vylučují větší množství etherických olejů resp. pryskyřičné vůně jako na př. lesy jehličnaté[1]), Labiaty atd. Že množství takto exhalovaných látek může býti značné, jest dostatečně známo a lze pozorovati všeobecně zvláště na výslunných místech jižních krajin. Jak známo, proslovili Tyndall,[2]) Volkens a Dixon domněnku, že atmosféra parami etherických olejů takto nasycená chrání vlivem své menší diathermansie rostliny oproti příliš silnému zahřívání a přílišné ztrátě vody (námitky u Detto-a, proti němuž zase Burgerstein hájí hypothesu Tyndallovu). Jest však zajímavo, jak jedovatě působí etherické oleje z *Tropaeola* (též z *Gaul-*

[1]) Teprve když již byla tato publikace referentova ukončena a sepsána, dostala se autorovi do rukou práce Alfréda Kocha (Über die Einwirkung des Laub- und Nadelwaldes auf den Boden und die ihn bewohnenden Pflanzen, Centralblatt für Bakteriologie etc. II., 41. Bd, 1914, pg. 545 seq.), v níž jest vykládáno, že opadávající s korun konifer jehlice etherickými oleji, jež obsahují, na půdu lesní i její rostlinstvo působí jedovatě, čímž snad také z části známé vlastnosti jehličnatého humusu vznikají.

[2]) Cit. dle Warming, Oecology of Plants, 1909, pg. 107 a Neger W., Biologie der Pflanzen auf experimenteller Grundlage, 1913, pg. 155 seq.

theria) na vzrůst *Saccharomyces mycoderma* (méně prudce na bakterie octové a kyseliny mléčné.)[1])

Již milligram oleje postačí, aby zastavil vzrůst plísně ve 100 *ccm* piva. Známy jsou ostatně i retardující účinky terpentinového oleje na vzrůst i stimulující vliv kafru na klíčení atd. (Literatura *v Czapek*, 1905 II. p. 927). Snad by zasloužila otázka tato také se stanoviska referentova bližšího prozkoumání.

Co se však týče pozorovaného opadávání listů, tu jest možno, že etherické výpary *z Ribesu* působily i na ně.

Pak bychom se setkali zde s podobným zjevem, jaký nastává u petal různých květů dle Fittinga[2]) (l. c. pg. 260), vystaví-li se vlivu par etherových a chloroformových za vysokých partiálních pressí. Nicméně dostavoval se zjev tento také ve skříince, pod níž nenacházel se *Ribes*. Zde asi exhalovaná větším množstvím listů, jež se nacházely v dosti slabém osvětlení, takže neassimilovaly pravděpodobně příliš silně, uhličitá působila. Také tento zjev pozoroval Fitting, v jeho pokusech zvláště uhličitá působila předčasné opadávání květních plátků. Dle Fittinga jedná se zde o zvláštní process podráždění, o „odhazování" celých živých orgánů, jež jest působeno oddělováním se živých buněk následkem podráždění (1. c. pg. 248); pro zjev tento zvolen případný název „chorismus". Fitting vyvolal zjevy choristické u květů působením vzduchu laboratorního následkem stop svítiplynu, jež obsahuje, dále uhličitou, kouřem tabákovým, parami kyseliny solné, narkotik, dále přenesením květů do zvýšené teploty, konečně i otřesem. Pravděpodobně objevující se i v přírodě zhusta všeliká ta opadávání listů se stromů ještě před podzimkem sem také náležejí a bylo by záhodno, aby i pathologové více ji všímali podobných úkazů. Gymnocladus (cit. dle Fittinga, p. 256) shazuje listy ve vlhké atmosféře již po 48 hodinách.

Dle Molischových pozorování také internodia od *Ephedra graeca* a *Viscum album* oddělují se od sebe v prostoru parami nasyceném, u *Crassula* v poměrně suchém vzduchu pokojovém, u *Goldfussie* (Wiesner) ve vlhkém prostoru zatemněném a v roztoku 2½%ním oxalové, u *Begonie* ve tmě. *Abutilon* shazuje pupeny květní po přesazení, *Begonia tuberosa* květy i poupata v teplých topených místnostech. *Ligustrum* odvrhuje v temnu zralé bobule. Dle *Brown-a* a *Escomba* již vzduch o obsahu uhličité 0·114% CO_2 dráždí poupata od *Nicotiana, Cucurbita* a *Fuchsia* k odpadnutí i prýty od *Impatiens* k tomu, aby odhazovaly internodia a listy. Furlani dosáhl rychlejšího opadávání listů právě tak odnětím uhličité jako zvýšením její tense na 1·5—4%, Brizi u *Euonymus japonica*, révy a vavřínu, Shonnard u citronníku svítiplynem. Fitting pozoroval, že lístky i vřetena listová u *Mimosy* opadávala již po 2—3 dnech v atmosféře svítiplynové. U všech těchto zjevů jedná se pravděpodobně o chorismy.

---

[1]) Beijerinck M., Ueber Glukoside und Enzyme in den Wurzeln einiger Spiraeaarten. (Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., V, pg. 425 seq.)

[2]) Fitting H., Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik *49*, 1912.

X.

Byla již učiněna zmínka o pokusech, jimiž snažil se referent přiměti panašované prýty od *Samb. canadensis* k sezelenání. Užito k tomu počátkem června 1913 prýtů asi 1 *dm* dlouhých, krásně „aureově" vybarvených; jen nejmladší lístky byly poněkud nazelenalé. Již po 2 dnech bylo možno pozorovati pod skleněnou skříní na chodbě stojící (navlhčeným pískem udržováno v ní zároveň dostatečné vlhko), že většina lístků nabyla světle zelené barvy; po 14 pak dnech většina prýtů měla listy již intensivně tmavě zelené. Té doby byly již často vytvořeny i kořínky i bylo možno přesaditi rostliny do studeného skleníku. Asi v polovici července vsazeny 4 takovéto exempláry na původní místo na Albertov, odkudž vzaty a kdež vystaveny byly intensivní insolaci. Intensivní zeleň udržela se u jednoho z nich do polovice srpna, u druhého — tento prýt později po přesazení počal růsti — až do září. U ostatních větévek jakož i u těchto dvou objevilo se však panašování opět „aureové" formy, navrátilo se tedy zpět. Úplného „vyléčení" slabším osvětlením (a také asi vlhčí atmosférou) nebylo dosaženo; etiolování nebylo zkoušeno. Že však pod skleněným příklopem zeleň nebyla působena epistropickým nakupením chloroplastů, jakéž se dostavuje v listech bezových ve stínu, proti tomu svědčí, že i na Albertově na přímém slunci udržela se zeleň po jistý delší čas.

Brassica oleracea albicata.

Roku 1901 publikoval H. Molisch[1]) zprávy o panašování u této rostliny (náleží k varietě *Brassica oleracea acephala*), jež je tím zvláštní, že albikace její závisí od nižších temperatur. Pěstována totiž ve studeném skleníku tvoří jen v zimě listy na zelené půdě bíle skvrnité. Při tom jeví se čepel částečně zelenou, nervatura, zvláště hlavní žebra a jejich okolí, jest barev světlých, žlutavé nebo po většině sněhobílé. Tímto střídáním bílé a zelené barvy povstává skvrnitost, jakési panašování. Zjev tento je dědičným a sice jak od řízků tak semeny. V létě mizí panašování; při tom jest výživa i jiné vnější okolnosti úplně beze všeho účinku. A sice — lze to pozorovati dle Molische již v dubnu — stávají se tu zelenými panašované listy, které již na rostlině byly, nejsou-li jen příliš staré, dále pak veškery listy, jež se nově vyvíjejí, takže v létě i slabá albikace na listech náleží k největším výjimkám. Jakmile se však přiblíží říjen, dostavuje se panašování opět na nejmladších listech, jež se z pupenu vynořují a při další kultuře ve studeném skleníku stupňuje se víc a více až asi ke konci února dosahuje maxima. Panašování zmizí také, jestliže se ze studeného skleníku přenesou rostliny zimní do temperatury 12-15° *C*. Tu sezelenávají bělavé listy a ty, které se znovu tvoří, objevují se již úplně zelenými. Při tom pozměňuje se i differenciace nově se objevujících ze-

[1]) H. Molisch, Ueber die Panachüre des Kohls. (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft 1901, XIX, pg. 39 seq.)

lených listů dle stáří: jeví se pozvolné přechody ze tvaru palistů až k oněm typickým formám, jež jsou karakteristické pro listy normální (T i m p e [1]) 1906, pg. 99).

Lze tedy i experimentem dle M o l i s c h e dotvrditi, že je to temperatura (a nikoli na př. stupeň osvětlení), jež je podmínkou pro stupeň panašování: relativně nízké temperatury dopouštějí, aby se vyvinulo, příznivé je buďto zrušují nebo zabraňují, aby se vůbec dostavilo. Tím odlišuje se případ tento od jiných známých druhů panašování, u nichž spočívá tato abnormita na vnitřních příčinách a pozorování M o l i s c h o v o bylo by příkladem pro to, že na vystoupení jeho mohou působiti vnější faktory.

Transplantace zelených a panašovaných exemplárů se T i m p e - m u nezdařila. Nelze tedy říci, zda je panašování *Brassiky* zjevem infekčním. Květy však obojích rostlin dají se dobře křížiti a sice i reciprokně. Dle T i m p e - h o (pg. 101) nelišily se však nijak rostliny F_1 — generace od sebe.

M o l i s c h srovnává (pg. 34) albikaci tuto se známým zjevem, že za nižší temperatury se chlorofyll vůbec špatně tvoří a že pod určitým minimem může dojíti sice ještě ke vzrůstu rostlin, ale nikoli ku tvoření jeho. „Daher ist zu erwägen, ob hier beim Kohl überhaupt eine Panaschüre vorliegt und ob nicht das Ausbleiben der Chlorofyllbildung, wie bei vielen anderen Pflanzen nur auf niedere Temparatur zurückzuführen ist“. Připomíná, že u rostlin, jež se na jaře objevují žlutými, nikdo nemluví o panašování a že to, co vyznačuje jeho *Brassicu*, je okolnost, že za nižší temperatury objevuje se zbělení po výtce jen v okolí nervatury. Poznamenává však, že jeho rostliny často, jestliže byly stály po celou zimu ve studeném skleníku za temperatury 2—6° *C*, na konec mohou zběleti úplně a tvořiti listy sněhobílé. Takže by se kombinovalo zde panašování se zjevem potlačení chlorofyllu vlivem nízkých temperatur, jak je pozorujeme u četných nepanašovaných rostlin.

Referentův zájem upoután byl k této rostlině tím větší měrou, když nalezl na ní některé znaky, které ji úplně stavěly po bok známým *Pelargoniím*. Znaky ty nicméně neobjevovaly se stálými, aspoň experimenty mohlo v ně býti zasáhnuto. Ukázala se tedy cesta ku pochopení tak zv. chimerického složení rostlin pelargoniových a dosaženo více resultátů, jež by mohly vésti k rozluštění tohoto zjevu. Zároveň ukázaly se shody s vyloženými již karaktery panašování u cukrovky.

Rostlina referentova náležela také druhu *Brassica oleracea*, které však varietě, nemohlo býti zjištěno. Během té doby, kdy pěstěna ve studeném skleníku ústavu pro fysiologii rostlin, stala se z ní rostlina vytrvalá. V této podobě však jevila barvoměnu závislou na temperatuře právě tak,

---

[1]) T i m p e H., Panaschierung und Transplantation. (Mitteilungen aus den botanischen Staatsinstituten in Hamburg, XXIV, 1906.)

jak to popisuje Molisch pro svůj exemplář: na podzim a v zimě byla převážně bělostná, na jaře a v létě zelená. Kulturou seslábla již poněkud její vegetační síla, nicméně zdraví její je neporušené, tvoří velké množství krásných větévek, na jichž konce jsou omezeny listy. K jaru byly prýty tyto tak značně albikální, že na dolní polovině rostliny převládala zeleň, kdežto na hoření byla nápadnější běl. (Br_1) .Po odkvětení r. 1913, kdy celý exemplář byl čistě zelený, nechán něco semen její vyklíčiti a dosaženo tak 10 mladých rostlin. Zároveň učiněny z několika prýtů postranních řízky. Již ke konci srpna objevily se na několika semenáčcích, jež chovány byly venku v létě, které toho roku bylo chladné,

Br 1.

Br 3.

bílé skvrny na listech. Začátkem listopadu byly mladé rostlinky a to jak řízkové tak semenáčky vesměs krásně panašované. Panašování bylo však u nich velmi různého stupně, od rostlin, které byly skoro úplně zelené, jevily se všecky přechody až k exemplářům, u nichž zeleň zaujímala jen malou část rostliny. U 8 semenáčků na př. jevily se 1. XII. 1913 takovéto poměry:

1. Jeden byl téměř úplně zelený, jen listy byly prokvetlé.

2. Druhý má 2 listy téměř úplně bílé, ostatní zelené (resp. zeleně skvrnité).

3. Třetí má více lístků téměř úplně bílých. (Br_3).

4. Ostatní mají jen 1 list úplně zelený — jeden z nich postrádá vůbec listů čistě zelených — ostatně jsou úplně bílé až na to, že kraje jejich mají někdy širší, temně zelený lem.

Vzhled semenáčků byl v celku velmi bizarní. Karakteristické bylo pro ně, také pro větévky mateřské rostliny, že často byla celá plocha listová úplně sněhobílá beze všeho nádechu do zelena i bez mramorování. Kraj pak listový že často byl zubatý, ba laločnatý, na kterýchžto místech bylo lokalisováno velmi hojně chlorofyllu (*Br* 3), části tyto byly při tom značně ztlustlé. Listy semenáčků měly obyčejně řapík prodloužený, čepel pak úzkou, téměř kopisfovitou. Řízky měly naproti tomu většinou listy široké, ploché, sice vroubkované, ale se zoubky ne tak nápadnými. Panašování na nich, velmi úzké, bylo omezeno na nervaturu, čímž nabývaly krásného mramorového vzezření (*Br* 4). Albikátní tyto žíly byly úzké nebo širší, v tomto případě pak činily přechod ku rozložení albikace po větší menší části čepele. Listy, které dosáhly nejvyššího stupně albikace, byly sněhobílé. (*Br* 5, 6). Slabší intensita její projevovala

Br 4.

Br 5.

se tím, že mezi bílými nervy prosvítaly partie bledězelené. Dále byly tu listy, jež na těchto místech měly parenchym intensivně zelené barvy a konečně takové, jichž čepel byla úplně zelená až na to, že sem tam některý

bod zůstal bílý. Často objevovala se takováto běl toliko na spodní straně nervů. Řapíky u silně albikátních listů byly obyčejně též bělostné barvy. Někdy byla však toliko část jich takto zbarvená, jindy dokonce úplně bílé.

Jelikož u hříženců listy neopadávaly tak rychle jako u semenáčků, bylo možno mnohdy z rozložené albikace u nich vysledovati, v jaké sukcessi objevovala se ablikace při vzrůstu celého prýtu. Listy, které byly úplně zelené, byly nejstarší (*Br* 5); patrně byly to ony listy, které byly tvořeny, když ještě rostlina tvořila výhradně zelené listy. Od nich pak následovaly všechny přechody až k oněm listům, které se nacházely pod vegetačním vrcholem a jež byly nejvíce albikátní. Nejmladší

Br 6.

listy však, pokud ještě byly složeny v terminální pupen, jevily se makroskopicky žlutozelenými, což však pocházelo hlavně odtud, že slabě zelené barvy byly krajové lístky zubaté, jež na mladších listech zaujímaly relativně větší část plochy čepele než u starších. Nejstarší, nejspodnější část stonku v té době, kdy rostliny byly již úplně vybarveny, byla čistě světle zelená. Výše byla světlejší, až objevila se zona, jež byla čistě bílá v místě, kde také bílá koruna listů se nalézá. Toto pozorování, jelikož nikde nemohlo býti stanoveno, že by na př. zelená část dolejší byla vystřídána jiným pletivem tak, aby zůstala trčeti na vnitřních částech stonků jako nějaký obal, kterým by prorážela vnitřní část na periferii bíle zbarvená, vedlo k úsudku, že asi v určité době vegetační vrchol sám roste zeleně, jindy bíle. Domněnka tato se potvrdila však toliko z části.

Na průřezu stonkem hřížence, jenž je pěkně panašován — řez budiž veden tou partií, jež je na venek pěkně zelená; v našem případě stalo se

tak nehluboko pod vegetačním vrcholem, odtud pak asi o 1·5 *cm* hlouběji kůra byla již úplně zelená — jest viděti, že panašování rozkládá se pouze na povrchu lodyhy, že největší část stonku je zelená. (Text obr. *A*, *Br* 2.) A sice je bílou kůra, čistě intensivně zelenou dřeň a dřevní parenchym svazků cévních, jež rozkládají se v kruhu splývajíce svými v této části ovšem ještě meristematickými elementy. V lýku je velmi málo chloroplastů, rozdíl pak mezi dřevem a lýkem je nápadný a náhlý. Kůra objevuje se většinou čistě bílá, řídčeji ukazuje se u pěkně panašovaných řízků trochu zeleni také v kůře. U jednoho takovéhoto exempláru shledána intensivní zeleň v malém ostrůvku, který nacházel se při tom místě,

Br 2, *A*.

kde v kůře jinak bílé připojoval se řapík zelený. Na podélných pak řezech (zkoumány 2 exempláry, srov. text. obr. *Br* 2, *B* a *C*) objevuje se krásný bílý pruh táhnoucí se kolkolem vegetačního vrcholu kontinuitně. Skládá se z několika vrstev buněčných, differencuje (pozorováno ke konci listopadu a začátkem prosince) základy listové, jež jsou-li nejmladší, někdy jsou bledavě zelené, jsou-li dospělejší, uvnitř jeví zelený pruh obdaný bělavou zonou, dále základy květů; dostane-li se k medianě základ mladší větévky postranní, jest její centrum intensivně zelené, obruba bílá. Bílý kraj hlavní lodyhy táhne se až ke kambiu. Veškerý střed, dřeň i ostatní pletiva jsou intensivně zelená, zelený tento parenchym přechází pak do dřeni postranních větévek, jež jsou též krásně zelené. Zeleň tato ostře odlišuje se od běli kůry, k níž připojují se doleji sněhobílé base řapíků listových. Vystupuje tedy na vegetačních vrcholech hříženců — očividně na semenáčcích také — jen jsou zde poměry nesnadněji vystižitelné, jelikož

vrcholy jsou menší, — krásná periklinální stavba, dle níž vším právem bylo by lze zváti tyto rostliny v době, kdy byly zkoumány, chimérickými dle názoru Baura-Winklera, jak je promítají ve stavbu *Pelargonií*, a sice periklinálně chimerickými.

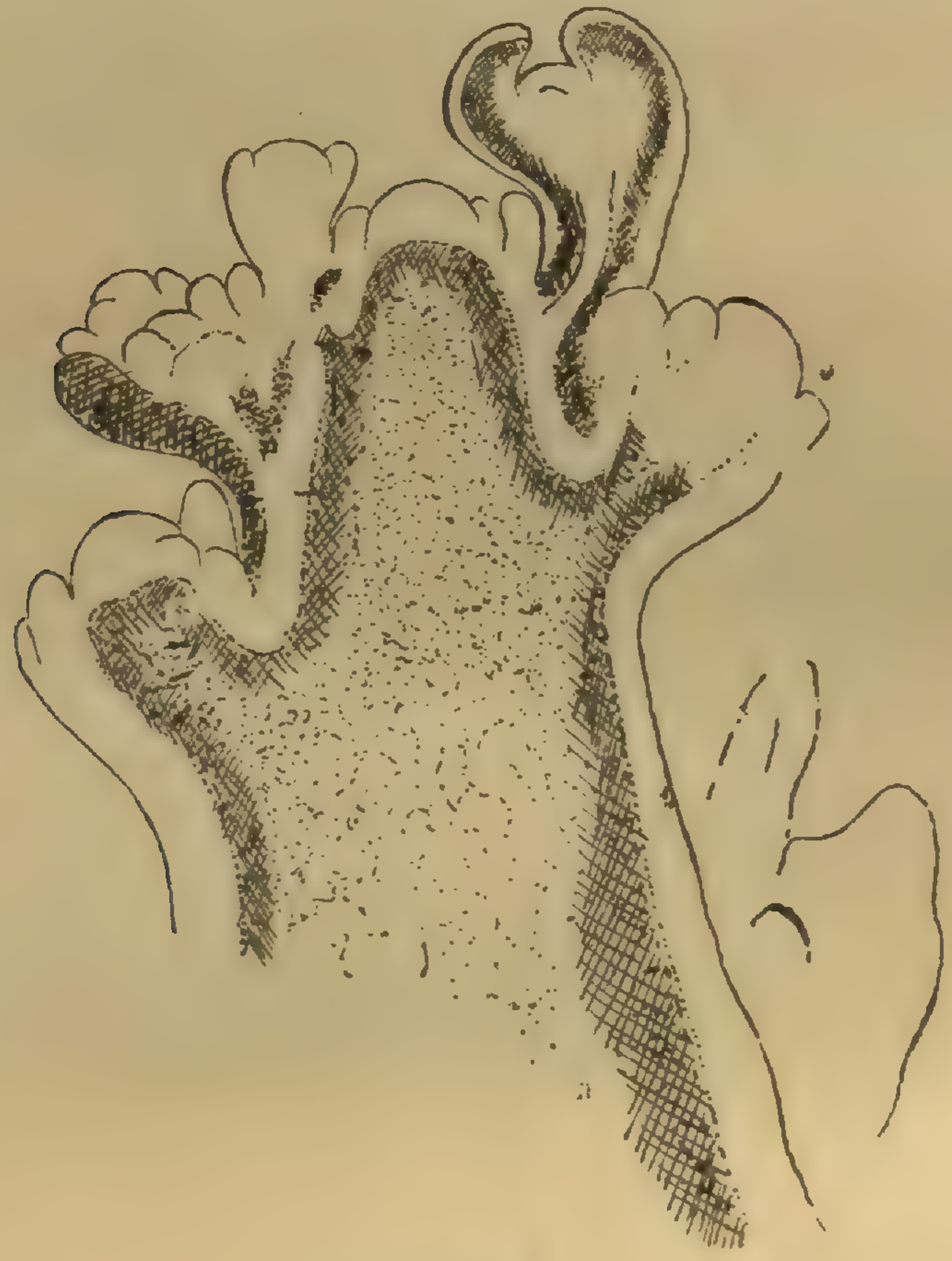
Místo semenáčků zkoumal referent s hlediska tohoto větévky mateřské rostliny. Zvolen jeden prýt zelenější, druhý s převládající albikací. Prvý měl 4 nejstarší lístky úplně zelené, 5 se dvěma bílými proužky, šestý a sedmý skoro úplně bílé, růžička vegetačního vrcholu od zelených vrcholů

Br 2, *B*.

žlutavobílých lístků prosvítá zeleně. Na podélném řezu jeví se kůra v nejstarší části odříznuté špičky zelenou, druhé „internodium“ (mezi basemi dvou nad sebou ležících listů) je úplně bílé. I rozloženo v podélné řezy. Střed, dřeň inklusive kambium, má sytě zelenou barvu. Kolkolem však táhne se opět distinktně se od ní odlišující zona svou slabě nazelenalou barvou. V tomto případě tedy kůra vegetačního vrcholu nebyla čistě bílá, nicméně periklinální stavba jeho byla velice nápadnou. Vrchol tento vytvořil v blízkosti pobočni vegetační vrchol, jehož špička differencovala jen maličko doposud nových základů. I tento byl krásně periklinálně stavěn, ana kůra byla jen velmi slabounce zelená, ještě slaběji, než v pře-

dešlém případě, kdežto centrum vynikalo nápadným zeleným parenchymem. Vzdor tomu tedy, že prýt byl převážně zelené barvy, měla kůra jen nepatrné množství chlorofyllu.

Jiný postranní prýt měl toliko dva listy zelené, 7 mladších bílých. Vegetační vrchol byl kratší než jaký bývá u řízků. Kolkolem periklinálně chimerická kůra, velmi slabounce zelená a ostře odlišená od střední zeleně; až do délky 4 *cm* mohla býti sledována od špičky vegetačního vrcholu.



Br 2, *C*.

Podélné řezy vegetačními vrcholy *Coleusu* a *Abutilonů*, i panašovaných, ukázaly poměry naprosto jiné: jen špička byla žlutavě zelená, pod ní hned táhla se kůra intensivně zelená, již oddělovaL bílý pruh kambialní od zelené dřeně. Po periklinálnosti ani stopy.

A přec byla u *Brassiky* nejspodnější internodia stonků, jichž vrchol byl periklinálně albikátní, čistě zelená, zeleň musila tedy přejíti v albikaci. Periklinálnost byla tedy jen temporérní. Ostatně lze sledovati tytéž zjevy i na stavbě listů: Objevuje-li se v nich kde sezelenání, je úplně homogenní, po celém průřezu jeho ukazujíc, že nenadchází výměna pletiv, nýbrž že tytéž buňky, jež dříve byly bílými, nabývají schopnosti vytvořovati chlorofyll.

Fakta tato vzbudila v referentovi přání poučiti se o tom, zda jednou periklinálně založené struktury zůstávají fixovány v tomto

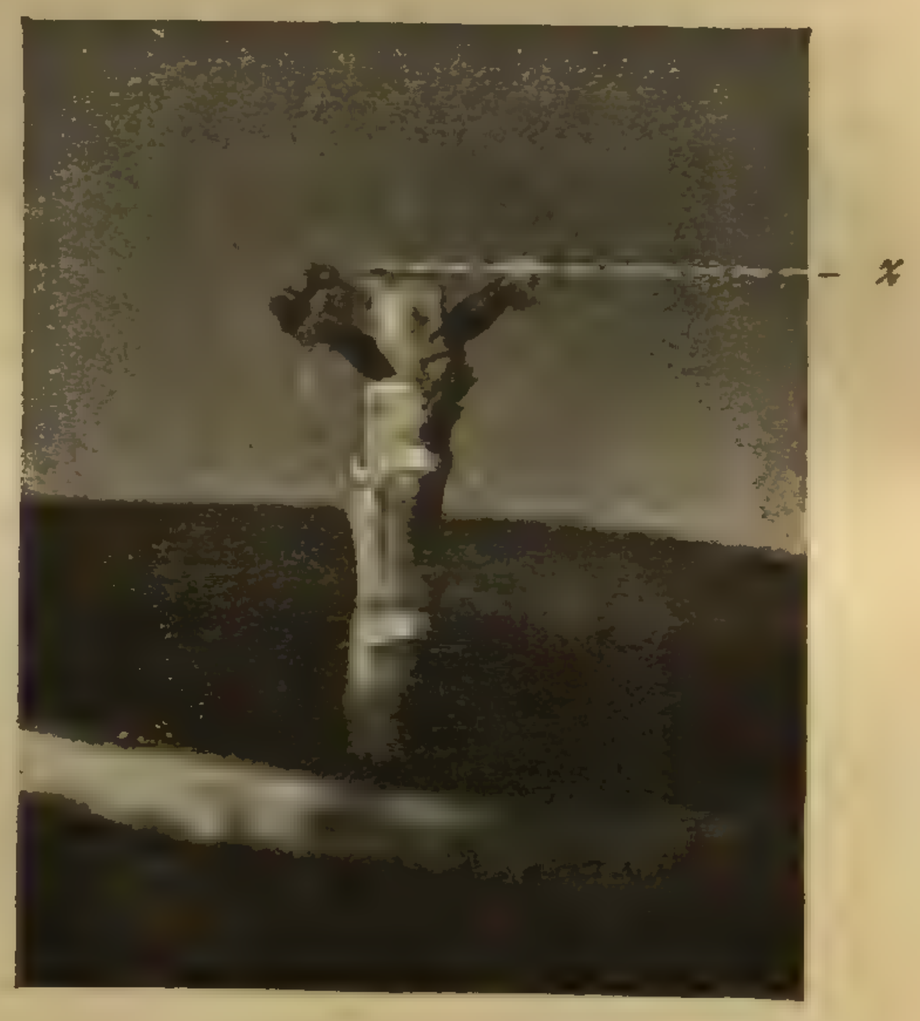
stavu po celou tu dobu, jež jest vyměřena intaktnímu jinak vrcholu či zda lze experimentálně zasáhnouti v život takovýchto prýtů tak, aby se projevila fysiologická variabilita jejich. Vykonána byla tedy serie pokusů také v tomto směru. Počet jejich byl ovšem omezený nedostatkem materiálu, dále pak dužnatostí rostlin, jež nedovolila, aby nechány byly etiolovati. Pokusy začaty koncem listopadu a skončeny v dubnu 1914. Mimo vliv vyšší teploty teplého skleníku (zde temperatura v zimě kolísala mezi 15—20° *C*. Ve studeném skleníku, kde stála mateřská rostlina *Brassiky*, bylo 18. 1. 7° *C*, ve střední místnosti, kde chována větší část kultur, 12° *C*. Venku bylo toho dne — 10° *C*, zima byla vůbec dosti tuhá a dlouho trvala) zkoušeno, jak budou růsti prýty, jež budou seříznuty (zbaveny vegetačního vrcholu, „dekapitovány") hlouběji, totiž tak, aby zbýval jen kousek bílé části stonku nebo čistě bílý pahýl. Dále, zda jest schopna střední, dřeňová, zelená část stonku nabýti zelené barvy. Zda vegetační vrchol zbavený bílé své kůry a obnažený tak, že jest úplně zelený, zbělá či zůstane zeleným, zda vyžene postranní pupeny a jaké budou barvy. Jak bude se chovati vegetační vrchol, bude-li přinucen k regeneraci pravé či restituci podélným zářezem. Vyvinou se mimo to na řezné ploše adventivní pupeny a jaké budou barvy? Jaká bude kvalita regenerátů morfologická i jaká jejich barva, která pletiva účastní se na jejich vzniku a jak přispějí ku realisování barvy? Jak se bude chovati při tom periklinalní chiméričnost? atd. Na konci práce umístěný protokoll[1]) zodpoví tyto otázky.

Připomeňme si ještě jednou složení naší rostliny v zimě. Dolejší část stonku je v celém rozsahu zelená, ostatek pak má zelený střed, bílou kůru. Kol vegetačního vrcholu táhne se bílý obal pletivný. V té době, kdy se z něho vyvíjejí čistě bílé listy, musíme předpokládati, že i střed (část pleromu) stane se úplně bílým, vždyť svazky cevní differencují se z pleromu a ten dříve byl zeleným. V létě, kdy se tvoří čistě zelené listy, mohl by podobně celý vegetační vrchol státi se čistě zeleným, tedy i kůra, jež dříve byla bílá, nabýti zelené barvy. Také však byla by možnost, že střed lodyhy — zelený — proroste v té době bílou korou a že regeneruje kůru novou, jež ovšem jsouc zelená vytváří toliko zelené listy. Opačný případ, jenž by vysvětlil vznik čistě bílých differenciací, ovšem možný není. Bylo by možno pouze si představiti, že ta část bílé kůry, jež se právě přes špičku táhne, vbují jakýmsi způsobem do těch vrstev pleromu (zeleného), jež se nacházejí pod ní, a přeroste je. Anebo že bílý dermatogén a periblém na špičce vrcholu vytvořiti může též bílý plerom, nový vegetační vrchol, jenž roste dále, kdežto bývalý přestane růsti. Všecky tyto výklady ovšem nejsou příliš pravděpodobné, již z toho důvodu, že konsti-

[1]) Zmíněný protokoll zamýšlel původně referent umístiti uprostřed práce v těchto místech, také jej se zřetelem k tomu psal. Z důvodů technických musil býti však umístěn až na konci IV. části „Studií", dle čehož nechať se čtenář laskavě zařídí. Na poslední stránce protokollu tohoto nacházejí se textové fotografie *Br* 20—29.

tuovavší se jednou čistě zeleně nebo bíle vegetační vrchol musil by zůstati naprosto stejnobarevným po všecky další periody vegetační, tedy na př. ten, jenž povstane prorostnutím zelené dřeně a jenž je čistě zelený, neměl by, nemaje základů bílého pletiva, differencovati nikdy bílou kůru. Jest však naproti tomu pozorovati zcela pravidelné střídání bílé i zelené barvy při činnosti vegetačního vrcholu. Budou differencovati (v zimě) bílé partie toliko bílé části postranní, zelené partie zelené? Část lodyhy, s níž oloupnuta byla kůra, ať se nad skalpovaným místem nacházely pupeny či nikoli, nikdy nezbělela. Než to nemůže býti důkazem pro nesprávnost předpokladu, že zelená pletiva střední části lodyhy nejsou schopna zbělení, poněvadž na seříznutém místě nevyvíjelo se regenerací žádné nové pletivo, nýbrž obnažená plocha prostě zašla. K rozhodnutí však o tom, zda z bílé kůry jen bílá pletiva mohou povstati (obsahující ovšem spolu deriváty

Br 7 (*B*).



Br 8 (*C*).

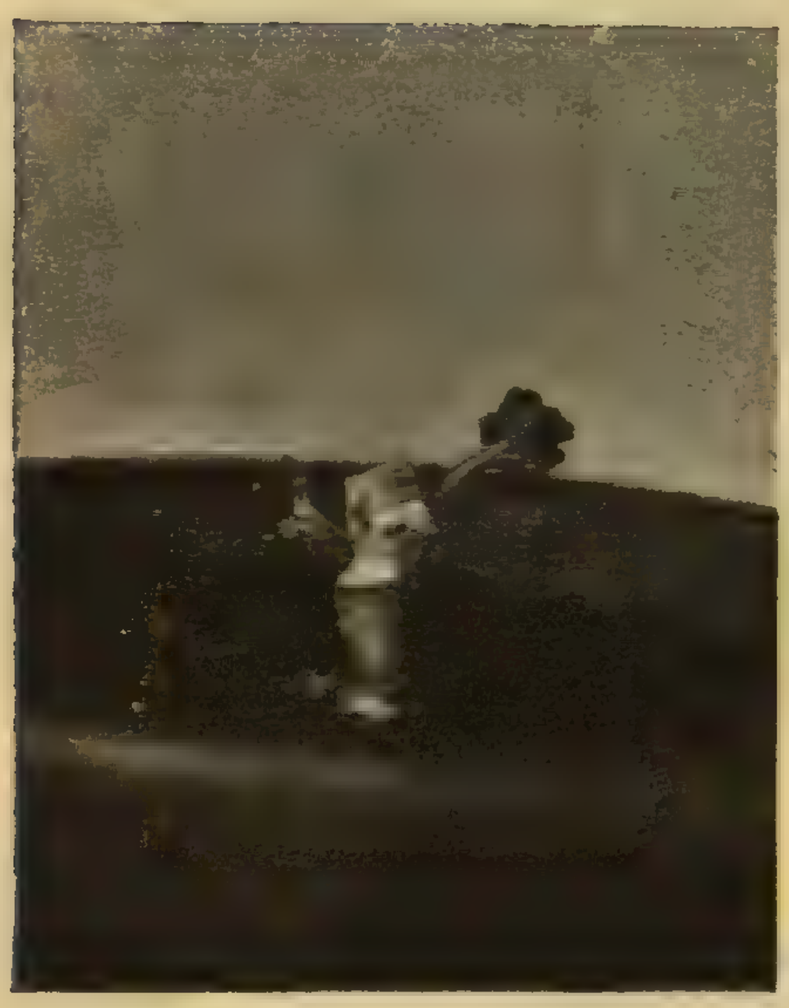
zeleného pleromu lodyhy), ze zelené toliko zelená, posloužila schopnost lodyhy, vyháněti po amputaci vegetačního vrcholu postranní pupeny.

Ukázalo se, že seřízne-li se (studený skleník) lodyha tak hluboko, aby byl pahýl úplně zelený, že vyrážející pupeny úžlabní (listy jsou ovšem v té době již dávno opadané) vytvářejí listy, jež jsou jak v mládí, tak za dospělosti úplně zelené. Ani nervy na spodní straně nemají bílé barvy. (Exemplář *B*, *Br* 7). Naproti tomu byl nechán u ex. *C* pahýl tak dlouhý, že celá hořejší jedna třetina měla kůru úplně bílou: tři pupeny, které se na ní vyvíjely, byly s počátku všecky úplně bílé, později sezelenaly z nich 2 starší, posléze zbyl pak nejmladší, jenž zůstal dlouhý čas bělavým. (*Br.* 8 nejhořejší pupen x). Nicméně objevila se později i na tomto zeleň. Přece však ukázala se na několika lístcích pupenů z této partie běl, třebaže ve stopách, tak na př. na přimárních lístcích v uzoučkých proužcích při

špičkách. (*Br* 9). Avšak ani ty pupeny, jež se vyvinuly na spodnější partii, poněkud již zelené, nebyly úplně zelené. Zajímavo je, že na jednom

Br 9.

z nich měly primární listy špičku zřejmě nedokonale vyvinutou t. j. vykrouženou a malým cípem dolů zahnutou. Zde pak byl parenchym bě-

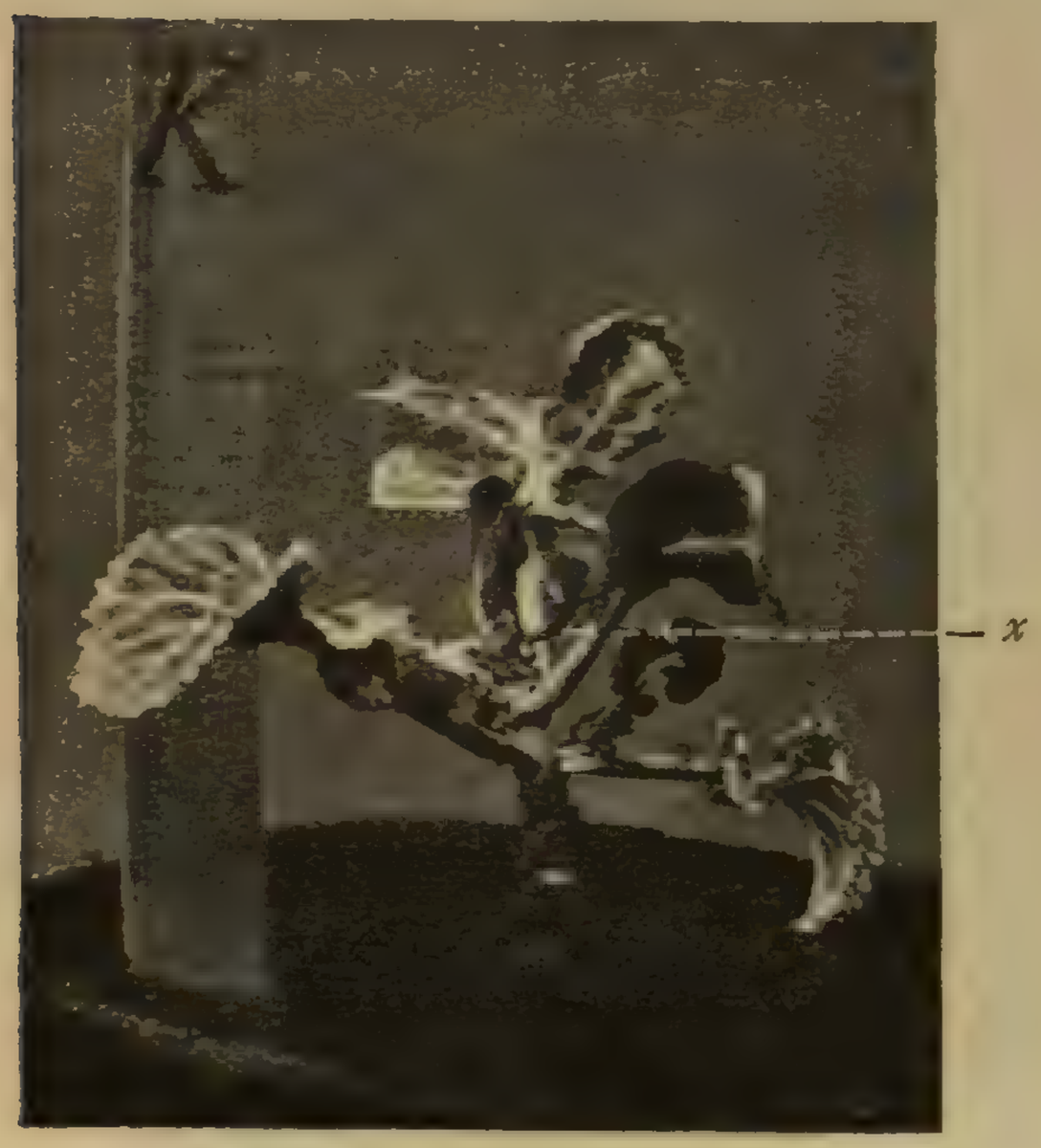


Br 10 (*A*).

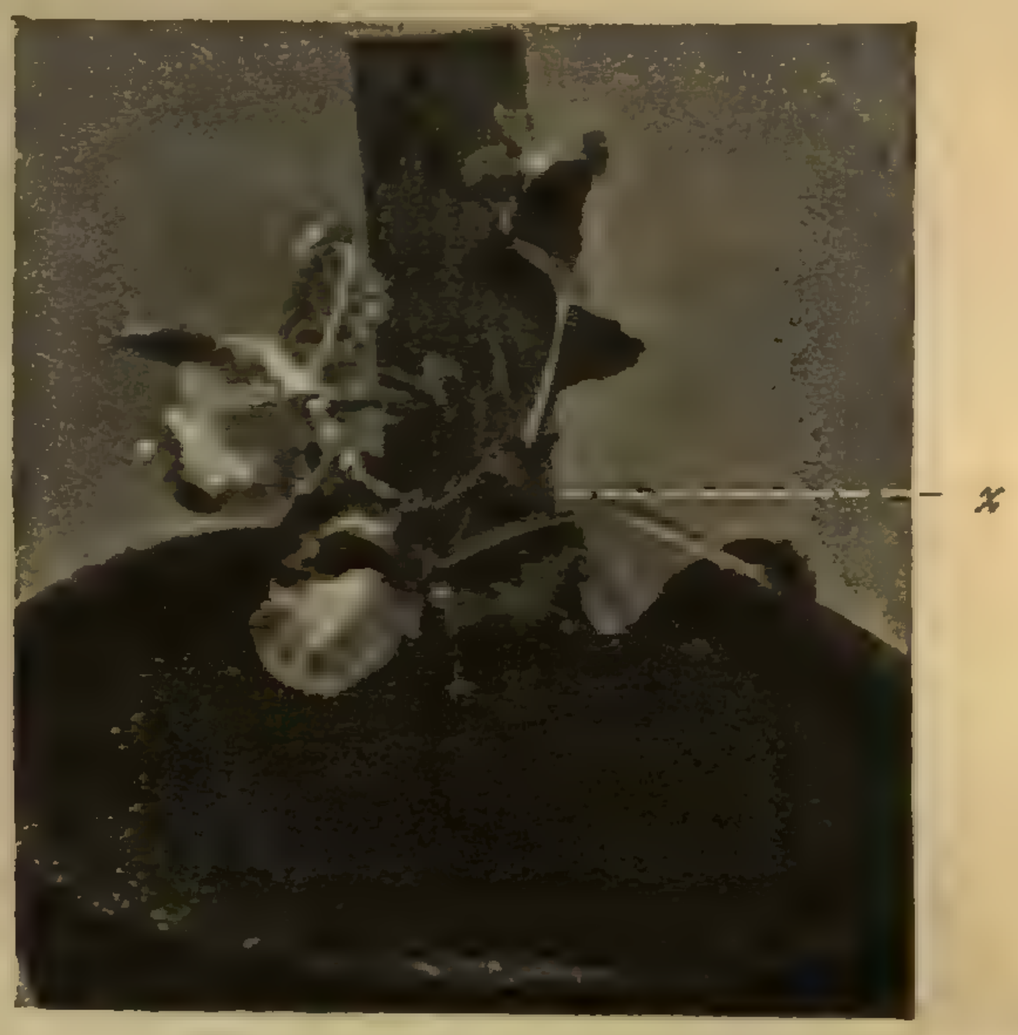
Br 11 (*A*).

lavý a nestače očividně vzrůstem svým okolním partiím zeleným, dostal se do oné abnormní polohy.

Aby listy nestaly se úplně zelenými, k tomu stačí, aby na mateřské



Br 12.



Br 13.

části zbyla docela slaboučká část bílá. U ex. *A* dokonce ukázala se až po jednom měsíci nejhořejší část slabě bílou, patrně dalším vzrůstem nepatrná zona bílá, jež při dekapitaci nebyla vůbec znatelná, se prodloužila. (*Br* 10). A patrně vlivem tohoto nepatrného zbytku bílého se stalo, že více listů po čase vytvořilo čepel, která uprostřed měla malou bílou skvrnu, (*Br* 11). Ku podivu byly pak to listy sekundární, listy prvotní zůstaly úplně zelenými. U 2 ex. (*K* a *L*,[1]) *Br* 12, 13 a *Br* 14), oloupán kol do kola vegetační vrchol skalpelem tak, že zůstala obnažená dřeň a asi také část pleromu. Na

Br 14.

[1]) 5. I. dán exempl. *L.* do teplého skleníku.

této partii (při x) objevily se po čase hrboulky, jež se vyvinuly v listy. Očividně vyvinul se zde jeden nebo dva pupeny, asi adventivní povahy. Útvary tyto byly pak čistě zelenými právě tak jako pletiva, jež jim byla

Br 15.

dala původ. Pěkně kontrastovaly od pupenů s nimi stejně starých, jež se byly vyvinuly na bílé, nesloupané části lodyhy, a jež byly od počátku také bílými a jež, když sezelenaly, aspoň nervy na spodní straně podržely bílými.

X.

Jest stěží možno vykládati, že zelená barva pupenů, jež se objeví na oloupaných vrcholech, resultovala z aktivovaného „regenerací“ vzrůstu. Pupeny nerostly příliš rychle, což zvláště bylo viděti u ex. *K*. Ostatně

Br 16.

stejná aktivace i na bílých částech mohla se dostaviti, a přec i zde — aspoň s počátku — dostavila se barva bílá. Jediný výklad, jenž je zde možný, je ten, že barva vyvíjejících se pupenů byla podmíněna barvou

místa, na němž se pupeny nacházely. Za téže zimní temperatury byla tedy chimérovitá struktura i fysiologickými svými vlastnostmi na rostlinách brassikových stabilní.

Že však stabilita tato není trvalou, to možno pozorovati již na exemplárech, jež se chystají ke květení. Tak je viděti na *G* (fot. $^2/_4$, *Br* 15, 16), kterak původní běl lodyžek omezuje se pod květenstvím na pruhy, jež se táhnou podél lodyhy mezi jednotlivými listy. Zdá se, že založení listů má vliv na objevení se pruhu zeleného; aspoň jest viděti jednotlivé pruhy zelené právě pod insercí zelených listů. V každém případě přechází periklinálnost v jakousi sektorielní „chiméričnost". Při anatomování se však ukázalo, že ačkoli hranice mezi bílou a zelenou částí je ostrá, přece

Br 17 (*D*).

ani stopy není po tom, aby pletiva obou barev byla od sebe oddělena nějakou rýhou, skulinou, puklinou, odumřelými buňkami atd., aby bylo možno se domnívati, že náleží dvěma různým genotypům. Totéž bylo pozorováno ostatně i na některých listech, jež přisedajíce k podobným pruhům měly zelené i bílé žilky. Na nich dokonce i přechody povlovné byly stanoveny mezi částmi bílými a zelenými. Pupen květní konečně úplně byl zelený, ani kališní lupeny neměly bělavých nervů. Jakož pak již Molisch i Timpe stanovili, shledal také referent, že pupeny, jež se vyvíjejí za tepla, differencují se barvou úplně zelenou. Poněvadž semenáčky intaktní po přenesení do skleníka teplého hynuly, užito opět schopnosti amputovaných stonků regenerovati z úžlabních pupenů. To ukázalo se i tenkráte, když pupeny takovéto stály na bílé části kůry a s počátku rostly bílou barvou. Již po 14 dnech objevily se (ex. *L*))skoro zelenými, v následující pak době ztratily úplně běl. Zároveň se však objevilo, že z velké části příčinou zelené barvy za vyšší temperatury vyhá-

nějících pupenů je rychlejší vzrůst těchto. Srovná-li se na př. fot. *Br* 10, *Br* 8 s *Br* 17, jež obě zhotoveny byly téhož dne, jest viděti rozdíl nápadný, prýt *A* i *C* jsou zdélí pouze několika *mm*, prýt *D* má však vyvinuty již velké primární listy a i druhotné jsou již velmi značné. Podobně má *Br* 14 (teplý skleník) založenu již korunku rozložitou širokych listů, *Br* 13 (studený skleník) naproti tomu toliko jeden malý adventivní pupen (ačkoliv *Br* 14 fotografována skoro o 1 měsíc dříve). I domnívá se referent, že zrychlený vzrůst částí, jež se vyvíjely v teplém skleníku, byl vlastní příčinou ztráty bílé barvy, nikoli temperatura sama o sobě; vegetační vrcholy jakoby z bílé barvy byly „vyrostly“. Jest pak velmi pravděpodobno, že nejinak působilo i rozštěpení vegetačního vrcholu *Brassik*. Obě poloviny takto povstalé konstituovaly nové větévky, jež vytvořily

Br 18

Br 19.

listy zelené. U exempl. *H* (*Br* 18) stalo se to sice v době, kdy již normální semenáče differencovaly listy zelené. U druhé rostliny (*J*, *Br* 19) však bylo velmi krásně viděti, že již záhy, daleko dříve a předčasněji než se na vrcholech intaktních zeleň pozoruje, rozdvojený vegetační vrchol differencoval listy zelené, které také po celou další dobu zůstaly stejné barvy. Pozoruhodný byl zde náhlý přechod, s jakým se objevily na bílém stonku listy normální. Nápadno je, že stalo se to právě u rostliny, jíž byl vegetační vrchol rozštípnut daleko hlouběji, než jak se to bylo stalo u *H* exempláře.

Regenerační činnost pletiv je vždy spojena s novým přílivem resp. převodem živných látek na dotčená místa, jež také jich hojně zkonsumují k differencování nových částí. To pak má za následek jakési ochuzení regeneračního místa, další zvýšenou činnost atd., takže pochody, které na takovýchto vrcholech se odehrávají, nejsou nepodobny do jisté míry

zjevům u přesazovaných cukrovek atd. Opět zde vystupují v popředí látkoví činitelé, tatáž pletiva, jež dříve differencovala bílé části, při regeneraci sezelenávají. O mechanické nějaké výměně pletiv zelených za bílé sotva zde může býti řeč.

Br 30.

Vzpomeneme-li nyní úkazu, že v době, kdy již temperatura stoupá, a kdy i ve studeném skleníku očekávali bychom všeobecné sezelenání rostlin dříve bílých, mnohdy pozorujeme naopak vystoupení krásně bělostných listů, jakých dříve nebylo pozorovati — tak bylo to nápadné letos na př. na mateřském exempláři, který differencoval (začátkem dubna) při vrcholu lístky šmahem bílé (*Br* 30) — po kterýchžto však náhlým pře-

chodem následuje květenství úplně zelené nebo na dolejšku zelenými lístky obklopené — tu jest nepochybno, že jedná se o zjevy, které souvisejí nějakým způsobem s vytvořováním květů. Differencování zelených listů květenstvími a listenů zelené barvy ve květenství samotném mohlo by souviseti s kvalitou látek, jež jsou sváděny do těchto částí. Zde mohlo by se jednati o známé vlivy, které dle K l e b s e vybavují tvoření květů a kteréžto vlivy u panašovaných *Brassik* mohly by vyvolávati také sezelenání. Jaké jsou příčiny, které vyvolávají intensivní zbělení listů v předkvětní periodě, zůstává referentovi záhadno. Také bude nutno řešiti zvláštními specielními pokusy otázku, které látkové faktory spolu s vytvořováním květů vybavují sezelenání květenství. Že však poslední zjev t. j. sezelenávání hořejších částí a vůbec celková albikace z velké části s látkovými vlivy, které na konec až ve vyvolávání květenství vyvrcholují, souvisí, pro to mluví okolnost, že obyčejná řepka (*Brassica napus oleifera*) již časně z jara (v polovině dubna) hotová květenství mívá založená, takže časné differencování květenství tomuto dvouletému resp. vytrvalému rodu jest immanentní. Takže je dokonce možno, že vliv temperatury na sezelenání, jaký se projevuje ve studeném skleníku počátkem jara, vlastně je podřadný a že jest jej převáděti na vnitřní faktory, jež rozhodují v rostlině. Faktory tyto pak lze fysiologicky definovati a jak se referentovi zdá, v základě jsou příbuznými s těmi, jež rozhodují při sezelenání, při regeneraci i rychlejším vzrůstu, jejž lze vyvolati vyšší temperaturou.

Periklinální chimérita u panašované *Brassiky* je tedy zjevem periodickým a látkovými vlivy, jež v rostlině panují, ovládaným. Chiméry *Pelargoniové* dle mínění referentova jen stupňovitě od ní se liší. Toliko tím, že nepozorujeme u nich žádné periodičnosti, nýbrž že v celém vývoji rostlin konstantně udržuje se periferní vrstvička bílá, kol středních partií zelených u periklinalně budovaných sort.[1]) Je otázkou, zda nevyléčily by se takovéto *Pelargonie* na př. etiolováním jako panašované cukrovky. (Zda jest podporováno panašování toto světlem, o tom není dosud zpráv). Výklad, že pokožka bílá by při tom odumřela a byla nahražena zelenou, jež by byla differencována vnitřnějšími pletivy, sice není nemožný. Nicméně zdá se referentovi pravděpodobnějším, že nejedná se u panašovaných *Pelargonií* o chimerické spojení dvou různých genotypů, jak B a u r se domnívá, nýbrž že zbělení periferních částí u periklinálních i výsekových podmíněno je nějakým „virem", jako u jiných neinfekčně panašovaných rostlin. K rozluštění té otázky, jaké je povahy tato panašovací látka u *Pelargonií* hodila by se albikátní *Brassica* právě svou „mutabilitou" a snad i tím, že bylo by možno na ni působiti chemickými substancemi, přidávanými k rostlinám ze vnějška.

---

[1]) Nicméně i u *Pelargonií* albomarginálních pozorujeme častěji vystupování lístků silněji albikátních, čistě bílých atd.

Cytologie rostlin panašovaných.

Mohlo by se zdáti podivným, že dosud není obsáhlých publikací o cytologii panašovaných rostlin. Vždyť mohly by právě nálezy cytologické poskytnouti solidní basi pro experimentální práce, jimiž by příčina tohoto abnormního zjevu byla dokázána. Neboť experimentování o věci velmi záhadné může sice přispěti k objasnění a práce Corrensovy, Baurovy i jiných autorů vskutku neobyčejně obohatily naše vědomosti o těchto zjevech, také experimentu bude příslušeti poslední slovo v těchto otázkách, ale jako při jiných problémech tak ani zde nemělo by býti cytologie tak pomíjeno, jako dosud se děje. Nicméně vysvětlitelný tento stav věcí je a sotva jiná jest jeho příčina než obtížnost, s jakou se potkává cytologické studium i jiných podobných abnormních zjevů. V každém případě zdálo se referentovi povinností, když podjal se studia panašovaných rostlin, informovati se co možná nejpodrobněji o všech mikrostrukturách, jež vyskýtají se v protoplastech panašovaných. Studia tato nepovažuje za ukončená sdělením dat, jež budou v následujících řádcích uvedena; a sice z toho důvodu nikoli, že vyčerpávající a příliš mnoho času zabírající pozorování mikroskopická dovolila mu toliko o určitém materiálu se informovati. Na druhé straně však se domnívá, že resultáty, jichž bylo dosaženo, jsou plně závažné pro konečné rozluštění otázky, která jest to příčina, jež způsobuje panašování neinfekční. Při tom připomíná již na tomto místě, že i kdyby se podařilo stanoviti chemickou konstituci „viru", jenž způsobuje abnormní zabarvení chloroplastů na př. *abutilonových*, že nemusilo by to znamenati rozluštění pravé příčiny této nemoci, právě tak nikoli, jako na př. toxin tetanový není sám příčinou ztrnutí šíje, nýbrž bakterium, jež jej produkuje.

Pro dvě různá nazírání mohla by býti vychodiskem data cytologická v otázce naší. Mohlo by především uvažováno býti o tom, zda z nějakých mechanických příčin (na př. abnormním dělením buněčným, jak vykládá Ternetzová pro albikátní *Eugleny*), nemohly buňky vegetačního vrcholu pozbývati svých chloroplastů tak, že jejich descendenti byli by pak těchto tělísek prosti. Proti tomuto výkladu svědčí, že valná většina panašovaných rostlin chloroplasty má, dále pak některé vlastnosti chloroplastů, jak budou ještě vylíčeny později. Také však pro druhou možnost, dle níž by příčinou zjevu panašovacího byla jakási látka, mohly by cytologické poznatky přinésti cenný materiál. Tenkráte totiž, kdyby nalezeny byly na př. velmi lokalisované určité změny v protoplastech a kdyby vysledována byla souvislost s nějakým mikroskopickým centrem, od něhož by změny tyto vycházely.

Jak pochopitelno, nehodí se všecky rostliny k cytologickým studiím o panašování. Některé z toho důvodu, že elementy jich jsou příliš malé. Tak na př. shledáno to bylo pro *Abutilony*, u nichž všecka studia referentova skončila dosud bezvýsledně. Ne o mnoho lepším jest také panašo-

vaná *Brassica*. Jiné objekty nehodí se zase k pozorování in vivo proto, že při řezání velmi značně se porušují; již jakost blan buněčných zdá se při tom hráti jakousi úlohu. Poměrně dobrým objektem je albikátní řepa. Také *Sambucus canadensis* s aureovými listy a *Farfugium giganteum* (materiál byl fixován v botanickém ústavu státních institutů v Hamburku za letního pobytu referentova 1913 v tomto místě) poskytly řadu dat. Mimo to zkoumáno ještě několik jiných objektů, nicméně však více jen za tím účelem, aby se informoval referent o tom, zda již při předběžném pozorování nebudou snad nalezeny věci, jež by nasvědčovaly jiné povaze našeho zjevu u těchto rostlin.

Fixačním mediem pro mikrotomové zkoumání byl „Flemming" a Němcova tekutina. Pozorování za živa dála se ve vodě destilované a sice co možná rychle, aby struktury protoplastů se příliš nepozměnily. Slabě působivých osmotických medií (cukrových atd.) k pozorování za živa nebylo užíváno z toho důvodu, že mnoho normálních struktur mohlo nabýti jich působením jiného vzhledu. Aby však artefakty vznikající působením vody na př. na chloroplasty nebyly mylně vykládány, byly vždy srovnávány řezy živé s fixovanými. Poněvadž Kite[1]) udává, že tak zv. Janusova zeleň barví in vivo chromosomy, bylo zkoušeno, zda nebyly by pomocí ní učiněny některé součásti panašovaných protoplastů zřetelnějšími. Za tím účelem byly barveny velmi tenké a opatrně zhotovené řezy, aby buňky jejich nebyly porušeny, zředěnou touto zelení pod vodní vývěvou. Zředěná methylenová modř barvila leukoplasty — chloroplasty, i užíváno jí samotné, po případě ve směsi s *Janusovou* zelení. O jiných vitálních barvivech, jichž užito, bude učiněna zmínka během práce.

Velmi mnoho pozorování bylo učiněno na panašované řepě, s níž vykonány vylíčené již pokusy. Buňky její nechovají větší množství škrobu nebo jiných látek, jež buďto zbarvujíce se nebo zabraňujíce proniknouti barvivům dále mohly býti zdrojem pozorovacích chyb; mimo to jsou poměrně resistentní, takže lze delší čas je pozorovati za živa. Z té příčiny kontrolovány byly často nálezy, jež učiněny byly na jiném materiálu, na preparátech z řepy. Řezy konány vždy z materiálu čerstvého, často přímo po přinešení exempláru z přírody do laboratoře. Jinak kultivovány řepy ve skleníku a odnímány jim jednotlivé listy k pozorování. Exempláry vegetovaly zde velmi pěkně, vzhled listů byl úplně normální a kulturou nepozměněný („nevytažený"). I bylo velkou vyhodou, že skýtaly neustále po celý rok vždy čerstvý materiál, listy mladé i starší i různého stupně panašování. Obyčejný preparát z dospělého, čerstvého albikátního listu řepného za živa i bez barvení nejeví mnoho zvláštních podrobností. Buňky veliké, obyčejné tloušťky ve stěnách, mají obsah dosti chudý. Pře-

---

[1]) G. J. Kite et R. Chambers, Vital Staining of Chromosomes and the function and Structure of the nucles. (Science, XXXV, 1912, pg. 640.)

kvapuje, že plasma jejich je zcela normální — i proudění se objevuje — a ani stopy že se nejeví na př. po zvláštní vakuolisaci nějaké, jakou již působením ammoniaku lze v buňkách vyvolati a která by mohla býti zcela očekávána v buňkách, jež dle obvyklých výsledků jsou attakovány zcela zvláštními substancemi. Již při slabších zvětšeních jsou nápadny bledavé kupky, jež přisedají ke stěnám, často ve způsobu zvláštních srpkovitých výtvorů. Sestávají ze skupin chloroplastů, které očividně značným osmotickým napietím vakuoly jsou stlačovany k ro-

B 10 (zmenšeno na ½).

hům buněk. (*B* 10). Chloroplasty, jež skládají tyto kupky, velmi často ztrácejí svou váčkovitou podobu a stávají se hranatými. Poněvadž pak, když albikace dostoupí nejvyššího vrcholu, téměř nezbývá z jejich těla než slupkovitá stěna, jeví se při pohledu s hůry skupina jejich, jestliže zastihne se ležící při hořejší nebo dolejší stěně, jako kousek jakési sítě. Zhusta nabývají však chloroplasty tyto i jiných, více méně dobrodružných tvarů, vyhlížejíce růžencovitě (Tabule, obr. č. 1), jazykovitě (T 2c, 5a), vakovitě ba i pentlicovitě.[1]) Je velmi pravděpodobno, že faktor, který působí panašování, již na zcela mladé chloroplasty účinkuje a dělení jejich modifikuje. Neboť jen tak lze si vysvětliti chloroplasty, které jsou řetízkovité a jež povstaly patrně tak, že jednotlivé dceřinné chloroplasty se od sebe po dělení neoddělily. Po vnoření do vody chloroplasty velmi často pozměňují svoji podobu, ačkoli nepozoroval referent u svých exemplářů, že by se úplně rozplývaly. Podivný zjev dostavuje se často při pozorování chloroplastů z mladších albikátních listů. Okolo nich objevují se časem zelenavě bílé kuličky, které jsou v brzku proudem plasmy po buňce rozneseny. (4a.) Je-li jich více, mohou celý plastid ověnčiti. Když již nacházejí se mimo chloroplast, lze občas pozorovati, že rozdělují se ve dvé, při čemž povstává úzký můstek spojovací mezi nimi (4d). Zjev připomíná velice amitotické dělení jádra resp. některé podobné úkazy při dělení chromosomů a přece odehrává se na hmotě, která je asi chemicky jiného složení. Mimo to je naprosto jisto, že tělíska tato představují produkty degenerace chloroplastů. Lzeť přímo pozorovati, jmenovitě jeví se to na protáhlých a špičatě zúžených plastidech albikátních řep, kterak odlupují se takovéto tuku podobné kapičky od špičky plastidu (4d), nějaký čas zůstávají zde nahromaděny, po čase však se rozprchnou po buňce, takže vyhlížejí jako naprosto cizí, k ní ne-

---

[1]) Bližší vysvětlení k figurám zobrazeným na tabulích obsahuje „Vysvětlení vyobrazení“ na konci práce.

náležející organula. (Zda-li rozdělování těchto tělísek děje se čistě pasivně nebo za spolupůsobení proudící plasmy, nebylo blíže studováno). Podobná tělíska byla pozorována také v albikátních protoplastech u černé řetkve (18). Podobná kouličkovitá tělíska shledána byla také uvnitř chloroplastů. Rozumí se samo sebou, že dbáno bylo toho, aby nebyla zaměněna se zrnky škrobovými, jež se někdy v mladých albikátních listech v chloroplastech objevují.

Od těchto útvarů odlišují se jiné, jež jsou nejčastěji podoby *y*, zhusta béřou na se podobu jemných, štíhlých tyčinek a jež bez barvení ukazují se býti pevnější konsistence než ona první, jež podobají se kapičkám lipoidních jakýchsi látek. Svým leskem i bělostnou barvou upomínají velice na drobné bakterie, vskutku nabývají v některých případech podoby trojhranných váčků, jež mají distinktní membranu a v jichž rozích nahromaděna jest hmota poněkud plasmě podobná. Vyskytují se zhusta i mimo chloroplasty a tu jest možno pozorovati, že liší se poněkud od skutečných bakterií, jež sem tam lze nalézti v úplně zdravých buňkách albikátních listů (5b při x). Bakterie tyto mají totiž větší rozměry, tělo jich jest vyplněno hmotou úplně homogenní a ne tak tuhou, jako jest výplň oněch bakteriím tak podobných korpuskulí. Přesných, jednoznačných kriterií nemohl se referent dohledati. Neboť i nepochybné bakterie, jež objevují se v buňkách nádorků u *Chrysanthem*,[1]) kteréžto nádorky jsou jimi, jak známo, vyvolávány a jež velmi často nabývají všelikých rozvětvených tvarů — a lze je mnohdy poznati jen podle známé bakteriové membrany a bílkovitých (?) tělísek, jež obsahují (Tab. V, 19a) jakož i nejlépe, jsou-li postihnuty, any právě prolézají porem v membraně (Tab. III., 19c) — mají často vzhled tentýž a jen o něco jsou větší. Pravé bakterium v albikatním chloroplastu může býti ovšem ihned jako takové rozeznáno, pohybuje-li se svým vlastním pohybem a přihodí-li se mu, že přilepí se jedním koncem k nějaké hustší partii plasmatické (5b); tu ovšem začne sebou třepati volnou částí, pohyb pak tento ovšem naprosto nelze zaměniti s Brownickým.

Zvlaště dobře vyniknou vylíčená, bakteroidům podobná tělíska, užije-li se barvení pomocí Janusovy zeleni resp. methylenové modři + Jan. zeleni v živých preparátech. Při této methodě porušují se však často chloroplasty tak, že nelze s bezpečností říci, zda nejsou ony četné vakuoly, jež se v nich objevují, výsledkem působení oněch barviv. Při tom lze pozorovati časem, kterak tato váčkovitá tělíska z chloroplastů vystupují, někdy na konci svého váčkovitého těla zrnko jakési nesouce barvitelné, jindy dokonce čípkovitě přišpičatěná a velmi nepatrnými zrnky, jež obsahují, bakteriím podobná (2a). Nepravé „bakteroidy“ objevují se tu temně zelenomodře zbarvené, právě tak, jako kulovitá tělíska, jež se objevují časem uvnitř jednotlivých chloroplastů (7b). Není nemožno,

---

[1]) E. Smith, l. c.

že aspoň některé z oněch perlovitých váčků, v něž se rozpadají chloroplasty při užívání zmíněných barev, jsou vakuolky, jež byly se vytvořily částečným rozpuštěním ve vodě zrnek, která se byla dříve barvila zeleně. Ona „bakteroidům“ podobná tělíska objevují se také v mladších albikátních listech. Jejich podoba jeví všecky možné přechody (6) od pouhých kokků, diplokokků, tyčinek jednoduchých, tyčinek rozvětvených (6a, 2a) i nepravidelně se dělících (snad ovšem passivně). Mohou dosáhnouti značných velikostí, nabýti několika větví, takže působí pak dojmem jakýchsi sraženin (3a); jest však jisto, že nejsou nic jiného než ony „bakteroidické“ produkty.

Nejmladší lístky panašované nebyly za živa podrobněji studovány. Jeví množství obsahu plasmě podobného, v němž nelze se nadíti odhalení differenciací bez vyvolání různých artefaktů.

Chlorofyll jeví se v dospělých albikátních listech velmi zredukován, odtud téměř bílá barva plastidů. S velkými listy bez chloroplastů se referent nesetkal při svých pozorováních. V mladých bílých listech naproti tomu nalezeny byly někdy buňky, v nichž neshledáno větších plastidů. Při dorůstání však jich se zajisté chloroplasty v nich objevily. Jádra buněčná nejevila zvláštních struktur; hyperchromasie nějaká nebyla v nich pozorována.

Ke srovnání učiněny byly také řezy podzimně sežloutlými partiemi listů řepných. Nalezeny v nich poměry naprosto jiné než v listech albikátních. Chloroplasty zlatožluté, malé, téměř zrnkovité, ve vodě pozorovány často úplně kompaktní (Tab. I., 9b). Druží se k sobě často po několika v řetízky, jindy ve skupiny. Po delším působení methylenové modři + Janusové zeleni nadouvají se často váčkovitě a uvnitř nich objevují se dosti velká zrnka intensivně se barvící (Tab, II., 8). Diluováním jejich obsahu se asi stává, že působí dojmem prázdných váčků, někdy velmi malých a diplokokkovitě se k sobě družících (9a). Naprostá odlišnost cytologických poměrů v listech, které ponenáhlu odumírají, nasvědčuje tomu, že v panašovaných listech působící agens činnost svoji rozvinuje za prvé zcela karakteristickým způsobem, dále pak povlovně. Dle mínění referentova jest sotva možným, aby faktorem tímto byl nějaký „virus“, který by se na př. ze svazků cevních vyléval do buněk. Neboť pak by sotva jeho působení bylo tak stejnoměrné, jak to pozorujeme v panašovaných protoplastech.

Také ve žlutých skvrnách panašovaných listů *Abutilonových* nalezena drobná tělíska, jež se úplně shodovala s „bakteroidickými“ z listů řepových. (17).

Zajímavé poměry byly shledány v listech *Brassiky*. V čistě bílých partiích bez barvení i s užitím barviv lze těžko se přesvědčiti o přítomnosti intaktních chloroplastů ve všech buňkách. Co je však nápadné, je zjev, že v místech, jež činí přechod od partií bílých k zeleným, tak na př. na začátku zelených, ztlustlých zubů na čepelích listů semenáčků, nachá-

zíme hojně chloroplastů, jež jsou buď úplně rozpadlé v zrnitou a skoro až kašovitou hmotu nebo degenerují všemi mody od intaktních plastidů počínajíc. (10, 12).[1]) Faktum toto mluví rozhodně proti tomu, že by albikátní části listů *Brassikových* mohly povstati dělením buněk, jichž mateřské protoplasty by byly pozbyly nějakým mechanickým způsobem plastidů. Naopak, rozpadávání se chloroplastů činí spíše dojem, jakoby byly „rozežírány". Že nejsou tyto pochody vyvolávány vodou" ani „vitalními" barvivy, vysvítá z toho, že také na preparátech fixovaných a mikrotomovými methodami zpracovaných lze pozorovati tutéž degeneraci. Jinak objevují se ovšem v této zoně také chloroplasty velké, jež mají obrysy hladké a strukturu jemně granulovanou. V listech dospělých, které byly skoro úplně zelené, pozorováno opět hojně tělísek, jež se odštěpovala od chloroplastů. (13). Byla opět i zde oválná, protáhlá, kulovitá i diplokokkovitá, tyčinkovitá i rozvětvená. Bylo místy zřejmě viděti, kterak se odlupují od zašpičatělého konce chloroplastu (13b, chl). Barva jejich byla světle zelená, téhož tonu jako barva celého chloroplastu. Mimo to shledáno u této rostliny velké množství v albikátních buňkách tělísek, jež odpovídají ve všem tuhým, „bakteroidovitým" korpuskulím, jak byla popsána pro řepu. (11). Jest je viděti již bez barviva, nejlépe však, nechají-li se listy asi ½ hod. v dosti koncentrované *Janusově* zeleni. Než nebarví se zde všecka tělíska stejnoměrně a také ne vždy intensivně. Téměř jistým prostředkem k dokázání jich jest však modř „Viktoria", jak jí užívají bakteriologové. Jest jen potřebí připraviti koncentrovaný roztok její v horké vodě (alkoholická „Viktoria" vypadávala by přirozeně při tom, jak by se zřeďovala vodou nebo šťávou buněčnou). Jestliže se řezy z *Brassiky* vloží asi na 5 minut do vody, aby rozpustil se v ní sliz, který dostane se na řezné plochy, a na to do kapky vodní přenese trochu Viktorie tak, aby povstala prostředně silná její koncentrace, tu pronikne rychle modř pletivy a vpije se v elementy, jež bychom mohli zváti „chromidiemi". Objeví se temně-fialově modře zabarvená tělíska, někdy jemně tyčinkovitá, většinou však jakoby kouskovitá, jednoduchá, slabě větvitá, slabě zkroucená, rozsochatá, protažená téměř provázkovitě atd. (11). Velmi význačno je pro albikátní *Brassicu*, že objevují se nikoli solitárně, nýbrž nejčastěji sdružena ve shluky četných „individuí", ba i při celé jedné stěně buněčné mohou býti rozložena ve plasmě (11). Kdo libuje si v effektech barvících, tomu budiž poraděno, aby použil ku zbarvení jich slabší spíše nežli koncentrované směsi eosinu vodního a Janusové zeleni (přirozeně musí býti směs tato připravována velmi opatrně, aby nepovstaly sraženiny; evakuace, barvení ½—1 hod.). Pak objeví se na půdě buněk, v nichž nic jiného není zbarveno, v krásném temně modrém tonu množství chromidií, velmi distinktně se od nezbarveného okolí odrážejících (12). Nejinteressantnějším je, že často tvoří celé sítě, sestávající

[1]) Bližší ve „Vysvětlení vyobrazení."

z velmi jemných „bakteroidů“, jež jsou uloženy v pokožní vrstvičce plasmatické. Některá individua nebývají příliš husté konsistence, i barví se jen slaběji. Také v preparátech mikrotomových lze zastihnouti podobné chromidie. Barví se zde Heidenhainem, nejlépe však ku podivu S-fuchsinem. Nejlépe vynikají, jestliže podbarví se plasma, sliz a jiné součástky plasmy gentianou (12 hodin), načež stačí ku barvení jich 6 hodin fuchsinu.

Konstantnost, s jakou se u panašované *Brassiky* tyto „chromidie“ vyskytovaly, přiměla referenta k tomu, aby hledal, zda nevyskytují se útvary podobné také u normálních, nepanašovaných *Brassik* a u jiných speciì.

Hned u *Brassiky* zelené nalezeno jich veliké množství a sice v dělohách klíčních rostlin, jež byly na jejich přítomnost zkoumány. Zde také nalezeny pěkné „sítovité“ (v pokožní vrstvičce plasmatické). Dále shledány ve velkém množství v etiolovaných dělohách *Lepidium sativum* (15a); zde velmi četné z nich jevily v průběhu svého „těla“ zrnka podobná nukleinovým z buněk bakterií. Tolikéž v dělohách etiolovaných klíčních rostlin slunečnic nalezeny (14) a sice hojně ve šťávě bunečné. Nepříliš mnoho nalezeno jich v zelených listech cukrovky i žita. Četné, nepravidelné, bakteriím podobné útvary z albikátních protoplastů cukrovky také náležejí sem, oproti *Brassice*, *Lepidiu* a slunečnici vyskytují se však zde v množství daleko menším. *Spirogyra* barví se Viktorií vodní asi po jedné hodině slabě v podkožní vrstvičce plasmatické, silněji asi po 12hodinném působení (při tom ovšem jeví se plasma u četných buněk odtažená od stěn). Barví v ní drobná tělíska, jež jsou zde uložena, někdy řídčeji od sebe, jindy hustěji. Listy etiolovaného (voskově žluté) žita sorty „Saturnus“ měly v buňkách po působení Viktorie viděti četná zrnka drobná, jen ojedinělé buňky jevily nástěnnou „síť“ chromidií. Nicméně bylo nalezeno v některých případech, že chovaly buňky značně velká dutá, blanou jakousi obdaná tělíska jemně zrnitá (16a); byla podobna bakteriím, než nebyla jimi (chloroplasty v etiolovaném žitě, pozorují-li se hned, jsou polyedrické (16c), asi po ½hodinném působení vody však jeví se již nadouvlými váčkovitě, často obsahujíce v prostřed po jednom nebo více bílých zrncích; tato barví se též vodní Viktorií. 16b).

Příliš bezpečných závěrů z těchto pozorování sice nelze činiti, nicméně se zdá, jak vidno z uvedeného, že „chromidie“ tyto vyznačují listy, jež chovají hojně látek „tukových“. Vyskýtaly se aspoň v značném množství právě u *Brassiky*, *Lepidia* a slunečnice, kteréžto rostliny v buňkách chovají množství substancí povahy tukovité. I pokusil se referent o to, zda aspoň mikrochemicky nedaly by se stanoviti vlastnosti některé těchto tělísek, jež by osvětlily chemickou povahu jejich a vrhly nějaké světlo buďto na původ jich nebo na eventuelní význam v koloběhu výměny látek.

Bylo řečeno, že u *Crucifer* nealbikátních i u formy albikátní nejlepším prostředkem ke zjištění zmíněných chromidií byla *Viktoria*. Bylo možno přímo pozorovati, že tělíska úplně stejné podoby s těmi, jež Viktorií jevila

se intensivně modře zbarvená, i bez působení barviva objevují se v buňce, že tedy nejsou artefakty nějakými, jež povstávaly by na př. jako sraženiny vlivem Viktorie, dále pak že nepozměňují se nikterak ve své formě ani struktuře reagencií. Rychlost konečně, s jakou vpíjela v sebe barvivo, poukazovala na nějakou affinitu těchto tělísek k barvící substanci. Vždyť nebarvila Viktoria jader, ani chloroplastů intaktních, ba ani ne blan v té intensitě, jako „chromidie“. Shledáno bylo, že Victoria zředěná, připravovaná z koncentrovaného za horka roztoku vodního, za studena vlivem ammoniaku zčervená, při čemž netvoří se sraženiny; vlivem louhu sodnatého zčervená, při čemž netvoří se sraženiny; vlivem kyseliny octové se nezmění ve svém tonu aniž tvoří sraženiny; tannin tolikéž že nedává sraženin, také ne pepton, ani chlorid barnatý.

I těchto několik dat mluví proti možnosti, že by modré „chromidie“ povstávaly sražením nějakých látek kyselé nebo alkalické povahy, jež by se nacházely ve vakuolách velkých nebo malinkých v plasmě buněk *Brassiky* uložených. Od tříslovin mohlo býti snad očekáváno tvoření se sraženin s Viktorií (methylenová+třísloviny!), než ani zde neukázalo se nic podobného.

Bakterie živé barvily se pěkně Viktorií, při tom některé se ještě pohybovaly (zkoušeno na Smithově *Bacterium tumefaciens* isolovaném z nádorů, jež na chmelu bylo vytvořilo.)

Dále bylo zkoušeno, zda a do jaké míry rozpouští se naše reagens v látkách lipoidních resp. v substancích, jež jsou typickými rozpustidly pro tyto látky. Cholesterin musil ovšem býti převeden napřed v roztok, i užito za rozpustidlo acetonu. I bylo nalezeno:

v acet. + cholest. rozpouští se Viktorie momentáně krásně modře (v acetonu samotném též),

v olivovém oleji pomalu, po čase objeví se tam modř tonu oblohy,

v paraffinu tekutém vůbec nikoli,

v benzolu velmi málo,

v etheru dosti pomalu, při čemž ukáže se nejprve zabarvení vínově červené, později modřejší.

Pro tuky nezdá se, že by tedy jevilo barvivo zvláštní affinity, tolikéž ne pro tekutý paraffin, jenž jeví fysikální vlastnosti tuků. Jestliže však byly řezy z dělohy *Brassiky* vypírány po $^1/_4$ hod. v konc. acetonu, pak ve vodě a bylo-li po té působeno na ně Viktorií zředěnou, ukázaly se toliko sporé „chromidie“ v buňkách, jak ve šťávě tak síťovité. Sudanem III. barví se tukům podobné větší kapky, jež lze pozorovati v dělohách *Brassiky* intensivně červeně, drobná však tělíska tukům podobná ne vždycky. Bylo pak řečeno, že velmi podobné „viktoriovým“ chromidie barví se na fixovaných preparátech S-fuchsinem. V celku nasvědčovaly by zkoušky tyto tomu, že tělíska „chromidiová“ u *Brassiky* podobají se sice tukům, že však vyznačují se pevnější nějakou konsistencí. Jsou to tedy nějaké lipoidy lecithiny cholesteriny, fosfatidy? Přesné odpovědi na otázku

tuto nelze sice dáti, nicméně mluví pro velkou pravděpodobnost náhledu referentova i údaje Löwschinovy,[1]) dle kteréhožto autora existují četné analogie mezi chondriosomy a formami myelinovými a je sotva myslitelno, že analogie tyto jsou nahodilé zjevy. (1913, Berichte 208). Vlastní pozorování jeho provedeno na lecithinu, jenž je jak známo monoaminofosfatidem. Zdali ovšem všecky chondriosomy, jak u rostlin resp. v listech jejich (Löwschin 1914)[2]) jsou pozorovány, jsou myelinové povahy, nechce ovšem referent na základě svých pozorování zevšeobecňovati.

Význam fysiologický chromidií brassikových referent blíže nestudoval. V literatuře botanické není také mnoho o věci té zpráv, jmenovitě nikoliv exaktních. Z posledních budiž uvedeno, že Scherrer[3]) soudí z nahromaďování chondriosomů na místech čilé výměny látek v pletivech jatrovky *Anthoceros* na význam jich pro fysiologii výživy (1913, pg. 499). Také nesledoval referent podrobněji, ze které substance buněčné tělíska tato vznikají. V některých případech učiněno bylo pravděpodobným, že vznikají z chloroplastů. Tomu však nebylo tak zajisté ve všech případech, také nebylo zjištěno, nenáleží-li snad k některým heterogenním součástkám panašovaného protoplastu (vlákna houbová)? Do jaké míry rozšířeny jsou chromidie též u jiných panašovaných rostlin vyjma u jmenovaných, referent blíže nesledoval. Stály však by asi věci tyto za podrobnější prostudování. V pupenech a listech stanovili lecithiny Hoppe-Seyler a Stoklasa (sr. Czapek, Bioch., I. Aufl. 1. Teil, pag. 160).

Listy „aureově" žluté liší se poněkud strukturou svých buněk od předešlých případů. Chloroplasty bývají v nich nápadně velké, v některých případech (tak u *Sambucus*) shledány někdy velmi protažené, až skoro vakovité, tak jakoby rostly bez dělení. Častěji lze pozorovati, že jsou na svých koncích nápadně protažené. Uvnitř chovají, nejsou-li příliš panašovanými, hojně tělísek, jež se barví černě Heidenhainovým hematoxylinem; některá z nich dosahují značné velikosti. U *Abutilonů* shledány v částech zbělených chloroplasty často silně nadouvlé.

Jak již bylo řečeno, referent nemůže se nikterak spřáteliti s myšlenkou, že by panašování ať infekční ať neinfekční bylo jakousi nemocí „fysiologickou", že jeho příčina byla by povahy látkové. Dle jeho mínění není ani jednoho dokladu pro správnost výkladu tohoto, jenž by aspoň poněkud uspokojoval. Jak je možno, aby látka nějaká dostala se z ničeho nic v koloběhu výměnném „na scestí" a pravidelně na celou řadu generací

---

[1]) A. M. Löwschin, „Myelinformen" und Chondriosomen. (Berichte der deutschen botan. Gesellschaft 1913, XXXI., pg. 203 seq.)

[2]) A. M Löwschin, Vergleichende experimental-cytologische Untersuchungen über Mitochondrien in Blättern der höheren Pflanzen. (Berichte d. deutschen bot. Gesellschaft 1914, XXXII, pg. 266 seq.)

[3]) Arth. Scherrer, Die Chromatophoren und Chondriosomen von Anthoceros. (Ibidem, 1913, XXXI, pg. 493 seq.)

toto „vykolejení“ se přenášelo, když pozorujeme tak přesné regulace na př. ve tvoření enzymů z t. zv. proënzymů a když dost malé odchylky ve směru reakcí, vyvolané na př. narkotiky, přivádějí smrt rostlinného organismu? Kde máme jiné příklady takovýchto dědičných namnoze „onemocnění“ v říši rostlinné, jež podobnými vnitřními látkovými vlivy byla by vyvolána, vyjma panašování, zjev přece tak ojedinělý a isolovaný? A jak vysvětliti přenášení mosaikové choroby tabaku mšicemi? Tím způsobem snad, že mšice vylučují nějaký „virus“, který vnikne do buněk, tam se množí a šťávou může býti zase infekčním pro rostlinu jinou? Kde máme doklad nějaký z rostlinné fysiologie pro tuto možnost? Není zde spíše na snadě domněnka, že ve svém či spíše na svém těle přenášejí tyto organismy nějaké mikroby, jak to známe pro přenášení četných chorob lidských se strany různého hmyzu? Allard[1]) pozoroval aspoň, že vyskytování se mosaikové choroby tabáku u rostlin skleníkových často bylo spojeno s invasí *Aphid*. Naproti tomu byly obdrženy rostliny úplně zdravé tenkráte, jestliže rostly v chráněných a vykuřovaných občas místnostech, do nichž se mšice nedostaly. Když pak byly mšice uvedeny do těchto oddělení, ukázala se tam mosaiková choroba. „In the light of the facts brought out in our experiments, it is not easy to see how the mosaic disease of tobacco can be logicaly placed in the category of purely physiological diseases. These facts strongly suggest the presence of a living, active microorganism.“ (Dle mínění referenta bylo by ku definitivnímu důkazu přenášení mosaikové choroby mšicemi jen ještě třeba infikovati s positivním výsledkem šťávou z rostlin, jež se staly vlivem mšic nemocnými, rostliny zdravé a beze mšic, aby byla vyloučena možnost, že mšicemi samými působené skvrny jsou považovány za příznak mosaikové choroby). Na druhé straně pozorujeme v protoplastech panašovaných podivné změny, jež někdy i v úplné desorganisaci jejich resultují. A když se ukázalo referentovi, že trypsinem lze vyvolati sežloutnutí až zbělení *Chlorell*, byl tím více nutkán k opětovnému studiu preparátů fixovaných a v paraffinu řezaných. Vždyť jest zcela na bíledni, že opětované povlovné vylučování nějaké látky podobné v malých kvantech se strany nějakého pro buňku cizího činitele — zkrátka nějakého symbionta nebo parasita — nejlépe by vysvětlilo vznik této choroby. V následujících řádcích bude vyloženo to, co referent nalezl na svých preparátech; fixováno vesměs, vyjma zvláštní případy, Flemmingem a k barvení užíváno Heidenhaina s dlouho trvajícím dobarvováním safraninem (anilinová voda).

Za objekty sloužila albikátní řepa, *Farfugium* a *Sambucus canadensis*. U řepy ani velmi podrobné prohledávání neprokázalo v buňkách dospělých listů přítomnost nějakého symbionta nebo parasita. Buďto jest tedy organismus podobný zde velmi těžko zjistitelný nebo zmizel

---

[1]) H. A. Allard, The mosaic disease of tobacco. (Science, 1912, XXXVI, pg. 875 seq.)

během doby, kdy se vyvíjely listy řepné. Pro možnost takovéhoto zmizení jest v literatuře dosti dokladů; nejznámější je ten, že v klíčících semenech *orchideových* objevující se symbiotická houba vymýcena jest po čase z pletiv degenerujíc, any součásti její buňkami jsou ztravovány, takže dospělé kořeny, hlízy atd. objevují se jí úplně prosty. Pátráno bylo tedy v mladých listech řepových, jaké zde budou poměry. Počato bylo lístky docela mladými, kraji svými ještě úplně dovnitř ohrnutými. Listy tyto byly úplně bílé. Vskutku objevily se zde zcela jiné poměry. Ve velmi četných buňkách nalezena zde vlákna houbová. Eruování jich nebylo úlohou nejlehčí, nicméně zdařilo se přece při velmi opatrném mikroskopování. Při tom bylo výhodno, že buňky některých takovýchto lístků nejevily chloroplastů, takže „půda" buňky rozříznuté byla dosti prázdná, buňky nejevily mnoho obsahu, jenž by rušil pozorování. Vlákna houbová, jež byla pozorována, barvila se tmavě, někdy pronikal v nich červený safranin. Od chloroplastů, jež svým protažením mohly by snad někoho zmásti a jež jevily se ve způsobě homogenních dosti kuliček, lišily se průřezy hyf šikmé či příčné strukturou svou a odlišením blány. (27b, H, T. V.) Kde pak byla zastižena vlákna protržená, tam bylo viděti typické struktury, jak karakterisují vlákna houbová: distinktní oddělenou membránu. Drobná zrnka často parallelně s konturami blány probíhající. (28c, IV.) Homogenní, tmavší a od plasmy buňky odlišený obsah hyf. Časem větší zrnéčka, Heidenhainem černě se barvící, vakuolou obklopená a velmi upomínající na jádra plísní. (28a, T. V.). Lumina velmi často byla úzká (28a), vlákna následkem toho jemná a postižitelná nejlépe tenkráte, když více jich probíhalo vedle sebe rovnoběžně nebo když jednotlivé kousky jejich zastiženy právě proti sobě po obou stranách membrány, jíž byly prošly (29c). Vůbec bylo nejlepším kriteriem, zda pozorovaný element je vláknem houbovým, když byl zastižen právě na přechodu blanou bunečnou (28a, 28c, d) anebo připínaje se k ní, přičemž byla tato viditelna s plochy (27a). Někdy byla nalezena vlákna tlustá, dosti robustní (28f, 29b), a sice vícekráte v sousedství vláken zcela tenkých. Průběh hyf jen zřídka kdy byl úplně rovný, obyčejně nalezeny tvary více méně zahnuté. Sem tam zahýbala se vlákna kličkovitě (28b). Ku podivu nebyly ani rozvětveniny vláken hojné. (28a). Přehrádky v nich neshledány. Jádra nejevila žádných zvláštních změn. Některé hyfy jevily zrnka Heidenhainem temně barvitelná při periferii. Zdali seděla na bláně buněčné či nacházela se uvnitř hyfy, nicméně těsně pod ní, nemohlo býti pro nepatrné rozměry vláken stanoveno (28e). Pozoruhodno bylo, že se vlákna nacházela celkem v malém počtu v jednotlivých buňkách. V žádném případě nebylo shledáno, že by hyfy splétaly se v chuchvalce, jež by vyplňovaly aspoň větší část buňky. (Některé reprodukované figury znazorňují případy, kdy byl hyf nalezen v buňkách větší počet (28c). V celku nutno tedy označiti infekci mladých lístků za slabou.

Volumen buněk listových bylo ještě malé, očividně dostavila se

infekce ve velmi časných stadiích vývoje lístků. A jest otázka, zda již ve vegetačních vrcholech řep albikátních nenalezly by se hyfy podobné. Naše závěry odvozené z chování se řep albikátních v experimentech, jimiž bylo hleděno buďto vymýtiti „virus“ z vegetačních vrcholů, anebo rozšířiti jej po celém jeho rozsahu, jimiž tedy, jak již bylo řečeno, učiněno bylo velmi pravděpodobným, že „virus“ attakuje právě vegetační vrcholy, shodují se tedy ku podivu s nálezy mikroskopickými. Jest shoda tato jen náhodná?

V těchže preparátech nalezeny byly místy výtvory, jež se intensivně safraninem barvily (kdežto hyfy byly tmavé), byly také více méně vláknité podoby ale poněkud zkroucené, kostrbaté, jako zklihovatělé a zcvrklé. (29c, Hd). Někdy shledána byla v průběhu jejich veliká okrouhlá tělíska. Bylo je možno pozorovati v sousedství buněk, jež chovaly vlákna houbová. V jednom takovémto případě nalezeno, že právě pod buňkami s oněmi silně barvitelnými tělesy nacházely se buňky, jichž hyfy valně se jim podobaly majíce kontury nezřetelnější a obsah více barvitelný, jakoby koagulovaný (29c). Zdá se tudíž, že prvé výtvory jsou zbytky degenerovaných hyf, jež z nějaké příčiny v buňkách odumřely. Pak by bylo ovšem vysvětlitelno, že v buňkách dospělých listů albikátních nebylo možno pozorovati nějaké nápadnější infekce. Prostě proto, že buňky se byly již zbavily vláken houbových, jež byla rozrostlá v listech mladoučkých. Pozoruhodným zdá se aspoň referentovi, že občas vyskýtají se v buňkách dospělých albikátních protoplastů tělíska, jež jen s obtížemi lze vykládati jakožto rozpadlé produkty chloroplastů, aspoň ne všecky. Jsouť značně velká (30, Hd), podobajíce se značně velkým kokkům, ba zoosporám některých hub (referent považoval je nějaký čas za zoospory nějaké *Chytridiacey*). Dále mají dosti tlustou blánu. Na preparátech fixovaných a barvených nalezeny někdy kuličky podobné, intensivně S-fuchsinem barvitelné. Jest možno, že zbývají po úplné degeneraci, rozplynutí oněch červených, křivolakých tělísek a že představují produkty hyf (výpučky nějaké z jejich povrchu?), které odolaly degeneraci a zbývají v buňkách u dospělých listů mezi všelikými oněmi organuly, jež povstávají rozpadem chloroplastů.

Z uvedeného jest viděti, že mladé listy albikátních řep jsou sídly jakýchsi plísňovitých organismů. Tyto organismy neobjevují se zde v příliš velkém počtu, buďto proto, že nenacházejí zde dostatečné výživy nebo že jest vystupování jejich znemožňováno; nicméně však přece v takovém, že přítomnost jich může míti vliv na differenciaci buněk. Ano, právě to jest nejdůležitější, že objevují se v orgánech mladých, vyvíjejících se, differencujících mimo jiné též chloroplasty. Kdyby vyskytovaly se v orgánech dospělých, snad bylo by možno domnívati se, že výskyt jich je zjevem sekundárním, podmíněným již seslabením buněk asi právě tak, jako pozoroval referent dodatečné objevování a rozmnožování se jakýchsi hub v odříznutých listech, jež chovány byly v roztocích jedo-

vatých. Ale houby shledáváme zde v orgánech, jež se nacházejí v největší vegetační síle a naopak tam, kde by se mohly volněji rozrůsti, jistě aspoň v daleko menším množství se nacházejí. Referent se domnívá tudíž, že přítomnost jejich je asi tou příčinou, jež vyvolává bílé panašování u cukrovek. Vylučují-li nějaké látky, na př. enzymy proteolytické (trypsin), pak by bylo úplně pochopitelno, že ty chloroplasty, které se byly již částečně vytvořily, degenerují pod vlivem jejich, ony pak, jichžto základy v embryonálních listech teprve se vytvořují, nedospívají k dalšímu rozvoji, čímž vzniká celková chudost panašovaných chloroplastů.

Žlutých panašovaných listů řepných referent nezkoumal cytologicky.

Podivuhodná okolnost, že právě v mladých vyvíjejících se listech nalezeny jakési houby — přehrádky ve vláknech jejich neshledány, také nebyly konstatovány nějaké jiné znaky, dle nichž daly by se určiti plísně tyto — kdežto v dospělých při nejmenším velmi těžko lze je eruovati, zdá se býti závažnější pro výklad celého panašování neinfekčního než by se na prvý pohled zdálo. Neboť u četných rostlin bíle panašovaných se udává, že v buňkách dospělých listů jejich nelze spatřiti nic, co by poukazovalo na přítomnost cizího organismu, zvláště houbu. Mladé lístky těchže rostlin však nebyly dosud podrobně cytologicky studovány, tím méně vegetační vrcholy. I jest na snadě otázka, zda nejsou zde podobné poměry, jako u bílé řepy a zda právě mladé resp. nejmladší orgány nejsou sídlem nějakých symbiontů. Studium panašování po této stránce stalo by se ovšem daleko obtížnějším, jelikož většina rostlin vyznačuje se velmi malými elementy v orgánech mladých. Nicméně otvírala by se jiná perspektiva k pochopení zjevů panašování a zajisté mnohé pravidelnosti, jež se objevují ve vývoji orgánů panašovaných rostlin byly by pochopitelnější, kdyby vskutku nalezena byla nějaká fakta ve směru vytčeném. Tak jmenovitě krajové (periklinální) panašování žádalo by bližšího prozkoumání. Referent neměl času doposud obírati se podrobněji cytologií podobných rostlin, zejména *Pelargonií*. Bílá *Brassica* byla jím sice ohledávána, nicméně nedodělal se zde doposud resultátů positivních. Je však zcela dobře možno, že jen nepatrná velikost buněk u mladých orgánů byla příčinou dosavadního jeho nezdaru. Také dlužno přiznati, že podrobnými jeho studie o cytologii *Brassiky* nebyly. Chce se tedy věci této ještě věnovati. Za to zdálo se mu býti záhadno, prohledati cytologicky žluté formy panašování, zda i zde nebudou shledány nějaké elementy cizí, jež by mohly býti považovány za příčinu tohoto druhu panašování a zda nenajdou se nějaké rozdíly, které by byly s to vysvětliti odchylné chování se barviva listového oproti čistě bílým albikacím. Zvoleny za předmět *Farfugium a Sambucus*.

Farfugium pocházelo z botanické zahrady hamburgské a bylo fixováno přímo (v září 1913) po vyjmutí ze záhonu v laboratoři tamnějšího botanického ústavu. Po transportu do Prahy zality kousky listů do pa-

raffinu a barveny jako řepa. Fixovány byly jednak skvrny žluté, různé velikosti, jednak zelené partie těchže listů, jež jevily skvrnitost.

Skvrny malé, očividně ještě neúplně vytvořené, zastiženy mnohdy v celé šíři v rozsahu serií. Zjevy, které v nich byly pozorovány, byly velmi příznačné pro pochopení etiologie skvrnitosti. I v nich konstatována jakási plíseň. Množství vláken, jež v buňkách se žlutým chlorofyllem těchto malých skvrn bylo zastiženo, bylo však velmi malé. Jen po opětovném, obtížném prostudování preparátů těchto zjednáno bylo posléze o věci jasno. Zastiženy byly totiž — Zeisův apochromát n. apert. 2, 160 *mm* tubusové délky, okulár komp. 4 resp. Huygensův 4 — velmi často toliko zcela nepatrné části hyf, odřezky jich (20 b, c). Neboť probíhalo v buňkách těchto docela málo vláken houbových a jelikož buňky *Farfugia* jsou značně veliké, na týž řez mikrotomový nemohlo se dostati více. Nicméně byly elementy tyto distinktní od chloroplastů, barvily se také dosti intensivně červeně safraninem odlišujíce se od temně zbarvených, většinou velkých chloroplastů i jader. Části tyto vláken byly namnoze také velmi tenké, jevily se jako kousky docela kratičkých rourek. Někdy probíhaly úplně rovně, jindy jevily se prohnutými. (21 H). Ve více případech postiženy byly, any právě prorážejí blánu oddělující buňky sousední (23 f). V některých případech byly však i dosti robustní (20 a, H, 22). Co bylo význačné pro tyto výtvory, bylo zrnění jakési, jež se nacházelo v tuhých dosti blanách (20d, 22). Mimo to pozorována častěji četná „chromatinová“ zrnka parallelně s průběhem stěn v plasmatickém obsahu hyf lokalisovaná (23a, b). V některých případech shledána na periferii vláken větší takováto, Heidenhainem černající zrnka, jež měnila se v jakési váčky asi na bláně buněčné sedící. (22 H). Zdá se, že to byly produkty podobné oněm, jež byly konstatovány u řepy v předcházejícím popisu. Zajímavo bylo, že byla shledána vlákna houbová právě uprostřed malých žlutých skvrn a to ještě v nehojném počtu. To nasvědčovalo by tomu, že vyznačují se specifickou jakousi „virulencí“ oproti pozměňování chlorofyllu. V zelených partiích listů, jež jevily jinde skvrny, nalezeny sem tam také kousky vláken houbových, nicméně však v ještě menším množství, než ve žlutých skvrnách mladých. Je ostatně myslitelno, že v okrsku jejich vznikly by později podobné skvrny, jelikož tvoření jich u *Farfugia* s dospíváním listů pokračuje.

V dospělých, starších skvrnách nalezeny poměry zcela odchylné. Zde bylo možno totiž již při slabých zvětšeních pozorovati značnou, silnou infekci vláken houbových. Očividně rozmnožují se ve starších skvrnách elementy tyto a stávají se i aktivnějšími vůči napadeným protoplastům. Že by tyto byly však naprosto jimi porušovány, nebylo konstatováno, toliko změny určité v chemickém složení blan pokožkových, jež táhly se pod takovými skvrnami. V tomto případě bylo pak většinou více houbových vláken přítomno v buňkách (23), jejichž obsah jevil se přítomností jejich po zbarvení červeným. Vlákna tato byla někdy velmi jemná, tu pak

častěji byla vyplněna jakýmsi zrnitým, v celku však homogenním obsahem. Zrnění toto bylo úplně oním, jak je pozorujeme ve vláknech některých hub. V některých případech konstatována v hyfách tělíska, jež sotva byla čím jiným než jádry resp. karyosomy (23 c). Většinou byly pak hyfy tyto zkroucené, pravděpodobně tvoříce volné spleti (23 e, g). Starší hyfy měly lumina nebarvící se již příliš Heidenhainem, očividně chovaly málo obsahu plasmatického. Přehrádky pozorovány nebyly, také větvení bylo asi dosti sporé, aspoň na řezech nepodařilo se najíti referentovi více případů větvení.

Sambucus canadensis „aureově" totálně panašovaný (materiál pocházel jednak ze zahrady trojského pomologického ústavu, jednak z pokusné zahrady albertovské) fixován také Němcovou tekutinou, jež nesráží třísloviny, aby byla veškera mýlka vyloučena s koagulovanými látkami, jež by snad mohly připomínati zcvrklé hyfy nebo podobné útvary. Materiál fixován v červenci a září, zkoumány dospělé listy. Také v tomto případě konstatovány nepochybné plísně v buňkách panašovaných protoplastů. Při prvních prohlídkách zdálo se, že množství hyf je zde pouze skrovné. Později však se ukázalo, že důkaz je spojen s menšími obtížemi než v mladších skvrnách u *Farfugia.* Hyfy velmi upomínaly na *Farfugium*, od řepy liší se poněkud chudším obsahem plasmatickým a intensivnější barvitelností safraninem. Vláknitost hyf vystupovala již v červenci zřejměji než v malých skvrnách u *Farfugia* (24 H, 25), délka vláken varirovala. Velmi důležito je, že konstatovány hyfy ve svazcích cévních a sice jmenovitě v parenchymatických buňkách jejich, jež hraničí s lýkem (25 i). Toť přímo frappantní shoda s výklady Pantanelliho, jenž, jak sděleno, nalezl, že právě lýky rozvádí se agens působící panašování po těle rostlinném. Bylo možno pozorovati v tenčích svazcích cévních po celém průběhu buněk probíhající vlákna houbová, kterak prorážejí příčné stěny buněčné (25 i) mnohdy šířkou svou nevalně se lišíce od šířky buněk, jež je hostí (v žádném však případě nezaměněny na př. s odtaženým od stěn „primordiálním vakem" buněk!)

V buňkách konečně listů, jež byly konservovány na podzim, nečinil důkaz hyf žádných obtíží. Zde konstatováno tolik vláken houbových, že možno mnohdy mluviti o skutečné „invasi" těchto mikroorganismů. Již na živých řezech lze stanoviti v četných buňkách hustou jakousi plasmu, čehož v podzimně žloutnoucích listech nebývá. Typus pak hyf je týž, jako v popsaných již případech, opět jsou to vlákna bez přehrádek a jsou-li „vypasená", s četnými chromatickými zrnky, jež dodávají průběhu vláken jisté kropenatosti (26 b). Již pak v červenci bylo na některých hyfách z listů panašovaných kanadského bezu pozorováno, že objevují se v nich jakási kuličkovitá, tmavá zrnka, jež podobajíce se jakýmsi nedospělým zoosporám vyplňovaly části lumin buněčných (25g, H). V té době nad to pozorovány v některých buňkách celé řady kuliček, jež se intensivně barvily, byly dosti značné velikosti a povstaly asi dege-

nerací vláken, jež je byla nesla (25h, červenec). Ohledání podzimních preparátů ukázalo, oč se jedná asi. Četné hyfy ukázaly se totiž v té době přímo jakoby posety drobnými perličkami, jež když byly v mladším stadiu vývoje, barvily se intensivně Heidenhainem i safraninem, později však se jevily více méně v podobě váčků (26c, d). Že seděly *na* povrchu vláken resp. že stěny jejich jimi při nejmenším prominovaly, bylo jisté. Obsah jejich nebyl dále zkoumán, také ne osud. Co se tohoto týče, jedná se asi u řepy i u *Farfugia* o stejné výtvory, jest možno, že i popsaná tělíska, jež intensivně se po fixaci barvila a posléze volně ležící byla nalezena v buňkách dospělejších protoplastů, sem náležejí. Definitivního závěru o kvalitě a vzniku jich dosud nelze říci, podobnost ale objevila se zde jakási s organuly, jež objevují se po jisté době na povrchu vláken hub aleuronových. Krystalky, jaké se objevují občas na povrchu blan buněčných u hub, při nejmenším sotva byla, nanejvýše ve vnitru jich mohly se nějaké nacházeti.

Srovnáváme-li tato data s cytologií řepy, pozorujeme jak ve skvrnách farfugiových tak v totálně panašovaných listech v mladších stadiích vystupování houby omezenější, ve starších intensivnější. A jest možno, že s tím souvisí barva chlorofyllu této formy panašování. Jestliže se rozroste houba později, nebo objeví-li se na počátku v menší intensitě, může býti účinek její na chlorofyllové barvivo menší — má-li vůbec schopnost účinkovati na ně — i objeví se toliko žloutnutí, nikoliv úplné zbělení. Když pak listy jsou již dospělé, pak již asi vůbec nemůže býti účinek látek plísněmi vylučovaných tak silný, aby porušoval chloroplasty hlouběji. Ukazuje se panašování toliko „aureové“, resp. žlutá skvrnitost. Do jaké míry a jestli vůbec zasahuje do těchto pochodů kvalita resp. kvantita assimilátů, nemohlo býti blíže stanoveno. Úplné zbělení listů, jaké na př. u řepy se pozoruje, bylo by tím spíše pochopitelno, kdyžtě již v mladistvých orgánech rozrůstá se houba značně. Že by se jednalo v těchto případech o nějaké houby saprofytické, které by v panašovaných orgánech se rozrůstaly, nepokládá referent za pravděpodobné. Takovéto organismy jsou snadno rozpoznatelné v buňkách již dle jakosti svých blan, zde však naproti tomu máme tak shodující se zjevy, že shody tyto sotva mohou býti náhodnými. Také by byly asi protoplasty panašované takovými saprofytickými houbami vykořisťovány a sotva pozorovali bychom na „aureových“ panašováních těch pravidelností ve strukturách, se kterými se shledáváme. Ve všech pak případech rostlin, jež byly zvoleny ke studiu, nalezeny byly v buňkách panašovaných protoplastů houby (v zelených listech u řepy nebylo nic podobného shledáno). Třebaže bude potřebí ještě dalších studií v tomto směru, přece jest zjev tento poněkud závažnějším, než aby nemohl býti pokládán za přímou příčinu panašování neinfekčního. U infekčního lze ovšem tím spíše očekávati nějakou podobnou příčinu. Jestliže u řepy vrchol sektorielně panašovaný stane se totálně panašovaným, značí to dle předešlého, že byly asi realisovány

X.

podmínky pro rozšíření se houby po celém vrcholu, opačně pak má se věc při sezelenání. Jak se věci mají u *Brassiky*, je referentovi záhadno. Podle analogie s řepou očekával by však i zde nějakou infekci a sice již v orgánech velmi mladých, ne-li v samých vegetačních vrcholech. A není nemyslitelno, že rhytmicky zmizí tyto organismy s vývojem, sezelenáním a při pozdějším zase zbělením naší rostliny že se dostaví opět. Jaký je fysiologický podklad těchto rhytmických změn, těžko dosud říci. Tím důležitější však jest albikace *Brassiková* pro pochopení chimerického panašování pelargoniového. I pro tuto rostlinu domnívá se však referent, že by bylo oprávněno požadovati minuciesního prostudování cytologických poměrů na vegetačních vrcholech. Jestliže by bylo na místě považovati nalezené mikroorganismy za příčinu panašování, jak souvisela by přítomnost jich v panašovaných protoplastech se světlem, jehož intensita má značný vliv na vývoj panašování? O tom, že světlo může míti vliv na určité funkce fysiologické, byla již učiněna zmínka. Také vývoj a differenciaci některých hub podporuje (Literatura v Pfefferovi, [1]) 1902, II. Bd., I. Teil. 102). Molz [2]) (1907, pg. 182) nalezl, že tvoření konidií u *Sclerotinia fructigena*, kterážto houba působí občas hnilobu jablka, jest mimo jiné také světlem podporováno. Vůbec zdá se, že rostlinní parasiti měli by býti s tohoto stanoviska více studováni (srovn. na př. literaturu o vztazích světla ku klíčení fanerogam). Neboť zprávy Reedovy o vlivu světla na infekci některých rostlin *Erysiphejemi*[3]) snadno by mohly míti širší dosah než se zdá. Autor uvádí totiž, že nikdy nepodařilo se mu vyvolati chorobu erysipheovou u klíčních rostlin ječmenných a pšeničných, jež byly chovány po infekci ve tmě. Jestliže však byly etiolované klíčky po infekci přeneseny na světlo a nechány vegetovati zde, nemoc že se dostavovala a sice v té míře, jak etiolované listy stávaly se zelenými. V celku perioda inkubační byla retardována v tom poměru, jak dlouho byly rostliny držány ve tmě. Jindy rostliny byly ponechány vegetovati na světle, načež infikovány. Byly-li přímo po očkování přeneseny do tmy, nedostavila se žádná infekce. Jestliže však byly po inokulaci držány 1—2 dny na světle, objevila se v nich choroba, ačkoli perioda inkubační se protáhla. Ovšem jest vliv nedostatku světla na objevení se choroby *erysipheové* pouze nepřímý a souvisí s primérním působením tohoto zdroje energie na vývoj chlorofyllu v buňkách hostících rostlin. Infekce se nedostaví v těch buňkách, v nichž se chlorofyll nedostatkem světla nebyl vyvinul a parasit attakuje toliko buňky, které jsou schopny normálně vykonávati své funkce. Tím liší se činnost jeho úplně od hub saprofy-

---

[1]) Pfeffer W., Pflanzenphysiologie.

[2]) Molz Emil, Ueber die Bedingungen der Entstehung der durch Sclerotinia fructigena erzeugten „Schwarzfäule" der Aepfel. (Centralblatt für Bakteriologie, II. Abt., XVII., pg. 175 seq.)

[3]) G. M. Reed, Influence of Light on Infection of certain Hosts by Powdery Mildews. (Science, 1914, XXXIX, pg. 294 seq.)

tických, které se mohou někdy dobře rozrůstati v pletivech etiolovaných rostlin.

Pro panašované rostliny podává se těmito zprávami opět analogie. Závislost panašování na světle jest zjevem snad všeobecným. Vyléčení rostlin albikátních etiolováním na př. u cukrovky překvapujícím způsobem se shoduje s nálezy Reedovými, dle nichž parasitická *Erysiphe* nemohla se ani po vyklíčení vyvíjeti, byly-li hostící rostliny kultivovány ve tmě. Ovšem že jedná se v našem případě asi o vymýcení houby, jež byla aspoň v části vegetačního vrcholu již rozrostlá. Rozšíření panašování po celém vegetačním vrcholu mohlo by naopak vybaveno býti vlivy opačnými oproti těm, jež zabraňují infekci. Nebylo by ale s podivem, jestliže podmínky, jež umožňují rozrůstání symbionta nějakého na př. u *Brassiky*, byly by komplikovanější povahy. V tom ohledu na př. krásná albikace v době podkvětní a náhlé její zmizení za doby květení žádá odůvodněného vysvětlení přesnějšími daty. Ale již výskyt panašovaných listů u této rostliny zvláště v zimě mohl by souviseti se zvláštnostmi symbiontů. Snad nikoli do té míry, že domnělá plíseň měla by nízké optimum vegetační (ač jsou takové plísně). Spíše by mohlo býti pravdou, že pomalý vzrůst orgánů v zimě dovoluje jí rozprostraniti se po pletivech, a rychlejším v létě že rostlina se jí zbaví. Vždyť jest známo dosti příkladů, že rychlý vzrůst umožňuje často pletivům rostlinným uniknouti parasitům, jež je napadají. Tak pozorují se podobné zjevy na př. na kořenech. Po té stránce bude nutno prostudovati jmenovitě ty rostliny, které lze najíti na jaře krásně panašované, jak to shledal referent na př. u *Plantago lanceolata*, nemizí-li u nich panašování v létě a proč.[1])

Jaké jsou ovšem bližší fysilologické příčiny, jež umožňují rozrůstání u *Erysipheí* v chlorofyllosních pletivech resp. symbiotických vláken houbových v rostlinách panašovaných, o tom nelze dosud ani dohadů činiti.

---

[1]) Poznámka 15. VI. 1914: Některé z jitrocelů, jež na jaře shledány panašovanými, jsou čistě zelené, jiné mají listy zřejmě nažloutlé, zvláště v průběhu nervů.

X.

Vysvětlení vyobrazení na tabulích (k části IV.).

1. Bílý list albikátní řepy, in vivo *a*) = celá buňka, *b*) a *c*) = jednotlivé chloroplasty. *Chl* = chloroplast, *N* = jádro? H. imm. $^1/_{12}$, t. d. = 160, komp. ok. 4.

2. Dospělý list bíle albikátní řepy, methylenová modř + Janus in vivo. *a*) = celá buňka s chloroplasty (*Chl*), z části degenerovanými, a chromidiemi (*Chr*). *b*) a *c*) chloroplasty, *d*) = kulovitá tělíska, snad z chloroplastů albikátních. $^1/_{12}$, 170, ok. 4. Huygensův.

3. *a*) = mladý list, žlutý, z albikátní řepy, in vivo. V buňce jádro, chloroplasty téměř prázdné, chromidie (*Chr*). *b*) = jedna chromidie, rozvětvená, bez barvení. *c*) a *d*) jednotlivé chloroplasty, z části degenerované; v některých chromidie. *c*) a *d*) z bílých listů dospělých, methylenová—Janus po 1 hodinu. Komp. 4.

4. Mladší list z bíle albikátní řepy in vivo. *a*) V buňce chloroplasty obklopené lipoidními, opakními tělísky; *b*) jeden chloroplast in vivo, uvnitř krůpějovitá tělíska (nebarv.). *c*) několik degenerovaných chloroplastů z dospělého listu, vedle chromidie. Methylenová—Janus. *d*) chloroplasty rozpadávající se v lipoidní tělíska (bez barvení). *e*) = chloroplast nebarvený, s chromidií uvnitř, *f*) a *g*) po zbarvení. chromidie, vnitřní modrá. Kompens. 4.

5. Mladý albikátní list řepy, in vivo. *a*) = chloroplast jazykovitý, rozvětvený, bez barvení, s chromidiemi uvnitř. Ok. 4. *b*) = několik chloroplastů albikátních v buňce, některé s chromidiemi, jiné s váčkovitými tělísky, jež též mimo ně. Při × volně pohyblivé bakterium. Nebarveno, kompens. 4. *c*) = jeden z chloroplastů s chromidií uvnitř, ok. 12.

6. Mladé listy z albikátní řepy, žlutobílé. Methylenová—Janus, in vivo. V *a*) i *b*) v buňkách bakteriím podobné chromidie, zbarvené in vivo, *Chl* = chloroplast, *N* = nukleus. *c*) jednotlivé „dělící se" chromidie. $^1/_{12}$, 160, 4.

7. Bílá řepa, delší čas ve vodě chovaná, dospělý list. Methyl.—Janus. *a*) = rozpadlé chloroplasty v buňce, mezi nimi bakteriím podobné chromidie. *N* = jádro. *b*) = jednotlivé chloroplasty.

8. a 9. Normální listy cukrovky, ze skvrn podzimně žlutých. Methylenová—Janus, in vivo.

8*a*. 1—8 = chloroplasty ještě žluté, žlutá substance v nich nahromaděna zrnkovitě. *b*) zvětšeně.

9*a*). Buňka s chloroplasty. (α—δ), ještě zlatově žlutými, některé z nich měchýřkovitě nadouvlé. 1—5 váčky bakteriím podobné, snad degenerací chloroplastů vzniklé. *b*) a *c*) jednotlivé chloroplasty. $^1/_{12}$, 160, kompens. 4.

10. *Brassica* bíle albikátní, in vivo, bez barvení; mladší list se zelenými skvrnami při středu, řezy z rozhraní části zelené a bílé. *a*) Chl_1 = chloroplasty nerozpadlé, ač velmi bledě zelené; Chl_2 = degenerované, rozpadlé chloroplasty. *b*) Chl_1 = velmi bledě zelený, rozpadávající se chloroplast, Chl_2 = massa, povstalá degenerová-

ním chloroplastů. *c*) *Chl* = chloroplasty zelené, normální, Chl_1 = bílé, nerozpadlé. *d*) = chloroplast po zbarvení Viktorií, s chromidií (asi na povrchu); ok. 4, ostatní kompens. ok. 4, 180, $^1/_{12}$.

11. *Brassica* bílá, mladší list, Janus $^3/_4$ hod. *a*) = Pokožní vrstvička plasmatická buňky s četnými „síťovitými" chromidiemi. *b*, *c*, *d*) = části plasmy s většími chromidiemi. *e*) = jednotlivé chromidie se zrnitou strukturou. Plasma a jádra nezbarvena. $^1/_{12}$, 160, 4.

12. *Brassica* bílá, Janus—eosin. *a*) = část buňky, *Chl* = chloroplast normálný, Chl_1 = se „stromatickou" strukturou, Chl_2 = rozpadávající se, Chl_3 = massa z rozpadlých chloroplastů. *b*) = jednotlivé chloroplasty, *Chr* = chromidie.

13) *Brassica* bílá, dospělý list skoro úplně zelený, in vivo bez barvení. *a*) = buňka s bledými chloroplasty, mezi nimiž množství tělísek barvy světle zelené. Komp. 4. Táž v *b*) při silnějším zvětšení (ok. 12), světle zelené barvy, někdy chromidiově (rozvětvené) podoby. Při *Chl* (= chloroplast) viděti, kterak povstávají odštěpením od chloroplastů.

14. Etiolované kotyledony slunečnice, Viktoria in vivo. *Chl* = chloroplasty bledě zelené, *Chr* = chromidie. $^1/_{12}$, 160, komp. 4.

15. *a*) = *Lepidium sativum*, část buněk Viktorií in vivo zbarvených, v nástěnné plasmě hojně chromidií.

b) = z řezu listu žita (*Saturnus*) etiolovaného, Viktoria. *N* = jádro, *Chr* = zrnkovité chromidie, *B* = bakterie, pohyblivá, nezbarvivší se Viktorií. *c*) = jednotlivé chloroplasty z téhož listu, chovající zrnka Viktorií barvitelná. Ok. 4.

16. Řezy listem *Saturnu*, jenž asi týden etioloval, in vivo, bez barvení. *a*) i *c*) = buňky houbového parenchymu, pozorované hned po zhotovení preparátu a zastavení tubu; v *a*) = četné chromidie, některé z nich duté; v *c*) *Chl* = chloroplasty normální slabě žlutozelené, v blízkosti nich bledavá zrnka unášená proudem plasmy.

b) = buňka. jak vyhlížela asi po půl hodině ve vodě, bez barvení. Chloroplasty váčkovité podoby, některé s obsahem zrnkovitým. V ní dříve chloroplasty normální, žlutozelené.

17. Řez žlutou skvrnou *Abutilonu*, in vivo, bez barvení. *Chl* = chloroplasty, slabě žluté, v *a*) v nich malé chromidie, v *b*) také mimo ně. Ok. 4.

18. Albikátní buňka z listu černé ředkve, in vivo; v ní žlutavé chloroplasty a téže barvy zrnka. $^1/_{12}$, 160, 4.

19. (T. V.) *a*) a *b*) řezy z nádorků *Chrysanthemum frutescens*, vyvolaných bakterií *Bacterium tumefaciens* „Daisy". *a*) in vivo barveno neutrálkou zředěnou. *N* = jádro, 1, 2, 3, 4 = bakterie, 2—4 karakteristicky deformované; zrnka jejich nebarví se červení. *c*) (T. III.) = jednotlivé bakterie prostupující porem blanou. *b*) = zrnkovité bakterium malé z nádorku řepného, vyvolaného bakterií „Daisy". $^1/_{12}$, 180, ok. H. 4.

20—23. Mikrotomové řezy žlutými skvrnami z listů od *Farfugium giganteum*. 20—22. slabší infekce, 23. silná infekce houbová.

20. *a*) = buňka assimilačního parenchymu, *N* = jádro, *Chl* = chloroplasty, *H* = tlustá hyfa. *b*) a *c*) tenké kousky hyf (*H*) zastižené mezi chloroplasty (*Chl*). *d* = část přehrádky buněčné, jíž pronikají hyfy; *Chl* = chloroplasty. Apochromat Zeissův 2 *mm*, délka tubu 160, ok. 4.

21. Část buňky s vláknem houbovým (*H*) stočeným; *Chl* = chloroplasty. Komp. ok. 4.

22. *H* = dvě hyfy s kulatými, někdy váčkovitými zrnky. Nahoře *Chl* = chloroplasty se silně barvitelným obsahem (degenerující?). Apochr. 2, 160, 4.

23. *a*) buňka chová stočené hyfy (*H*). *b*) = *Chl* = chloroplasty, *H* = vlákno houbové se zrnitým obsahem. *c*) a *d*) = houby mezi chloroplasty, místy s větším zrnkem (jádro?). *e*) a *g*) četná vlákna houbová v buňkách. *f*) = tenoučké hyfy (*H*)

X.

prorůstají přehrádkou buněčnou. *e*, *f*, *g* kresleno při komp. ok. 4, *a*—*d* při Huyg. ok. 4, 160, ap. 2 *mm*.

24—26. Mikrotomové řezy z listů „aurea" panašovaných od *Sambucus canadensis*.

24. Fixováno v červenci, část buňky s chloroplasty (*Chl*), při *H* = kousek rozvětvujícího se vlákna houbového. Ap. 2 *mm*, 160, ok. 4.

25. Červenec. *a*) = buňky parenchymu listového s chloroplasty místy neúplně od sebe se oddělujícími, *N* = jádro, *H* = vlákna houbová. *b*)—*e*) = části buněk, při *H* = hyfy se zrnitým obsahem, tenčí i tlustší; při *c*) dvě hyfy v sousedství blány buněčné. *f*) = isolovaná, rozvětvující se hyfa. *g*) = buňka s hyfami, jež jeví množství zrnek intensivně barvitelných. *h*) = četná, velká zrnka snad povstalá z nich. *i*) hyfy (*H*) probíhající v parenchymatických buňkách svazků cévních. Ap. 2, 160, ok. 4.

26. Z mikrotomových řezů aureových listů od *Sambucus canadensis*, jež byly fixovány na podzim. *a*) tenké hyfy vebíhající v blánu buněčnou, v *b*, *c*, *d* vlákna houbová (*H*) s četnými, perličkovitými zrnky na povrchu. Ap. 2, ok. 4.

27.—30. Mikrotomové řezy albikátními listy *cukrovky* bíle panašované. 27. až 29. z velmi mladých listů, 30. = z dospělého listu. Vše apochrom. 2 *mm*, 160, ok. 4.

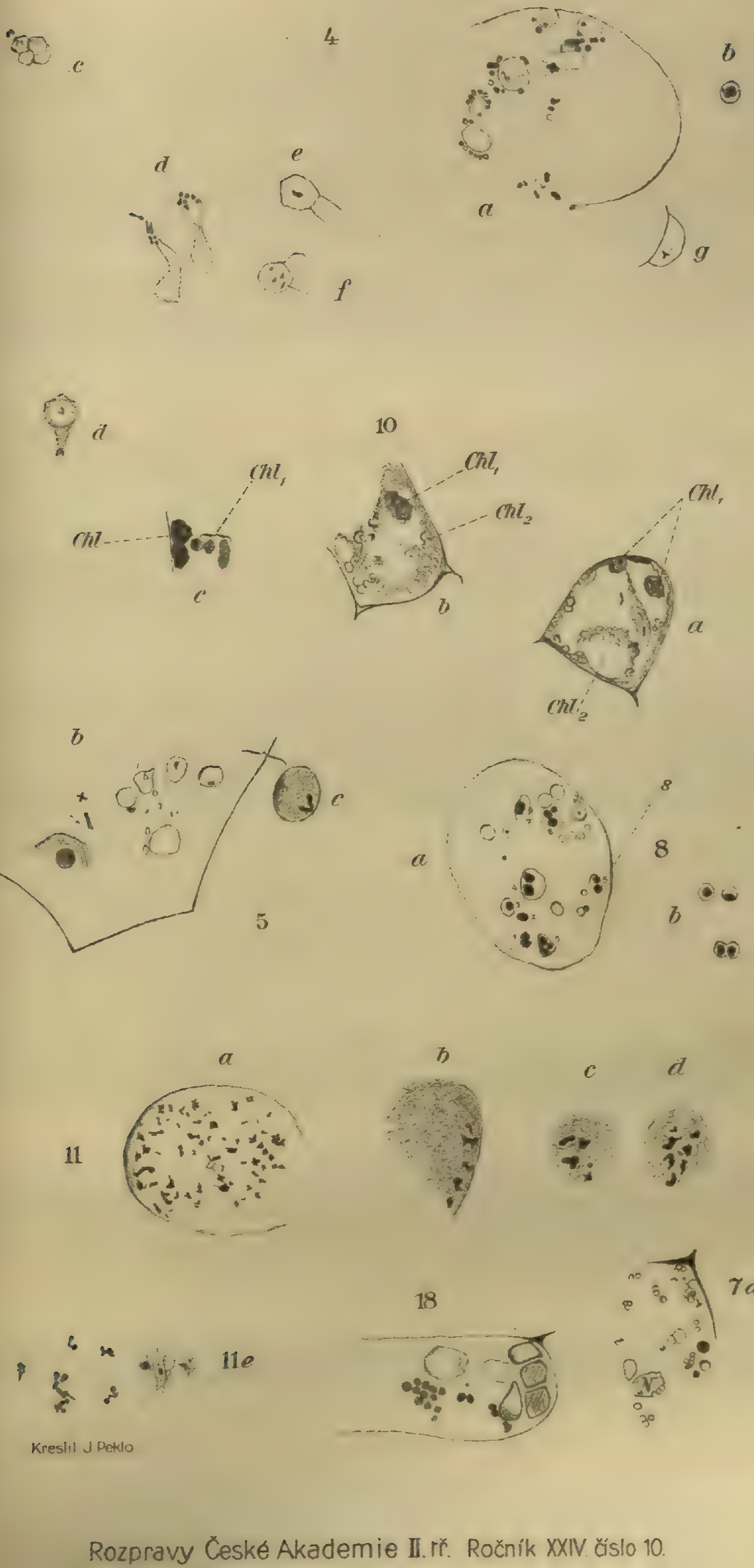
27. *N* = jádro, *Chl* = chloroplasty, *H* = vlákna houbová. *a*) = buňka s malými dosud chloroplasty, při *H* = vlákna houbová přisedlá k bláně buněčné.

28. *a*—*d*) mladé buňky albikátní, chloroplasty někde nejsou viděti, snad té doby nebyly vyvinuty. V *a*) při *P* = plasma od stěny odtažena, *Chl* = chloroplast. Jinak všude *H* = hyfy, někde blanou procházející; při *e*) a *f*) isolované.

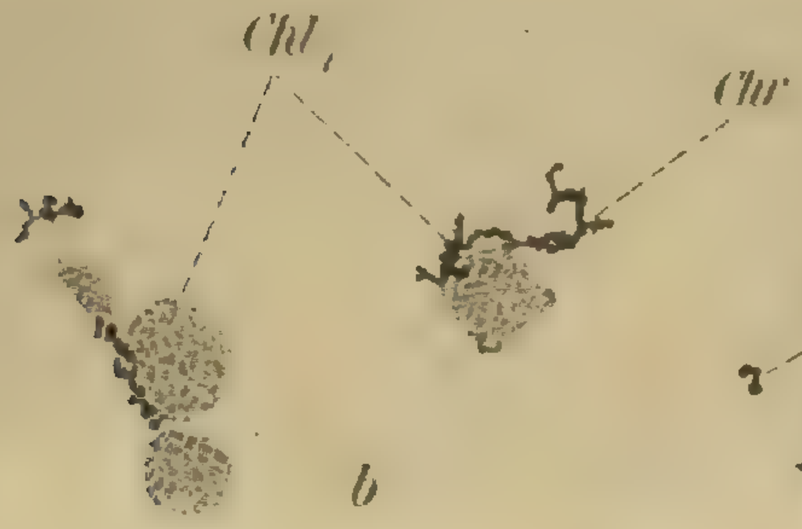
29. *a*) i *b*) totéž, v *c*) v některých buňkách zastiženy jen úlomky vláken houbových, při *Hd* zbytky po degenerovaných snad vláknech.

30. Z dospělého listu řepného. *Chl* = chloroplasty—leukoplasty, *Chr.* = chromidie?, *Hd* = větší kuličky, zbylé po degenerování hub? Ap. 2, ok. 4.

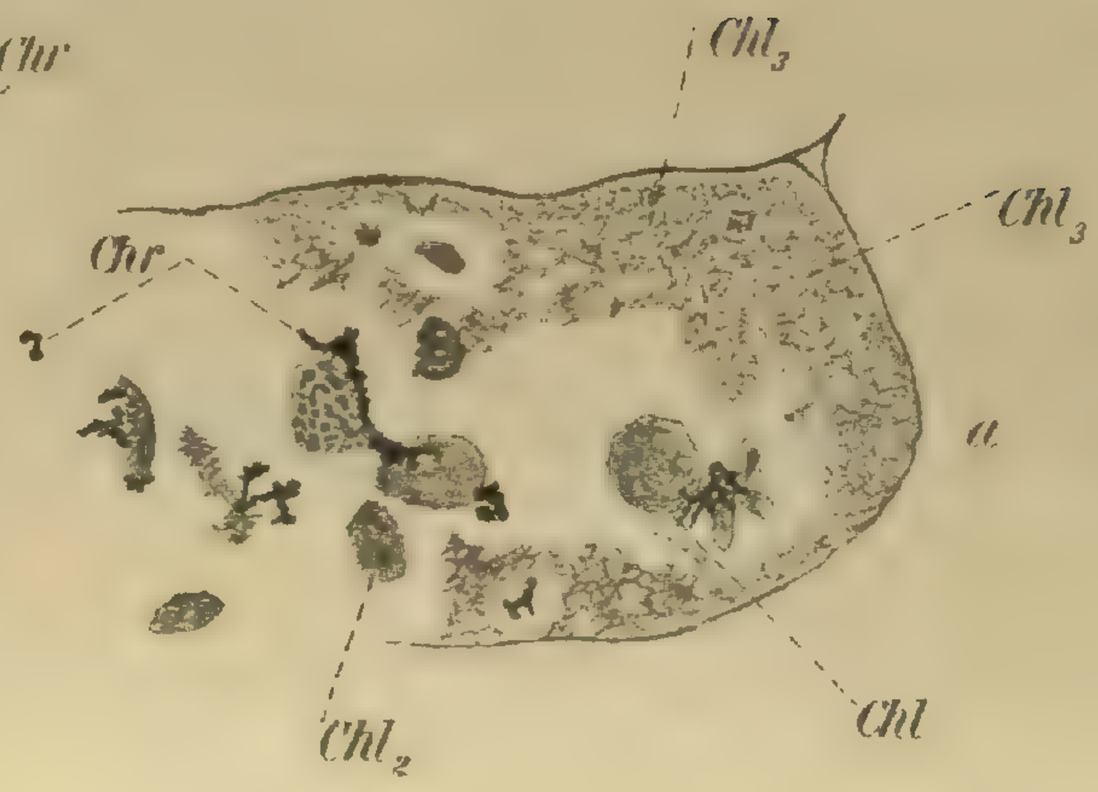
Kreslil J. Pekle



Kreslil J Peklo

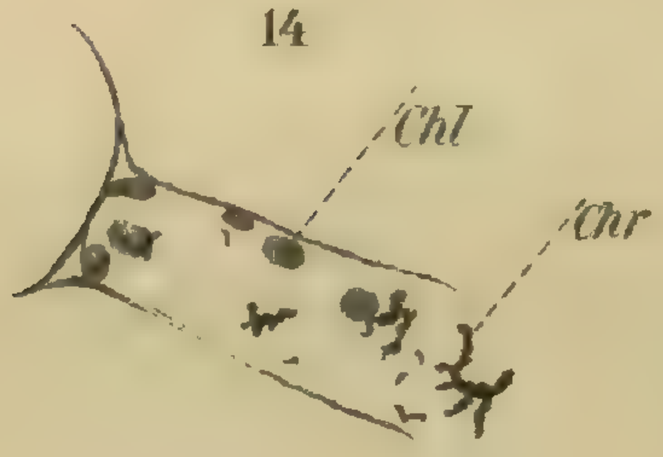


12

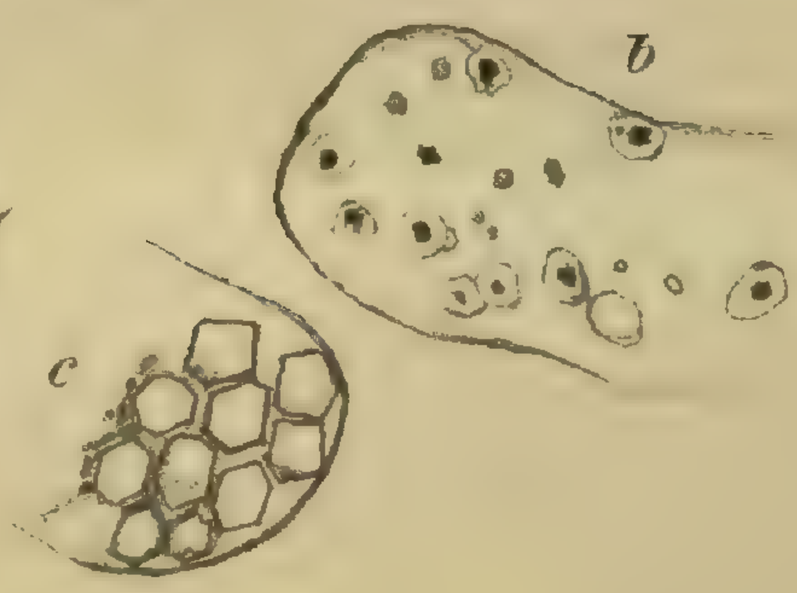


13

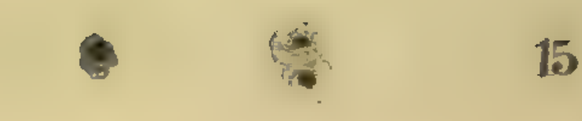
14



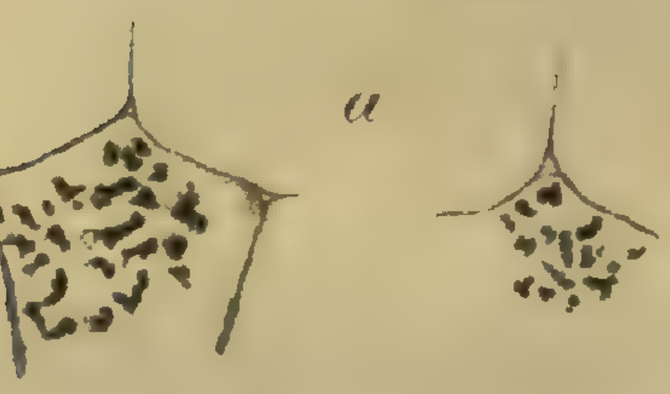
16

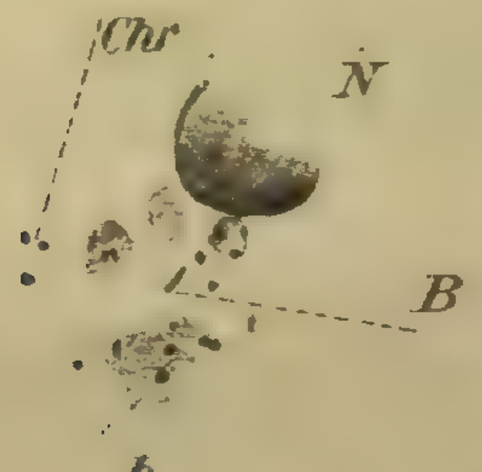


19

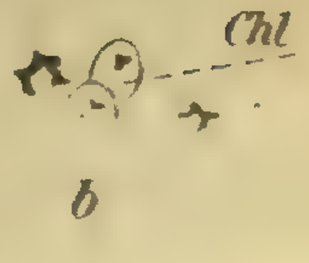


15

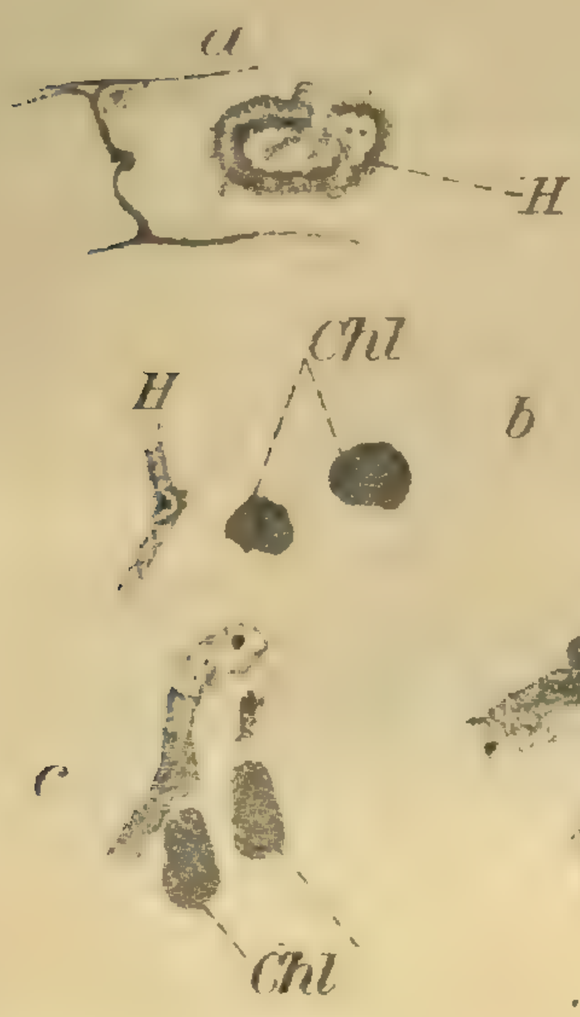


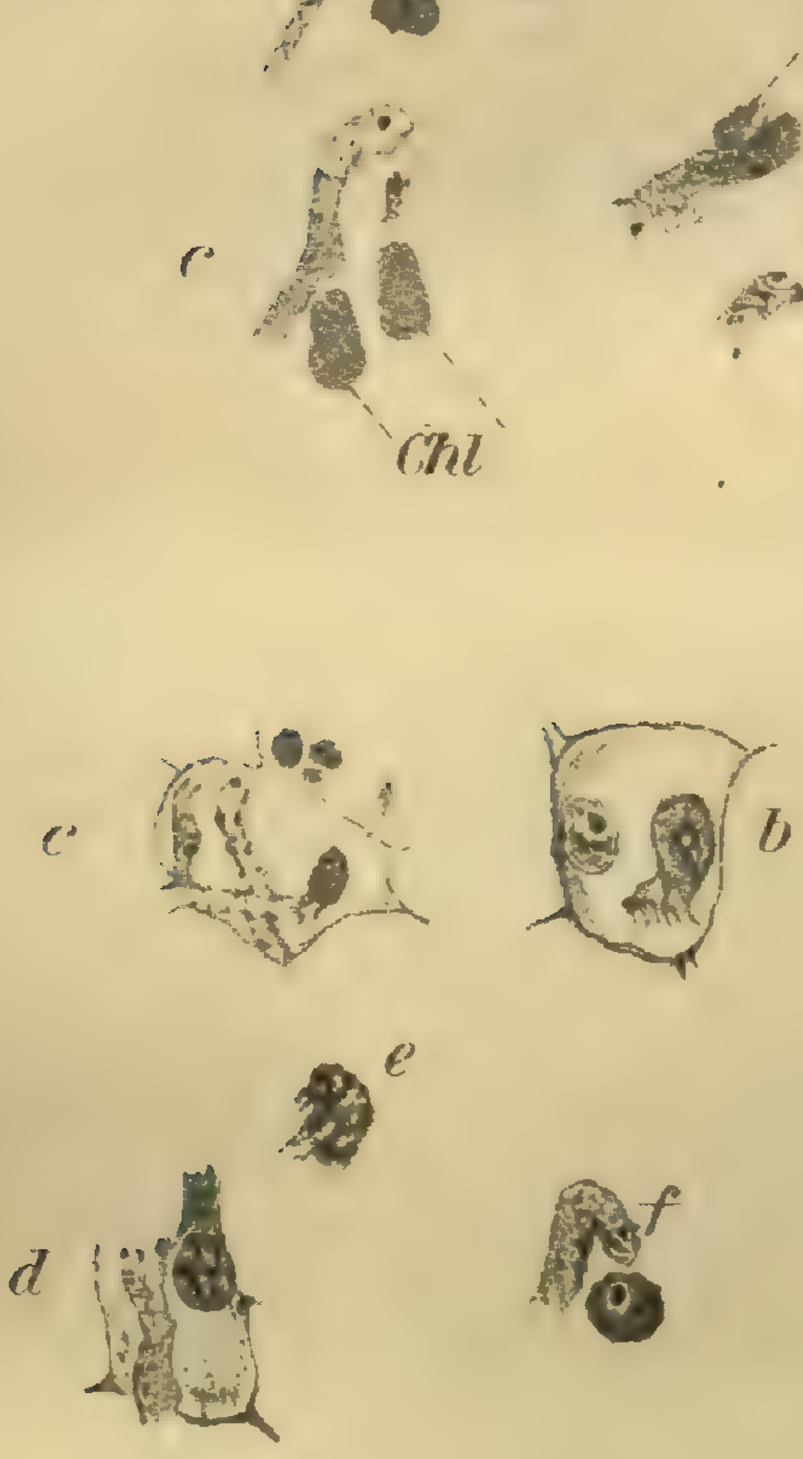


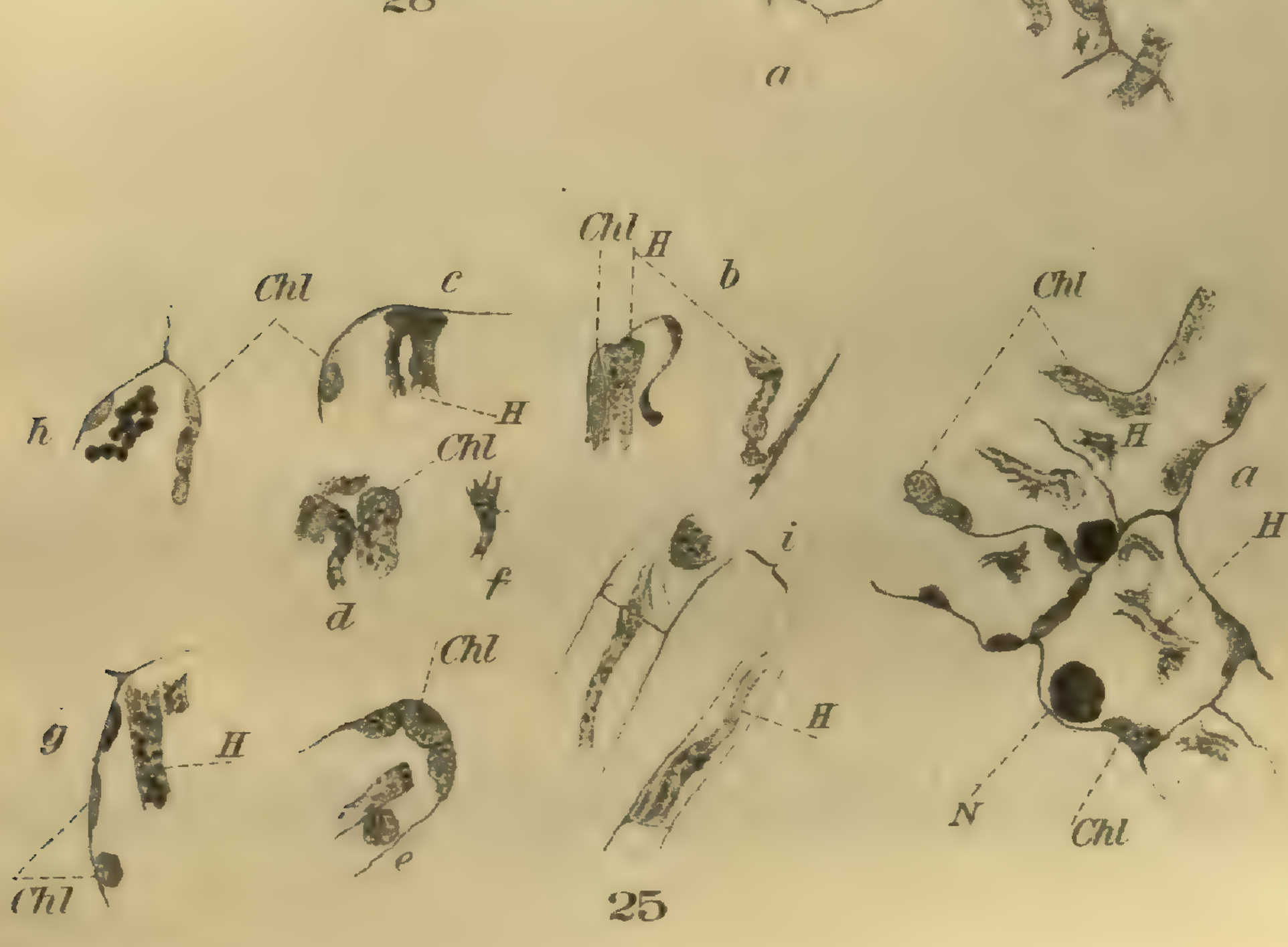
17



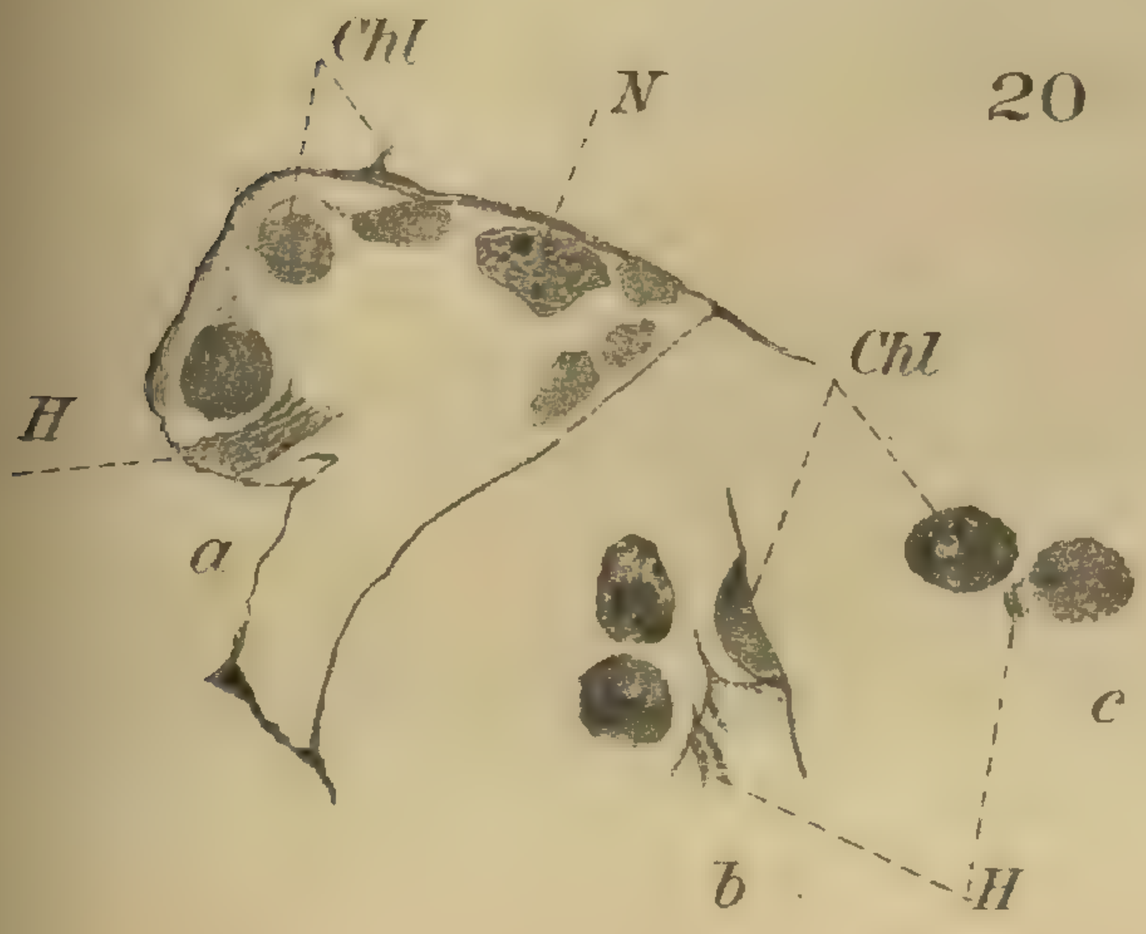
Kreslil J. Peklo







Kreslil J Pekło



20

21

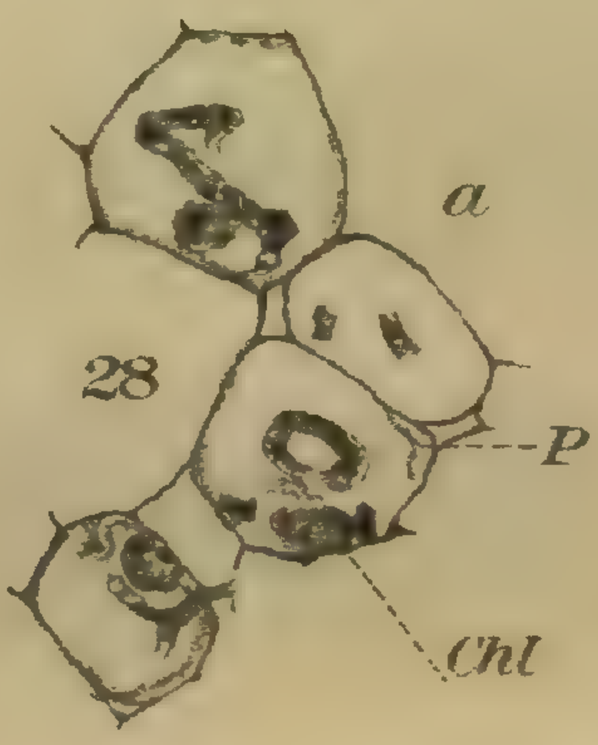
26

22

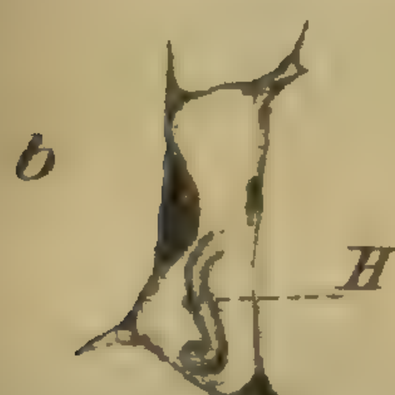
19

30

27



28



24

Kreslil J. Peklo.

PROTOKOLL.

Pracováno s hříženci.

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*J*	*K*	*L*
30./11. 1913. Dekapitován ve výšce 18 *mm* u země, pahýl má zelenou kůru.	Dekapitován ve výšce 25 *mm* od země; pahýl má zelenou kůru.	Dekapitován ve výšce 30 *mm* od země; pahýl má nahoře v délce asi 1 *cm* kůru bílou, doleji zelenou.	Dekapitován ve výšce 20 *mm* od země a dán do teplého skleníku. Pahýl zelený.	Bílá kůra oloupána po celé délce kmínku, takže dole zbyla jen zelená. Nahoře shluk lístků mladoučkých.	Asi uprostřed kmínku vyříznut kousek bílé kůry zdéli asi 1 *cm*. Nad i pod ním nechány úžlabní pupeny.	Kůra vyříznuta v délce 2 *cm* až pod vegetační vrchol.	Vegetační vrchol naříznut v medianě longitudinalně do délky 1½ *mm*. Pod ním několik lístků odstraněno.	Veg. vrchol naříznut v medianě do hloubky 3·5 *mm*.		
8./12. Na pahýlu vyvinuly se 4 pupeny, jež dříve před opadáváním listů byly v úžlabí stály. Všecky zelené, ač slabě.	Na pahýlu 4 pupeny, všecky slabounce zelené.	V bílé, nejhořejší části kůry 3 bílé pupeny. V mladé části pahýlu slabě zelené tři pupeny (bledší než u *A* a *B*).	Na stonku čtyři pupeny pěkně vyrostlé (největší asi 1·5 *cm*), krásně zelené.							
12./12 Pahýl z největší části zelený, na řezné ploše nabělavělý. Dva pupeny velmi slabounce zelené, ostatní jako dříve.	Pahýl zelený, na něm 5 malých pupenů (nejdelší zdéli 2 *mm*), zelenavých.	V nejhořejší, bílé části 2 pupeny, mladší bílé, třetí slabounce nazelenalý. Ostatní pupeny v dolních, zelených partiích nazelenalé.	Pupeny vyhánějí lopatkovité, primární listy, již zelené.			Operované místo nabělavělé.		Pod vegetačním vrcholem v místě, které by mohlo býti zváno druhým internodiem, povstal z centralních partií pletivných jedné strany kallus, doleji značně vydutý.	Lopatkovitě vyhlubeným skalpelem vegetační vrchol zbaven korové části (dermatogenu a z části periblému). Tangenciálním tímto oloupáním vegetační vrcholy postranní seřezány.	Operováno tímže způsobem jako v K.
17./12. První pupen dlouhý 6½, druhý 5 *mm*; ostatní zakrněly. Oba pupeny čistě, jemně zelené. (Br. 10, — viz text — fot. 20. 12.)	První pupen dlouhý 4 *mm*, druhý 3 *mm*, třetí 2·5 *mm*. Zelené.	Bílé partie: 1. Nejmladší, dosud nízký pupen čistě bílý. 2. Nejblíže starší pupen má čepele zelené, jen špičky jich jsou bílé. 3. Nejstarší listy čistě zelené, jen kraje plochých čepelí bělavé. Slabě nazelenalé partie: 4. pupen: listy zelené, vršky bělavé. 5. pupen, nejhlouběji stojící: čistě zelený.	Rostlina s listy as 5·5 *cm* vysoká, nejdelší list 5 *cm* dlouhý, vše krásně zelené.			Operované místo slabě bělavé, základní barva ale ještě zelená.	Z centralních partií pletivných obou řezných ploch vegetačního vrcholu povstal kallus. Kůra (bílá) neúčastnila se na jeho tvoření. (Br. 24, — nachází se na konci protokollu — fot. 20. 12. 1915.)			
5./1. 1914. Kmínek v nejhořejší části, kde přisedají oba pupeny, ještě slabě bílý. První pupen zdéli 2·5, druhý 3 *cm*. Oba mají primární listy počtem 4, čistě zelené, další listy (také 4) v prostřed s malou bílou skvrnou.	Mladší 2 pupeny, jeden zdéli 1·5, druhý 1·5 *cm*, mají po dvou primérních a po jednom sekundárním listu. Všecky jsou čistě zelené. Třetí má jeden malý a jeden velký primární list, oba čistě zelené; malinký sekundární lístek má slabě bílý hlavní nerv.	Na čistě bílé nejhořejší partii 4 pupeny (od nejmladšího k nejstaršímu 1 až 3 označené), na spodnější bělavé dva (4 a 5). Zelená část nemá pupenu. 1. pupen: primární list čistě zelený, ostatních lístků základy bílé. 2.: jeden primární s malou čepelí, většinou bílý, druhý na špičce bílý.	Primární i sekundární listy na pupenech čistě zelené. Přenesen do studeného skleníku.	Na oloupané části, dole malý pupen zelený. Na neoloupané malý pupen, nad ním pak 3·3 *cm* dlouhý pupen. Má 2 primární listy čistě zelené, 1 sekundární, 3·3 *cm* dlouhý, čistě zelený, 2 menší, terciarní lístky na spodu s bílými nervy, jinak čistě zelené.	Skalpovaná místa neregenerovala a zůstala zelenými.		Rozříznutý vegetační vrchol roste ve 2 větévky, z nichž každá differencuje několik listů. Jedna z nich skoro úplně zelená a nápadně se liší od spodnějších částí prýtu, jež bílé.	Oloupaný vrchol bledavě zelený. Na této části dva pupeny zelenavé. Ve spodnějším internodiu, jež bílé, z úžlabí listů, jež jsou zelené, jen nervy majíce bílé, vyrážejí 2 pupeny bílé, dlouhé 5 *mm* se špičkami zelenými.	Podobně, na oloupané části také vyrazily pupeny, asi advertivní. V následujícím na to internodiu vyrazily 2 úžlabní pupeny, asi 2 *mm* dlouhé, sněhobílé. Dán do teplého skleníku.

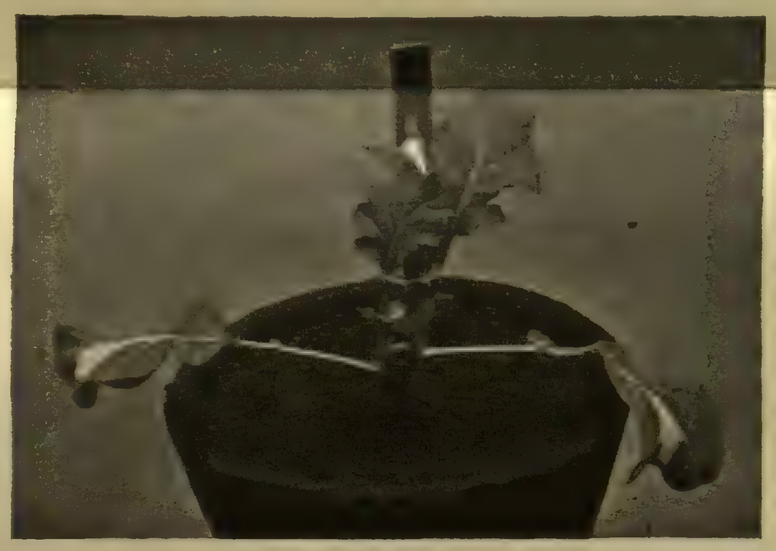
A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L
		5/1. 14. Dva sekundární na špičce bělavé. 3. pupen, dlouhý 2·5 *cm*: primární listy 2 čistě zelené. dva malésekundární nabělavělé. 4. pupen: jen bílé špičky. 5. pupen: má vytvořeny primární listy, již čistě zelené.								
18./1. První pupen zdéli 5 *cm*, dva primární listy úplně zelené, 2 sekundární s malou bílou skvrnou při vrcholu, velké. Druhý má 2 primární listy, úplně zelené, 2 sekund., 1 velký, druhý malý, každý s malou skvrnou. (Br. 11, fot. 25. 1. 1914.)	3 pupeny, 1 se sekundárními listy, všecky úplně zelené. Pupeny zdéli 2—2·5 *cm*. (Br. 7, fot 25. 1. 1914.)	Všech 5 pupenů skoro úplně zelených: 1. pupen, dlouhý asi 4 *mm*, bělavý. Jeho primární list, prostředně velký, úplně zelený. 2. 3·5 *cm*. 2 primární listy úplně zelené, až na uzoučký bílý proužek při špičce, jež u jednoho vmáčknuta v zářezu dolů (a to patrně od toho, že albikátní skvrna pomaleji roste než zelené ostatní části). 2 sekund. listy, prostředně velké, s malými skvrnami bílými. 3. Jeden primární list úplně zelený, část pupenu, přilehající k bílé části stonku, bělavě pruhovaná. 4. Pupen zdéli 2·5 *cm*. Nese 2 prim. listy úplně zelené až na vykrouženou část při vrcholu, jež špičkou dolů zahnuta. Špička tato i několik žeber na spodu listu bělavé.	(Studený skleník.) Spodní pupen, zdéli 3·5 *cm*, s 2 prim. listy, jež úplně zelené. Svrchní pupen, 6 *cm* dlouhý; 2 prim. listy; 1 sekund. (6 *cm* dlouhý) a 2 další listy (1·5 *cm* dl.) úplně zelené. (Br. 21, — nachází se na konci protokollu — fot. 25. 1. 1914.)	Asi v polovině neoloupané části pupen dl. 5·5 *cm*. 2 prim. a 2 sekund. listy velké, úplně zelené (jen 2 terciární mají na spodu nervy bělavé). (Br. 22, — na konci protokollu — fot. 25. 1.)		18./1. Rozříznutý veget. vrchol differencuje se ve 2 větévky kratičké, jež mají zcela malé lístky a proto vyhlížejí pupenovitě uzavřené. Oba jsou převážně bílé barvy. Staré listy mramorovaně bílé. (Br. 25, fot. 25. 1, 1914.)	Obě regenerované poloviny hluboce rozříznutého vrcholu vegetačního nesou zelené, velké pupeny. První má jeden sekund. list, 2 *cm* dl., druhý dva. Staré listy s nervaturou bílou.	Na oloupané části 2 lístky, asi na malém adventivním pupenu, úplně zelené. Pod nimi 1 pupen a na něm lístek, jehož vrchní strana při oloupané části prýtu sedící je smaragdově zelená (až na malý bílý ostrůvek v prostřed), spodní zelená až na hlavní nerv a tu polovinu řapíku, jež je obrácena k bílému segmentu, kterážto části bílé. Také primárně formovaný list, jenž nad ním stojí, ač se nachází na oloupané části, má na spodní straně řapíku, jež se stýká s místem, kde bílý segment hraničí s oloupanou částí, bílou barvu. (Br. 12, *K*, fot. 25. 1. 1914. Adventivní pupen zelený při ×.)	Vegetační vrchol zaujat je velkým pupenem s 2 primárními a 1 sekundárním listem, dlouhým 4 *cm*. Asi na oloupané zelené části vyvinul se pupen, jenž zatlačil bývalý hlavní vegetační vrchol na stranu. Pod ním na téže oloupané části 2 pupeny, prostředně velké, s velkými i malými sekundárními lístky. Všecky tyto části krásně zelené. Na následujícím, neoloupaném bílém internodiu raší dva pupeny z úžlabí kropenatých listů, jeden asi 5, druhý 12 *mm* dlouhý, oba skoro zelené. (Br. 14, fot. 25. 1. 1914.)
19./2. (Br. 20, fot. 20. 2. 1914.) V téže místnosti — prostřední ve studeném skleníku, temperatura 8½° C — kde se nacházely operované *Brassiky* vylíčené, pozorováno u jednoho semenáčku (Br. 27), že měl vyhnány tři nejmladší listy, největší z nich 7 *cm* dlouhý, jež byly již úplně zelené. Druhý semenáček měl dva nejmladší listy, největší z nich 1·5 *cm* dlouhý, úplně zelené; list nejblíže jemu starší měl na vrcholu bílou skvrnku. V krajní rohové místnosti skleníku — temp. 7° C — měl jeden semenáč 2 listy nejmladší úplně zelené, větší z nich zdéli 6 *cm*. Ostatní byly z největší části bílé, jako u předešlých exemplárů. (Br. 28.)					19./2. Celý bílý, slabě zeleně kropenatý. (Také v rohové místnosti jeden bílý.)	(Br. 26, fot. 20. 2.) Obě poloviny mají lístky zelené, jedna z nich má základy květenství. Listy na starší části z největšího dílu bílé.	Obě poloviny zelené. Bílé listy všecky opadaly, takže rostlina má bílou kůru a zelené 2 vrcholy s delšími již listy.		

PROTOKOLL.

A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L
2./IV. Vyvinuty 2 prýty postranní. Celé zelené až na malé skvrny, jež jeví jeden list u menšího z nich a konec lodyhy u druhého, většího i spodiny nejmladších listů, jež obojí bílé. Tato lodyha má založeny květy.	Dva prýty malé, úplně zelené.	Tři prýty, malé, nažloutlé zeleni.	Vyvinut jeden prýt, malý, zelený.	Jeden prýt velký, úplně zelený nese malé poupě. (Br. 23, fot. 2. 4.)		Skalpované místo pokryto korou bílou, složenou ze zaschlých buněk. Při dolejšku lodyhy nachází se nejstarší list, jenž zelený, pak následuje 7 slabě zeleně kropenatých, na to 3, jež jsou do poloviny zelené, do poloviny bílé. Další listy zelené, krásně zelené poupě. Stonek na 2 *cm* od zdola barvy bílé, odtud pak táhnou se nahoru k vegetačnímu vrcholu 2 zelené pruhy, takže část stonku pod poupětem jest pruhovaná.	Dolejšky regenerovaných vidlic bílé, resp. bíle pruhované, na nich je jeden lístek z části bílý. Bílé části sahají však až po květy. Ostatek zelený.	Oba dva regenerované vrcholy — prýty již větší s většími poupaty. Oba bez bílé barvy. Ten prýt, jenž se nachází na užší šíji, nabývá žlutozeleného tonu.	Pupen na oloupané části žlutozelený (od toho, že mu druhé odnímají výživu?), pět ostatních postranních prýtů zelené (z části sedí na bílé části stonku i jsou nejspodnější listy bílé). 2 listy u jednoho, jeden u druhého mají hlavní nerv na spodu bílý.	Na oloupané části sedí 2 pupeny, jež jsou zelené až na to, že několik lístků u jednoho má nepatrné skvrnky. Dva pupeny sedící na bílé části zelené.

V rohové místnosti 2. IV. 1914 nacházel se řízek, jenž byl 1 *cm* dlouhý. Jeho kmínek byl dole zelený a nesl zde 3 velké, zeleně skvrnité listy. Pak následovala zona 4 *cm* dlouhá, úplně sněhobílá, na níž se nacházelo 7 listů nádherně sněhobílých. Ještě výše stály 3 listy částečně bílé. Posléze — přímo pod veget. vrcholkem — nacházelo se 6 listů, jež byly skoro úplně zelené; listy při samém poupěti byly úplně zelené. Velké poupě květní (Br. 29.).

2 semenáčky kontrolní byly až na spodní, opadávající listy, jež jsou z části bílé, zelené.



Br 20 (*A*).

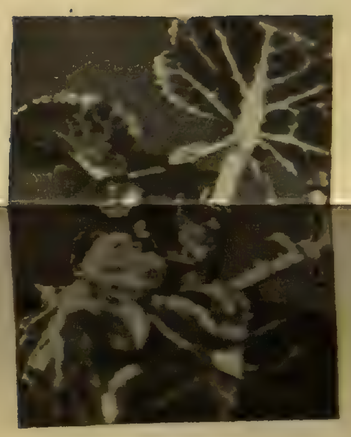
Br 21 (*D*).

Br 22.

Br 23.

Br 26.

Br 27.



Br 24 (*H*).
(Zmenšeno na ½).

Br 25.

Br 28.

Br 29.

Jak sestrojiti hyperbolu rovnoosou ze čtyř imaginárných bodů nebo tečen.

Podal

vládní rada professor **VINC. JAROLÍMEK.**

Předloženo dne 12. února 1915.

S 2 obrázky do textu vloženými.

---

1. Body tyto musí ovšem býti podvojně sdruženy; spojnice pak dvou sdružených imaginárných bodů je reálna. Buďtež tedy dva dány samodružnými body *a, b* elliptické involuce na reálné přímce *M* (obr. 1.); střed involuce budiž *o*, potence $= -\overline{o\,g^2}$. Ostatní dva *c, d* buďtež samodružnými body elliptické involuce na reálné přímce *N*, střed involuce ω, potence $= -\overline{\omega\,v^2}$. Jde o konstrukci takovou, která by nevyžadovala rýsování pomocných kuželoseček. Základními body *a, b, c, d* jest určen svazek kuželoseček Σ, který žádanou hyperbolu *H* obsahuje. Sestrojme nejprve společný polárný trojúhelník *xyz* svazku Σ, jenž v tomto případě je vždy reálný; jeho vrcholy jsou v diagonálných bodech úplného čtyřúhelníka *abcd*. Průsečík $(M\,N) \equiv x$ je jeden vrchol jeho. Jeho polára *X* seče přímky *M, N* v bodech *m, n,* jež v řečených involucích odpovídají bodu *x*. Učiňme tedy $\overline{g\,m} \perp \overline{xg}$, $\overline{v\,n} \perp \overline{x\,v}$, spojme $\overline{m\,n} \equiv X$; na poláře *X* budou ostatní dva vrcholy *y, z*. Ve vrcholu *y* protínají se na př. imag. sdruž. spojnice $\overline{a\,c}$, $\overline{b\,d}$, ve vrcholu *z* spojnice $\overline{a\,d}$, $\overline{b\,c}$. Involuce *M, N*, promítajíce se z bodu *y* (nebo *z*) *touž* involucí paprskovou, jsou perspektivné, protože se z bodu *y* promítají navzájem samodružné jejich body; totéž bude tedy platit o družině $e\,e_1$, která v involuci *M* je body *x, m* rozdělena harmonicky, i o družině $f\,f_1$, která v involuci *N* odděluje harmonicky body *x, n*. Tyto družiny obdržíme rozpůlením úhlů $x\,g\,\underline{m}$, $x\,\underline{v\,n}$ ($\sphericalangle e\,g\,m = \sphericalangle m\,g\,e_1 = \sphericalangle f\,v\,n = \sphericalangle n\,v\,f_1 = 45^0$). Spojnice $\overline{e\,f_1}$, $\overline{e_1\,f}$ protnou se v bodě *y*, spojnice $(\overline{e\,f}, \overline{e_1\,f_1}) \equiv z$. Žádaný trojúhelník polárný je *x yz*.

Veškeré hyperboly obsažené ve svazku Σ protínají úběžnou přímku U_∞ v involuci I_∞, která z libovolného bodu, na př. *y*, promítá se involucí paprskovou I', jejíž paprsky centrálné A', B' (družina pravoúhlá) budou

směřovati k úběžným bodům hyperboly rovnoosé H, jež v Σ jest obsažena, t. j. A', B' budou rovnoběžny k asymptotám A, B hyperboly H. Jednu družinu involuce I' obdržíme, vedeme-li bodem y paprsky $M' \parallel M$, $N' \parallel N$, protože $(M\ N)$ je zvrhlá křivka ve svazku Σ. Jinou družinu (ima-

Učiňme tedy $\varphi\,\overline{\psi \perp \tau\,\varphi}$, v bodě ψ sestrojme tečnu $\perp \overline{\tau\,\psi}$, a v průsečíku δ tečny s průměrem $\overline{\tau\,\varphi}$ postavme poláru $F \perp \overline{\tau\,\varphi}$ (v obr. 1. připadá mimo nákresnu); $F \equiv \overline{\pi\,\varrho}$. Involuce I', daná nyní družinami $M'\,N'$, $P\,R$, seče kružnici K v jiné involuci bodové, jejíž dvě družiny jsou $\mu'\,\nu'$, $\pi\,\varrho$. Spojnice $\overline{\mu'\,\nu'}$ a $\overline{\pi\,\varrho} \equiv F$ protnou se v středu této involuce i; pravoúhlou družinu involuce I' obdržíme takto: spojíme $\overline{i\,\tau}$, vyhledáme průsečíky $\overline{i\,\tau}$ na kružnici K, α', β', spojíme $\overline{y\,\alpha'} \equiv A'$, $\overline{y\,\beta'} \equiv B'$. Tyto přímky určují směry asymptot hyperboly H. Tato jest nyní určena imaginárnými body a, b, c, d a reálným úběžným bodem na př. α_∞ na A'. Body u, t, ve kterých polára X (ku pólu x) seče hyperbolu H, sestrojíme způsobem známým.[1]) Promítněme involuce M, N z bodu α_∞ dvěma soumístnými involučními osnovami paprskovými, a stanovme jejich společnou družinu. Za tím účelem protněme je libovolnou přímkou, na př. X, ve dvou involučních řadách $x'\,m$, $e'\,e_1'$ $(x\,x' \parallel e\,e' \parallel e_1\,e_1' \parallel A')$ a $x'\,n$, $f''\,f_1''$ $(f\,f'' \parallel f_1\,f_1'' \parallel A')$, tyto promítněme z libovolného bodu, na př. x, na kružnici L proloženou bodem x, do involucí kvadratických, stanovme jich středy γ, λ, průsečíky u', t' spojnice $\overline{\gamma\,\lambda}$ na kružnici L, a tyto promítněme z bodu x zpět na X do bodův u, t. Spojnice $\overline{x\,u}$, $\overline{x\,t}$ dají tečny hyperboly H v bodech u, t.

Involuce sdružených průměrů hyperboly rovnoosé je symmetrická; jejími paprsky samodružnými jsou asymptoty. Průměr $\overline{s\,u}$ a tečna $\overline{u\,x}$ jsou sdruženy, jejich symmetrály budou tedy rovnoběžny s asymptotami. Abychom dle toho sestrojili střed hyperboly s, veďme $\overline{u\,k} \parallel A'$, učiňme $\sphericalangle\, k\,u\,s = \sphericalangle\, x\,u\,k$, dále $\overline{t\,h} \parallel B'$, $\sphericalangle\, h\,t\,s = \sphericalangle\, x\,t\,h$; přímky $\overline{u\,s}$, $\overline{t\,s}$ protnou se v středu s. Mimo to připadne s na přímku spojující bod x se středem tětivy $\overline{u\,t}$ (průměr pólu x sdružený s polárou X), jakož i na kružnici opsanou polárnému trojúhelníku xyz (Jarol. Geom. pol. IV. 104. γ). Středem s vedeme asymptoty $A \parallel A'$, $B \parallel B'$; rozpůlením jich úhlů obdržíme osy hyperboly H, a reálnou osu z bodu u a tečny $\overline{u\,x}$ snadno již omezíme. Z konstrukce je patrno, že výsledek je jediný a vždy reálný.

Jsou-li imaginárné body a, b, c, d dány společnými body dvou ellips K, L, jež se vůbec neprotínají, tedy jinak řečeno: je-li ve svazku kuželoseček $(K\,L)$ vyhledati hyperbolu rovnoosou, sestrojme nejprve společný polárný $\triangle\, xyz$ křivek K, L, dále dvě kollineační osy M, N procházející jedním vrcholem, na př. x; na každé z nich vytvořují dané křivky *touž* involuci harmonických pólů. Stanovíme-li tedy na M i na N po dvou družinách involucí vytvořených kuželosečkou K, převedeme tím úlohu na případ předchozí.

---

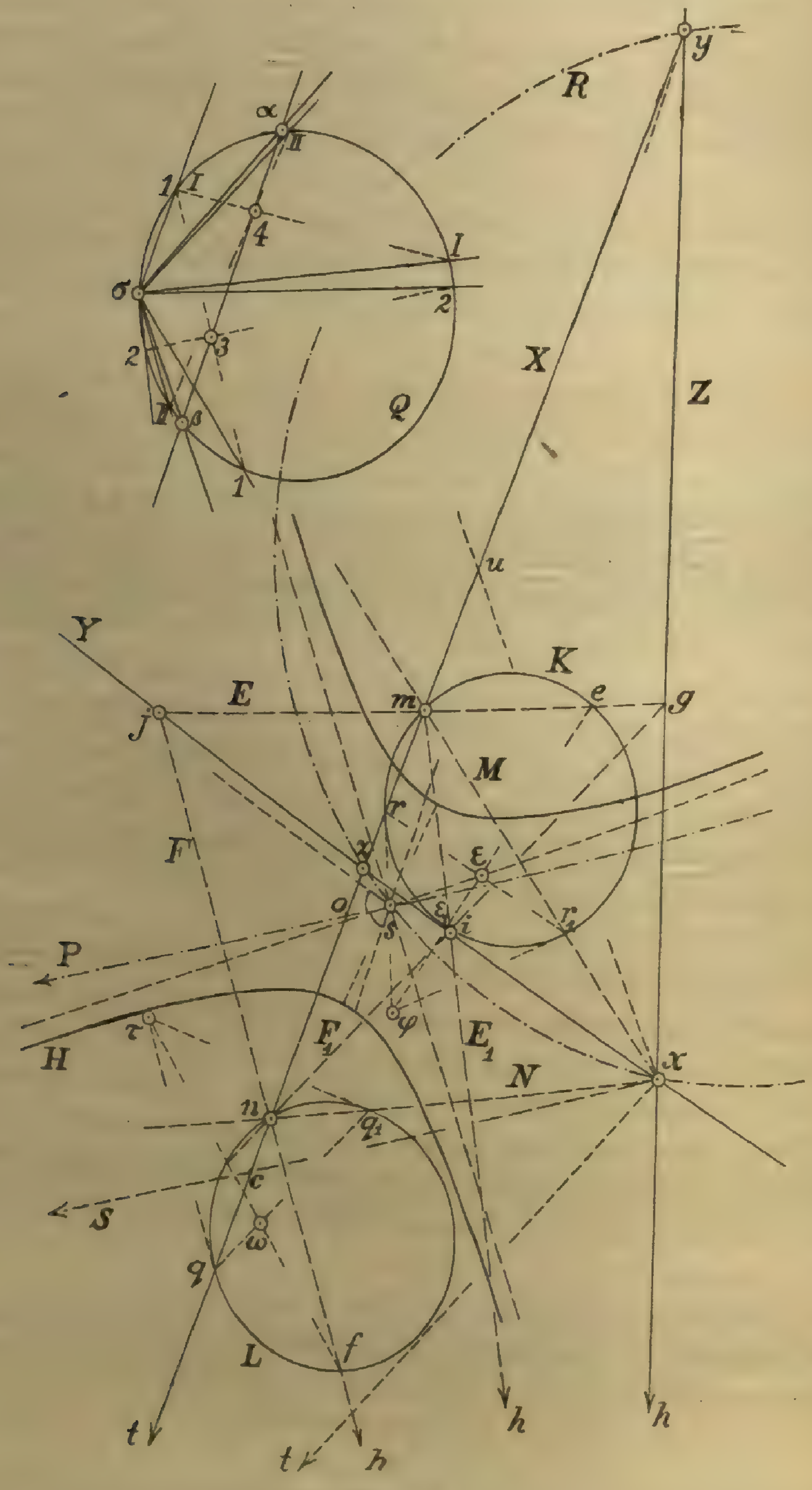
2. Podruhé buď hyperbola rovnoosá H dána čtyřmi imaginárnými tečnami[2]); dvě samodružnými paprsky A, B elliptické involuce o reálném

---

[1]) Na př. v Jarolímkově Geometrii polohy II., odst. 114., str. 13.

[2]) Úlohy 1. a 2. nejsou duálny; data jsou sice reciproká, nikoli však útvary žádané. Toliko konstrukce polárného $\triangle\, x\,y\,z$ je zde reciproká.

středu m (involuce buď dána dvěma družinami paprsků se rozdělujícími); ostatní dvě C, D samodružnými paprsky elliptické involuce o reálném středu n (určené tolikéž dvěma družinami). Základnami A, B, C, D jest



Obraz 2.

určena osnova kuželoseček $\mathfrak{Q}$, která žádanou hyperbolu H obsahuje. Sestrojme zase společný polární $\triangle XYZ$ osnovy $\mathfrak{Q}$; jeho strany jsou v úhlopříčkách úplného čtyřstranu $ABCD$ (obr. 2.). Spojnice $\overline{m\,n} \equiv X$

jest jedna strana jeho. Protněme obě involuce kružnicemi K, L, jež procházejí body m, resp. n, v involucích kvadratických, a stanovme jich středy ε, ω.[1]) Sestrojme paprsek M homologický ku X v involuci m (pomocí $r\,\varepsilon\,r_1$) a paprsek N homologický ku X v involuci n (pomocí $q\,\omega\,q_1$;) průsečík $(M\,N) \equiv x$ dá protější vrchol polárného trojúhelníka, jakožto pól kuželosečky (v osnově Ω) zvrhlé ve dva body m, n, pro poláru X. Sdružené průsečíky základen $(A\,C)$, $(B\,D)$ jsou *pomyslné*, avšak spojnice jejich Y je reálná; rovněž $(A\,D)\,(B\,C) \equiv Z$. Obě involuce m, n jsou perspektivné, protínajíce přímku Y (rovněž i Z) v *téže* involuci bodové, protože se na Y protínají navzájem samodružné jejich paprsky; totéž bude tedy platit o družině $E\,E_1$, která v involuci m je paprsky X, M rozdělena harmonicky, i o družině $F\,F_1$, která v involuci n paprsky X, N odděluje harmonicky. Tyto družiny obdržíme takto: tečny kružnice K v bodech r, r_1 protnou se v bodě φ; svazek φ vytíná z kružnice K involuci, jejíž družiny jsou ku r, r_1 harmonické. Spojnice $\overline{\varphi\,\varepsilon}$ seče kružnici K v bodech e, ε_1; spojnice $\overline{m\,e} \equiv E$, $\overline{m\,\varepsilon_1} \equiv E_1$. Obdobně dostaneme paprsky F, F_1 v involuci n tak, aby $(F\,F_1\,X\,N) = -1$ (konstrukce pomocí τ z obr. 2. patrna). Průsečíky $(E\,F_1) \equiv g$, $(E_1\,F) \equiv h$ dají spojnici $\overline{g\,h} \equiv Z$, průsečíky $(E\,F) \equiv j$, $(E_1\,F_1) \equiv i$ spojnici $\overline{j\,i} \equiv Y$. Obě procházejí bodem x, takže bodu h netřeba: $\overline{g\,x} \equiv Z$, $\overline{j\,x} \equiv Y$. Žádaný trojúhelník polárný je $XYZ \equiv xyz$.

Střed s hyperboly H bude jednak na kružnici R opsané trojúhelníku xyz, jednak na přímce P, která spojuje středy všech kuželoseček osnovy Ω. Jedna kuželosečka (zvrhlá) skládá se z bodů m, n; bod o tudíž, který půlí úsečku $\overline{m\,n}$, náleží přímce P. Druhý bod její opatříme si středem jiné kuželosečky v osnově, na př. paraboly G, jíž však rýsovati netřeba, neboť jde toliko o směr osy její S, který tudíž bude zároveň směrem přímky P. Tato parabola G (určená tečnami A, B, C, D), je v osnově Ω jediná. K pólu x přísluší polára X, a ježto involuce m, n jsou elliptické, leží úsečka $\overline{m\,n}$ vnitř paraboly, pročež k ní jdou bodem x dvě reálné tečny $\overline{x\,u}$, $\overline{x\,t}$. Jimi se promítají z bodu x ony body na úběžné tečně U_∞ (jako na každé tečně vůbec) paraboly, jež tvoří společnou družinu obou involucí, ve kterých involuce m, n protínají přímku U_∞ (Geom. polohy II., odst. 114., str. 13 v pravo). Sestrojme tedy z libovolného bodu σ involuce homothetické ku m, n, a stanovme jejich družinu společnou. Veďme bodem σ paprsky rovnoběžné ku X, M, E, E_1, protněme je kružnicí Q procházející bodem σ, stanovme střed *3* involuce na kružnici vzniklé *1 1*, *2 2*, obdobně střed *4* involuce druhé *I I*, *II II*, vzniklé paprsky rovnoběžnými ku X, N, F, F_1, průsečíky α, β spojnice $\overline{3\,4}$ na kružnici Q spojme s bodem σ, a bodem x veďme $\overline{x\,t} \parallel \overline{\sigma\,\alpha}$, $\overline{x\,u} \parallel \overline{\sigma\,\beta}$. Tyto tečny dotýkají se paraboly v bodech t, u; průměr jdoucí pólem x rozpoluje tětivu $\overline{u\,t}$. Učiňme tedy $\overline{u\,c} = \overline{c\,t}$ a spojme

[1]) Aby se obr. 2. příliš nepřeplnil, jsou tam dvojiny paprskové, určující obě involuce m, n, jakož i známá konstrukce středů ε, ω involucí na kružnicích K, L vypuštěny.

$\overline{x\,c} \equiv S$. Tento průměr S je rovnoběžný s osou paraboly G; přímka $P \parallel S$ vedená středem o úsečky $\overline{m\,n}$ je geom. místo středů všech kuželoseček osnovy $\mathfrak{Q}$. Průsečík s přímky P s kružnicí R (opsanou polárnému $\triangle xyz$) dá střed žádané hyperboly rovnoosé H. Konstrukce její z polárného $\triangle xyz$ a středu s je známa s dostatek. Spojnice $\overline{s\,y}$ na př. a přímka vedená středem $s \parallel Y$ jsou dva průměry sdružené, jejich symmetrály dají asymptoty hyperboly; dva reálné body její opatříme si na průměru $\overline{s\,y}$ jakožto samodružné v involuci, jejíž střed je s a jedna družina $y\,y'$, je-li $y' \equiv (\overline{s\,y},\ \overline{x\,z})$ atd. Druhý průsečík přímky P s kružnicí R dá výsledek další. Kdežto tedy úloha 1. byla jednoznačná, úloha 2. je dvojznačná. Neseče-li však přímka P kružnici R v bodech reálných, jsou oba výsledky imaginárné.

Jsou-li imaginárné tečny A, B, C, D dány společnými tečnami dvou kuželoseček K, L, z nichž jedna leží vnitř druhé, tedy jinak řečeno: je-li v osnově kuželoseček $(K\,L)$ vyhledati obě hyperboly rovnoosé, sestrojme nejprve společný polárný $\triangle XYZ$ křivek K, L, dále dva kollineační středy m, n ležící na jedné straně trojúhelníka, na př. X; v každém z nich vytvořují dané křivky *touž* involuci harmonických polár. Stanovíme-li tedy po dvou družinách paprskových, jež náležejí involucím vytvořeným kuželosečkou K v bodech m a n, převedeme tím úlohu na případ předchozí.

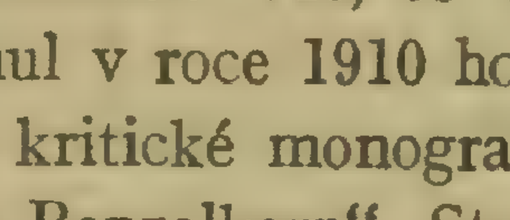
O nitraci halogenacylovaných anilinů.

Podávají Prof. **E. Votoček** a inž. chem. **J. Burda.**

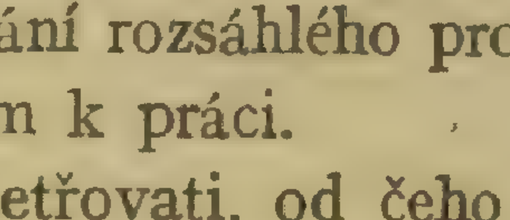
(Předloženo dne 26. února 1915.)

Celá řada chemiků zabývala se již od doby Kekulovy řešením problémů, jež týkají se vzniku isomerů při náhradě vodíku na jádře benzolovém rozmanitými substituenty ať již elementárnými nebo skupinami atomovými. Zvláště často vyšetřováno, od jakých podmínek závisí tvoření se isomerických derivátů disubstitučních ortho, meta a para, i shledány v tom směru četné pravidelnosti. Vše, co v oboru tom výzkumy experimentálnými se docílilo, shrnul v roce 1910 holandský organik A. F. Holleman ve své obšírné a kritické monografii: „Die direkte Einführung von Substituenten in den Benzolkern“. Studium spisu toho, jenž jasně ukazuje mezery ve spracování rozsáhlého problému toho, bylo jako jiným chemikům i nám podnětem k práci.

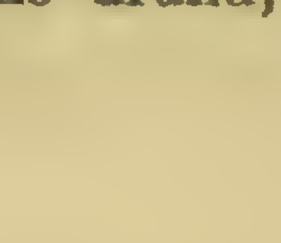
Obrali jsme si za úkol vyšetřovati, od čeho jest závisla orientace ortho, meta, para při nitraci acylovaných anilinů. Všichni autoři, kteří nitrovali látky toho druhu, zvláště acetanilid



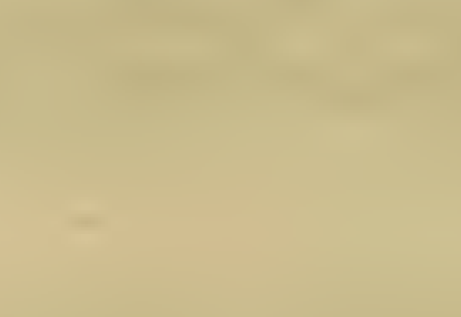
a benzanilid



pozorovali, že tvoří se nitrací za různých poměrů ortho a paraderivát



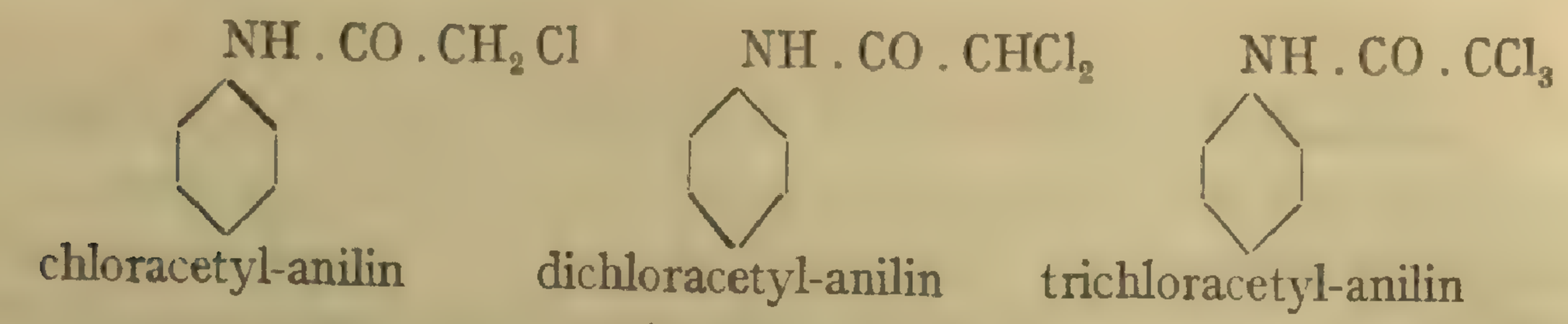
a



kdežto metaderivát nenalezli buď žádný neb jen pranepatrné množství. Jedině američtí chemikové Tingle a Blanck zmiňují se o tvorbě

metanitroderivátu z dotyčných anilidů, ale jejich experimentálné důkazy jsou, jak již H o l l e m a n správně ukazuje, pro tvrzení to zcela nepostačitelny.

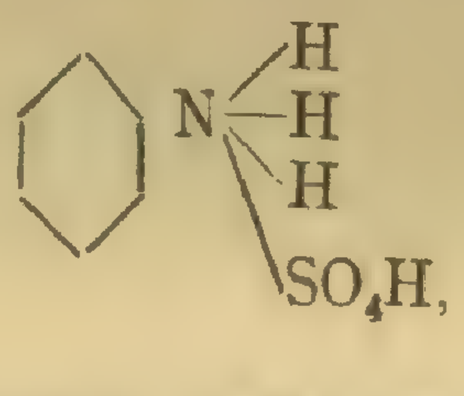
Položili jsme si otázku, bude-li náhrada vodíku v aminoskupině zbytkem kyselin silnějších než jsou mravenčí, octová, benzoová a pod., míti jiný orientační vliv na vstupující nitroskupinu, t. j. bude-li substituce taková na prospěch metaorientace při nitraci. Proto nitrovali jsme anilidy, obsahující zbytek kyselin monochloroctové, dichloroctové a trichloroctové, jež, jak známo, vlivem elektronegativných atomů halových vynikají svojí kyselostí daleko nad kyselinu mravenčí a octovou, tím více, čím větší jest počet na molekulu připadajících atomů chloru. Vyšli jsme zkrátka z těchto látek:



chloracetyl-anilin dichloracetyl-anilin trichloracetyl-anilin

a nitrovali je vnášením (za chladu) do přebytečné dýmavé kyseliny dusičné. Získali jsme pěkně karakterisované mononitrované anilidy. O povaze nitrovaných anilidů těch (z nichž některé jsou látky nové) přesvědčili jsme se vždy též zmýdelněním, t. j. převedením v příslušný nitranilin. Dospěli jsme k tomu zajímavému výsledku, že *ve všech námi studovaných případech vytvořil se jen orthonitro a paranitroderivát*, kdežto metanitroderivátu jsme ani nejpečlivějším zpracováním postihnouti nemohli. Tvoří-li se vůbec, jest to jistě v množství pranepatrném.

Z toho patrno, že substituce v aminoskupině acylem více neb méně negativným nemá vlivu na orientaci do jádra vstupující nitroskupiny. Uvážíme-li, že nitruje-li se anilin rozpuštěný v přebytečné kys. sírové, tedy v ní obsažený jakožto sulfát



vzniká mnoho metanitroderivátu, docházíme k názoru, že rozhodujícím činitelem pro orientaci ortho, meta neb para jest spíše okolnost, je-li dusík v aminu nitraci podrobeném trojmocný neb pětimocný. V případě prvém jak tomu jest asi u anilidů, řídí se nitroskupina do ortho a parapolohy, v druhém, tedy u anilinsulfátu, do polohy meta.

Hodláme dalšími pokusy poměry ty ještě blíže doložiti, jakož i sledovati eventuelní vliv halogenacylových skupin na chlorování, bromování, jodování a sulfonování aminů aromatických.

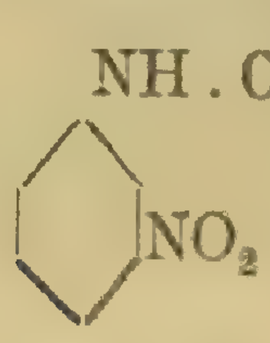
Část pokusná.

Chloracetyl-anilin.

Sloučenina tato připravena již několika autory z chloracetylchloridu a anilinu. Tommasi (B. B. *19* 400) působil látkami těmi (1 mol. ku 1 mol.) v sebe přímo, bez rozpustidla, a udává bod tání značně nesprávný, jelikož patrně obdržel směs chloracetyl-anilinu s chlorhydrátem anilinu. P. J. Mayer užil etherických roztoků (1. mol chloracetylchloridu a 2 mol. anilinu) a obdržel po odehnání rozpustidla a překrystallování z horké vody čistý chloracetyl-anilin b. t = 134·5° (B. B. *8*, 1153). My shledali výhodným pracovati v roztoku benzolovém a nechali jsme 1 mol. chloracetylchloridu působiti ve 2 mol. anilinu. Vyloučená bílá sedlina zcezena po mnoha hodinách, promyta benzolem a vysušena na porovitém talíři. Vzniklý chlorhydrát anilinu odstraněn teplou vodou a zbytek překrystallován až ku stálému bodu tání, jenž nalezen při 135°. Preparát tvořil bílé lesklé krystally.

Nitrace chloracetyl-anilinu.

V literatuře popsány jsou z mononitrovaných chloracetyl-anilinů doposud jen metaderivát



a parasloučenina

jež byly získány působením chloracetylchloridu na příslušné aniliny nitrované v prostředí etherickém neb benzolovém (E. Deutsch. Chem. Centralblatt *1908*, I. 49).

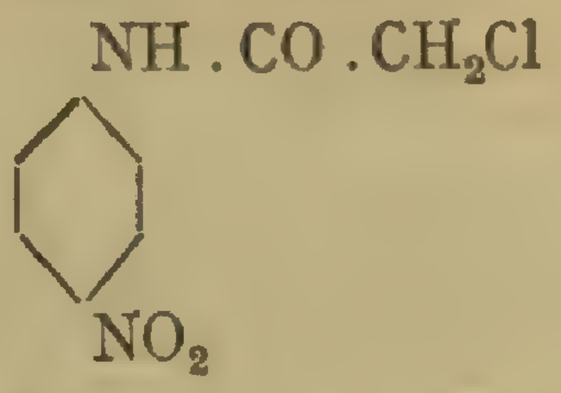
Abychom připravili jednou nitrovaný chloracetyl-anilin, vnášeli jsme 20 gramů suchého chloracetyl-anilinu do 60 grn. koncentrované kyseliny dusičné (94%ní) schlazené ledem a solí na 7°. V brzku po tom, kdy veškeren anilid spotřebován, vyloučil se nitroderivát, jímž reakční kapalina zhoustla v krystallinickou kaši. Po několika minutách sraženo ledem, rychle zcezeno a sedlina promyta studenou vodou. Dle bodu tání při překrystallování z líhu 96%ního byla to směs. Čistili jsme ji dále krystallisací z vroucího toluolu a obdrželi jsme produkt tající konstantně při 185—185½°.

Látka má správné složení jednou nitrovaného chloracetyl-anilinu, $C_6H_4 <^{NO_2}_{NH} . CO . CH_2Cl$, jak ukázalo stanovení chloru:

Cl pro $C_8H_7O_3N_2Cl$ theoretické množství 16,52%
nalezeno 16,49%

V alkoholickém drasle rozpouští se barvou žlutou.

Poloha vstouplé nitroskupiny vyšla na jevo při zmýdelnění produktu. Obdrželi jsme 1½hodinným varem 3 *g* nitrolátky s 30 grammy kyseliny solné (asi 18%) a otupením kys. solné roztokem octanu sodnatého pěkně žlutou krystallinickou sedlinu, jež měla všechny vlastnosti paranitranilinu (b. t, 148—150°). Jest tedy nitrací chloracetyl-anilinu získaná v toluolu nerozpustnější látka *paranitroderivátem* struktury:



E. Deutsch (Chem. Centralblatt, l. c.), jenž připravil derivát z chloracetylchloridu a paranitranilinu, neobdržel dle všeho čisté látky, neb udává o ní, že počíná jihnouti již při 124° a taje při 152°, kdežto produkt náš má bod tání zcela náhlý, přesně při 185—185½°.

Matečné louhy toluolové a alkoholické po paraderivátu odpařeny ve vakuu do sucha. Krystallisací z líhu a na konec z benzolu získán produkt stálého b. t. 90—93°, jenž na rozdíl od paraderivátu rozpouštěl se v alkoholickém drasle červeně. Produkt měl hledě k chloru správné složení monitroderivátu $C_8H_7O_3N_2Cl$:

chlor vypočtený 16,52%
„ nalezený 16,53%

Jeho zmýdelnění kyselinou solnou (provedené jako při paraderivátu), ukázalo že jest to *orthonitrovaný chloracetyl-anilin*, neb poskytl odštípnutím skupiny chloracetylové orthonitranilin b. t. 71°.

Jak další doklad, že tomu skutečně tak jest, připravili jsme orthonitrovaný chloracetyl-anilin uměle kombinací orthonitranilinu s chloracetylchloridem: K roztoku 4·5 *g* orthonitranilinu v 55 grammech bezvodého etheru přidán roztok 2·3 grammů chloracetylchloridu v 10 grammech etheru. Po několika minutách se počala tvořiti krystallinická sedlina. Po 24 hodinném stání sfiltrováno a promyto etherem, čímž vešel v roztok anilid, kdežto chlorhydrát nitranilinu zůstal nerozpuštěn. Z roztoku etherického získán po odehnání rozpustidla a překrystallováním zbytku z alkoholu na konec produkt mezi 90—93° tající, tudíž téhož bodu tání, jaký má nahoře popsaný orthonitrovaný chloracetyl-anilin.

V louzích matečných po orthonitroproduktu, vzniklém nitrací chloracetylanilinu (viz nahoře), pátrali jsme po isomeru meta. Odpařili jsme je ve vakuu a zbytek zmýdelnili vodným draslem (1 : 2) za chladu. Po té neutralisováno kyselinou sírovou a přeháněno vodní parou. Z destillátu vytřepali jsme benzolem toliko krystally při 71° se roztápějící, tedy opět *orthonitranilin*. Co nepřešlo parou vodní, zkoncentrováno a obdrženo odtud něco málo produktu b. t. 145—149°, tedy zase *paranitranilin*.

Matečné louhy po orthonitralinu redukovány zinkem a kyselinou solnou, neposkytly však dusanem sodnatým karakteristického hnědého zabarvení, t. zv. hnědi Bismarckovy, jež by se bylo mělo objeviti, kdyby byl býval roztok obsahoval něco meta-diaminobenzolu.

Nenalezen tudíž metaderivát ani v posledních louzích matečných, takže možno považovati ortho- a paranitroderivát prakticky za jediné zplodiny při nitraci chloracetyl-anilinu dýmavou kyselinou dusičnou (94%ní).

Dichloracetyl-anilin

$$NH.CO.CHCl_2$$

Potřebný preparát připravili jsme si působením anilinu (2 mol.) na dichloracetylchlorid (1 mol.) v prostředí benzolovém. Užito 12·6 *g* anilinu v 63 grammech benzolu a přidáván za chlazení roztok 10 grammů dichloracetylchloridu v 50 grammech benzolu. Směs se silně zahřála. Po mnoha hodinách reakce dokončena 1½hodinným vařením se zpětným chladičem, směs kašovitá za horka zcezena a horkým benzolem promyta, filtrát vyloučil bezbarvé krystally, tající mezi 117—120°. Další podíl získán tím, že na filtru zbylá sedlina zbavena chlorhydrátu anilinu horkou vodou. Spojené produkty překrystallovány ze zředěného líhu, načež poskytly čistý dichloracetyl-anilin, tající konstantně mezi 118—121°.

Nitrace dichloracetyl-anilinu.

Ku 27 grammům koncentrované kyseliny dusičné (94%ní), schlazené na —2°, přidáno po částech 9 grammů práškovitého, suchého anilidu. Po vnesení ponechána směs v chladu ještě několik minut, načež sraženo ledem a obdržena krystallinická sedlina slabě žlutá. Rychle zcezena, promyta vodou a sušena na pórovitém talíři. Tála v širokých mezích 65—120°, jest tudíž směsí.

Krystallisací z vroucího toluolu isolována z ní látka tající konstantně mezi 128—130°. Určení chloru souhlasilo se složením anilidu jednou nitrovaného:

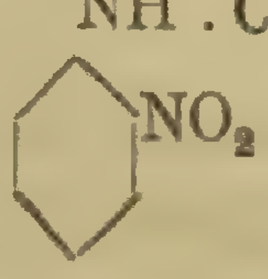
Vypočteno chloru pro $C_8H_6O_3N_2Cl_2$ . . 28,48%
nalezeno chloru 28,33%

Povaha látky té určena zmýdelněním: 1·2 grammů nitrosloučeniny vařeny s 20 grammy kyseliny solné (as 18%), odkouřeno na vodní lázni do sucha, rozloženo ammoniakem vodným a znovu odpařeno. Přehlacením zbytku z vroucí vody obdrženy jehličky žluté b. t. 147—148½°, tedy *paranitranilin*. Vznikl tudíž nitrací výchozího anilidu derivát v para-nitrovaný

Ze spojených matečných louhů toluolových získány odpařením k suchu a krystallisací z alkoholu světle žluté krystallky, tající konstatně mezi 78—80°, v alkoholickém draslu rozpustné barvou oranžovo-červenou. Měly se zřetelem na chlor správné složení $C_8H_6O_3N_2Cl_2$, neboť

vypočteno pro mononitroderivát ten: 28,48% chloru
nalezeno „ „ „ 28,93% chloru

Zmýdelnění, provedené způsobem nahoře popsaným, poskytlo oranžové krystallky *orthonitranilinu* (bodu tání 69—71°), z čehož plyne, že produktem nitračním byl anilid



V matečných louzích alkoholických po krystallisaci orthonitroanilidu pátráno po isomeru meta. K tomu cíli zbytek po odpaření rozpustidla zmýdelněn kyselinou solnou na nitraniliny a přeháněno vodní parou. Z přešlého kondensátu vytřepán benzolem opět *orthonitranilin*. Z kapaliny v destillační nádobě zbylé vyjmuto benzolem něco *paranitranilinu*. Isomer meta nenalezen.

Trichloracetyl-anilin.

Anilid tento připraven již různými autory z trichloracetylchloridu i anilinu a to buď přímým působením bez rozpustidla (T o m m a s i a M e l d o l a, Bull. soc. chim. *21*, 398) nebo v roztoku etherovém (W. E. J u d s o n B. B. *3*, 783). My pracovali s roztoky benzolovými: Ke 40 grammům anilinu ve 100 *g* bezvodého benzolu přikapován roztok 41 *g* trichloracetylchloridu v témže množství benzolu. Po mnoha hodinách krystallická

kaše zcezena, promyto trochou benzolu a vysušeno. Chlorhydrát anilinu vymyt vřelou vodou a krystallinický zbytek přehlacen ze zředěného alkoholu. Poskytl produkt čistý v podobě drobných bílých krystallků stálého bodu tání 95°—97°, tedy o něco vyššího, než udávají Tommasi a Meldola (Judsonův údaj, že produkt taje při 82°, vztahuje se jistě na látku nečistou). Též z benzolového matečného louhu vytěženo ještě něco látky tím, že odpařen ve vakuu do sucha, promyt horkou vodou a zbytek přehlacen z alkoholu. Celkový výtěžek obnášel bezmála 90% theoretického.

Nitrace trichloracetyl-anilinu.

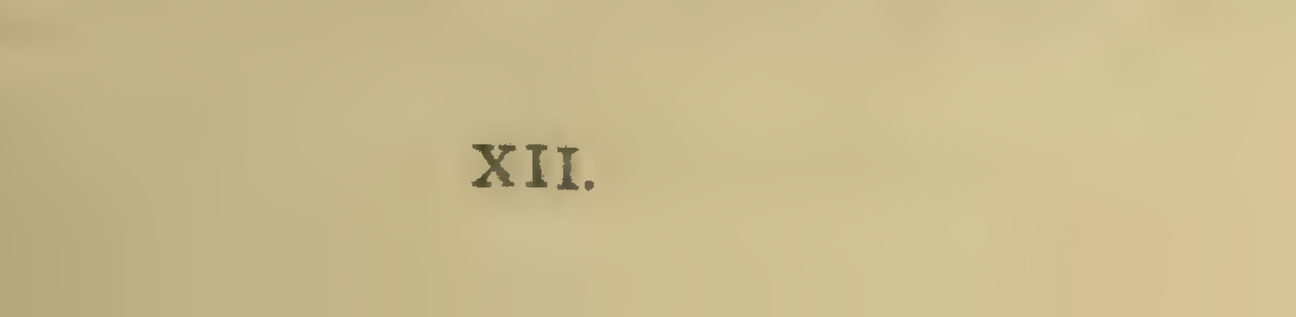
Ke 3 dílům konc. kyseliny dusičné (94%ní) přidán za míchání a zevního chlazení ledem i solí po částech celkem 1 díl anilidu. Teplota stoupla během reakce na 20°. Po 5minutovém působení sražena nitrosloučenina ledem ve způsobě sedliny slabě žluté, jež promyta vodou a vysušena na pórovitém talíři. Byla směsí, tálat v mezích 100—125°. Krystallisací z vroucího toluolu a pak z alkoholu 96%ního (za užití kostního uhlu) obdrženy bílé jehličky konst. bodu tání 146—147°.

Poloha nitroskupiny určena opět zmýdelněním, při němž vařeny 2 části nitroderivátu s 80 částmi kyseliny solné (asi 18%) se zpětným chladičem po 4 hodiny. Z produktu reakčního isolován obvyklým způsobem nitranilin b. t. 148°, tudíž *paranitranilin*.

Z matečných louhů po krystallisaci anilidu paranitrovaného isolován produkt žlutý, tající na konec mezi 72—75°. Jeho zmýdelnění kyselinou solnou poskytlo oranžové kyrstallky *orthonitranilinu* b. t. 70—73°.

Matečné louhy po anilidu orthonitrovaném odpařeny do sucha a zmýdelněny varem s kyselinou solnou. V produktu obdrženém pátráno po metanitranilinu tím, že redukováno zinkem a kyselinou solnou a působeno veň dusanem sodnatým. Neobdrženo však karakteristické hnědé zabarvení, tudíž metanitranilin nedokázán.

Vznikly tedy i zde nitrací anilidu jen deriváty *orthonitro a paranitro*:



Nitrace anilidů v koncentrované kyselině sírové.

Tento způsob nitrace jali jsme se studovati se zřetelem na tvrzení amerických chemiků Tingle-a a Blanck-a (ostatně ještě nepotvrzené), že nitrace acetanilidu v kyselině sírové vede v podstatě k metanitroacetanilidu.

XII.

Nitrace chloracetyl-anilinu.

17 grammů anilidu toho rozpuštěno ve 170 *g* kyseliny sírové (66°Bé), roztok zevně zchlazen na — 3° a přikapována zvolna směs 10 *g* kyseliny dusičné (64%ní) s 10 *g* kyseliny sírové (66° Bé). Na to ostaveno ve směsi chladící po 6 hodin, při čemž občas mícháno. Pak vylita kapalina na led, vyloučený světležlutý nitroprodukt sfiltrován, promyt vodou a vysušen na talíři porovitém. Z produktu surového isolován krystallisací z toluolu *paranitroderivát chloracetyl-anilinu*, b. t. 183—184°.

Z matečných louhů toluolových získán po odpaření rozpustidla a přehlacení zbytku z alkoholu isomer předešlého derivátu, t. j. *ortho-nitro-chloracetyl-anilin* b. t. 89—91°.

V matečných louzích po orthonitroderivátu pátráno způsobem nahoře naznačeným (zmýdelněním, redukcí atd.) po metanitranilinu, aniž však nalezen.

Nitrace trichloracetyl-anilinu.

35·7 *g* anilidu rozpuštěného v 357 *g* kyseliny sírové (66° Bé) znitrováno (za zevního chlazení ledem a solí) pozvolným přidáním 10 *g* dýmavé kyseliny dusičné (94%ní). Teplota během reakce zvýšila se až na 12°. Po několika hodinách vlita kapalina do ledové vody, čímž vyloučen nitroprodukt z počátku mazlavý, který však tuhnul, když promýván zředěnou sodou. Suchý produkt poskytl krystallisací z vroucího toluolu látku b. t. 142—144°, tedy nezcela čistý paranitroderivát, kdežto další zpracování matečného louhu dalo čistou parasloučeninu b. t. 145—146°. V matečných louzích toluolových po paranitroderivátu nachází se dle všeho dinitroderivát, neboť zmýdelněním (kyselinou solnou) a přehnáním v proudu páry vodní obdržela žlutá krystallická látka b. t. 178—179°, což by poukazovalo na dinitranilin $C_6 H_3 NH_2 (NO_2)_2$ (1 : 2 : 4). Souhlasí s tím i červená barevná reakce látky s horkým, zředěným louhem draselnatým.

V alkoholických louzích hledány isomery ortho a meta. Podařilo se z nich isolovati nažloutlé lístky b. t. 60—62°, které však nedaly se další krystallisací přivésti k bodu tání orthonitroderivátu (72—75°), ač zmýdelněním skýtaly orthonitranilin. Metaderivát hledán v posledních matečných louzích (redukcí atd.), nebylo však možno jej kyselinou dusíkovou dokázati.

Tedy neprojevil se do meta polohy orientující vliv koncentrované kyseliny sírové ani při nitraci anilidu v pobočném řetězci jednou chlorovaného ani trichlorovaného, a orientace zůstala táž, jako při nitraci bez kyseliny sírové, totiž do polohy ortho a para.

Zabýváme se nyní halogenisací chloracylovaných anilinů a můžeme již nyní sděliti, že bromování monochloracetyl-anilinu v suspensi vodné vypočteným množstvím bromové vody vede za obyčejné teploty v podstatě k paraderivátu

Organická laboratoř
c. k. české vysoké školy technické v Praze.

O ploše sborcené, naplněné osami křivosti, příslušnými společnému bodu určité soustavy šroubovic.

Napsal

Vladimír Mašek,
asistent české techniky v Brně.

(Se 6 vyobrazeními v textu.)

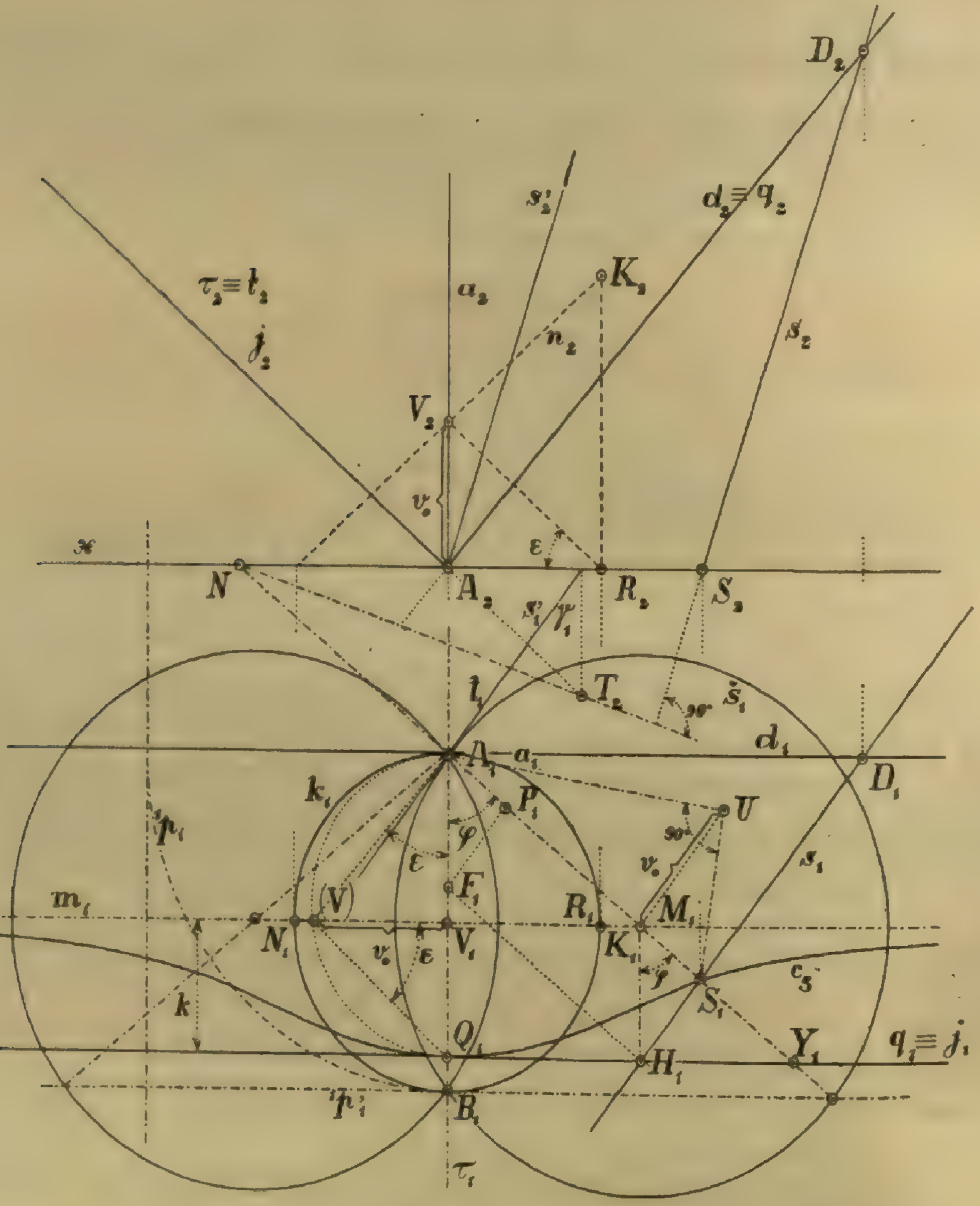
Předloženo dne 26. února 1915.

Definice soustavy šroubovic a sborcené plochy S^3. V rovině půdorysné π budiž dán svazek kružnic o základních bodech A_1 a B_1 (obr. 1.). Jednotlivými kružnicemi tohoto svazku proložme rotační válce a uvažujme na každém z nich šroubovici levou vycházející z bodu A_1 o dané, všem šroubovicím společné, výšce závitu v. Všechny tyto šroubovice levé naplní patrně přímou plochu šroubovou o ose b jdoucí bodem B_1 kolmo ku π a výšce závitu $2\,v$.

Označme v_0 redukovanou výšku závitu daných šroubovic. Budiž kružnice k_1 o středu V_1 nejmenší kružnicí daného svazku kružnic a vytkněme na přímce jdoucí bodem V_1 kolmo ku průmětně π bod V mající od π vzdálenost v_0. Vytkneme-li na ose b bod B ve vzdálenosti $2\,v_0$ od π a vedeme-li tímto bodem rovinu β rovnoběžnou s tečnou rovinou τ přímé plochy šroubové v bodě A_1, bude její stopa půdorysnou přímka $\beta_1 \parallel \overline{A_1B_1}$ (v obrazci nerýsovaná) mající od přímky $\overline{A_1B_1}$ patrně vzdálenost $h = \overline{A_1B_1}$. Myslíme-li si v rovině β svazek světelných paprsků o středu B, z nichž každý udává směr rovnoběžného osvětlení, budou šroubovice tvořící meze stínu vlastního na výše uvedené přímé šroubové ploše totožné se šroubovicemi danými, nebot přímka β_1 naplněná stopami světelných paprsků po otočení kolem bodu B_1 o 90^0 směrem šroubování prochází bodem A_1 kolmo ku $\overline{A_1B_1}$ a obsahuje příslušné póly všech uvedených světelných paprsků; tudíž kružnice opsané nad spojnicemi jednotlivých bodů této přímky s bodem B_1 co průměry tvoří půdorysné průměty mezí stínů vlastních uvažované plochy šroubové a jsou patrně totožny s kružnicemi našeho svazku. Příslušné šroubovice tvořící meze stínu vlastního vy-

cházejí z bodu A_1 a mají společnou výšku závitu v rovnou poloviční výšce závitu přímé plochy šroubové, pročež jsou totožné se šroubovicemi danými.

Sestrojme středy křivosti všech těchto šroubovic odpovídající společnému jich bodu A_1. Je-li kružnice $š_1$ svazku půdorysným průmětem příslušné dané šroubovice $š$ a chceme-li sestrojiti střed křivosti S_1 příslušný



Obr. 1.

bodu A_1 šroubovice $š$, spojíme, jak známo, bod A_1 se středem M_1 kružnice $š_1$ a na této spojnici jest stanoven střed S_1 relací $\overline{A_1 M_1} \,.\, \overline{M_1 S_1} = v_0^2$. Označíme-li m_1 spojnici středů všech kružnic daného svazku, vidíme, že při sestrojování středů křivosti příslušných bodu A_1 jednotlivých šroubovic, vytýkáme na paprscích jdoucích bodem A_1 ony body, by vždy součin příslušných dvou úseček vymezených průsečíky s přímkou m_1 na spojnicích jednotlivých středů křivosti s bodem A_1 byl konstantní. Z této konstrukce plyne přímo, že středy křivosti příslušné bodu A_1 daných šroubovic na-

plňují cirkulární křivku 3. řádu náležející ku konchoidám S l u s e-ovým [1]) t. j. úpatnicím paraboly pro póly ležící na její ose. Označme tuto křivku c_3. Přímka m_1 jest assymptotou křivky c_3 a bod A_1 jejím dvojným bodem.

Sestrojme dále osy křivosti všech šroubovic příslušné společnému jich bodu A_1 a určeme plochu sborcenou S^3 jimi naplněnou. Tečny daných šroubovic v bodu A_1 musí tvořiti paprskový svazek rovinný, neboť leží v tečné rovině τ příslušné bodu A_1 přímé plochy šroubové šroubovicemi naplněné. Půdorysná stopa roviny τ jest $\tau_1 \equiv \overline{A_1 B_1}$. Je-li bod R_1 jedním koncovým bodem průměru kolmého ku $\overline{A_1 B_1}$ kružnice k_1, jest nárysná stopa τ_2 roviny τ rovnoběžná s přímkou $\overline{R_1 V}$, nebot kužel o vrcholu V a řídící kružnici k_1 jest řídícím kuželem plochy tečen oné z daných šroubovic, jež se nachází na válci jdoucím kružnicí k_1. Osa křivosti příslušná bodu A_1 šroubovice na př. š prochází středem křivosti S_1 a jest kolmá ku oskulační rovině šroubovice š v bodu A_1. Tato oskulační rovina jest určena přímkou $\overline{A_1 S_1}$ co půdorysnou stopou a tečnou t šroubovice š v bodě A_1. Sestrojíme tudíž nárys s_2 osy křivosti s jdoucí bodem S_1, spojíme-li nárysnou stopu N přímky $\overline{S_1 A_1}$ ležící v π s nárysnou stopou T_2 tečny t šroubovice š v bodě A_1 ($t_1 \perp \overline{A_1 S_1}$, $t_2 \equiv \tau_2$) a k této spojnici vedeme bodem S_2 kolmici. Příslušný půdorysný průmět této osy s jest $s_1 \perp \overline{A_1 S_1}$. Podobně sestrojíme průměty dalších os křivosti, jež odpovídají bodu A_1 daných šroubovic a naplňují sborcenou plochu S^3.

Řídící kužel plochy S^3. Veďme bodem A_1 paprsky rovnoběžné s jednotlivými povrchovými přímkami plochy S^3, na př. přímku $s' \parallel s$. Rovina normální α šroubovice š v bodě A_1 má za půdorysnou stopu přímku $\overline{A_1 S_1}$. V této rovině α leží patrně přímky s i s'. Roviny normálné jednotlivých šroubovic v bodě A_1 tvoří svazek rovin, jehož osou jest patrně normála d ($\perp \tau$) příslušná bodu A_1 přímé plochy šroubové šroubovicemi naplněné. Jednotlivé osy křivosti šroubovic odpovídající bodu A_1, i rovnoběžky bodem A_1 s nimi vedené, leží v příslušných rovinách tohoto svazku rovin normálných.

Proložme přímkou $s' \parallel s$ rovinu půdorysně promítací γ. Její půdorysná stopa $\gamma_1 \equiv s_1'$ jest kolmá ku stopě půdorysné $\overline{A_1 S_1}$ roviny normálné α. Přímku s' můžeme považovati za průsečnici rovin α a γ. Proložíme-li roviny půdorysně promítací všemi přímkami bodem A_1 rovnoběžně vedenými ku příslušným osám křivosti, tvoří tyto roviny svazek o ose $a \perp \pi$ a současně každá z těchto přímek jeví se co průsečnice určité roviny svazku rovin o ose a s příslušnou rovinou svazku rovin normálných o ose d, při čemž stopy půdorysné odpovídajících si rovin procházejí bodem A_1 a stojí k sobě kolmo. Jsou tudíž tyto dva svazky rovin projektivné. Poněvadž osy a a d těchto svazků protínají se v bodu A_1, a libovolné rovině svazku prvého odpovídá kolmá k ní rovina svazku druhého, jsou průsečnice sdružených

---

[1]) F. Gomes Teixeira: Traité des courbes spéciales remarquables. Tome I, p. 26.

rovin těchto svazků povrchovými přímkami kužele orthogonálného. *Řídícím kuželem uvažované sborcené plochy S^3 jest tudíž kužel orthogonalný, jehož průsečnou křivkou s libovolnou rovinou rovnoběžnou s π jest kružnice.*

Řídící přímky, řád a projektivné vytvoření plochy S^3. Přemístěme řídící kužel plochy S^3 tak, aby procházel nejmenší kružnicí k_1 daného svazku kružnic. Vedeme-li koncovým bodem R_1 průměru $\overline{N_1 R_1}$ kružnice k_1 kolmici ku π a bodem N_1 přímku rovnoběžnou s d, protínají se tyto ve vrcholu K přemístěného řídícího kužele. Z konstrukce povrchových přímek plochy S^3 plyne, že plocha obsahuje jednu přímku v nekonečnu, procházející nekonečně vzdáleným reálným bodem křivky c_3. Označme ji u_∞. Příslušná rovina normálná ve svazku normálných rovin o ose d jest v tomto případě rovnoběžná s nárysnou. Tudíž přímka u_∞ jest stanovena směrem roviny nárysné. Šroubovice v tomto případě přechází v přímku $\overline{A_1 B_1}$ a příslušná rovina oskulační ztotožňuje se s průmětnou π.

Bod Q_1 křivky c_3 ležící na spojnici $\overline{A_1 B_1}$ sestrojíme na základě relace $\overline{A_1 V_1} \cdot \overline{V_1 Q_1} = v_0^2$. Příslušná osa křivosti q bodem Q_1 procházející stojí patrně kolmo ku dříve uvažované tečně rovině τ. ($q_1 \perp \overline{A_1 Q_1}$; $q_2 \equiv d_2$).

Stanovme nyní parabolu, jejíž úpatnicí pro pól A_1 jest křivka c_3. Poněvadž křivka c_3 jest Sluse-ova konchoida, jejímž isolovaným dvojným bodem jest bod A_1, *obalují půdorysné průměty uvažovaných os křivosti parabolu*, neboť jednotlivé osy křivosti mají půdorysné stopy na křivce c_3 a každá z nich promítá se do π co přímka kolmá ku spojnici příslušného bodu křivky c_3 s bodem A_1. Označme tuto parabolu p_1. Přímka $\overline{A_1 B_1}$ jest její osou, bod Q_1 vrcholem a přímka q_1 tečnou vrcholovou.

Označíme-li H_1 průsečík přímky s_1 s tečnou vrcholovou q_1, protíná kolmice v bodě H_1 ku přímce s_1 vedená osu paraboly v ohnisku F_1. Poněvadž pro úpatnice paraboly pro póly volené na její ose platí, že vzdálenost vrcholu paraboly od assymptoty úpatnice rovná se vzdálenosti ohniska paraboly od příslušného pólu, jest $\overline{A_1 F_1} = k$, značí-li k kolmou vzdálenost přímek m_1 a q_1. Následkem toho musí býti $\overline{M_1 H_1} \parallel \overline{A_1 B_1}$. Zároveň pozorujeme, že jednotlivé povrchové přímky plochy S^3 dotýkají se přímého parabolického válce o řídící parabole p_1. Dříve jsme dokázali, že povrchové přímky naší plochy leží v jednotlivých rovinách svazku normálných rovin o ose d. Možno tudíž každou povrchovou přímku plochy S^3 považovati za průsečnici tečné roviny přímého parabolického válce o řídící parabole p_1 s kolmou k ní rovinou svazku rovin o ose d. Tento svazek rovin normálných jest tedy projektivný s uvedeným svazkem rovin 2. třídy a uvažovaná plocha sborcená S^3, útvary těmito stanovená, jest proto *sborcenou plochou 3. řádu*. Přímka d, co osa svazku rovin normálných, jest patrně dvojnou řídící přímkou plochy.

Vedeme-li přímkou q plochy S^3 rovinu rovnoběžnou s nárysnou, prochází tato rovina dříve určenou přímkou u_∞ plochy. Protíná tudíž tato rovina plochu S^3 ještě v další přímce, jež musí býti jednoduchou řídící přímkou plochy. Označme ji j a určeme její polohu v prostoru. Budiž Y_1

průsečíkem stopy $\overline{A_1 S_1}$ normálné roviny α s přímkou q_1. Značí-li H průsečík přímky s s půdorysně promítací rovinou přímky q a H_1 příslušný jeho průmět půdorysný a je-li $\sphericalangle H_1 M_1 Y_1 = \varphi$, plyne z $\Delta H_1 M_1 Y_1$:

$$\overline{H_1 Y_1} = k \,.\, tg\, \varphi.$$

Označíme-li ε sklon povrchových přímek kužele o vrcholu V a řídící kružnici k_1 s průmětnou π, svírá patrně přímka d s $\pi \sphericalangle 90^0 - \varepsilon$, a poněvadž jest $\overline{Y_1 H} \parallel d$, plyne z $\Delta HH_1Y_1 : \overline{HH_1} = H_1 Y_1 \,.\, cotg\, \varepsilon$; po dosazení příslušné hodnoty za $\overline{H_1 Y_1}$ z rovnice předcházející, obdržíme

$$\overline{HH_1} = k\, tg\, \varphi\, cotg\, \varepsilon. \qquad (1)$$

Značí-li (V) sklopený vrchol V uvedeného kužele okolo přímky $\overline{A_1 B_1}$ do π, následuje z $\Delta (V) V_1 Q_1 : (\overline{VV_1}) = v_0 = k\, cotg\, \varepsilon$. Tudíž z rovnice (1) obdržíme

$$\overline{HH_1} = v_0 \,.\, tg\, \varphi. \qquad (2)$$

Poněvadž dále z $\Delta (V) A_1 V_1$ plyne: $v_0 = r\, tg\, \varepsilon$, značí-li r poloměr kružnice k_1, obdržíme vložením do rov. (2)

$$\overline{HH_1} = r\, tg\, \varphi\, tg\, \varepsilon. \qquad (3)$$

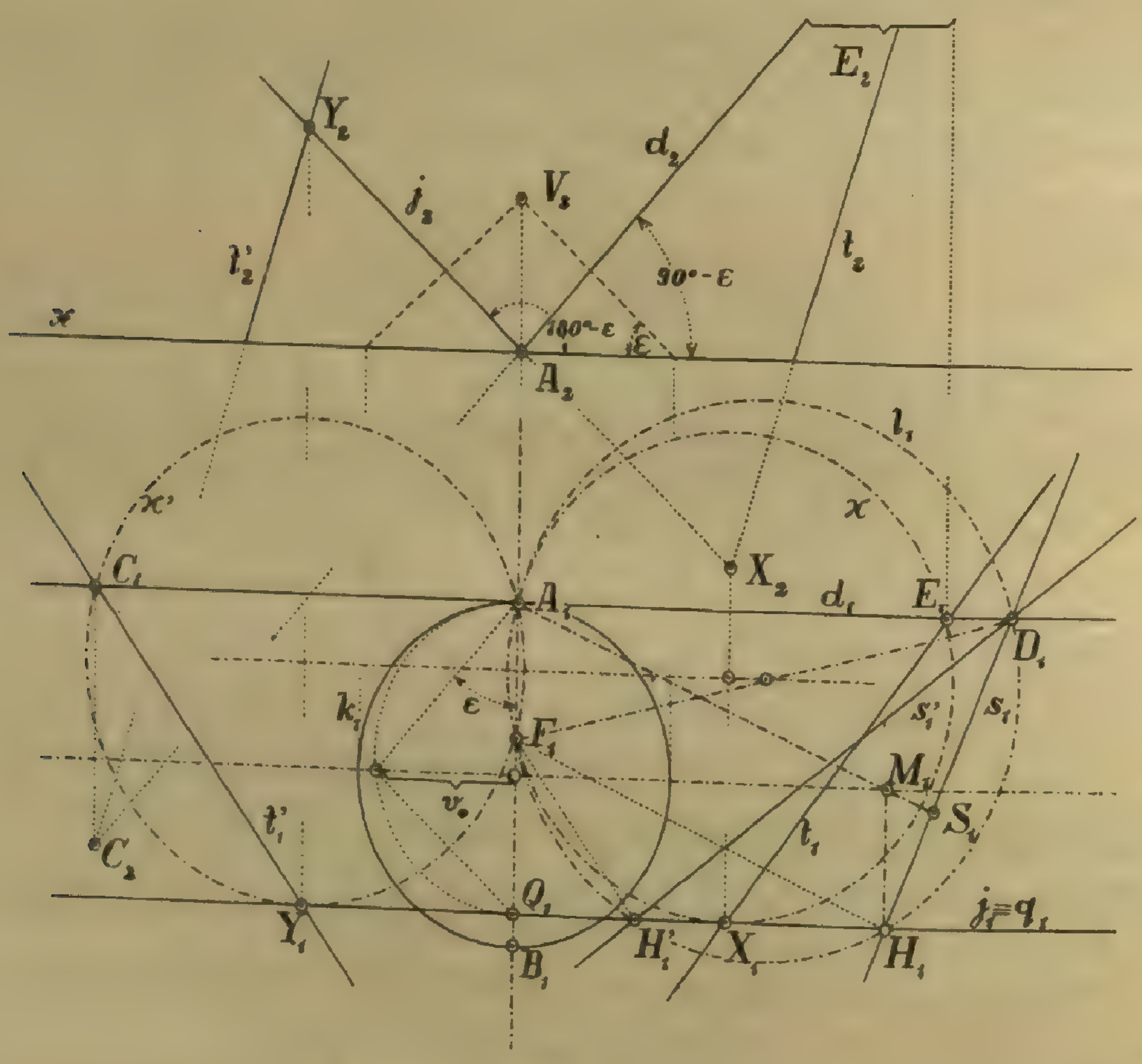
Z $\Delta F_1 Q_1 H_1$ vidíme, že $\overline{Q_1 H_1} = \overline{Q_1 F_1} \,.\, tg\, \varphi = r\, tg\, \varphi$; vložením do rov. (3) dostaneme

$$\overline{HH_1} = \overline{Q_1 H_1} \,.\, tg\, \varepsilon. \qquad (4)$$

Z rov. (4) plyne, že všechny povrchové přímky plochy S^3 protínají rovinu půdorysně promítací přímky q v přímce j jdoucí bodem Q_1 rovnoběžně ku povrchové přímce $\overline{R_1 V}$ výše uvedeného kužele. *Řídící přímky j a d naší plochy jsou tudíž mimoběžky kolmé.*

Stanovme blíže řady jedno-dvojznačné, jež povrchové přímky uvažované sborcené plochy vytínají na přímkách řídících. Vyznačme (obr. 2.) základní body A_1, B_1, bod Q_1 křivky c_3, průměty j_1 a d_1 řídících přímek j a d a ohnisko F_1 obrysové paraboly p_1 o vrcholu Q_1. Známým způsobem sestrojme půdorysný průmět s_1 povrchové přímky s plochy jdoucí bodem S_1 křivky c_3 ($\overline{M_1 H_1} \parallel \overline{A_1 B_1}$; $\overline{H_1 S_1} \perp \overline{A_1 S_1}$). Bodem D_1, jenž jest půdorysem průsečíku D přímky povrchové s s přímkou dvojnou d, prochází ku parabole obrysové p_1 ještě druhá tečna s_1'. Průsečík její H_1' s tečnou vrcholovou q_1 paraboly p_1 obdržíme, opíšeme-li nad průměrem $\overline{F_1 D_1}$ kružnici l_1, jež protíná přímku q_1 v bodu H_1'; spojnice $\overline{H_1' D_1}$ jest druhou tečnou paraboly p_1 z bodu D_1 k ní vedenou a tedy půdorysným průmětem druhé přímky plochy S^3 procházející bodem D. Kružnice l_1 prochází patrně též bodem H_1 a základním bodem A_1. Pozorujeme, že kružnice procházející vždy třemi příslušejícími si body uvedených řad jedno-dvojznačných, tvoří svazek kružnic o základních bodech A_1 a F_1. Jsou tudíž půdorysné průměty odpovídajících si bodů těchto řad stanoveny průsečíky přímky d_1 jdoucí základním bodem A_1 a rovnoběžné s ní přímky j_1 s jednotlivými kružnicemi

svazku kružnic o základních bodech A_1 a F_1. Přímka d_1 protíná tento svazek kružnic v involuci parabolické a přímka j_1 v involuci hyperbolické, jejímž středem jest bod Q_1 a příslušnými body dvojnými body X_1 a Y_1, v nichž se kružnice $\varkappa$ a $\varkappa'$ zmíněného svazku dotýkají přímky q_1. Vytkneme-li na řídících přímkách d a j řady bodové, jichž půdorysnými průměty jsou uvedené jedno-dvojznačné řady na přímkách d_1 a $j_1 \equiv q_1$, naplní spojnice sdružených bodů takto jednoduše stanovených jedno-dvojznačných řad naši uvažovanou plochu sborcenou S^3.

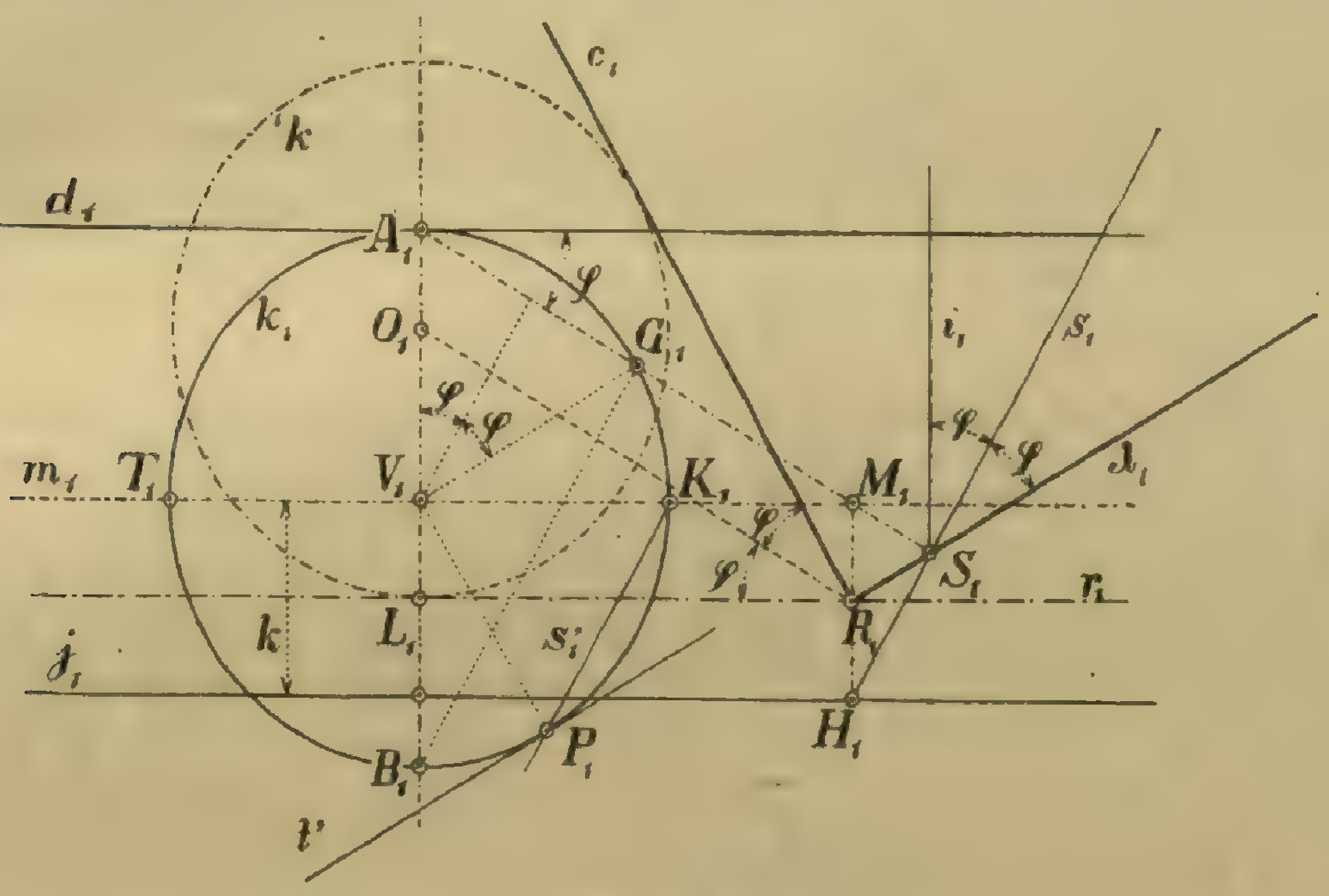


Obr. 2.

Kružnice $\varkappa'$ a $\varkappa$ protínají přímku d_1 v bodech C_1 a E_1 a přímky $t_1 \equiv \overline{X_1 E_1}$ a $t_1' \equiv \overline{Y_1 C_1}$ jsou patrně půdorysné průměty torsálních přímek t a t' plochy a body C_1 a E_1 jsou průměty bodů kuspidálních.

Asymptotická plocha plochy S^3. Stanovme především průsečnou křivku hledané rozvinutelné asymptotické plochy s průmětnou π. Vyznačme zase (obr. 3.) základní body A_1 a B_1 daného svazku kružnic, přímku m_1 naplněnou středy těchto kružnic a průměty j_1 a d_1 řídících přímek j a d. Průmětem vrcholu K řídícího kužele plochy S^3 proloženého nejmenší kružnicí k_1 daného svazku budiž zase koncový bod K_1 průměru $\overline{T_1 K_1}$ této kružnice. Známým způsobem sestrojme libovolný bod S_1 křivky c_3 ($\overline{M_1 H_1} \parallel \overline{A_1 B_1}$; $\overline{H_1 S_1} \perp \overline{A_1 M_1}$) a průmět s_1 povrchové přímky s plochy jím procházející. Chceme-li sestrojiti asymptotickou rovinu dotýkající se plochy S^3 v nekonečně vzdáleném bodě přímky s, musíme vésti vrcholem K řídícího

kužele přímku $s' \parallel s$ a příslušná rovina asymptotická prochází, jak známo, přímkou s rovnoběžně s tečnou rovinou řídícího kužele podél přímky s'. Rovnoběžka vedená bodem K_1 ku přímce s_1 nechť protíná kružnici k_1 v bodu P_1. Pak přímka bodem S_1 procházející rovnoběžně s tečnou t' kružnice k_1 v bodu P_1 jest půdorysnou stopou λ_1 asymptotické roviny λ dotýkající se plochy v nekonečně vzdáleném bodě přímky s. Je-li bod G_1 průsečíkem přímky $\overline{A_1 S_1}$ s kružnicí k_1, jest rovnoramenný $\triangle A_1V_1G_1 \cong \triangle P_1V_1K_1$ a odpovídající si strany těchto trojúhelníků stojí k sobě kolmo. Jest tudíž $\lambda_1 \parallel \overline{V_1G_1}$. Sestrojíme proto stopy půdorysné jednotlivých asymptotických



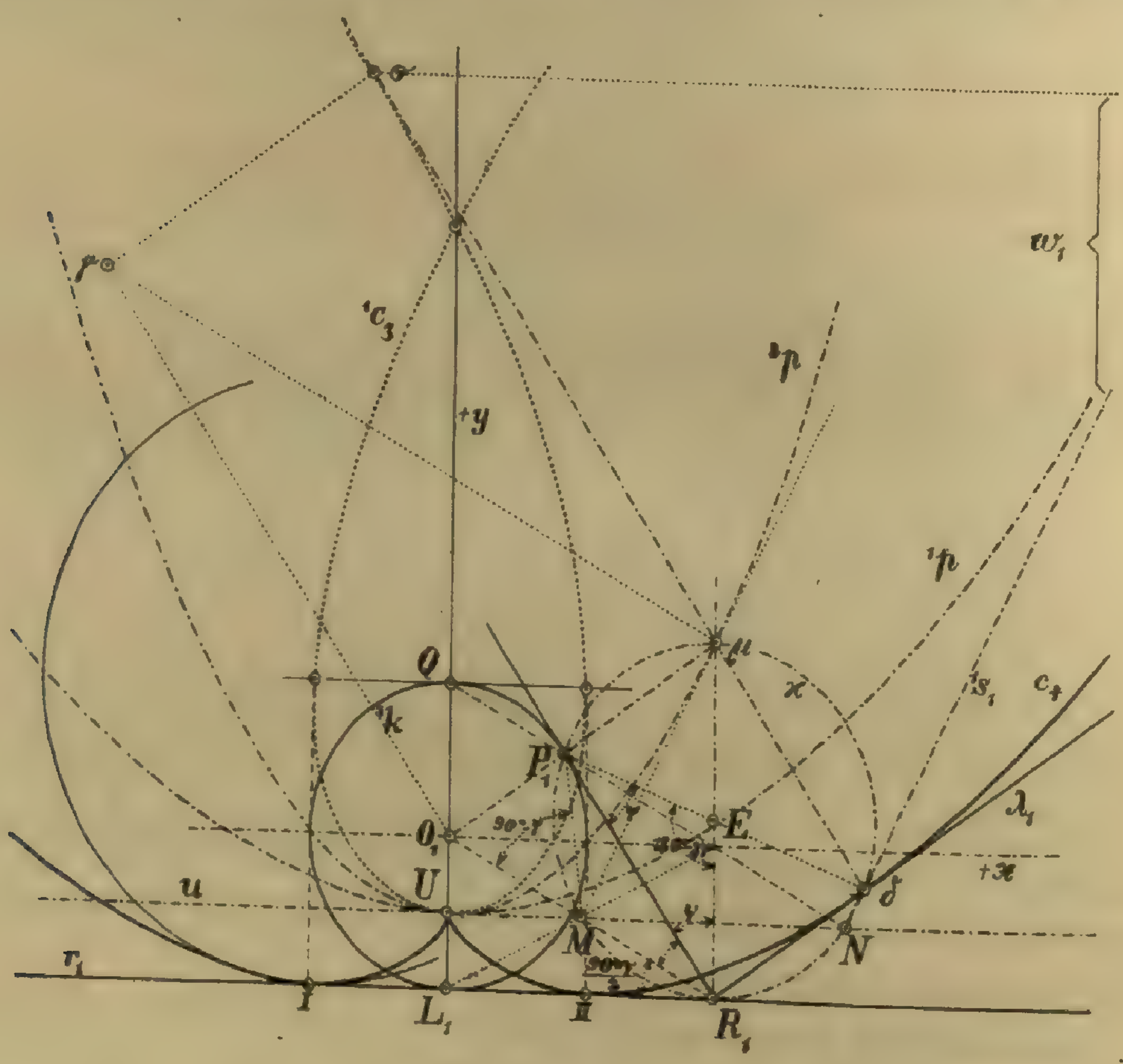
Obr. 3.

rovin, spojíme-li postupně body křivky c_3 s bodem A_1 a vedeme-li ku spojnicím bodu V_1 s průsečíky těchto průvodičů s kružnicí k_1 příslušnými body křivky c_3 přímky rovnoběžné.

Z obr. 3. jest patrno, že přímka s_1 jest rovnoběžná s výškou jdoucí bodem V_1 rovnoramenného $\triangle V_1G_1A_1$. Vedeme-li bodem S_1 přímku svislou $i_1 \parallel \overline{A_1B_1}$, jest $\widehat{i_1s_1} = \widehat{s_1\lambda_1} = \varphi$, pročež sestrojíme též stopu půdorysnou asymptotické roviny procházející libovolnou povrchovou přímkou s plochy, vedeme-li její půdorysnou stopou S_1 přímku svírající se svislou přímkou i_1, stopou procházející, úhel dvojnásobný úhlu, jejž svírá průmět s_1 zvolené přímky se svislou přímkou i_1.

Z konstrukce přímky s_1 plyne, že $\triangle A_1G_1B_1 \sim S_1M_1H_1$. Poněvadž bod V_1 jest půlícím bodem přepony trojúhelníku prvého a stopa λ_1 jest rovnoběžna s $\overline{V_1G_1}$, musí λ_1 procházeti půlícím bodem R_1 úsečky $\overline{M_1H_1}$. Přímku bodem R_1 rovnoběžně vedenou s přímkou m_1 označme r_1. Sestrojíme tudíž stopu asymptotické roviny procházející libovolnou povrchovou přímkou s, spojíme-li její půdorysnou stopu S_1 s bodem A_1 a z průsečíku M_1 této spojnice s přímkou m_1 vedeme kolmici ku přímce r_1 protínající ji v bodu R_1; pak spojnice $\overline{R_1S_1}$ jest hledanou stopou roviny asymptotické.

Výtvarný zákon křivky c_4, jíž stopy asymptotických rovin v π obalují, lze však značně zjednodušiti. Veďme bodem R_1 rovnoběžku ku průvodiči $\overline{A_1 S_1}$ a označme O_1 její průsečík s přímkou $\overline{A_1 B_1}$ a týmž bodem R_1 veďme kolmici c_1 ku přímce λ_1. Je-li φ úhel, který svírá kolmice c_1 s přímkou $\overline{R_1 O_1}$ a je-li bod L_1 průsečíkem přímek $\overline{A_1 B_1}$ a r_1, jest i $\sphericalangle O_1 R_1 L_1 = \varphi$, neboť přímky r_1 a $\overline{M_1 R_1}$ jsou kolmice vedené vrcholem R_1 ku ramenům úhlu, jejž svírá stopa λ_1 s přímkou r_1 a přímka $\overline{O_1 R_1}$ jest symetrálou téhož úhlu. Platí tedy: Protneme-li stopy jednotlivých asymptotických rovin přímkou r_1 a v průsečných bodech sestrojíme kolmice ku příslušným stopám rovin asymptotických, svírají tyto kolmice se spojnicí zmíněných průsečíků



Obr. 4.

s bodem O_1 týž úhel, jako svírá tato spojnice s pevnou přímkou r_1. Obalují tudíž tyto kolmice kružnici ^1k o středu O_1 a poloměru $\overline{O_1 L_1} = r$, značí-li r poloměr kružnice k_1. *Možno tudíž křivku c_4 definovati co enveloppu ramena pravého úhlu, jehož vrchol se pohybuje po tečně určité kružnice a jehož jedno rameno dotýká se stále téže kružnice.*

Zvolme (obr. 4.) kružnici ^1k o středu O_1 a její tečnu r_1 v bodě L_1. Na tečně r_1 vytkněme libovolný bod R_1 a veďme z něho druhou tečnu ku kružnici ^1k dotýkající se jí v bodě P_1. V bodu R_1 veďme kolmici λ_1 ku tečně $\overline{R_1 P_1}$. Pohybuje-li se nyní vrchol R_1 tohoto pravého úhlu po přímce r_1 a obaluje-li současně jedno rameno jeho kružnici ^1k, můžeme tento pohyb v každém okamžiku nahraditi nekonečně malým otočením kolem okamžitého středu otáčení, jejž dle známých zákonů kinematické geometrie

obdržíme, vztyčíme-li v bodě R_1 kolmici ku dráze jím opisované, to jest ku přímce r_1, a protneme ji normálou kružnice ${}^1k$ v bodu styku P_1 v bodu μ. Spustíme-li z bodu μ co okamžitého pólu otáčení kolmici ku ramenu λ_1 pravého úhlu, obdržíme bod δ, v němž křivka c_4 se přímky λ_1 dotýká. Přímka $\overline{\mu\delta}$ jest patrně již normálou křivky c_4.

Vedeme-li každým bodem křivky c_4 přímku rovnoběžnou s onou povrchovou přímkou sborcené plochy S^3, jež se nachází v oné asymptotické rovině, jejíž stopa se v uvažovaném bodě křivky c_4 dotýká, obdržíme jednotlivé povrchové přímky hledané plochy asymptotické a prvé průměty jich obalují půdorysný průmět křivky vratu této plochy. Stanovme tento půdorysný průmět křivky vratu. Opišme obdélníku $P_1R_1\mu\delta$ kružnici $\varkappa$ o středu E a veďme symetrálu u bodů O_1 a L_1. Spojnice $\overline{O_1R_1}$ protíná přímku u v bodu M, jímž kružnice $\varkappa$ též musí procházeti, neboť označíme-li $\sphericalangle EP_1R_1 = \sphericalangle ER_1P_1 = \psi$, jest $\sphericalangle L_1R_1O_1 = \sphericalangle O_1R_1P_1 = \sphericalangle MP_1R_1 = \frac{90^0 - \psi}{2}$ a úhel středový tětivy $\overline{P_1R_1}$ jest $180^0 - 2\psi$. Poněvadž tento úhel středový jest dvojnásobný úhlu $O_1MP_1 = 90^0 - \psi$, musí bod M ležeti též na kružnici $\varkappa$. Je-li bod N druhý průsečík kružnice $\varkappa$ s přímkou u a bod Q koncový bod průměru $\overline{L_1Q}$ kružnice ${}^1k$, jest $\sphericalangle P_1R_1M = \sphericalangle NMR_1 = \frac{90^0 - \psi}{2}$; tedy jest $\overline{NP_1} \parallel \overline{MR_1}$, a poněvadž jest $\overline{QP_1} \parallel \overline{O_1R_1}$, leží body Q, P_1 a N na přímce, pročež jest $\overline{NQ} \parallel \overline{R_1O_1}$. Dle dřívějšího víme, že jest půdorysný průmět s_1 přímky povrchové s plochy S^3, jíž procházející rovina asymptotická má za půdorysnou stopu přímku λ_1, kolmý ku $\overline{O_1R_1} \parallel \overline{QN}$; tudíž prochází průmět ${}^1s_1$ povrchové přímky ${}^1s \parallel s$ asymptotické plochy bodem N kružnice $\varkappa$ ležícím na přímce u, neboť bod N jest vrcholem pravého úhlu nad průměrem $\overline{P_1\delta}$. Pozorujeme, že kolmice vztyčené ku průmětům povrchových přímek asymptotické plochy v jejich průsečících s přímkou u procházejí pevným bodem Q. *Obalují tudíž průměty všech povrchových přímek plochy asymptotické parabolu o ohnisku Q a vrcholové tečně u.* Označme ji ${}^1p$.

Na základě vlastnosti právě uvedené sestrojíme bod dotyčný libovolné tečny křivky c_4 na př. tečny λ_1 bez použití geometrie kinematické, vedeme-li pevným bodem Q paprsek rovnoběžný s $\overline{O_1R_1}$ a v průsečíku jeho N s přímkou u vztyčíme k tomuto paprsku kolmici; pak průsečík δ této kolmice s tečnou λ_1 jest bodem dotyku tečny λ_1 s křivkou c_4.

Odvodili jsme, že křivka vratu asymptotické plochy nachází se na parabolickém válci kolmém k π a procházejícím parabolou ${}^1p$. Vrchol U paraboly ${}^1p$ jest reálným průsečíkem křivky vratu s průmětnou π a tečnou křivky vratu v něm jest patrně přímka rovnoběžná s přímkou q plochy S^3, jež leží v půdorysně promítací rovině procházející řídící přímkou j, neboť rovina asymptotická přímkou q procházející jest rovinou nárysně promítací, pročež v ní ležící tečna křivky vratu, jež musí se současně dotýkati uvedeného parabolického válce a býti s přímkou q rovnoběžná, prochází bodem U.

XIII.

Bod U jest tudíž bodem vratu křivky c_4 a přímka $\overline{QU}$ co stopa oskulační roviny křivky vratu v bodu U jest příslušnou tečnou křivky c_4 v bodu vratu U. Poněvadž asymptotickou rovinou procházející přímkou $u\infty$ plochy S^3 jest rovina nekonečně vzdálená, jest tato nekonečně vzdálená rovina oskulační rovinou v nekonečně vzdáleném bodě křivky vratu asymptotické plochy. Řídící kužel této plochy asymptotické jest patrně totožný s řídícím kuželem orthogonálným plochy S^3.

Z uvedeného seznáváme, že křivka vratu plochy asymptotické musí býti *kubickou parabolou*. Tudíž hledaná plocha asymptotická, jakožto rozvinutelná plocha tečen prostorové křivky 3. stupně, jest plochou 4. řádu a 3. třídy.

Z obr. 4. jest patrno, že $\Delta\, O_1R_1\mu$ jest rovnoramenný, neboť $\overline{O_1M} = \overline{MR_1}$ a $\overline{\mu M} \perp \overline{MR_1}$; jest tedy stále vzdálenost okamžitého středu otáčení μ od středu O_1 kružnice ${}^1k$ rovná vzdálenosti bodu μ od přímky r_1. Naplňují tudíž všechny okamžité póly otáčení parabolu v ohnisku O_1 a řídící přímce r_1. Označme ji ${}^2p$. Poněvadž dále normála křivky c_4 v bodu δ jest totožná s přímkou $\overline{\mu\delta} \perp \overline{\mu O_1}$, seznáváme, že evoluta křivky c_4 jest totožná s křivkou, jíž obalí rameno pravého úhlu, jehož vrchol pohybuje se po parabole ${}^2p$ a jehož jedno rameno jde stále ohniskem O_1 této paraboly. *Jest tudíž evoluta křivky c_4 totožná s negativní úpatnicí paraboly ${}^2p$ pro její ohnisko O_1 co pól.* Touto křivkou jest však Tschirnhausen-ova *křivka kubická* náležející ku Newtonovým parabolám divergentním.[1]) *Můžeme tedy křivku c_4 definovati též co evolventu Tschirnhausenovy křivky kubické mající v bodu U bod vratu.*

Sestrojíme-li průměty povrchových přímek asymptotické plochy do π směrem paprsků udaných spojnicí vrcholu řídícího kužele orthogonálného se středem kružnice, v níž protíná tento kužel průmětnu π, promítne se patrně každá povrchová přímka této plochy co normála křivky c_4. Tedy průmět křivky vratu asymptotické plochy pro tento směr šikmých paprsků jest totožný s evolutou křivky c_4. Bod dotyku normály ku př. $\overline{\mu\delta}$ s touto evolutou čili střed oskulační kružnice křivky c_4 v bodu δ sestrojíme tudíž pomocí vlastnosti právě uvedené, vedeme-li bodem w_1, v němž průmět ${}^1s_1 \equiv \overline{N\delta}$ povrchové přímky ${}^1s$ asymptotické plochy dotýká se obrysové paraboly ${}^1p$, kolmici ku ose této paraboly, jež protne normálu $\overline{\mu\delta}$ v hledaném středu křivosti σ, neboť bod dotyku w tečny křivky vratu v bodu w promítne se směrem výše uvedeným do bodu dotyčného normály $\overline{\mu\delta}$ křivky c_4 s její evolutou ${}^1c_3$.

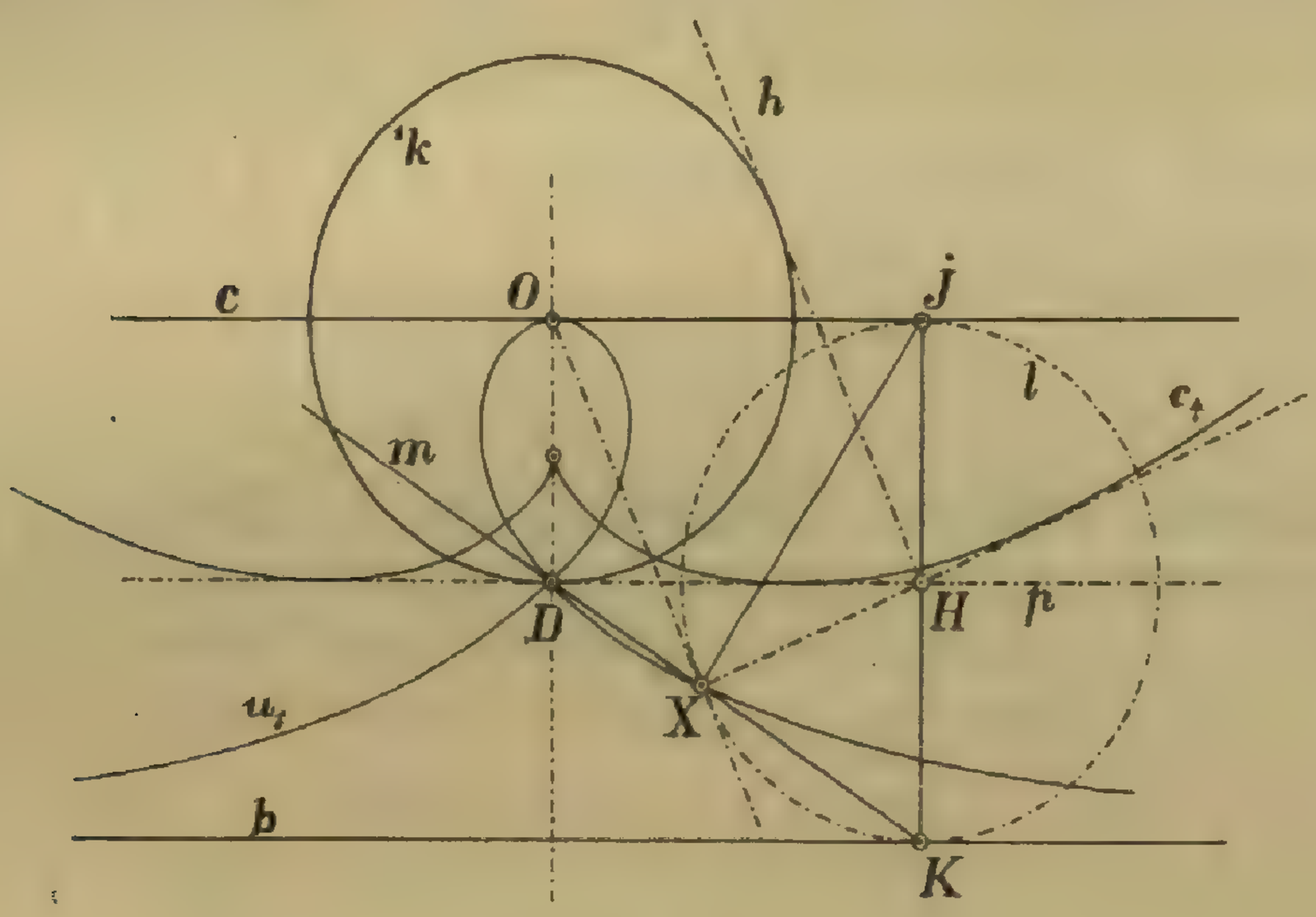
Z konstrukce jednotlivých bodů křivky c_4 plyne přímo, že křivka c_4 dotýká se tečny r_1 v bodech I a II majících od bodu L_1 vzdálenost r, značí-li r poloměr kružnice ${}^1k$ a z konstrukce středů oskulačních kružnic v jednot-

---

[1]) Dr. H. Wieleitner: Specielle ebene Kurven. 1908. p. 54. Teixeira: l. c. pag. 132.

livých bodech této křivky vychází, že poloměr kružnic křivosti v bodech I a II jest $2r$.

Zvolme (obr. 5.) dvě rovnoběžné přímky c a b a veďme bodem D, jenž má od obou přímek touž vzdálenost, rovnoběžnou s nimi přímku ϕ. Vytkněme přímku m procházející bodem D a protínající přímku b v bodě K. Označme J patu kolmice z bodu K spuštěné ku přímce c. Vedeme-li bodem J kolmici ku přímce m a označíme-li X průsečík této kolmice s přímkou m, náleží bod X, dle konstrukce dříve uvedené, úpatnici u_1 určité paraboly. Dvojným bodem této úpatnice jest bod D a asymptotou přímka b. Je-li bod O patou kolmice z bodu D ku přímce c spuštěné, náleží patrně bod O též této úpatnici, a poněvadž vzdálenost $\overline{OD}$ rovná se vzdálenosti dvojného



Obr. 5.

bodu D od asymptoty, jest tato úpatnice přímou strofoidou. Označíme-li H průsečík spojnice $\overline{JK}$ s přímkou ϕ, jest dle dřívější konstrukce spojnice $\overline{XH}$ tečnou křivky c_4 a kolmice h v bodě H ku $\overline{XH}$ vedená, jest tudíž tečnou kružnice ^1k o středu O a poloměru $\overline{OD}$. Poněvadž bod X co vrchol pravého úhlu leží na kružnici l nad průměrem $\overline{JK}$, musí bodem X vedená rovnoběžka s tečnou h kružnice ^1k procházeti středem O; totéž plyne přímo, uvažujeme-li zvolenou přímou strofoidu jakožto geometrické místo bodů, v nichž se dotýkají tečny z bodu O vedené ku jednotlivým polohám kružnice l kotálející se po přímce b. Náleží tudíž pata X kolmice $\overline{OX}$ ze středu O základní kružnice ^1k vedené ku tečně $\overline{XH}$ křivky c_4 přímé strofoidě. *Tedy úpatnicí křivky c_4 pro střed O základní kružnice ^1k co pól jest přímá strofoida.* Vytvoří se proto křivka c_4 též co enveloppa ramena pravého úhlu, jehož vrchol se pohybuje po přímé strofoidě a jehož jedno rameno jde stále bodem O této strofoidy. *Křivka c_4 jest tudíž negativní úpatnicí přímé strofoidy pro bod O co pól.*

Pokládáme-li (obr. 4.) bod O_1 za počátek pravoúhlých souřadnic

a. přímku $\overline{O_1 Q}$ za kladnou osu y a kolmou k ní přímku na pravo směřující za kladnou osu x, zní rovnice přímky $\overline{O_1 R_1}$:

$$y = \lambda x;$$

vyjádříme-li týmž parametrem λ rovnici přímky λ_1 bodem R_1 procházející kolmo ku tečně $\overline{R_1 P_1}$ kružnice ^1k, obdržíme

$$2\lambda^2 (y + r) = (\lambda^2 - 1)(\lambda x + r); \qquad (5)$$

derivujeme-li rov. (5) dle parametru λ a eliminujeme-li z rovnice, již obdržíme, a z rov. (5) parametr λ, obdržíme po jednoduché úpravě rovnici křivky c_4 ve tvaru

$$(x^2 - 8 y r)(x^2 + y^2) - r^2 [6 y (r + 2 y) - r^2 - 11 x^2] = 0. \qquad (6)$$

Zavedeme-li homogenní souřadnice $x = \frac{x_1}{x_3}$, $y = \frac{x_2}{x_3}$ a položíme-li $x_3 = 0$, obdržíme z rov. (6)

$$x_1^2 (x_1^2 + x_2^2) = 0.$$

Jest tudíž křivka c_4 *cirkulární křivkou 4. řádu* a dotýká se nekonečně vzdálené přímky průmětny π ve směru osy y.

Značí-li a a b souřadnice libovolného bodu D, zní rovnice kolmice z tohoto bodu spuštěné ku přímce λ_1:

$$y - b = \frac{2\lambda}{1 - \lambda^2}(x - a). \qquad (7)$$

Eliminujeme-li z rov. (5) a z rov. (7) proměnný parametr λ a pošineme-li počátek pravoúhlých souřadnic do bodu L_1, obdržíme po snadné úpravě co rovnici úpatnice křivky c_4 vzhledem k pólu D:

$$r (x - a)^2 [(y - b)(2 y - r) + 2 x (x - a)] + (y - b) [y (y - b) + x (x - a)]^2 = 0. \qquad (8)$$

Ze zhomogenisované rov. (8) plyne přímo, že úpatnicí křivky c_4 vzhledem k libovolnému bodu $D(a, b)$ co pólu jest *bicirkulární kvintika*, jejíž asymptota jest rovnoběžná s osou x. Z rovnice této křivky jest patrno, že pól D jest vždy trojnásobným bodem křivky.

Ztotožní-li se pól D se středem O_1 kružnice ^1k [$a = 0, b = r$], dostaneme z rov. (8)

$$r x^2 [(y - r)(2 y - r) + 2 x^2] + (y - r) [y (y - r) + x^2]^2 = 0. \qquad (9)$$

Přeložíme-li počátek do bodu O_1, dostaneme z rov. (9) po jednoduché úpravě

$$(x^2 + y^2) [y^3 + 2 r y^2 + x^2 y + 2 r x^2 + r^2 y] = 0. \qquad (10)$$

Rozpadá se tudíž v tomto případě kvintika v nullovou kružnici a křivku 3. řádu, jejíž rovnici lze psáti ve tvaru

$$(x^2 + y^2)(y + 2r) + r^2 y = 0. \qquad (11)$$

Přetransformujeme-li počátek zpět do bodu L_1, obdržíme z rov. (11)

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{r + r}{r - y}, \qquad (12)$$

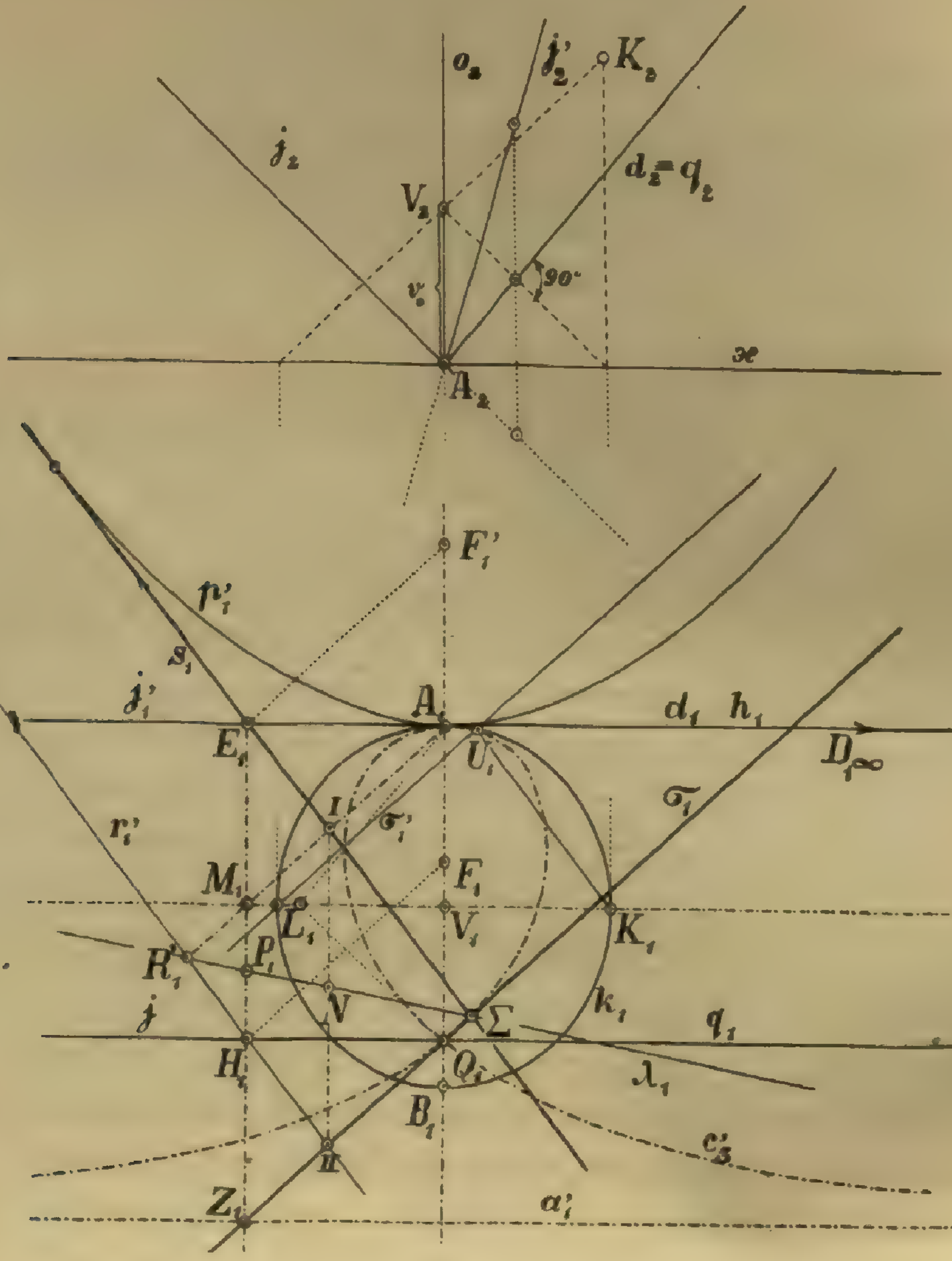
kterážto rovnice jest totožná s rovnicí přímé strofoidy.[1]) Tudíž úpatnicí křivky c_4 pro střed O_1 základní kružnice co pól jest přímá strofoida. Tento výsledek odvodili jsme dříve geometricky.

Geometrická místa asymptot kuželoseček, v nichž protínají plochu S^3 roviny jdoucí povrchovou přímkou q. Vedeme-li některou přímkou plochy S^3 rovinu, protne tato plochu obecně v hyperbole. Směr její jedné asymptoty jest dán směrem povrchové přímky plochy, jež jest s rovinou sečnou rovnoběžná a jíž pomocí řídícího kužele plochy snadno můžeme určiti a směr druhé asymptoty jest dán směrem průsečíku, v němž rovina sečná protíná přímku u_∞ plochy. Poněvadž nekonečně vzdálená rovina jest tečnou rovinou plochy S^3 a směr příslušného bodu dotyčného jest dán směrem kolmým k π, protínají roviny procházející povrchovými přímkami plochy S^3 kolmo k π tuto plochu v parabolách o osách kolmých k π. Kromě toho roviny procházející libovolnou přímkou plochy a některou její přímkou řídící protínají plochu v kuželosečkách degenerovaných.

Zvolme (obr. 6.) základní body A_1 a B_1 daného svazku kružnic v π a vyznačme na spojnici $\overline{A_1B_1}$ bod Q_1 dříve uvažované křivky c_3. Povrchová přímka q plochy S^3, jež má za půdorysnou stopu bod Q_1, jest dle dřívějšího rovnoběžná s řídící přímkou d plochy. Považujme přímku q za osu svazku sečných rovin a určeme křivku, jíž obalují půdorysné průměty asymptot všech kuželoseček, v nichž tyto roviny plochu S^3 protínají. Přímka q protíná řídící přímku d v nekonečnu v bodě D_∞, a poněvadž tímto průsečíkem musí procházeti všechny průsečné hyperboly ležící v rovinách svazku o ose q, udává přímka d směr jedněch asymptot všech těchto hyperbol. Tečná rovina plochy S^3 v bodě D_∞, co rovina určená přímkami d a u_∞, jest půdorysně promítací rovina přímky d, a poněvadž osa q svazku sečných rovin jest s touto rovinou rovnoběžná, tvoří zmíněné asymptoty, co průsečnice jednotlivých sečných rovin s touto tečnou rovinou, v této rovině tečné osnovu rovnoběžných přímek. Jest tudíž půdorysný průmět d_1 přímky d asymptotou společnou všech hyperbol, do nichž se uvažované hyperboly ležící v rovinách svazku o ose q do π promítají. Středy všech těchto průsečných hyperbol nacházejí se tedy v půdorysně promítací rovině přímky d a naplňují v této rovině přímku j' jdoucí bodem A_1, jak dále dokážeme. Jsou-li přímky d_2 a j_2 ($d_2 \perp j_2$) jdoucí bodem A_2 nárysy řídících

[1]) Teixeira: l. c. pag. 32.

přímek d a j plochy S^3 a značí-li o_2 přímku svislou jdoucí bodem A_2 a přímka j_2' příslušný nárysný průmět přímky j', jest v pojednání „O kuželosečkách na jisté ploše sborcené“[1]) dokázáno, že přímky o_2 a d_2 oddělují přímky j_2 a j_2' harmonicky, čímž přímka j', obsahující středy uvedených průsečných hyperbol, jest stanovena.



Obr. 6.

Určeme nyní půdorysné průměty druhých asymptot uvažovaných hyperbol. Veďme přímkou q plochy S^3 libovolnou sečnou rovinu σ o půdorysné stopě σ_1 jdoucí stopou Q_1 přímky q. Řídící kužel orthogonálný plochy S^3 nechť prochází zase nejmenší kružnicí k_1 daného svazku kružnic a vrchol jeho označme K. Vyhledejme povrchovou přímku r' plochy, jež jest s rovinou σ rovnoběžná. Přímce q odpovídá na řídícím kuželi rovnoběžná s ní přímka $\overline{K L_1}$. Touto přímkou veďme rovinu $\sigma' \parallel \sigma$, jejíž půdorysná stopa $\sigma_1' \parallel \sigma_1$ protíná kružnici k_1 v bodu U_1. Přímka $\overline{U_1 K}$ řídícího kužele udává

[1]) V. Mašek: „O kuželosečkách na jisté ploše sborcené“. **Časopis pro pěstování math. a fys., 1915, roč. XLIV.**

směr povrchové přímky plochy S^3, jež jest s rovinou σ rovnoběžná. Vedeme-li tudíž bodem A_1 přímku rovnoběžnou se σ_1 a protínající symetrálu m_1 bodů A_1 a B_1 v bodu M_1 a určíme na ní konstrukcí z počátku uvedenou bod R_1' křivky c_3 ($\overline{M_1H_1} \parallel \overline{A_1B_1}$; $\overline{H_1R_1'} \perp \overline{A_1M_1}$), prochází bodem R_1' přímka r' plochy S^3 rovnoběžná s rovinou σ. Hledanou asymptotu průsečné hyperboly, v níž rovina σ plochu S^3 protíná, sestrojíme patrně co průsečnici roviny σ s asymptotickou rovinou λ příslušnou přímce povrchové r'. Půdorysná stopa λ_1 asymptotické roviny λ jest dle dřívějšího spojnice bodu R_1' s půlícím bodem P_1 úsečky $\overline{M_1H_1}$. Stopy λ_1 a σ_1 protínají se v bodu Σ, jímž prochází hledaná asymptota $s \parallel r'$ ($s_1 \parallel r_1'$).

Je-li bod I průsečíkem přímek s_1 a $\overline{A_1R_1'}$ a bod II průsečíkem přímek r_1' a σ_1, musí býti $\overline{I\,II} \parallel \overline{M_1H_1}$. Průsečík N spojnice $\overline{I\,II}$ se stopou λ_1 jest půlícím bodem úsečky $\overline{I\,II}$, neboť též jest $\overline{H_1P_1} = \overline{P_1M_1}$. Z rovnoběžníku $I\,II\,Q_1\,A_1$ jest patrno, že úsečka $\overline{I\,II} = \overline{A_1Q_1}$. Pošineme-li tedy úsečku $\overline{I\,II}$ po přímkách s_1 a r_1' až bod II zapadne do bodu H_1, musí současně bod I se ztotožniti s bodem E_1, značí-li E_1 průsečík spojnice $\overline{H_1M_1}$ s přímkou d_1. Sestrojíme tudíž půdorysný průmět s_1 asymptoty s, vedeme-li bodem A_1 paprsek rovnoběžný se stopou σ_1 sečné roviny σ a průsečíkem jeho M_1 se symetrálou m_1 bodů A_1 a B_1 vedeme přímku svislou protínající přímku d_1 v bodu E_1; pak kolmice s_1 z bodu E_1 ku stopě σ_1 vedená jest půdorysným průmětem asymptoty s. Považujeme-li libovolný bod na přímce d_1 ležící za půdorysný průmět středu určité hyperboly ležící na ploše S^3, můžeme naopak jednoduše vyhledati rovinu, v níž se tato hyperbola nachází.

Dříve jsme dokázali, že průmět r_1' povrchové přímky r' jest tečnou paraboly o ohnisku F_1 ($\overline{Q_1F_1} = r$) a vrcholové tečně q_1. Musí tudíž průmět s_1 asymptoty s býti tečnou paraboly p_1', již obdržíme pošinutím vrcholu Q_1 paraboly p_1 po přímce $\overline{Q_1A_1}$ až její vrchol ztotožní se s bodem A_1. Ohniskem paraboly p_1' jest bod F_1' ($\overline{A_1F_1'} = r$) a tečnou vrcholovou přímka d_1. Poněvadž uvedené zůstává v platnosti pro průměty asymptot všech průsečných hyperbol ležících v jednotlivých rovinách svazku o ose q, platí věta:

Půdorysné průměty asymptot všech hyperbol, v nichž roviny vedené přímkou q plochu S^3 protínají, obalují parabolu o vrcholové tečně d_1 a parametru $p = 2r$.

Z konstrukce asymptoty s jest patrno, že půdorysná stopa její Σ jest průsečíkem půdorysné stopy σ_1 sečné roviny σ s kolmou k ní tečnou s_1 paraboly p_1'. Poněvadž stopy půdorysné rovin vedených přímkou q tvoří svazek paprskový o vrcholu Q_1, platí: Půdorysné stopy Σ uvažovaných asymptot naplňují úpatnici c_3' paraboly p_1' vzhledem k bodu Q_1 co pólu. Označme Z_1 průsečík stopy σ_1 s přímkou $\overline{M_1H_1}$. Dle konstrukce úpatnic paraboly z počátku uvedené musí bodem Z_1 procházeti asymptota a_1' křivky c_3'. Z obrazce jest patrno, že $\overline{E_1M_1} = \overline{H_1Z_1} = r$.

Dále pozorujeme, že hledané asymptoty jsou průsečnicemi tečných rovin přímého parabolického válce o řídící parabole p_1' s kolmými k nim rovinami svazku rovin o ose q. *Jest tudíž uvedený svazek rovin 2. třídy*

projektivný se svazkem rovin o ose q, pročež průsečnice sdružených rovin, čili uvažované asymptoty, naplní plochu sborcenou 3. řádu, jejíž dvojnou řídící přímkou jest přímka q. Označme tuto plochu ${}^1S^3$. Řídící kužel její jest patrně totožný s řídícím kuželem plochy S^3, tedy kužel orthogonálný. Dále jest zřejmo, že plocha ${}^1S^3$ obsahuje přímku v nekonečnu danou směrem roviny nárysné, tedy přímku totožnou s přímkou u_∞ plochy S^3. Uvažujeme-li rovinu sečnou procházející přímkou q a řídící přímkou d, přechází průsečná hyperbola v dvojnásobně čítanou přímku d. Náleží tudíž přímka d též ploše ${}^1S^3$. Rovina půdorysně promítací přímky d prochází patrně též přímkou u_∞ plochy ${}^1S^3$, pročež protíná tuto plochu ještě v další přímce, jež musí býti jednoduchou řídící přímkou této plochy. Označme tuto přímku j'. Přímka j' musí procházeti bodem A_1.

Dříve bylo uvedeno, že středy průsečných hyperbol, ležících v jednotlivých rovinách jdoucích přímkou q plochy S^3, nacházejí se v půdorysně promítací rovině přímky d. Poněvadž tato půdorysně promítací rovina protíná sborcenou plochu ${}^1S^3$, naplněnou asymptotami, v řídící přímce j', *jest přímka j' geometrickým místem středů uvažovaných hyperbol*, čímž dříve uvedená věta jest dokázána.

Dále jest patrno, že plochy S^3 a ${}^1S^3$ mají touž plochu asymptotickou. Rozpadá se tudíž prostorová křivka 9. řádu, v níž se tyto plochy protínají, v dvojnásobně čítané přímky d a q, přímku u_∞ a v dvojnásobně čítanou kuželosečku s_∞, v níž rovina nekonečně vzdálená protíná řídící kužel ploch.

Vedeme-li přímkou d rovinu $\sigma'' \parallel \sigma$ ($\sigma_1'' \equiv \overline{A_1 R_1'}$), protíná tato rovina plochu ${}^1S^3$ v hyperbole, jejíž jedna asymptota jest rovnoběžná s povrchovou přímkou s této plochy, neboť přímka s jest s rovinou σ'' rovnoběžná. Půdorysnou stopou asymptotické roviny přímkou s procházející jest přímka $\overline{\Sigma R_1'}$, jež protíná stopu σ_1'' v bodu R_1', jímž prochází hledaná asymptota rovnoběžná s přímkou s. Jest tudíž tato asymptota totožná s přímkou povrchovou r' sborcené plochy S^3. Vidíme, že vedeme-li přímkou d roviny sečné, protínají tyto plochu ${}^1S^3$ v hyperbolách, jichž jedny asymptoty naplňují plochu sborcenou S^3. Druhé asymptoty těchto hyperbol tvoří patrně osnovu rovnoběžných přímek v půdorysně promítací rovině přímky q a středy jejich vyplňují řídící přímku j plochy S^3.

XIII.

Ke konstrukci rovnoosé hyperboly ze čtyř imaginárních bodů nebo tečen a o jedné vlastnosti svazku kuželoseček.

Napsal

J. SOBOTKA.

(S 1 obrazcem v textu.)

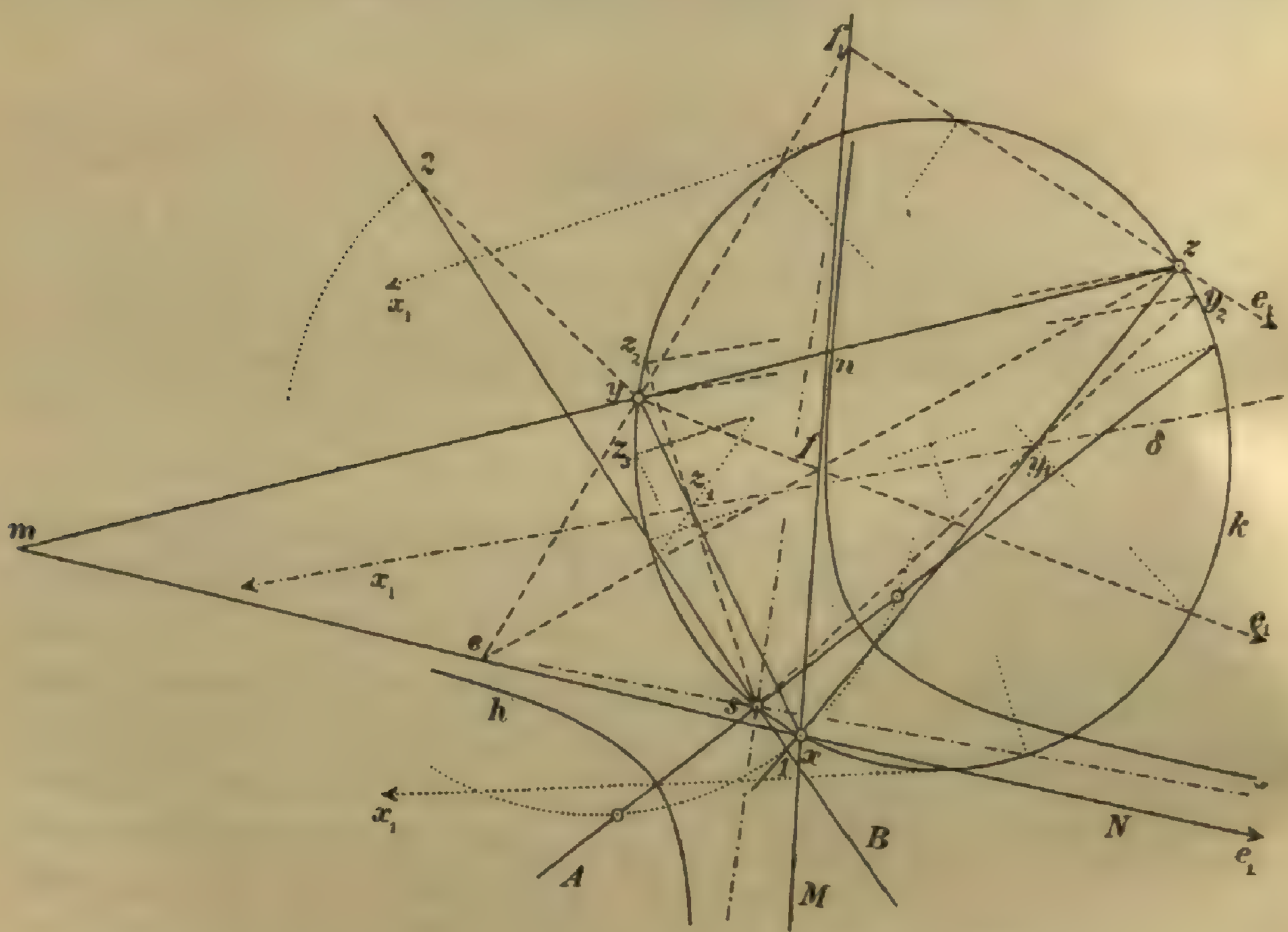
(Předloženo dne 26. února 1915.)

Poznámky tyto vznikly podnětem stejnojmenné práce V. Jarolímka; obsahují snadné zjednodušení konstrukcí jím vyvozených a krátkou úvahu s tím souvisící.

1. Buďte tedy v rovině dány nejprve dvě elliptické bodové involuce (M), (N) na přímkách M; N a mějme úlohou sestrojiti jejich dvojnými body a, b a c, d rovnoosou hyperbolu. Stanovme, jako ve zmíněné práci, k průsečíku x přímek M, N body sdružené m resp. n v obou involucích a pak sestrojme v involuci (M) resp. (N) dvojici $e e_1$ resp. $f f_1$, která dělí harmonicky body x, m resp. x, n. Budiž y průsečík přímek $e f_1$, $e_1 f$ a z průsečík přímek $e f$, $e_1 f_1$; pak jest $x\ y\ z$ společným polárním trojúhelníkem kuželoseček svazku stanoveného body a, b, c, d. Kružnice k opsaná trojúhelníku $x\ y\ z$ jest geometrickým místem středů všech rovnoosých hyperbol, které mají $x\ y\ z$ trojúhelníkem polárním; na ní leží tedy též střed s hyperboly hledané. Přímky $e z$, $e_1 z$ protínají kružnici k každá ještě v jednom bodě a spojnice těchto dvou bodů nechť protíná $x y$ v bodě z_1. Bod z_1 jest tedy pólem involuce (z), kterou se involuce (M), (N) promítají z bodu z společně na křivku k. Rovněž tak protíná spojnice dalších průsečíků přímek $y e$, $y e_1$ s kružnicí k přímku $x z$ v pólu y_1 involuce (y), která promítá z bodu y na křivku k společně involuce (M), (N). Konečně protínají se tečny ke kružnici k v jejích dalších průsečících s přímkami M, N v pólu x_1, na $y z$ ležícím, involuce (x), která má tyto průsečíky body dvojnými. Póly x_1, y_1, z_1 leží na jedné přímce δ, k jejímuž určení stačí tedy dva z nich. Rovnoběžka bodem z k přímce δ nechť protíná k v dalším bodě z_2; pak

protíná přímka $z_2\, z_1$ kružnici k ve středu s hledané hyperboly. Protínají-li tedy rovnoběžky vedené body y, x kružnici v dalších bodech y_2, x_2, sbíhají se všecky tři přímky $z_2\ z_1$, $y_2\ y_1$, $x_2\ x_1$ v bodě s kružnice k. O správnosti této konstrukce přesvědčíme se v dalším.

Veďme dále bodem s rovnoběžku ku $x\, y$, která nechť protíná k v dalším bodě z_3. Pólem přímky $s\, z$ ke hledané rovnoosé hyperbole h jest nekonečně vzdálený bod přímky $x\ y$; jsou tedy $s\, z$, $s\, z_3$ dvěma sdruženými průměry hyperboly h. Protínají-li dále rovnoběžky bodem s ku $z\, x$ a $y\, z$ kružnici v dalších bodech y_3 resp. x_3, jsou také $s\, y$, $s\, y_3$ a rovněž $s\, x$, $s\, x_3$ sdruženými průměry křivky h. Involuce průměrů této křivky vytíná na k



Obr. 1.

involuci, které náleží také nekonečně vzdálené body kružnice jako jedna dvojice, ježto jimi procházejí dva sdružené průměry křivky h; jest tedy $x\, x_3 \parallel y\, y_3 \parallel z\, z_3$. Tudíž náležejí koncové body průměru kolmého ku $z\, z_3$ asymptotám a koncové body průměru rovnoběžného ku $z\, z_3$ osám A, B hyperboly h. Strana libovolná trojúhelníka xyz a příslušná k ní výška jsou ku h normálně sdruženy; protněme obě s onou osou v bodech 1, 2, pro kterou leží tyto body po různých stranách bodu s, načež kružnice opsaná nad průmérem 12 protíná druhou osu v ohniskách křivky h, čímž konstrukce hyperboly h jest úplně dána.

2. Buďtež m, n středy dvou elliptických involucí paprskových (m), (n), jejichž dvojnými paprsky A, B a C, D nechť jsou dány čtyři imaginární tečny rovnoosé hyperboly. Obdobně k předchozímu stanovme ku

přímce $X = (m\,n)$ přímky sdružené v (m) a (n), které nechť se protnou v bodě x. Dále sestrojme v (m) dvojici $E\,E_1$ harmonickou ku X, $(m\,x)$ a v (n) dvojici $F\,F_1$ harmonickou ku X, $(n\,x)$. Průsečíky přímek E, F a E_1, F_1 stanoví přímku Y a průsečíky přímek E, F_1 a E_1, F přímku Z, při čemž jak Y tak Z procházejí bodem x. Protíná-li nyní X přímky Y, Z v bodech z, y, jest opět $x\,y\,z$ společným polárním trojúhelníkem kuželoseček dotýkajících se A, B, C, D. Kružnice k opsaná trojúhelníku $x\,y\,z$ obsahuje tedy střed hledané hyperboly. Půlící body tří úhlopříčen čtyřstranu tvořeného přímkami A, B, C, D leží na jedné přímce P, která obsahuje středy všech kuželoseček dotýkajících se A, B, C, D. Tato přímka jde zde tedy středem o úsečky mn a středy involucí, které vytínají (m), (n) společně na Y a Z. Vedeme-li tedy na př. bodem m rovnoběžku Y' ku Y a sestrojíme v (m) paprsek Y'' sdružený k Y', protíná Y'' přímku Y v dalším bodě přímky P. Přímka P nechť protíná k v bodech s_1, s_2. Vidíme, že naše úloha vede obecně ke dvěma hyperbolám rovnoosým. Obě mají xyz trojúhelníkem polárním a středy jejich jsou s_1, resp. s_2. Asymptoty, osy a ohniska každé z nich sestrojíme pak stejně jako v předchozí úloze.

3. Budiž opět $x\,y\,z$ společný polární trojúhelník kuželoseček svazku $\boldsymbol{\Sigma}$. Opišme trojúhelníku $x\,y\,z$ libovolnou kuželosečku k a uvažujme body sdružené ke svazku k bodům křivky k. Body ty vyplní jak známo přímku $\boldsymbol{\delta}$. Poláry libovolného bodu ϕ křivky k ke kuželosečkám svazku protínají se tedy v bodě ϕ' na $\boldsymbol{\delta}$. Zvolme ve svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ kuželosečky přecházející ve dvojice přímek. Přímky jedné z nich protínají se v bodě z a jsou dvojnými paprsky involuce, jejíž libovolnou dvojici obdržíme, spojíme-li bod z se sdruženými body ϕ, ϕ'. Tato involuce vytíná na k bodovou involuci, jejíž pól z_1 musí ležeti na $x\,y$, ježto $z\,x$ a $z\,y$ tvoří též jednu dvojici této involuce. Tento bod z_1 náleží také již přímce $\boldsymbol{\delta}$; neboť myslíme-li si, že bod ϕ na křivce k dostane se do polohy ϕ_0 soumezné ku z, jest $z\,\phi_0$ tečnou křivky k v bodě z a paprsek sdružený k této tečně vzhledem ke dvojici přímek svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ jdoucích z jest $z\,z_1$, kdežto poláry bodu ϕ_0 jak pro dvojici příslušnou bodu x tak i dvojici příslušnou bodu y náležející svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ splývají v mezích s přímkou $x\,y$.

Z toho plyne pro případ uvažovaný v čl. 1., že přímka, která tam byla označena $\boldsymbol{\delta}$, jest onou přímkou, která odpovídá tímto způsobem kružnici k vzhledem ke svazku kuželoseček $\boldsymbol{\Sigma}$ proloženému body a, b, c, d, ježto zde involuce stanovící dvojice přímek svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ byly přímo úlohou dány. Středu s hyperboly h jest sdružen ve svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ průsečík přímky $\boldsymbol{\delta}$ s polárou bodu s ku h, tedy nekonečně vzdálený bod přímky $\boldsymbol{\delta}$. Proto jsou paprsky, z nichž jeden $z\,z_2$ prochází nekonečně vzdáleným bodem přímky $\boldsymbol{\delta}$ a druhý $z\,s$ středem hypeboly h, harmonické ke dvojici přímek svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ bodem z; jde tedy skutečně $z_2\,z_1$ bodem s. Přímky zmíněné dvojice přímek svazku $\boldsymbol{\Sigma}$ bodem z protínají k ještě ve dvou bodech a jejich spojnice Z_1 jest polárou bodu z_1 ke křivce k. Z toho plyne, ježto poláry bodů z_1, y_1, x_1 ke k protínají se v pólu přímky $\boldsymbol{\delta}$, následující vlastnost úplného čtyřrohu:

Každá kuželosečka, opsaná diagonálnímu trojúhelníku úplného čtyřrohu protíná tři dvojice protilehlých stran čtyřrohu ještě ve třech dvojicích bodových, které tvoří involuci.

A duálně dokážeme větu:

Každá kuželosečka, vepsaná diagonálnímu třístranu úplného čtyřstranu, vysílá do každého vrcholu čtyřstranu ještě jednu tečnu a tři dvojice těchto tečen, které jdou dvojicemi protilehlých vrcholů čtyřstranu, tvoří involuci.

Při tom byl důkaz veden tak, že platí obecně, at jsou všecky vrcholy čtyřrohu, resp. všecky strany čtyřstranu, reálné nebo dva reálné a dva sdruženě imaginárné nebo konečně dvakrát dva sdruženě imaginárné.

4. Svazek kuželoseček Σ jest dán dvojicí a, a' bodů k němu sdružených a společným polárním trojúhelníkem $x\,y\,z$ všech jeho prvků. Neboť libovolným bodem g prochází jedna a jen jedna kuželosečka u, pro kterou jest $x\,y\,z$ trojúhelníkem polárním a a, a' dvěma sdruženými body. Neboť bod g_1 na $g\,x$ oddělený od g harmonicky bodem x a přímkou $y\,z$ leží na u; a stejně najdeme další body g_2, g_3 kuželosečky u na $g\,y$ a $g\,z$. Kuželosečky body g, g_1, g_2, g_3 tvoří svazek Σ_g, který vytíná na $a\,a'$ involuci, ve které jedna dvojice odděluje harmonicky body a, a'. Kuželosečka svazku Σ_g jdoucí touto dvojicí bodů jest tedy hledanou kuželosečkou u. Mysleme si stejným způsobem stanovenu druhou kuželosečku v, která má rovněž $x\,y\,z$ trojúhelníkem polárním a body a, a' sdruženými body. Kuželosečky u, v stanoví hledaný svazek Σ.

Budiž nyní dána libovolná kuželosečka k; vepišme jí trojúhelník $x\,y\,z$ a mimo to vytkněme libovolně dva body a, a', první na kuželosečce k, druhý mimo ni. Vzhledem k právě předchozímu můžeme a, a' pokládati za sdružené body a $x\,y\,z$ za polární trojúhelník svazku kuželoseček Σ a hledati přímku δ, jež jest geometrickým místem bodů sdružených k bodům křivky k ku Σ. Tato přímka prochází a'. Přímky $z\,a$, $z\,a'$ tvoří jednu dvojici v involuci kolem z, která má dvě přímky jdoucí bodem z a náležející Σ dvojnými elementy. Protíná-li $a'\,z$ kuželosečku v dalším bodě z_2, protíná tedy přímka $a\,z_2$ přímku $x\,y$ v bodě označeném dříve z_1. Involuce posléze zmíněná vytíná totiž na k involuci, která má bod z_1 pólem. Bod z_1 jest tu opět sdružen vzhledem k Σ k bodu soumeznému na k k bodu z a jest $\delta = (z_1\,a')$. Obdobně najdeme body x_1, y_1 přímky δ na $y\,z$ resp. $z\,x$.

K této konstrukci vede také následující úvaha. Bodům x, y, z křivky k jsou vzhledem k Σ sdruženy průsečíky přímky δ s přímkami $y\,z$, $z\,x$, $x\,y$ a jest jak známo $(x\,y\,z\,a) = (x_1\,y_1\,z_1\,a')$. Promítneme-li prvé čtyři body z bodu z_2 na $x\,y$, obdržíme $(x\,y\,z\,a) = (x\,y\,\xi\,z_1) = (z_1\,\xi\,y\,x)$, je-li ξ průsečík přímek $z\,z_2$ a $x\,y$. Ježto $(x_1\,y_1\,z_1\,a') = (z_1\,a'\,x_1\,y_1)$, plyne $(z_1\,\xi\,y\,x) = (z_1\,a'\,x_1\,y_1)$. Řady bodové $z_1\,\xi\,y\,z$, $z_1\,a'\,x_1\,y_1$ jsou tedy perspektivní a jejich středem perspektivním jest průsečík přímek $y\,x_1$, $y_1\,x$, tedy bod z; tudíž protíná přímka $z\,z_2$ přímku δ v bodě a'. Naopak plyne z naší konstrukce projektivnost příslušných řad bodových na k a δ.

Z naší úvahy plyne nyní následující věta vyřčená Steinerem, kterou jsem se již vícekráte zabýval: „Promítneme-li vrcholy trojúhelníka $x\,y\,z$ vepsaného kuželosečce k z libovolného bodu a' roviny opět na kuželosečku do $x_2\ y_2\ z_2$ a vrcholy tohoto trojúhelníka z libovolného bodu a křivky k na protilehlé strany $y\,z$, $z\,x$, $x\,y$ trojúhelníka $x\,y\,z$ do x_1, y_1, z_1, leží body x_1, y_1, z_1 na přímce δ jdoucí bodem a'.“

Polárním trojúhelníkem $x\,y\,z$ a sdruženými body a, a' jest totiž předchozím způsobem stanoven svazek kuželoseček Σ. Přímka δ jest zde nositelem řady bodů, jejichž sdružené body vzhledem ke svazku Σ tvoří kuželosečku k, čímž jest správnost věty dokázána.

Jsou-li trojúhelník $x\,y\,z$ a body a, a' libovolně dány a máme-li ve svazku Σ sestrojiti k libovolnému bodu m sdružený bod m', můžeme vzhledem k našim úvahám postupovati takto. Spojíme jeden z bodů a, a', na př. a', s bodem m přímkou δ; protíná-li tato přímku $x\,y$ v bodě z_1, protínají se $a\,z_1$, $a'\,z$ v bodě z_2 a na kuželosečce k opsané $x\,y\,z$ a jdoucí body a, z_2 leží body sdružené bodům přímky δ. Na k leží tedy též bod m'. Stanovme druhý průsečík z_3 přímky zm s křivkou k; pak protíná $z_3\,z_1$ kuželosečku k v žádaném bodě m'. Nebo mysleme si kuželosečku k body x, y, z, jedním z bodů a, a', na př. prvním a bodem m, stanovme průsečík přímky, která spojuje a' s jedním z bodů x, y, z, na př. průsečík z_2 přímky $a'\,z$ s k; pak stanoví přímka $z_2\,a$ na $x\,y$ bod z_1 a přímka $\delta = z_1\,a'$ odpovídá předchozím způsobem kuželosečce k; $m\,z_1$ protíná k v bodě z_3 a $z\,z_3$ vytíná na δ hledaný bod m'.

Protněme svazek kuželoseček Σ libovolnou přímkou δ. Póly této přímky ke všem prvkům svazku popisují kuželosečku k odpovídající přímce δ. Budiž a libovolný bod na k, jako pól přímky δ ke kuželosečce (a) svazku Σ a budiž a' sdružený k němu bod, ležící na δ, vzhledem ke svazku Σ. Promítněme vrcholy x, y, z polárního trojúhelníka svazku z bodu a na přímku δ do bodů x', y', z'; obdržíme na δ involuci $x_1\,x'$, $y_1\,y'$, $z_1\,z'$ bodů sdružených ke kuželosečce (a), ježto na př. x_1 jest pólem přímky $a\,x$. Promítneme-li nyní tuto involuci z bodu a na kuželosečku k, obdržíme involuci J, která má bod a' jakožto pól. Polára A této involuce spojuje průsečíky t_1, t_2 křivky k s tečnami vedenými z bodu a ke kuželosečce (a). Při tom prochází přímka A pólem d přímky δ ke kuželosečce k. Pohybuje-li se bod a na křivce k, pohybuje se (a) ve svazku Σ a přímka A otáčí se kolem bodu d; tudíž vytvoří dvojice $t_1\,t_2$ involuci. Jsou-li g, h průsečíky přímky δ s kuželosečkou k, jsou jim sdruženy body $g' = h$, $h' = g$; splyne-li tedy bod a s bodem g nebo h, dotýká se kuželosečka (a) přímky v bodě g resp. h a body dvojice $t_1\,t_2$ splynou v bodě h resp. g.

Můžeme tudíž vysloviti duální věty:

Kuželosečky svazku Σ protaty jsou každou přímkou δ své roviny v bodové involuci; tečny v průsečících

Tečny ke kuželosečkám řady Σ z libovolného bodu δ roviny tvoří paprskovou involuci; dotyčné body tečen

přímky δ *s každou kuželosečkou protínají se v bodě a, který vytvoří kuželosečku k opsanou polárnímu trojúhelníku svazku* Σ. *Kuželosečka k protíná zmíněné tečny dále ve dvojici bodové* t_1 t_2 *a všecky dvojice takto získané tvoří involuci, která má přímku* δ *polárou.*

bodem δ *ke každé kuželosečce stanoví přímku a, která obaluje kuželosečku k vepsanou polárnímu třístranu řady* Σ. *Tato kuželosečka vysílá do zmíněných dotyčných bodů dále ještě dvojici tečen* t_1 t_2 *a všecky dvojice takto získané tvoří involuci, která má bod* δ *pólem.*

Příspěvky k theorii hrází zděných

Napsal

Dr. techn. **ZDENĚK BAŽANT,**
professor české vysoké školy technické v Praze.

(Předloženo dne 26. února 1915.)

Statický výpočet hrází zděných [1]) přestával dlouho jen na stanovení normálných napětí v rovinách vodorovných, o nichž předpokládáno, že rozdělují se po zákoně přímky jako při prutech namahaných kombinací tlaku s ohybem (methoda D e l o c r o v a z r. 1866). Způsob ten stačí při stálé tloušťce hráze, tedy při svislém průřezu obdélníkovém, poněvadž krajní napětí normálná ve sparách vodorovných jsou tu největšími napětími v příslušných bodech. Tomu není tak v případech prakticky nejčastějších, kdy mění se, obyčejně značně, tloušťka hráze. Pak třeba určiti napětí hlavní a jejich maxima, a k tomu je nezbytno znáti hodnoty nejen napětí normálných ve vodorovných rovinách, ale i napětí tangenciálných v těchto rovinách a obojích napětí v rovinách svislých.

Různí autoři francouzští (B o u v i e r, G u i l l e m a i n, H é t i e r) hledali největší napětí tím, že určovali napětí normálná v různých řezech šikmých; při tom však nesprávně předpokládali pro šikmé řezy týž zákon napětí normálného jako v řezu vodorovném. Předpokládá-li se rozdělení normálného napětí ve sparách vodorovných po zákoně přímky, je tím dáno, jak z dalšího vysvitne, napětí ve všech bodech a ve všech směrech, a to na základě výminek rovnováhy sil zevnitřních a vnitřních. Také plynou z toho maxima nejen normálných, nýbrž i tangenciálných napětí, jež odvozovali na př. C l a v e n a d a P e l l e t r e a u ne vždy správně rovněž ze šikmých řezů.

Dokonalé početní řešení napiatosti ve hrázi proměnné tloušťky odvodil prvý M. L é v y, jenž vyjádřil přesně vzorci napětí normálná i tangenciálná v rovinách vodorovných i svislých a určil z nich napětí

[1]) Přehled různých způsobů řešení a příslušné prameny podává S t u p e c k ý v knize „*Stavba vodních nádrží*“, díl I. (r. 1909).

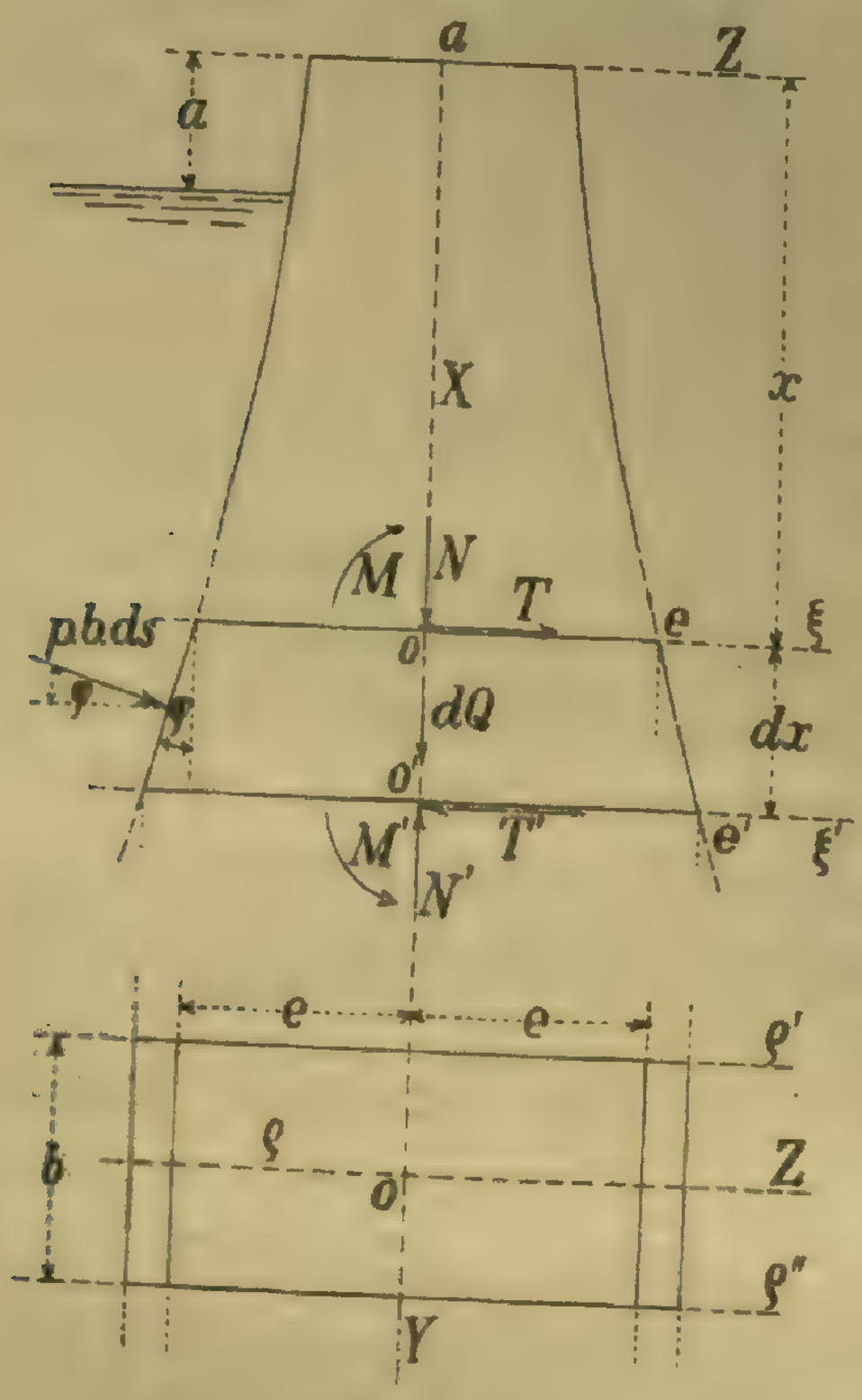
hlavní i největší napětí tangenciálná.[1]) Podobně řeší zděné hráze později Mohr,[2]) jenž však omezuje se jen na některé body čar napětí normálných i tangenciálných a průběh čar určuje více graficky. Lévy i Mohr ukázali, že nelze voliti současně zákon rozdělení napětí normálných i tangenciálných v rovině vodorovné, nýbrž že z jednoho zákona plyne nezbytně druhý a vše ostatní na základě rovnováhy sil zevnitřních i vnitřních.

I. Napětí v rovinách vodorovných a svislých.

A) Hráz o svislém průřezu souměrném.

Při statickém řešení zděné hráze předpokládejme, jak bývá zvykem, hráz v půdorysu přímou a svislý průřez její stálý, délku pak nekonečnou. Tu je kterákoli svislá rovina, kolmá k podélné ose hráze, rovinou souměrnosti hráze i sil zevnitřních a vnitřních; na tuto rovinu nepůsobí pak žádné vnitřní síly. Uvažujeme-li díl hráze mezi takovými dvěma svislými řezy ϱ', ϱ'' o šířce b, za niž volíme obyčejně jedničku délky, má tento díl rovinu souměrnosti ϱ, kolmou k podélné ose (obr. 1.); do této roviny dají se složiti veškeré síly zevnitřní i vnitřní. Máme pak jako při nosnících namáhaných rovinným ohybem případ rovinné napiatosti, čímž se řešení značně zjednodušuje.

Na hráz, jejíž svislý průřez budiž souměrný ke svislé ose X, nechť působí jakékoli zevnitřní síly. Po horní straně vodorovné spáry ξ (obr. 1.) skládají se tyto síly ve výslednici, jež má obecně složku normálnou N v ose X svislého průřezu, složku tangenciálnou T v rovině ξ působící a dvojici silovou, jejíž moment k těžišti vodorovné spáry, t. j. moment ohybový, budiž M. Pokládejme tu sílu N za kladnou, je-li tlakem, za zápornou, je-li tahem; síla T budiž kladná, směřuje-li v pravo (v kladném smyslu



Obr. 1.

[1]) Způsob Lévyho, předepsaný při řešení hrází zděných ve Francii již od r. 1897, uveřejněn byl nejprve v *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (r. 1895 a 1898) a v *Annales des Ponts et Chaussées* (r. 1897). Podrobně uveden je v pěkné knize Belletově „*Barrages en maçonnerie*“ (r. 1907), jež uvádí též způsoby starší a obsahuje podrobný soupis literatury.

[2]) Viz *Zeitschrift des österr. Ingenieur- u. Architekten-Vereines*, r. 1908. str. 641 a násl.

vodorovné osy Z) a záporná, působí-li v levo, moment M pak beřme za kladný, točí-li ve smyslu ručiček hodinových, za záporný, točí-li obráceně. Složkami M, N, T nahraditi lze vše, co je nad rovinou ξ. Vytkneme-li spáru vodorovnou ξ' ve vzdálenosti dx od ξ, bude míti výslednice sil zevnitřních po horní straně spáry ξ' složky M', N', T'; působení spodní strany nahradíme tu týmiž složkami, avšak protivného smyslu. Prvek hráze mezi rovinami ξ, ξ' obsažený má pak vlastní váhu dQ a vystaven je zevnitřnímu tlaku $p.b.ds$ kolmému k obvodu, jde-li o tlak kapaliny a znamená-li p tlak poměrný (na jedničku čtverečnou) a $ds = \overline{ee'}$ prvek obvodu.

Všechny uvedené síly, jež působí na uvažovaný prvek hráze, jsou v rovnováze. Výminky rovnováhy jsou:

$$N + dQ + p\,b\,ds\,sin\,\varphi - N' = 0,$$

$$T + p\,b\,ds\,cos\,\varphi - T' = 0,$$

$$M + T\,dx - p\,b\,ds\,sin\,\varphi\,.\,e - M' = 0.$$

Ve výmince momentové můžeme nedbati momentu vodorovné složky tlaku $p\,b\,ds$, jenž je nekonečně malou vyššího řádu; béřeme pouze moment svislé složky tohoto tlaku.

Znamenejme e poloviční tloušťku spáry; pak je plocha spáry $U = 2\,b\,e$ a vlastní váha uvažovaného prvku $dQ = \gamma\,U\,dx = 2\,\gamma\,b\,e\,dx$, je-li γ měrná váha zdiva. Veličiny M, N, T jsou funkcemi úsečky x; zvětšíme-li tuto o dx, vzrostou tyto veličiny o přírosty nekonečně malé, tedy

$$M' = M + dM, \quad N' = N + dN, \quad T' = T + dT.$$

Z výminek rovnováhy plynou pak, uvážíme-li, že $\frac{dx}{ds} = cos\,\varphi$, vztahy

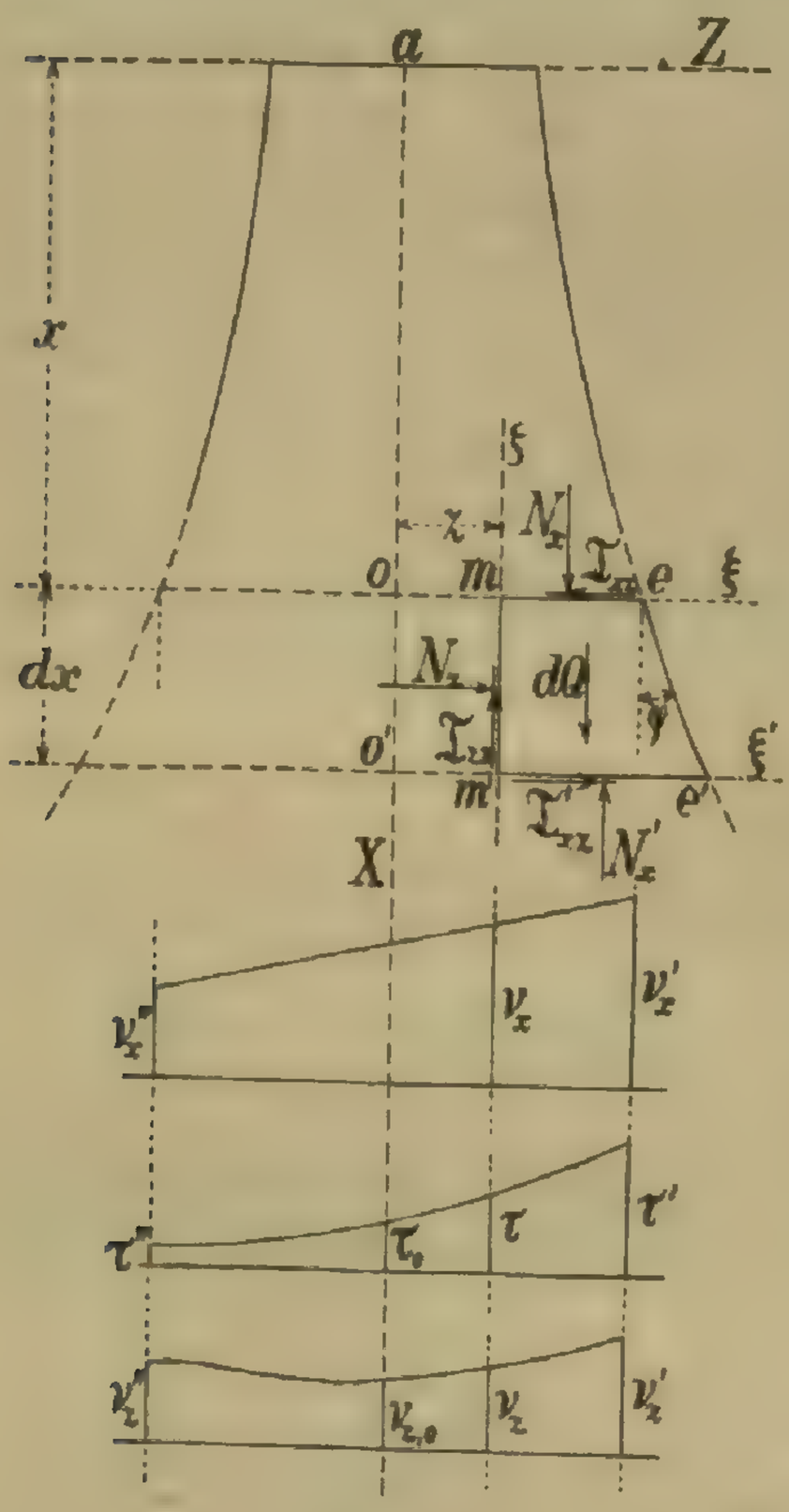
$$\frac{dN}{dx} = \frac{N' - N}{dx} = \frac{dQ}{dx} + p\,b\,\frac{ds}{dx}\,sin\,\varphi = 2\,\gamma\,b\,e + b\,p\,tan\,\varphi, \quad (1)$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T' - T}{dx} = p\,b\,\frac{ds}{dx}\,cos\,\varphi = b\,p, \quad (2)$$

$$\frac{dM}{dx} = \frac{M' - M}{dx} = T - p\,b\,\frac{ds}{dx}\,sin\,\varphi\,.\,e = T - b\,e\,p\,tan\,\varphi. \quad (3)$$

Z deskového prvku mezi rovinami ξ, ξ' oddělme nyní část rovinou $\zeta \perp Z$ ve vzdálenosti z od osy X vedenou (obr. 2.). Uvažujme díl omezený rovinami ξ, ξ', ζ a povrchem neobtíženým, okolní hmotu pak, kterou si myslíme odňatu, nahraďme příslušnými silami vnitřními. Na část me vodorovné spáry ξ působí vnitřní síly normálné i tangenciálné; normálné síly vnitřní dají tu normálnou výslednici N_z, tangenciálné síly vnitřní pak výslednici T_z. Naznačme tyto síly jako kladné, při čemž beřme zde za pravidlo, že normálná síla vnitřní je kladná, je-li tlakem, tangenciálná síla

vnitřní pak je kladná, působí-li v kladném smyslu rovnoběžné osy souřadné a znamená-li účinek hmoty, odňaté po kladné straně kolmé osy souřadné. Poněvadž zde odnímáme horní část, t. j. část po záporné straně osy X, bude



Obr. 2.

kladná síla N_x působiti dolů, kladná síla $\mathfrak{T}_{xz}$ v levo. Na část $m' e'$ vodorovné spáry ξ' působí podobně výslednice vnitřních sil normálných N_z', a výslednice vnitřních sil tangenciálných $\mathfrak{T}_{xz}'$, jež buďtež opět kladny; poněvadž odnímáme tu hmotu po spodní straně (t. j. po kladné straně osy X), působí N_x' vzhůru, $\mathfrak{T}_{zx}'$ v pravo (v kladném smyslu osy Z). Na část $m\,m'$ roviny ξ působí pak výslednice vnitřních sil normálných N_z a výslednice vnitřních sil tangenciálných $\mathfrak{T}_{zx}$; jelikož tyto síly nahrazují hmotu po záporné straně osy Z, působí kladná síla N_z v pravo, kladná síla $\mathfrak{T}_{zx}$ vzhůru, t. j. v záporném smyslu osy X. Konečně má uvažovaný díl vlastní váhu $dQ = \gamma\, b\,(e - z)\,dx$.

Veškeré naznačené síly působí ve svislé rovině souměrnosti ϱ uvažovaného dílu hráze o šířce b (viz obr. 1.) a jsou v rovnováze. Použijeme pouze výminek rovnováhy, jež týkají se součtu složek svislých a vodorovných, tedy

$$N_x + dQ - \mathfrak{T}_{zx} - N_x' = 0,$$

$$N_z - \mathfrak{T}_{xz} + \mathfrak{T}_{xz}' = 0.$$

Jednotlivé vnitřní síly vyjádříme napětími ν a τ. Z obecné theorie pružnosti [1]) je známo, že tangenciálné napětí

$$\tau_{xz} = \tau_{zx},$$

znamená-li prvá přípona osu kolmou k rovině napětí, druhá osu rovnoběžnou s příslušnou složkou napětí; znamenejme krátce tato napětí τ. Na prvek $du = b\,dz$ vodorovné spáry působí vnitřní síla normálná $\nu_x\,du$ a tangenciálná $\tau_{xz}\,du = \tau\,du$, jež dají výslednice

$$N_x = \int_z^e \nu_x\,du = b\int_z^e \nu_x\,dz, \tag{4}$$

$$\mathfrak{T}_{xz} = \int_z^e \tau\,du = b\int_z^e \tau\,dz. \tag{5}$$

[1]) Viz Šolínovy „*Základy technické nauky o pružnosti a pevnosti*“, str 7.

Na nekonečně malý díl $\overline{m\,m'} = d\,x$ svislého řezu ξ připadne pak vnitřní síla normálná

$$N_z = v_z\, b\, dx$$

a tangenciálná

$$\mathfrak{T}_{zx} = \tau_{zx}\, b\, dx = \tau\, b\, dx.$$

Síla N_x jest obecně funkcí souřadnic x i z; zvětšíme-li pouze úsečku x o dx, nechávajíce z stálým, změní se N_x o částečný přírůst dle x, tedy

$$N_x' = N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x}\, d\,x.$$

Podobně též

$$\mathfrak{T}_{xz}' = \mathfrak{T}_{xz} + \frac{\partial \mathfrak{T}_{xz}}{\partial x}\, d\,x.$$

Pak plyne z prvé výminky rovnováhy

$$\mathfrak{T}_{xz} = d\,Q - (N_z' - N_z),$$

a z toho dosazením hodnot již uvedených

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau = \gamma\,(e - z) - \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial N_z}{\partial x}. \qquad (6)$$

Druhá výminka rovnováhy dá

$$N_z = -\,(\mathfrak{T}_{xz}' - \mathfrak{T}_{xz}) = -\,\frac{\partial \mathfrak{T}_{xz}}{\partial x}\, d\,x;$$

dosadíme-li za N_z, obdržíme

$$v_z = -\,\frac{1}{b} \cdot \frac{\partial \mathfrak{T}_{xz}}{\partial x}. \qquad (7)$$

Z odvozených vzorců plyne, že nelze voliti nezávisle zákon napětí v_x, v_z a τ. Neboť volíme-li zákon proměny napětí v_x, je tím dle vzorce (4) dána výslednice N_x a dle (6) napětí τ; tímto určena je dle vzorce (5) výslednice $\mathfrak{T}_{xz}$ a dle (7) napětí v_z.

Napětí v_z nechť mění se dle zákona přímky jako při kombinaci tlaku s ohybem u prutů přímých, tedy dle vzorce

$$v_x = \frac{N}{U} + \frac{M\,z}{J},$$

v němž znaménka obou členů odpovídají pravidlům o znaménkách veličin M, N, z a v dříve uvedeným. Vodorovná spára má průřez obdélníkový o ploše $U = 2\,b\,e$ a momentu setrvačnosti $J = \frac{2}{3}\,b\,e^3$; pak jest

$$v_x = \frac{N}{2\,b\,e} + \frac{3\,M\,z}{2\,b\,e^3}. \qquad (8)$$

Grafické řešení obrazce napětí v_x je známo. Počtem plyne napětí v krajním vlákně pravém pro $z = e$ hodnotou

$$v_x' = \frac{N}{2\,b\,e} + \frac{3\,M}{2\,b\,e^2}, \qquad (8')$$

a v krajním vlákně levém, kde $z = -e$, hodnotou

$$v_x'' = \frac{N}{2\,b\,e} - \frac{3\,M}{2\,b\,e^2}. \qquad (8'')$$

Dle vzorce (4) jest

$$N_x = b\int_z^e v_x\,dz = \frac{N}{2\,e}\int_z^e dz + \frac{3\,M}{2\,e^3}\int_z^e z\,dz = \frac{N}{2\,e}(e-z) + \frac{3\,M}{4\,e^3}(e^2 - z^2).$$

Vzorec (6) dává pak napětí τ. Jde-li o $\frac{\partial N_x}{\partial x}$, třeba pokládati z za stálé; s úsečkou x mění se M, N a e, při čemž $\frac{de}{dx} = tan\,\varphi$; i jest

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = \frac{1}{2\,e^2}\left[e\,(e-z)\frac{dN}{dx} + e\,N\frac{de}{dx} - N\,(e-z)\frac{de}{dx}\right] +$$
$$+ \frac{3}{4\,e^6}\left[e^3\,(e^2 - z^2)\frac{dM}{dx} + 2\,e^4\,M\frac{de}{dx} - 3\,M\,(e^2 - z^2)\,e^2\frac{de}{dx}\right].$$

Dosazením hodnot $\frac{dN}{dx}$, $\frac{dM}{dx}$ ze vzorců (1), (3) a $\frac{de}{dx} = tan\,\varphi$ do poslední rovnice a z té do vzorce (6) obdržíme po jednoduché úpravě

$$\tau = \frac{p\,tan\,\varphi}{4\,e^2}(e^2 + 2\,e\,z - 3\,z^2) - \frac{3\,T}{4\,b\,e^3}(e^2 - z^2) - \frac{N\,tan\,\varphi}{2\,b\,e^2}z + \frac{3\,M\,tan\,\varphi}{4\,b\,e^4}(e^2 - 3\,z^2) =$$
$$= -v_x'\,tan\,\varphi + \frac{e-z}{4\,e^2}\left\{\left[(e+3\,z)\,p + \frac{2\,N}{b}\right]tan\,\varphi + 3\,\frac{e+z}{b\,e^2}(3\,M\,tan\,\varphi - T\,e)\right\}. \qquad (9)$$

Napětí τ mění se ve vodorovné spáře po zákoně kvadratické paraboly, jejíž osa je rovnoběžna s pořadnicemi τ (obr. 2.). Parabola je pak stanovena třemi body. V pravém kraji spáry, kde $z = e$, vychází

$$\tau' = -\left(\frac{N}{2\,b\,e} + \frac{3\,M}{2\,b\,e^2} - p\right)tan\,\varphi = -v_x'\,tan\,\varphi; \qquad (9')$$

v levém kraji spáry jest $z = -e$ a

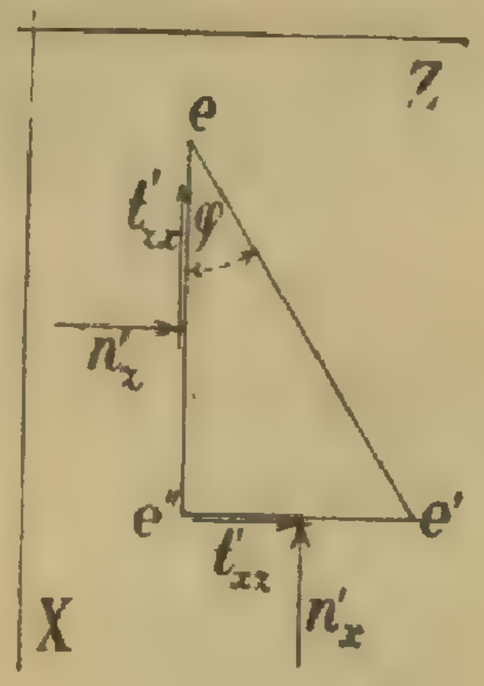
$$\tau'' = \left(\frac{N}{2\,b\,e} - \frac{3\,M}{2\,b\,e^2} - p\right)tan\,\varphi = (v_x'' - p)\,tan\,\varphi, \qquad (9'')$$

uprostřed spáry pak při $z = 0$ jest

$$\tau_0 = \frac{p}{4}\,tan\,\varphi - \frac{3\,T}{4\,b\,e} + \frac{3\,M}{4\,b\,e^2}\,tan\,\varphi = -\frac{1}{4}\left(\tau' + \tau'' + \frac{3\,T}{b\,e}\right). \qquad (9''')$$

Napětí v_x', v_x'' dána jsou vzorci (8'), (8'').

Krajní hodnoty napětí τ lze určiti též přímo. Vyjměme prvek šířky b, omezený neobtíženým povrchem $e\,e'$, svislou rovinou $e\,e''$ a vodorovnou rovinou $e'\,e''$, okolní hmotu nahraďme pak příslušnými vnitřními silami (obr. 3.). Na svislou rovinu $e\,e''$ působí síla normálná n_z', tangenciálná t_{zx}'; poněvadž odnímáme tu hmotu po záporné straně osy Z, směřuje kladná síla n_z' v pravo, kladná síla t_{zx}' vzhůru, t. j. v záporném smyslu osy X. Hmotu po spodní straně (t. j. kladné straně osy X) roviny $e'\,e''$ nahradíme pak silou normálnou n_x' a tangenciálnou t_{xz}', jež působí, jsou-li kladny, vzhůru a v pravo (v kladném smyslu osy Z). Vlastní váhy prvku netřeba dbáti, poněvadž je nekonečně malou vyššího řádu. Znamenáme-li příslušná napětí v_x', v_z', $\tau_{xz}' = \tau_{zx}' = \tau'$ a rozměr $\overline{e\,e''} = d\,x$, jest $\overline{e''\,e'} = d\,x\,.\,tan\,\varphi$ a síly vnitřní $n_z' = v_x'\,.\,\overline{e''\,e'}\,.\,b$, $t_{xz}' = \tau'\,.\,\overline{e''\,e'}\,.\,b$; $n_z' = v_z'\,.\,\overline{e\,e''}\,.\,b$, $t_{zx}' = \tau'\,.\,\overline{e\,e''}\,.\,b$.



Obr. 3.

Výminka rovnováhy pro svislé složky vytčených sil jest

$$n_x' + t_{zx}' = 0,$$

z čehož vyjde dosazením uvedených hodnot

$$\tau' = -\,v_x'\,.\,\frac{\overline{e\,e'}}{\overline{e\,e''}} = -\,v_x'\,tan\,\varphi,$$

tedy totéž jako ve vzorci (9').

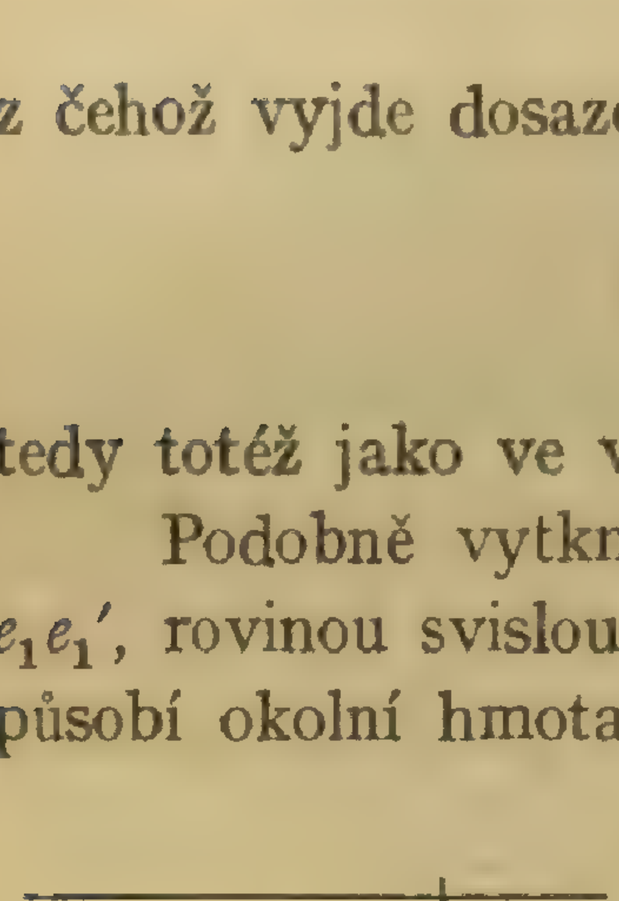
Podobně vytkněme prvek šířky b, omezený obtíženým povrchem $e_1 e_1'$, rovinou svislou $e_1 e_1''$ a vodorovnou $e_1' e_1''$ (obr. 4.). Na tento prvek působí okolní hmota ve svislé rovině $e_1 e_1''$ vnitřními silami

$$n_z'' = v_z''\,.\,\overline{e_1 e_1''}\,.\,b, \qquad t_{zx}'' = \tau''\,.\,\overline{e_1 e_1''}\,.\,b,$$

ve vodorovné rovině $e_1' e_1''$ vnitřními silami

$$n_x'' = v_x''\,.\,\overline{e_1' e_1''}\,.\,b, \qquad t_{xz}'' = \tau''\,.\,\overline{e_1' e_1''}\,.\,b;$$

na povrch $e_1\,e_1'$ působí pak zevnitřní síla $p\,.\,b\,.\,\overline{e_1\,e_1'}$. Vnitřní síly naznačme vesměs kladně, tedy normálné jako tlaky, tangenciálné pak v kladném neb záporném smyslu rovnoběžné osy dle toho, odnímáme-li hmotu po kladné neb záporné straně osy kolmé. Rovnováha všech sil, působících na uvedený prvek, dává pro svislé složky výminku



Obr. 4.

$$n_x'' - t_{zx}'' - p\,.\,b\,.\,\overline{e_1 e_1'}\,.\,sin\,\varphi = 0;$$

dosazením za vnitřní síly plyne z toho

$$\tau'' = v_x''\,.\,\frac{\overline{e_1' e_1''}}{\overline{e_1 e_1''}} - p\,.\,\frac{\overline{e_1 e_1'}\,sin\,\varphi}{\overline{e_1 e_1''}} = (v_x'' - p)\,.\,tan\,\varphi,$$

což opět shoduje se se vzorcem (9'').

Vyšetřme dále napětí ν_z. Ze vzorce (5) vychází dosazením τ dle vzorce (9) síla

$$\mathfrak{T}_{xz} = \frac{b\,p\,tan\,\varphi}{4\,e^2}(e-z)(e^2-z^2) - \frac{T}{4\,e^3}(e-z)(2\,e^2 - e\,z - z^2) - \\ - \frac{N\,tan\,\varphi}{4\,e^2}(e^2-z^2) - \frac{3\,M\,tan\,\varphi}{4\,e^4}\,z\,(e^2-z^2).$$

Tuto hodnotu třeba derivovati částečně dle x, na němž závisí e, p, M, N, T a $tan\,\varphi = \frac{d\,e}{d\,x}$. Působí-li na hráz tlak kapaliny o měrné váze γ_1, jejíž hladina je ve hloubce a pod počátkem úseček (obr. 1.), je při úsečce x poměrný tlak

$$p = \gamma_1 (x - a). \tag{10}$$

Pak vychází

$$\frac{d\,p}{d\,x} = \gamma_1.$$

Dále jest

$$\frac{d\,tan\,\varphi}{d\,x} = \frac{d^2\,e}{d\,x^2},$$

což lze určiti ze vzorce pro poloměr zakřivení obvodové čáry

$$r = \pm \frac{\left[1 + \left(\frac{d\,e}{d\,x}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2\,e}{d\,x^2}},$$

v němž jest

$$\left[1 + \left(\frac{d\,e}{d\,x}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = (1 + tan^2\,\varphi)^{\frac{3}{2}} = sec^3\,\varphi = \frac{1}{cos^3\,\varphi},$$

tedy

$$\frac{d^2\,e}{d\,x^2} = \frac{1}{r\,cos^3\,\varphi}. \tag{11}$$

Znamení $\frac{d^2\,e}{d\,x^2}$ je pak kladné, obrací-li obvodová křivka k ose X stranu vypuklou, tedy je-li střed křivosti na vnější straně hráze. Tomu vyhovíme, béřeme-li v tomto případě poloměr r kladně, v opáčném případě záporně. Je-li $\frac{d\,e}{d\,x} = tan\,\varphi$ stálá, tedy obvodovou čarou v uvažované části přímka, tu ovšem $r = \infty$ a $\frac{d^2\,e}{d\,x^2} = 0$.

Hodnoty $\frac{d\,N}{d\,x}$, $\frac{d\,T}{d\,x}$ a $\frac{d\,M}{d\,x}$ dány jsou vzorci (1), (2), (3). Dosadíme-li je do $\frac{\partial\,\mathfrak{T}_{xz}}{\partial\,x}$, kterou bychom odvodili ze vzorce pro $\mathfrak{T}_{xz}$, obdržíme pak ze vzorce (7) po úpravě

$$v_z = \left[N z - \frac{3 M (e^2 - 2 z^2)}{e^2}\right] \frac{z \tan^2 \varphi}{2 b e^3} - \frac{e - z}{4 e^3} \left[(e^2 + e z + 2 z^2) \tan^2 \varphi - \right.$$

$$\left. - (e - z)(2 e + z)\right] p - \frac{e^2 - z^2}{4 e^2} \left\{\left[(e - z) p - \frac{N}{b} - \frac{3 M z}{2 b e^2}\right] \frac{d^2 e}{d x^2} + \right.$$

$$\left. + \gamma_1 (e - z) \tan \varphi - 2 \gamma e \tan \varphi - \frac{e - 3 z}{c} p \tan^2 \varphi - \frac{6 T z}{b e^2} \tan \varphi\right\}. \quad (12)$$

Napětí v_z mění se ve vodorovné spáře po zákoně kubické paraboly. V pravém krajním bodě, kde $z = e$, jest

$$v_z' = \left(\frac{N}{2 b e} + \frac{3 M}{2 b e^2}\right) \tan^2 \varphi = v_x' \tan^2 \varphi; \quad (12')$$

v krajním bodě levém jest $z = -e$, tedy

$$v_z'' = \left(\frac{N}{2 b e} - \frac{3 M}{2 b e^2}\right) \tan^2 \varphi + p (1 - \tan^2 \varphi) = (v_x'' - p) \tan^2 \varphi + p. \quad (12'')$$

Obě krajní hodnoty v_z dají se vypočísti přímo z rovnováhy sil působících na trojboké elementárné hranoly při povrchu neobtíženém (obr. 3.) a obtíženém (obr. 4.). V prvém případě dává rovnováha pro vodorovné složky výminku

$$n_z' + t_{xz}' = 0,$$

z níž dosazením již uvedených hodnot sil n_z', t_{xz}' plyne

$$v_z' = -\tau' \cdot \frac{\overline{e'' e'}}{\overline{e e''}} = -\tau' \tan \varphi;$$

se zřetelem ke vzorci (9′) je poslední vzorec totožný s (12′). Ve druhém případě plyne z rovnováhy sil pro vodorovné složky výminka

$$n_z'' - t_{xz}'' - p \cdot b \cdot \overline{e_1 e_1'} \cdot \cos \varphi = 0,$$

ze které známými hodnotami vnitřních sil obdržíme

$$v_z'' = \tau'' \frac{\overline{e_1' e_1''}}{\overline{e_1 e_1''}} + p = \tau'' \tan \varphi + p;$$

z toho vychází opět vzorec (12″), dosadíme-li za τ'' ze vzorce (9″).

Ve středu spáry, kde $z = 0$, vyjde

$$v_{z,0} = \frac{p}{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{N}{b} - e p\right) \frac{d^2 e}{d x^2} + \frac{e}{4} (2 \gamma - \gamma_1) \tan \varphi. \quad (12''')$$

Čáru napětí v_z bylo by ovšem třeba určiti více body dle vzorce (12). Dle tohoto vzorce závisí napětí v_z také na zakřivení povrchu hráze. Při mírném zakřivení můžeme klásti jako při rovném povrchu $\frac{d^2 e}{d x^2} \doteq 0$. Jen při malých poloměrech mělo by zakřivení povrchu podstatnější vliv na napětí v.

Účinek vlastní váhy a jiných zevnitřních sil ve svislé ose hráze působících plyne z předešlých vzorců, vynecháme-li obtížení povrchu, tedy klademe-li $p = 0$, $\gamma_1 = 0$ a dosadíme-li současně $M = 0$, $T = 0$, jelikož zevnitřní síly dávají pro každý průřez výslednici N, působící v ose.

Ze vzorce (8) vychází tu

$$\sigma_x = \frac{N}{2\,b\,e}, \tag{8a}$$

tedy normálné napětí ve vodorovné spáře je stálé jako při prostém tlaku.

Dále dává vzorec (9) napětí tangenciálné

$$\tau = -\frac{N \tan\varphi}{2\,b\,e^2}\,z = -\sigma_x \frac{z}{e} \tan\varphi, \tag{9a}$$

jež mění se po zákoně přímky (obr. 5.). V krajním bodě pravém jest $z = e$ a

$$\tau' = -\frac{N \tan\varphi}{2\,b\,e} = -\sigma_x \tan\varphi;$$

v krajním bodě levém, kde $z = -e$, vyjde

$$\tau'' = \frac{N \tan\varphi}{2\,b\,e} = \sigma_x \tan\varphi,$$

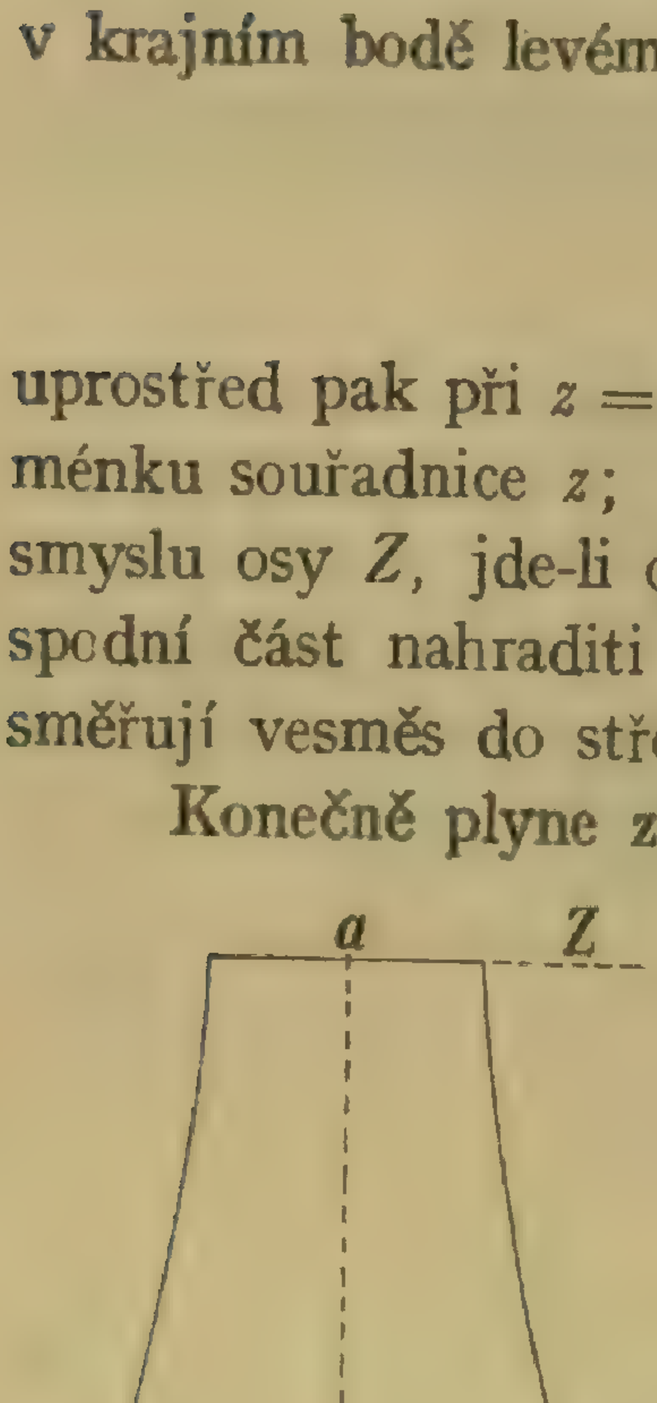
uprostřed pak při $z = 0$ jest $\tau_0 = 0$. Znaménko napětí τ je protivné znaménku souřadnice z; poněvadž pak kladné napětí τ působí v kladném smyslu osy Z, jde-li o účinek spodní strany na horní, třeba odejmutou spodní část nahraditi vedle sil normálných silami tangenciálnými, jež směřují vesměs do středu spáry.

Konečně plyne ze vzorce (12) napětí

$$\sigma_z = \frac{N\,z^2}{2\,b\,e^3}\tan^2\varphi + \\ + \frac{e^2 - z^2}{4\,e^2}\left(2\,\gamma\,e\tan\varphi + \frac{N}{b}\cdot\frac{d^2 e}{d\,x^2}\right). \tag{12a}$$

Čarou napětí σ_z je tedy parabola kvadratická, jejíž osa jde středem spáry (obr. 5.). V krajních bodech průřezu jest $z = \pm e$ a

$$\sigma_z' = \sigma_z'' = \frac{N}{2\,b\,e}\tan^2\varphi = \sigma_x \tan^2\varphi.$$



Obr. 5.

Uprostřed spáry, kde $z = 0$, vyjde

$$\sigma_{z,0} = \frac{1}{2}\,\gamma\,e\tan\varphi + \frac{N}{4\,b}\cdot\frac{d^2 e}{d\,x^2}.$$

Normálná napětí σ_z ve svislých řezech jsou vesměs kladná, tedy tlaky.

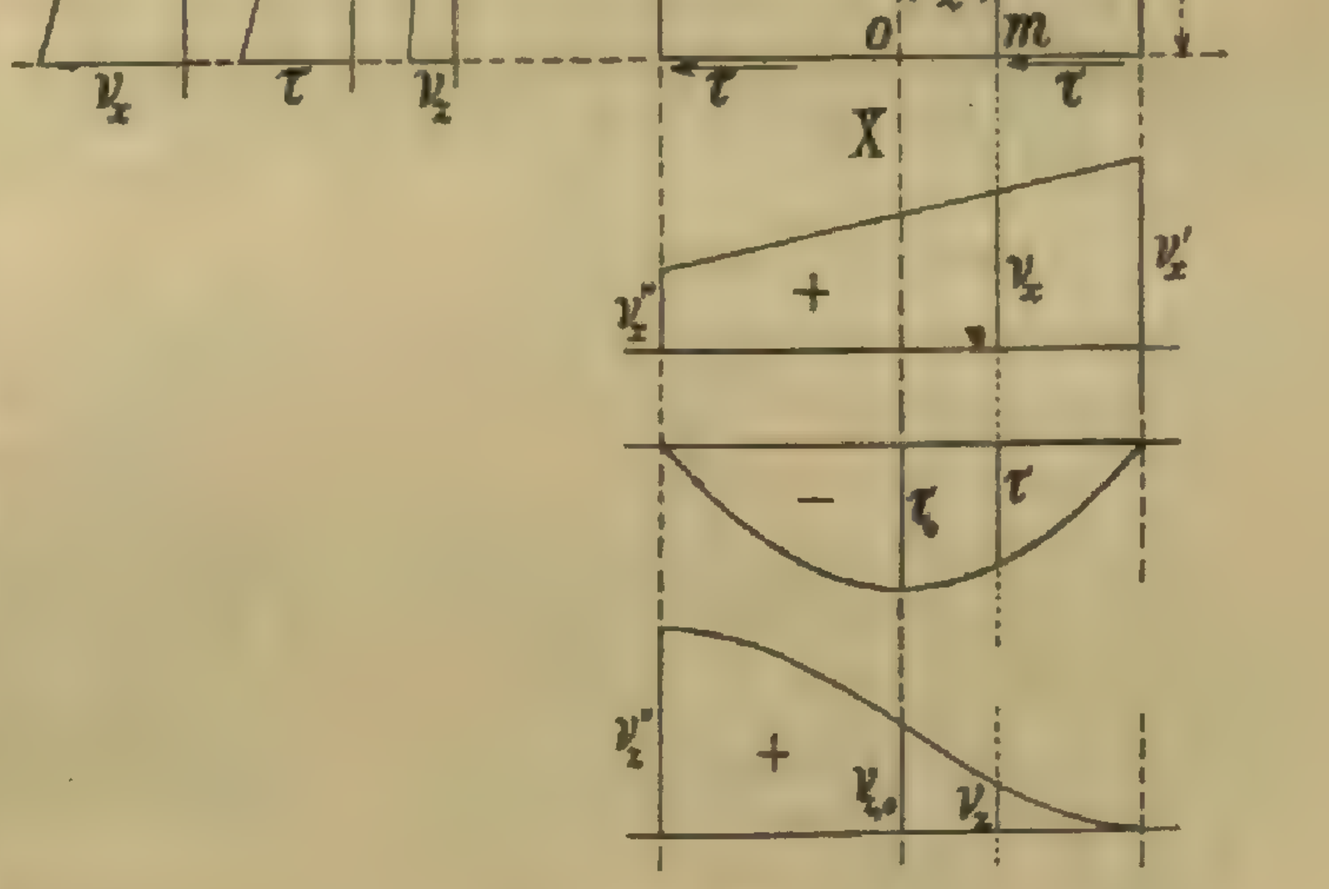
Při proměnném průřezu (vodorovném) *vyvozuje* dle předešlého *normálná síla N nejen napětí* ν_x, *nýbrž i napětí* τ (v rovinách k ose kolmých i s osou rovnoběžných) a *napětí* ν_z.

Průřez obdélníkový (obr. 6.) vychází z obecného průřezu hráze, položíme-li $tan\,\varphi = 0$ a ovšem též $\frac{d^2 e}{d x^2} = 0$. Vzorec (8) pro napětí ν_z platí tu beze změny.

Napětí τ dle vzorce (9) vychází hodnotou

$$\tau = -\frac{3T}{4 b e^3}(e^2 - z^2); \quad (9^b)$$

čarou napětí τ je parabola kvadratická, jejíž osa jde středem spáry. V krajních bodech, kde $z = \pm e$, jest $\tau' = \tau'' = 0$; uprostřed spáry při $z = 0$ vyjde $\tau_0 = -\frac{3T}{4 b e}$. Napětí τ má ve všech bodech znamení protivné síle T, má tedy též protivný směr. Přicházíme tu ke známému zákonu rozdělení tangenciálných napětí po průřezu obdélníkovém (zde vodorovném) při prutu prismatickém.



Obr. 6.

Pro napětí ν_z dává vzorec (12) hodnotu

$$\nu_z = \frac{(e - z)^2 (2 e + z)}{4 e^3} p. \quad (12^b)$$

Napětí ν_z mění se dle paraboly kubické. V pravém krajním bodě jest $z = 0$ a $\nu_z' = 0$; v levém krajním bodě, kde $z = -e$, vychází $\nu_z'' = p$, uprostřed spáry pro $z = 0$ je pak $\nu_{z,0} = \frac{p}{2}$. V krajních bodech jsou tečny čáry napětí ν_z vodorovny, uprostřed jest obratový bod. Veškerá napětí ν_z jsou kladna, působí tedy ve svislých řezech vesměs tlaky.

Je-li hráz vystavena tlaku kapaliny o měrné váze γ_1, jejíž hladina sahá do vrcholu hráze, třeba dosaditi dle vzorce (10) za poměrný tlak $p = \gamma_1 . x$. Dále jest, je-li H výsledný tlak vodní,

$$T = H = \frac{1}{2}\gamma_1 b x^2, \qquad N = Q = 2\gamma b e x, \qquad M = H\frac{x}{3} = \frac{1}{6}\gamma_1 b x^3.$$

Tím obdržíme ze vzorců (8), (9^b), (12^b) napětí

$$\nu_x = \gamma x + \frac{\gamma_1}{4 e^3} x^3 z, \quad (8^c)$$

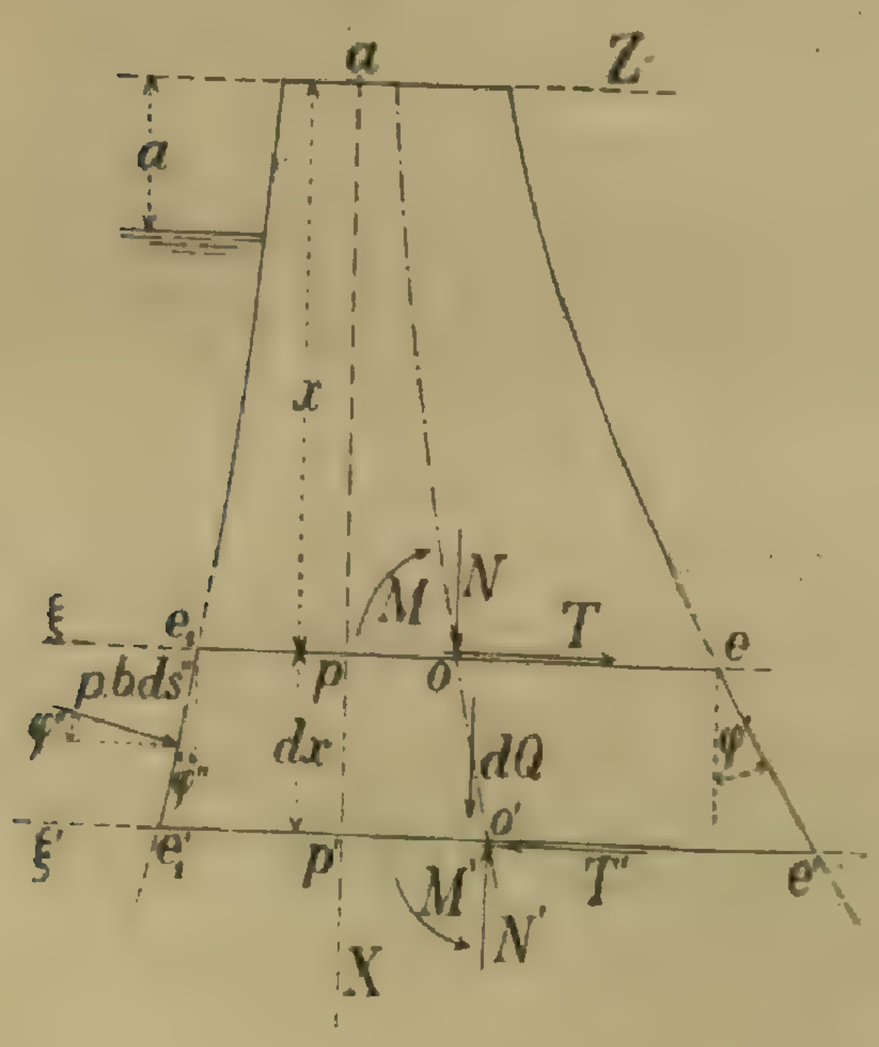
$$\tau = -\frac{3\gamma_1}{8e^3} x^2 (e^2 - z^2). \qquad (9^c)$$

$$v_x = \frac{\gamma_1}{4e^3} x (e - z)^2 (2e + z). \qquad (12^c)$$

Z těchto vzorců plyne, jak mění se napětí v_x, v_z, τ ve svislém řezu, tedy je-li z stálé; pak mění se s úsečkou x napětí v_x po zákoně přímky, τ po zákoně paraboly kvadratické, jež má vodorovnou osu ve výši hladiny, a v_x po zákoně paraboly kubické (obr. 6.).

B) Hráz o svislém průřezu nesouměrném.

Vztahujme průřez hráze libovolného tvaru ke svislé ose X a vodorovné ose Z, jež jdou libovolným počátkem a ve vrcholu hráze (obr. 7.).



Obr. 7.

Uvažujme opět díl hráze o šířce b (jako v obr. 1.) a veďme i zde vodorovné spáry, jejichž těžiště o, o' ... spojuje *střednice* hráze. Krajní body spáry ξ mají pořadnice $z' = \overline{po}$, $z'' = \overline{e_1 p}$, jež beřme prostě; střed spáry určen je pak pořadnicí $z_0 = \overline{po} = \frac{z' - z''}{2}$. Zvětšíme-li úsečku x o dx, zvětší se uvedené pořadnice o hodnoty

$$dz' = dx \,.\, tan\varphi', \quad dz'' = dx \,.\, tan\varphi'',$$

$$dz_0 = \frac{dz' - dz''}{2} = \frac{dx}{2} (tan\varphi' - tan\varphi'');$$

při tom nechť znamenají φ', φ'' opět prosté hodnoty úhlů, jež svírají tečny k obvodovým čarám s osou X.

Hráz i zevnitřní síly nad sparou ξ můžeme nahraditi výslednicí zevnitřních sil, jež má obecně normálnou složku N v bodě o, tangenciálnou složku T v rovině ξ a k bodu o moment M. Část hráze pod sparou ξ' můžeme nahraditi obdobně složkami N', T', M', jež mají ovšem smysl protivný. Složky N, T, M naznačme jako kladné, berouce znaménko jako při průřezu souměrném.

Od spáry ξ přejdeme ke ξ', zvětšíme-li úsečku x o dx; tím rostou veličiny N, T, M, závislé jedině na x, o přírosty nekonečně malé, tedy

$$N' = N + dN, \quad T' = T + dT, \quad M' = M + dM.$$

Veškeré síly, jimiž nahrazujeme hráz nad rovinou ξ a pod rovinou ξ', jsou v rovnováze s vlastní vahou dQ části hráze mezi rovinami ξ, ξ' a se zevnitřním tlakem $p\,b\,ds''$, je-li p tlak poměrný, $ds'' = \overline{e_1 e_1'}$ prvek obtíženého obvodu. Výminky rovnováhy všech uvedených sil jsou:

$$N + d\,Q + p\,b\,ds''\,sin\,\varphi'' - N' = 0,$$

$$T + p\,b\,ds''\,cos\,\varphi'' - T' = 0,$$

$$M + T\,dx - N\,dz_0 - d\,Q\,\frac{d\,z_0}{2} + p\,b\,ds''\,cos\,\varphi''\,\frac{d\,x}{2} -$$

$$- p\,b\,ds''\,sin\,\varphi''\,.\,\frac{t}{2} - M' = 0.$$

V poslední výmince, jež obsahuje momenty k bodu o', můžeme vynechati nekonečně malé vyššího řádu $d\,Q\,\frac{d\,z_0}{2}$ a $p\,b\,ds''\,cos\,\varphi''\,\frac{d\,x}{2}$.

Je-li $t = \overline{e_1\,e} = z' + z''$ tloušťka spáry a γ měrná váha zdiva, tu $d\,Q = \gamma\,b\,t\,dx$ a z výminek rovnováhy vychází

$$\frac{d\,N}{d\,x} = \frac{N' - N}{d\,x} = \frac{d\,Q}{d\,x} + p\,b\,\frac{d\,s''}{d\,x}\,sin\,\varphi'' = \gamma\,b\,t + b\,p\,tan\,\varphi'', \quad (13)$$

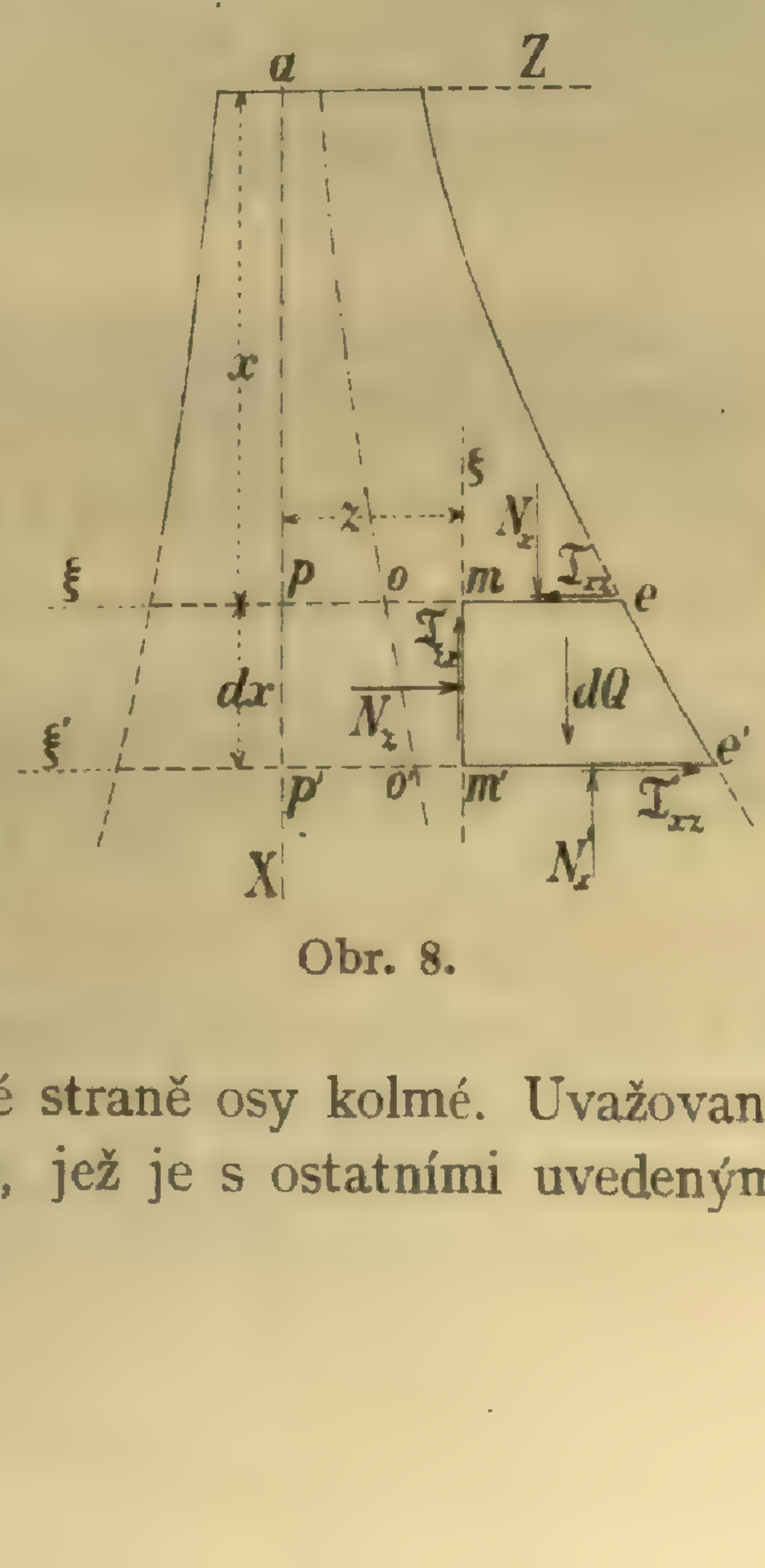
$$\frac{d\,T}{d\,x} = \frac{T' - T}{d\,x} = p\,b\,\frac{d\,s''}{d\,x}\,cos\,\varphi'' = b\,p, \quad (14)$$

$$\frac{d\,M}{d\,x} = \frac{M' - M}{d\,x} = T - N\,\frac{d\,z_0}{d\,x} - p\,b\,\frac{d\,s''}{d\,x}\,sin\,\varphi''\,.\,\frac{t}{2} =$$

$$= T - \frac{1}{2}\,N\,(tan\,\varphi' - tan\,\varphi'') - \frac{1}{2}\,b\,p\,t\,.\,tan\,\varphi'', \quad (15)$$

jelikož $\frac{d\,x}{d\,s''} = cos\,\varphi''$.

Vyjměme dále z celého tělesa díl omezený neobtíženým povrchem a rovinami ξ, ξ' a $\zeta \perp Z$, z nichž poslední má vzdálenost z od osy X (obr. 8.). Působení okolní hmoty na vyjmutý díl nahradíme příslušnými vnitřními silami. Na část $m\,e$ spáry ξ působí shora vnitřní síly normálné, jež mají výslednici N_x, a síly tangenciálné, jež skládají se v $\mathfrak{T}_{xz}$. Na část $m'\,e'$ spáry ξ' působí zdola vnitřní síly, jež dají výslednici normálnou N_x' a tangenciálnou $\mathfrak{T}_{xz}'$. S levé strany působí pak na díl $m\,m'$ roviny ζ výsledná vnitřní síla normálná N_z a tangenciálná $\mathfrak{T}_{zx}$. Vnitřní síly naznačme vesměs v kladném smyslu, jejž zvolme jako při hrázi souměrné; myslíme si tedy normálné síly jako tlaky a tangenciálné působí v kladném či záporném smyslu rovnoběžné osy, odnímáme-li hmotu po kladné či záporné straně osy kolmé. Uvažovaný díl má vlastní váhu $d\,Q = \gamma\,b\,(z' - z)\,dx$, jež je s ostatními uvedenými silami v rovnováze.



Obr. 8.

Svislé složky vázány jsou pak výminkou

$$N_x + d\,Q - \mathfrak{T}_{zx} - N_x' = 0 \quad \text{čili} \quad \mathfrak{T}_{zx} = d\,Q - (N_x' - N_x).$$

$\mathfrak{T}_{zx}$ je vnitřní síla připadající na prvek plochy $b\,dx$; dle obecné theorie pružnosti je příslušné napětí $\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau$, tedy síla

$$\mathfrak{T}_{zx} = \tau\, b\, dx.$$

Znamenejme ν_x normálné napětí v obecném bodě spáry ξ; pak

$$N_x = \int_z^{z'} \nu_x\, du = b \int_z^{z'} \nu_x\, dz.$$

Vyjádřeme zde napětí τ přímo napětím ν_x. Přejdeme-li od roviny ξ ke ξ' neměníce z, vzroste ν_x, jež jest obecně závislo na x i z, o částečný differenciál dle x; také z' změní se o $d\,z'$, tedy

$$N_x' = b \int_z^{z'+dz'} \left(\nu_x + \frac{\partial\,\nu_x}{\partial\,x}\,d\,x\right) d\,z.$$

Dosazením uvedených hodnot obdržíme z výminky rovnováhy

$$\tau = \gamma\,(z' - z) - \frac{\int_z^{z'+dz'} (\nu_x + \frac{\partial\,\nu_x}{\partial\,x}\,d\,x)\,d\,z - \int_z^{z'} \nu_x\,dz}{d\,x} =$$

$$= \gamma\,(z' - z) - \int_z^{z'} \frac{\partial\,\nu_x}{\partial\,x}\,dz - \frac{1}{d\,x} \int_{z'}^{z'+dz'} \nu_x\,dz.$$

Znamenejme při $z = z'$ napětí $\nu_z = \nu_{z'}$; pak

$$\tau = \gamma\,(z' - z) - \nu_{z'} \cdot \frac{d\,z'}{d\,x} - \int_z^{z'} \frac{\partial\,\nu_x}{\partial\,x}\,dz. \tag{16}$$

Rovnováha sil, působících na vytknutý díl hráze, dává dále pro vodorovné složky výminku

$$N_z + \mathfrak{T}_{xz}' - \mathfrak{T}_{zz} = 0.$$

Vnitřní síla N_z, připadající na prvek plošný $b\,dx$, má hodnotu $N_z = \nu_z\, b\, dx$, je-li ν_z příslušné napětí. Dále jest

$$\mathfrak{T}_{xz} = \int_z^{z'} \tau\, du = b \int_z^{z'} \tau\, dz.$$

Zvětšíme-li x o $d\,x$, neměníce z, zvětší se z' o $d\,z'$, τ o $\frac{\partial\,\tau}{\partial\,x}\,d\,x$, i jest

$$\mathfrak{T}_{xz}' = b \int_z^{z'+dz'} (\tau + \frac{\partial\,\tau}{\partial\,x}\,d\,x)\,d\,z.$$

Stanovené hodnoty vnitřních sil dají pak, dosazeny do výminky rovnováhy, napětí

$$v_z = -\frac{\mathfrak{T}'_{xz} - \mathfrak{T}_{xz}}{b\,dx} = -\frac{\int_z^{z'+dz'} \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial x}\,dx\right) dz - \int_z^{z'} \tau\,dz}{dx} =$$

$$= -\int_z^{z'} \frac{\partial \tau}{\partial x}\,dz - \frac{1}{dx}\int_{z'}^{z'+dz'} \tau\,dz = -\tau'\frac{dz'}{dx} - \int_z^{z'} \frac{\partial \tau}{\partial x}\,dz,$$

je-li při $z = z'$ napětí $\tau = \tau'$. Ze vzorce (16) plyne

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma\frac{dz'}{dx} - \frac{dz'}{dx}\cdot\frac{\partial v_x'}{\partial x} - v_x'\frac{d^2z'}{dx^2} - \frac{\partial\int_z^{z'}\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dz}{\partial x}.$$

Podle definice derivace jest

$$\frac{\partial\int_z^{z'}\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dz}{\partial x} = \frac{\int_z^{z'+dz'}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}\,dx\right)dz - \int_z^{z'}\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dz}{dx} =$$

$$= \int_z^{z'}\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}\,dz + \frac{1}{dx}\int_{z'}^{z'+dz'}\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dz = \int_z^{z'}\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}\,dz + \frac{dz'}{dx}\cdot\left[\frac{\partial v_x}{\partial x}\right]_{z=z'}.$$

Pro $z = z'$ třeba hodnotu $\left[\frac{\partial v_x}{\partial x}\right]_{z=z'}$ zvláště vypočísti; liší se od $\frac{\partial v_x'}{\partial x}$, poněvadž při částečném derivování dle x je z stálé, z' však nikoli. Dosadíme-li poslední hodnotu do vzorce pro $\frac{\partial \tau}{\partial x}$ a tuto do v_z, vyjde po integraci

$$v_z = -\tau'\frac{dz'}{dx} - \left(\gamma\cdot\frac{dz'}{dx} - \frac{\partial v_x'}{\partial x}\cdot\frac{dz'}{dx} - v_x'\frac{d^2z'}{dx^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{dz'}{dx}\cdot\left[\frac{\partial v_x}{\partial x}\right]_{z=z'}\right)(z'-z) + \int_z^{z'} dz\int_z^{z'}\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}\,dz. \qquad (17)$$

Ze vzorců (16), (17) je zřejmo, že zákonem napětí v_z dán je zákon napětí τ i v_z; můžeme tedy pouze jediný zákon voliti na základě přiměřené hypothesy.

Předpokládejme zde opět, že *napětí v_x mění se po zákoně přímky*; platí pro ně pak týž vzorec jako při kombinaci tlaku s ohybem, totiž

$$v_x = \frac{N}{U} + \frac{M(z-z_0)}{J} = \frac{N}{bt} + \frac{12\,M(z-z_0)}{bt^3}; \qquad (18)$$

při tom jest $z - z_0$ vzdálenost obecného bodu od těžiště o průřezu vodorovného, jehož plocha $U = b\,t$ a moment setrvačnosti $J = \frac{1}{12}\,b\,t^3$. V krajním vlákně pravém jest $z = z'$, $z' - z_0 = \frac{t}{2}$, tedy

$$v_x' = \frac{N}{b\,t} + \frac{6\,M}{b\,t^2}. \tag{18'}$$

V krajním vlákně levém třeba dosaditi $z = -z''$; pak $z'' + z_0 = \frac{t}{2}$ a

$$v_x'' = \frac{N}{b\,t} - \frac{6\,M}{b\,t^2}. \tag{18''}$$

Derivujme dále v_x částečně dle x; při tom třeba pokládati z za stálou, t, z_0, M, N závisí pak na x, tedy

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{b\,t^2}\left(t\,\frac{d\,N}{d\,x} - N\,\frac{d\,t}{d\,x}\right) + \frac{12}{b\,t^6}\left[t^3\,(z - z_0)\,\frac{d\,M}{d\,x} - M\,t^3\,\frac{d\,z_0}{d\,x} - \right.$$
$$\left. - 3\,M\,t^2\,(z - z_0)\,\frac{d\,t}{d\,x}\right].$$

Jelikož $t = z' + z''$, tu $\frac{d\,t}{d\,x} = \frac{d\,z'}{d\,x} + \frac{d\,z''}{d\,x}$. Za $\frac{d\,N}{d\,x}$, $\frac{d\,M}{d\,x}$ dosaďme dále ze vzorců (13) a (15), i vyjde po úpravě

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \gamma + \frac{p}{t^2}\,(t - 6\,z + 6\,z_0)\,\frac{d\,z''}{d\,x} + \frac{12\,T}{b\,t^3}\,(z - z_0) -$$
$$- \frac{N}{b\,t^3}\left[t\left(\frac{d\,z'}{d\,x} + \frac{d\,z''}{d\,x}\right) + 12\,(z - z_0)\,\frac{d\,z_0}{d\,x}\right] -$$
$$- \frac{12\,M}{b\,t^4}\left[t\,\frac{d\,z_0}{d\,x} + 3\,(z - z_0)\left(\frac{d\,z'}{d\,x} + \frac{d\,z''}{d\,x}\right)\right]. \tag{19}$$

Tuto hodnotu $\frac{\partial v_x}{\partial x}$ dosaďme do vzorce (16) a proveďme integraci. Nahradíme-li $\frac{d\,z'}{d\,x} = tan\,\varphi'$, $\frac{d\,z''}{d\,x} = tan\,\varphi''$, $\frac{d\,z_0}{d\,x} = \frac{1}{2}\,(tan\,\varphi' - tan\,\varphi'')$, obdržíme použitím stanovených již hodnot v_x', v_x'' vzorec

$$\tau = -v_x'\,tan\,\varphi' + \left[(t + 3\,z'' + 3\,z)\,v_x'\,tan\,\varphi' + \right.$$
$$\left. + (t - 3\,z'' - 3\,z)\,(v_x'' - p)\,tan\,\varphi'' - \frac{6\,T}{b\,t}\,(z'' + z)\right]\frac{z' - z}{t^2}. \tag{20}$$

Napětí τ mění se opět po zákoně paraboly kvadratické, jež má osu svislou; určena bude úplně třemi body. V pravém krajním bodě spáry jest $z = z'$, což dá

$$\tau' = -v_x'\,.\,tan\,\varphi'. \tag{20'}$$

V levém krajním bodě spáry, kde $z = z''$, vyjde

$$\tau'' = (v_x'' - p) \tan \varphi''. \qquad (20'')$$

Obě krajní hodnoty τ shodují se s hodnotami, jež jsme odvodili přímo při průřezu souměrném vzorci (9′), (9″). Uprostřed vodorovné spáry vychází pro $z = z_0$ ze vzorce (20) napětí

$$\tau_0 = \frac{v_x' \tan \varphi' - (v_x'' - p) \tan \varphi''}{4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{b\,t} = -\frac{1}{4}\left(\tau' + \tau'' + \frac{6\,T}{b\,t}\right), \qquad (20''')$$

což opět odpovídá úplně vzorci (9‴) pro průřez souměrný. Obrazec napětí τ má pak podobný tvar jako při průřezu souměrném.

Vzorec (20) vztahuje se k libovolnému počátku úseček z ve spáře, jenž dán je vzdálenostmi z', z'' od krajů spáry, případně vzdáleností z_0 od těžiště. Položíme-li počátek úseček z do středu spáry, je $z_0 = 0$, $z' = z'' = \frac{t}{2} = e$, a tu vychází

$$v_x = \frac{N}{b\,t} + \frac{12\,M\,z}{b\,t^3};$$

hodnotami v_x', v_x'' dle vzorců (18′), (18″) nabývá poslední vzorec tvaru

$$v_x = \frac{v_x'\,(e + z) + v_x''\,(e - z)}{2\,e}. \qquad (18^a)$$

Vzorec (20) dá tu

$$\tau = \frac{v_x' \tan \varphi'}{4\,e^2}\,(e + z)\,(e - 3\,z) - \frac{(v_x'' - p) \tan \varphi''}{4\,e^2}\,(e - z)\,(e + 3\,z) - \frac{3\,T}{4\,b\,e^3}\,(e^2 - z^2),$$

což psáti lze použitím hodnot τ', τ'' dle vzorců (20′), (20″) ve tvaru

$$\tau = -\frac{1}{4\,e^2}\left[\tau'\,(e + z)\,(e - 3\,z) + \tau''\,(e - z)\,(e + 3\,z) + \frac{3\,T}{b\,e}\,(e^2 - z^2)\right]. \qquad (20^a)$$

Vzorec (20) i (20ª) ovšem dává při souměrném průřezu, tedy dosazením $z' = z'' = \frac{t}{2} = e$, $\varphi' = \varphi'' = \varphi$ vzorec (9).

Ve vzorci (17) pro napětí v_z vyskytují se napětí v_x', τ', jež jsme již určili rovnicemi (18′), (20′). Dále plyne derivováním ze vzorce pro v_z', kde na x závisí t, M, N,

$$\frac{\partial v_z'}{\partial x} = \frac{1}{b\,t^2}\left(t\,\frac{dN}{dx} - N\,\frac{dt}{dx}\right) + \frac{6}{b\,t^4}\left(t^2\,\frac{dM}{dx} - 2\,M\,t\,\frac{at}{dx}\right).$$

Dosadíme $\frac{dt}{dx} = \frac{dz'}{dx} + \frac{dz''}{dx}$, za $\frac{dN}{dx}$, $\frac{dM}{dx}$ pak hodnoty, dané vzorci (13) a (15); tu obdržíme

$$\frac{\partial v_x'}{\partial x} = \gamma - \frac{2p}{t} tan\,\varphi'' + \frac{6T}{b\,t^2} - \frac{2N}{b\,t^2}(2\,tan\,\varphi' - tan\,\varphi'') - \\ - \frac{12M}{b\,t^3}(tan\,\varphi' + tan\,\varphi'').$$

Ze vzorce (19) plyne dále dosazením $z = z'$ a úpravou

$$\left[\frac{\partial v_x}{\partial x}\right]_{z=z'} = \gamma - \frac{2p}{t} tan\,\varphi'' + \frac{6T}{b\,t^2} - \frac{2N}{b\,t^2}(2\,tan\,\varphi' - tan\,\varphi'') - \\ - \frac{12M}{b\,t^3}(2\,tan\,\varphi' + tan\,\varphi'').$$

Z téhož vzorce (19) odvodíme $\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}$ opětným částečným derivováním dle x, při čemž je z stálé, na x pak obecně závisí p, t, z_0, M, N, T, $\frac{dz'}{dx}$ a $\frac{dz''}{dx}$. Znamená-li p tlak kapaliny, jejíž hladina je ve hloubce a pod vrcholem hráze, platí pro ně vzorec (10) jako při souměrném průřezu, z něhož plyne $\frac{dp}{dx} = \gamma_1$. Dle vzorce (11) jest

$$\frac{d^2z'}{dx^2} = \frac{1}{r'\cos^3\varphi'}, \quad \frac{d^2z''}{dx^2} = \frac{1}{r''\cos^3\varphi''}, \tag{11'}$$

značí-li r', r'' poloměry zakřivení pravé a levé obvodové křivky hráze; tyto poloměry dosazovati je kladně, obracejí-li obvodové čáry k ose X stranu vypuklou, tedy je-li příslušný střed křivosti na vnější straně hráze. Při rovném omezení hráze v uvažovaném místě jest opět $\frac{d^2z'}{dx^2} = \frac{d^2z''}{dx^2} = 0$; totéž platí přibližně i při značných poloměrech zakřivení.

Provedením derivování a úpravou výsledku obdržíme

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = C_1 + 6\,C_2\frac{z - z_0}{t},$$

kde

$$C_1 = \frac{\gamma_1 - \gamma}{t} tan\,\varphi'' - \frac{\gamma}{t} tan\,\varphi' + \frac{p}{t^2}\left(t\frac{d^2z''}{dx^2} + 4\,tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' - 8\,tan^2\varphi''\right) - \\ - \frac{12T}{b\,t^3}(tan\,\varphi' - tan\,\varphi'') + \frac{N}{b\,t^3}\left[8\,(tan^2\varphi' - tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' + tan^2\varphi'') - \right. \\ \left. - t\left(\frac{d^2z'}{dx^2} + \frac{d^2z''}{dx^2}\right)\right] + \frac{12M}{b\,t^4}\left[3\,(tan^2\varphi' - tan^2\varphi'') - \frac{t}{2}\left(\frac{d^2z'}{dx^2} - \frac{d^2z''}{dx^2}\right)\right],$$

$$C_2 = \frac{\gamma - \gamma_1}{t} tan\,\varphi'' - \frac{\gamma}{t} tan\,\varphi' - \frac{p}{t^2}\left(t\frac{d^2z''}{dx^2} - 4\,tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' - \right. \\ \left. - 6\,tan^2\varphi'' - 2\right) - \frac{12T}{b\,t^3}(tan\,\varphi' + tan\,\varphi'') + \frac{N}{b\,t^3}\left[6\,(tan^2\varphi' - tan^2\varphi'') - \right. \\ \left. - t\left(\frac{d^2z'}{dx^2} - \frac{d^2z''}{dx^2}\right)\right] + \frac{6M}{b\,t^4}\left[4\,(tan\,\varphi' + tan\,\varphi'')^2 - t\left(\frac{d^2z'}{dx^2} + \frac{d^2z''}{dx^2}\right)\right].$$

Dále plyne

$$\int_z^{z'} dz \int_z^{z'} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} dz = \int_z^{z'} dz \int_z^{z'} \left(C_1 + 6 C_2 \frac{z - z_0}{t} \right) dz = \int_z^{z'} \left[\left(C_1 - 6 C_2 \frac{z_0}{t} \right) (z' - z) + \right.$$

$$\left. + 3 C_2 \frac{z'^2 - z^2}{t} \right] dz = \left(C_1 + C_2 \frac{2z + z' + 3z''}{t} \right) \frac{(z' - z)^2}{2},$$

jelikož $z_0 = \frac{z' - z''}{2}$.

Všemi stanovenými hodnotami obdržíme ze vzorce (17) napětí v_z ve tvaru

$$v_z = \beta_1 + \frac{\beta_2}{t} (z' - z) + \frac{\beta_3}{t^2} (z' - z)^2 + \frac{\beta_4}{t^3} (z' - z)^2 (z'' + z), \qquad (21)$$

kde součinitele β, mající význam napětí, dány jsou vzorci

$$\left.\begin{aligned}
\beta_1 &= v_x' \,.\, tan^2 \varphi', \\
\beta_2 &= \left[\gamma t - 4 p \, tan \, \varphi'' + \frac{12 T}{b t} - \frac{4 N}{b t} (2 \, tan \, \varphi' - tan \, \varphi'') - \right. \\
&\qquad \left. - \frac{12 M}{b t^2} (3 \, tan \, \varphi' + 2 \, tan \, \varphi'') \right] tan \, \varphi' + v_x' \, t \frac{d^2 z'}{d x^2}, \\
\beta_3 &= - \gamma t \,.\, tan \, \varphi' + p (1 + 4 \, tan \, \varphi' \, tan \, \varphi'' - tan^2 \varphi'') - \frac{12 T}{b t} tan \, \varphi' + \\
&\quad + \frac{N}{b t} (7 \, tan^2 \varphi' - 4 \, tan \, \varphi' \, tan \, \varphi'' + tan^2 \varphi'') + \frac{6 M}{b t^2} (5 \, tan^2 \varphi' + \\
&\qquad + 4 \, tan \, \varphi' \, tan \, \varphi'' - tan^2 \varphi'') - v_x' \, t \frac{a^2 z'}{d x^2}, \\
\beta_4 &= (\gamma - \gamma_1) \, t \,.\, tan \, \varphi'' - \gamma t \,.\, tan \, \varphi' + 2 p (1 + 2 \, tan \, \varphi' \, tan \, \varphi'' + \\
&\quad + 3 \, tan^2 \varphi'') - \frac{12 T}{b t} (tan \, \varphi' + tan \, \varphi'') + \frac{6 N}{b t} (tan^2 \varphi' - tan^2 \varphi'') + \\
&\quad + \frac{24 M}{b t^2} (tan \, \varphi' + tan \, \varphi'')^2 - v_x' \, t \frac{d^2 z'}{d x^2} + (v_x'' - p) \, t \frac{d^2 z''}{d x^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

Napětí v_z mění se po zákoně paraboly kubické. V pravém kraji spáry je $z = z'$, tedy

$$v_z' = \beta_1 = v_x' \, tan^2 \varphi'; \qquad (21')$$

pro levý kraj spáry dosadíme $z = - z''$, $z' + z'' = t$, i vyjde

$$v_z'' = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = (v_x'' - p) \, tan^2 \varphi'' + p. \qquad (21'')$$

Obě krajní hodnoty daly by se odvoditi přímo jako při průřezu souměrném; také s těmito hodnotami souhlasí. Uprostřed spáry je $z = z_0$, $z' - z_0 = z'' + z_0 = \frac{t}{2}$; pak

$$v_{z,0} = \beta_1 + \frac{\beta_2}{2} + \frac{\beta_3}{4} + \frac{\beta_4}{8}. \qquad (21''')$$

Ze vzorce (21) plyne vzorec pro průřez souměrný, dosadíme-li do vzorců (22) za $\varphi' = \varphi'' = \varphi$, $z' = z'' = e = \frac{t}{2}$; tím dospějeme ke vzorci (12), což je kontrolou pro správnost řešení.

Položíme-li počátek úseček z, jenž ve vzorci (21) může býti libovolný, do středu spáry, jest $z' = z'' = \frac{t}{2} = e$ a tu

$$\nu_z = \beta_1 + \frac{\beta_2}{t}(e - z) + \frac{\beta_3}{t^2}(e - z)^2 + \frac{\beta_4}{t^3}(e - z)^2 (e + z). \qquad (21^a)$$

Vzorce (22) pro součinitele β platí ovšem beze změny.

Upravíme-li vzorec pro napětí ν_z dle zevnitřních sil a jejich funkcí, vyjde

$$\nu_z = a_1 \gamma + a_2 \gamma_1 + a_3 \frac{p}{t} + a_4 \frac{T}{b\,t^2} + a_5 \frac{N}{b\,t^2} + a_6 \frac{M}{b\,t^3} + \beta, \qquad (23)$$

kde činitelé a_1 až a_6 znamenají délky, β pak napětí; hodnoty jejich jsou:

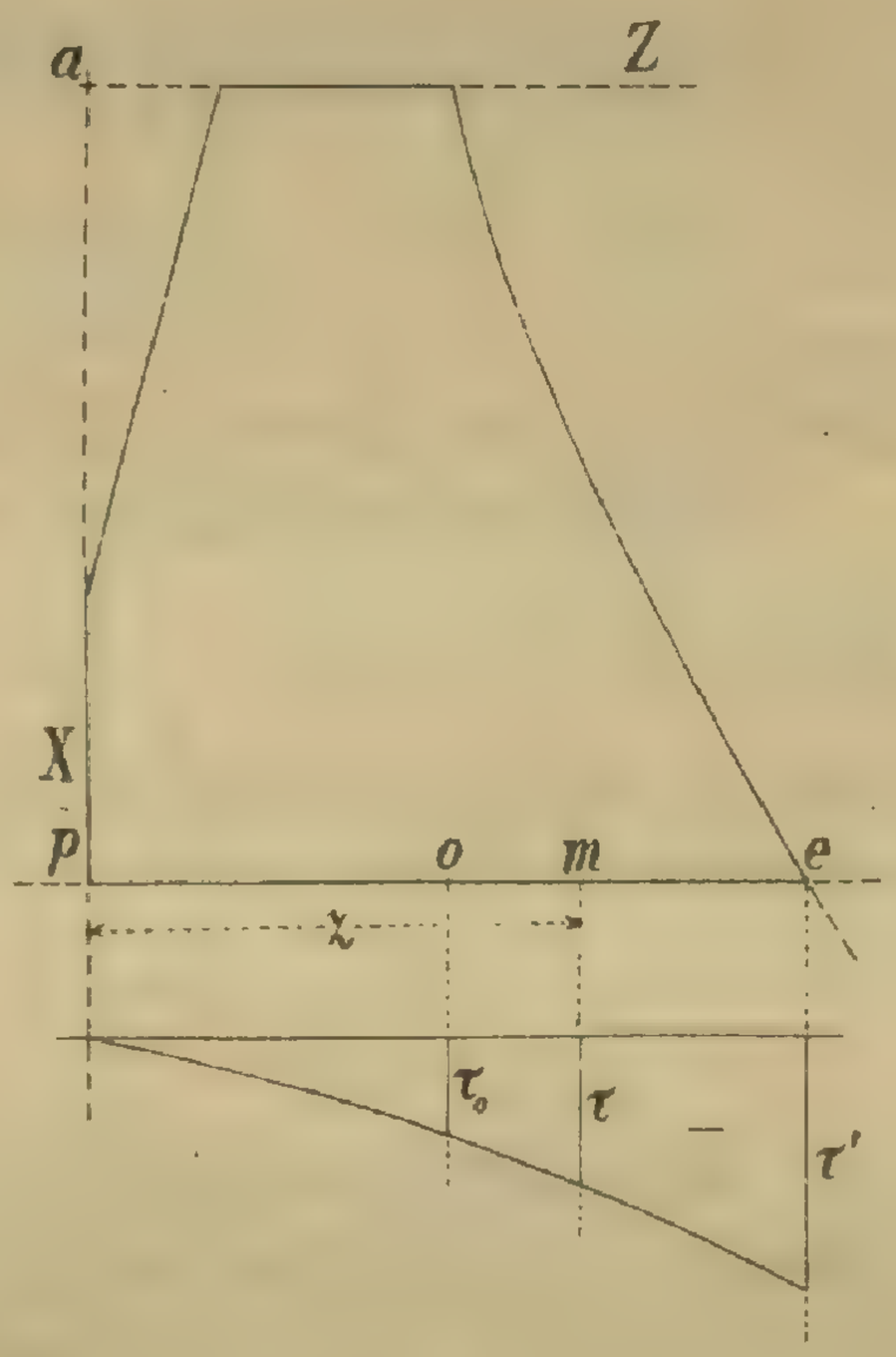
$$\left.\begin{aligned}
a_1 &= \frac{c^2 - z^2}{t^2}\left[(e + z)\,tan\,\varphi' + (e - z)\,tan\,\varphi''\right],\\
a_2 &= -\frac{(e - z)^2 (e + z)}{t^2}\,tan\,\varphi'',\\
a_3 &= 2\frac{e - z}{t^2}\left[(e - z)(2e + z) - 2(e + z)^2\,tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' + \right.\\
&\qquad \left. + (e - z)(2e + 3z)\,tan^2\varphi''\right],\\
a_4 &= 12\frac{e^2 - z^2}{t^2}\left[(e + z)\,tan\,\varphi' - (e - z)\,tan\,\varphi''\right],\\
a_5 &= -\frac{2}{t^2}\left[(e + z)^2 (2e - 3z)\,tan^2\varphi' - 4e(c^2 - z^2)\,tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' + \right.\\
&\qquad \left. + (e - z)^2 (2e + 3z)\,tan^2\varphi''\right],\\
a_6 &= -\frac{12}{t^2}\left[(e + z)^2 (e - 2z)\,tan^2\varphi' + 4z(e^2 - z^2)\,tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' - \right.\\
&\qquad \left. - (e - z)^2 (e + 2z)\,tan^2\varphi''\right],\\
\beta &= \frac{e^2 - z^2}{t^2}\left[\nu_z'(e + z)\frac{d^2 z'}{d\,x^2} + (\nu_z'' - p)(e - z)\frac{d^2 z''}{d\,x^2}\right].
\end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

Průřez o svislé straně návodní v uvažované části (obr. 9.) plyne z obecného, dosadíme-li $\varphi'' = 0$, a ovšem i $\frac{d^2 z''}{d\,x^2} = 0$. Položme tu osu X do svislé strany návodní; pak je $z'' = 0$, $z' = t$. Vzorec (18) pro napětí ν_x mění se jen potud, že třeba dosaditi $z_0 = \frac{t}{2}$.

Ze vzorce (20) pro napětí τ vychází v tomto případě

$$\tau = \frac{\nu_x' \tan \varphi'}{t^2} z\,(2t - 3z) - \frac{6\,T\,z}{b\,t^3}\,(t - z). \qquad (20^b)$$

Napětí τ mění se stále dle paraboly kvadratické, jež bude určena třemi body. V pravém krajním bodě je $z = t$ a napětí τ' dáno vzorcem (20′); v levém krajním bodě platí $z = 0$ a $\tau'' = 0$, uprostřed spáry pak $z = \frac{t}{2}$ a



Obr. 9.

$$\tau_0 = \frac{1}{4}\,\nu_x' \tan \varphi' - \frac{3}{2}\,\frac{T}{b\,t} =$$

$$= -\frac{1}{4}\left(\tau' + \frac{6\,T}{b\,t}\right),$$

což souhlasí se vzorcem (20‴).

Vzorec (21) nabude zde tvaru

$$\nu_z = \beta_1 + \frac{\beta_2}{t}\,(t - z) + \frac{\beta_3}{t^2}\,(t - z)^2 +$$

$$+ \frac{\beta_4}{t^3}\,(t - z)^2\,z; \qquad (21^b)$$

pro součinitele β platí pak dle vzorců (22) zde

$$\left.\begin{aligned}
\beta_1 &= \nu_x' \tan^2 \varphi',\\
\beta_2 &= \left(\gamma t + \frac{12\,T}{b\,t} - \frac{8\,N}{b\,t}\tan \varphi' - \frac{36\,M}{b\,t^2}\tan \varphi'\right)\tan \varphi' + \nu_x'\,t\,\frac{d^2 z'}{d\,x^2},\\
\beta_3 &= -\gamma t\,.\tan \varphi' + p - \frac{12\,T}{b\,t}\tan \varphi' + \frac{7\,N}{b\,t}\tan^2 \varphi' +\\
&\quad + \frac{30\,M}{b\,t^2}\tan^2 \varphi' - \nu_x'\,t\,\frac{d^2 z'}{d\,x^2},\\
\beta_4 &= -\gamma t\,.\tan \varphi' + 2\,p - \frac{12\,T}{b\,t}\tan \varphi' + \frac{6\,N}{b\,t}\tan^2 \varphi' +\\
&\quad + \frac{24\,M}{b\,t^2}\tan^2 \varphi' - \nu_x'\,t\,\frac{d^2 z'}{d\,x^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (22^b)$$

Rozvedením vzorce (21^b) obdržíme též

$$\nu_z = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - (\beta_2 + 2\,\beta_3 - \beta_4)\,\frac{z}{t} + (\beta_3 - 2\,\beta_1)\,\frac{z^2}{t^2} + \beta_1\,\frac{z^3}{t^3}.$$

Vzorce (22^b) dají

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = p, \quad \beta_2 + 2\,\beta_3 - \beta_4 = 0,$$

$$\beta_3 - 2\,\beta_1 = \gamma t\,.\tan \varphi' - 3\,p + \frac{12\,T}{b\,t}\tan \varphi' - \frac{5\,N}{b\,t}\tan^2 \varphi' -$$

$$- \frac{18\,M}{b\,t^2}\tan^2 \varphi' + \nu_x'\,.\,t\,.\,\frac{d^2 z'}{d\,x^2}.$$

Dosazením a úpravou plyne pak

$$\sigma_z = \left[\frac{p}{t^3}(t+2z)(t-z) + \left(\gamma \tan\varphi' + \frac{12\,T}{b\,t^2}\tan\varphi' + \sigma_{x'}\frac{d^2 z'}{d\,x^2}\right)\frac{z^2}{t^2}\right](t-z) -$$

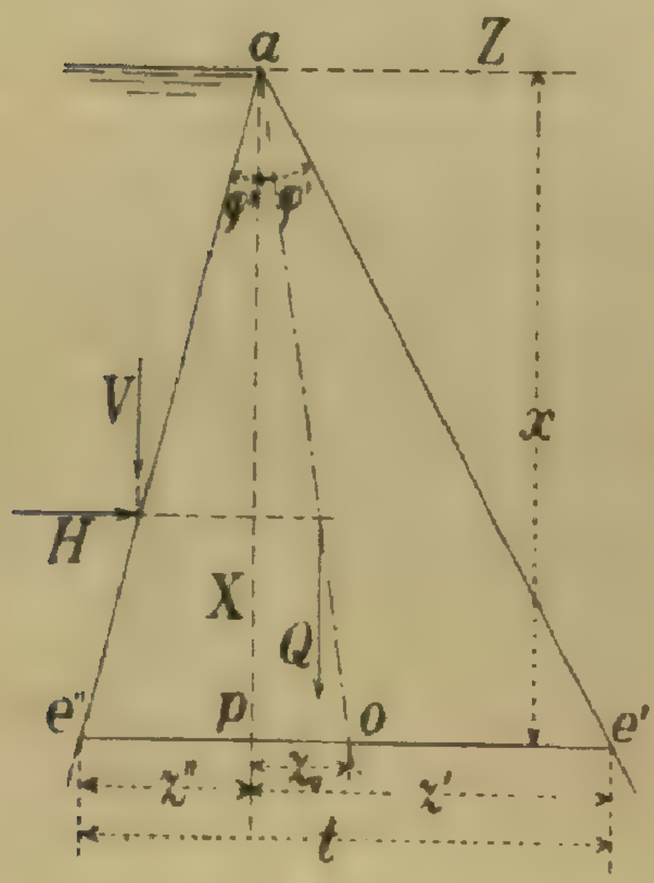
$$-\left[\frac{N}{b\,t^2}(5\,t-6\,z) + \frac{6\,M}{b\,t^3}(3\,t-4\,z)\right]\frac{z^2\tan^2\varphi'}{t^2}. \qquad (25)$$

Napětí σ_z řídí se opět zákonem paraboly kubické. V krajním bodě pravém, kde $z = t$, platí stále vzorec (21′); v levém kraji spáry jest $z = 0$ a $\sigma_z'' = p$, což odpovídá též vzorci (21″), jelikož $\varphi'' = 0$.

Průřez trojúhelníkový o stranách šikmých obdržíme z obecného průřezu, jsou-li úhly φ', φ'' stálé (obr. 10.), tedy $\frac{d^2 z'}{d\,x^2} = \frac{d^2 z''}{d\,x^2} = 0$. Vedeme-li tu osu X vrcholem průřezu a, jest

$$\tan\varphi' = \frac{z'}{x}, \quad \tan\varphi'' = \frac{z''}{x}.$$

Předpokládejme konečně, že hráz tohoto průřezu vystavena je tlaku kapaliny, jejíž hladina sahá k vrcholu a. Tu poměrný tlak kapaliny ve hloubce x dle vzorce (10) jest $p = \gamma_1 x$. Vodorovný tlak kapaliny činí



Obr. 10.

$$T = H = \frac{1}{2}\gamma_1 b\,x^2,$$

svislý tlak kapaliny

$$V = \frac{1}{2}\gamma_1 b\,x\,z''$$

a váha hráze

$$Q = \frac{1}{2}\gamma\,b\,t\,x;$$

je tedy svislý tlak na spáru $e'\,e''$

$$N = Q + V = \frac{1}{2}b\,x\,(\gamma\,t + \gamma_1 z'')$$

a moment ohybový

$$M = H\frac{x}{3} - V\left(\frac{t}{2} - \frac{z''}{3}\right) - Q\frac{z_0}{3} =$$

$$= \frac{1}{6}\gamma_1 b\,x^3 - \frac{1}{12}\gamma_1 b\,x\,z''(3\,z' + z'') - \frac{1}{12}\gamma\,b\,t\,x\,(z' - z''),$$

jelikož $z_0 = \frac{z' - z''}{2}$.

Těmito hodnotami dá vzorec (18) napětí

$$v_x = \frac{x}{2t}(\gamma t + \gamma_1 z'') + \frac{x(z - z_0)}{t^3}[\gamma_1(2x^2 - 3z'z'' - z''^2) - \gamma t(z' - z'')]. \quad (18^c)$$

V krajním bodě pravém je $z = z'$, $z' - z_0 = \frac{t}{2}$, tedy po úpravě

$$v_x' = \frac{x z''}{t^2} - (\gamma t - \gamma_1 z') + \gamma_1 \frac{x^3}{t^2}; \quad (18'^c)$$

v krajním bodě levém dosadíme $z = -z''$, $z'' + z_0 = \frac{t}{2}$ a obdržíme

$$v_x'' = \frac{x z'}{t^2}(\gamma t + \gamma_1 z'') - \gamma_1 \frac{x}{t^2}(x^2 - t z''). \quad (18''^c)$$

Z obecného vzorce (20) vyjde dosazením stanovených hodnot a úpravou

$$\tau = \frac{\gamma z' z''}{t^2}(z' - z'' - 2z) + \frac{\gamma_1}{t^3}[z' z''(z' z'' - z'^2 - 2x^2) - (z' x^2 - z'' x^2 - 2 z'^2 z'') z]. \quad (20^c)$$

Napětí τ mění se tu po zákoně přímky; v pravém kraji spáry je $z = z'$ a

$$\tau' = -\frac{z' z''}{t^2}(\gamma t - \gamma_1 z') - \frac{\gamma_1 x^2 z'}{t^2}, \quad (20'^c)$$

v levém kraji $z = -z''$ a

$$\tau'' = \frac{z' z''}{t^2}(\gamma t - \gamma_1 z') - \frac{\gamma_1 x^2 z''}{t^2}, \quad (20''^c)$$

uprostřed spáry pak $z = z_0 = \frac{z' - z''}{2}$ a

$$\tau_0 = -\frac{\gamma_1 x^2}{2t}. \quad (20'''^c)$$

Hodnoty τ', τ'', τ_0 mohli bychom též vypočísti dle vzorců (20′), (20″), a (20‴), jež ovšem dají též vzorce poslední, dosadíme-li za jednotlivé veličiny do oněch vzorců hodnoty stanovené.

Vzorce (22) dají konečně v tomto případě

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= [\gamma t z'' + \gamma_1(x^2 - z' z'')]\frac{z'^2}{t^2 x}, \\ \beta_2 &= -[\gamma t(z' - z'') - \gamma_1(2x^2 + z'^2 - z' z'')]\frac{z' z''}{t^2 x}, \\ \beta_3 &= 0, \quad \beta_4 = 0, \end{aligned}\right\} \quad (22^c)$$

pročež dle vzorce (21) jest

$$v_z = \beta_1 + \frac{\beta_2}{t}(z' - z). \quad (21^c)$$

Též napětí v_z řídí se tedy zákonem přímky. V pravém kraji spáry je $z = z'$ a

$$v_z' = \beta_1 = [\gamma\, t\, z'' + \gamma_1\, (x^2 - z'\, z'')]\frac{z'^2}{t^2\, x}, \qquad (21'^c)$$

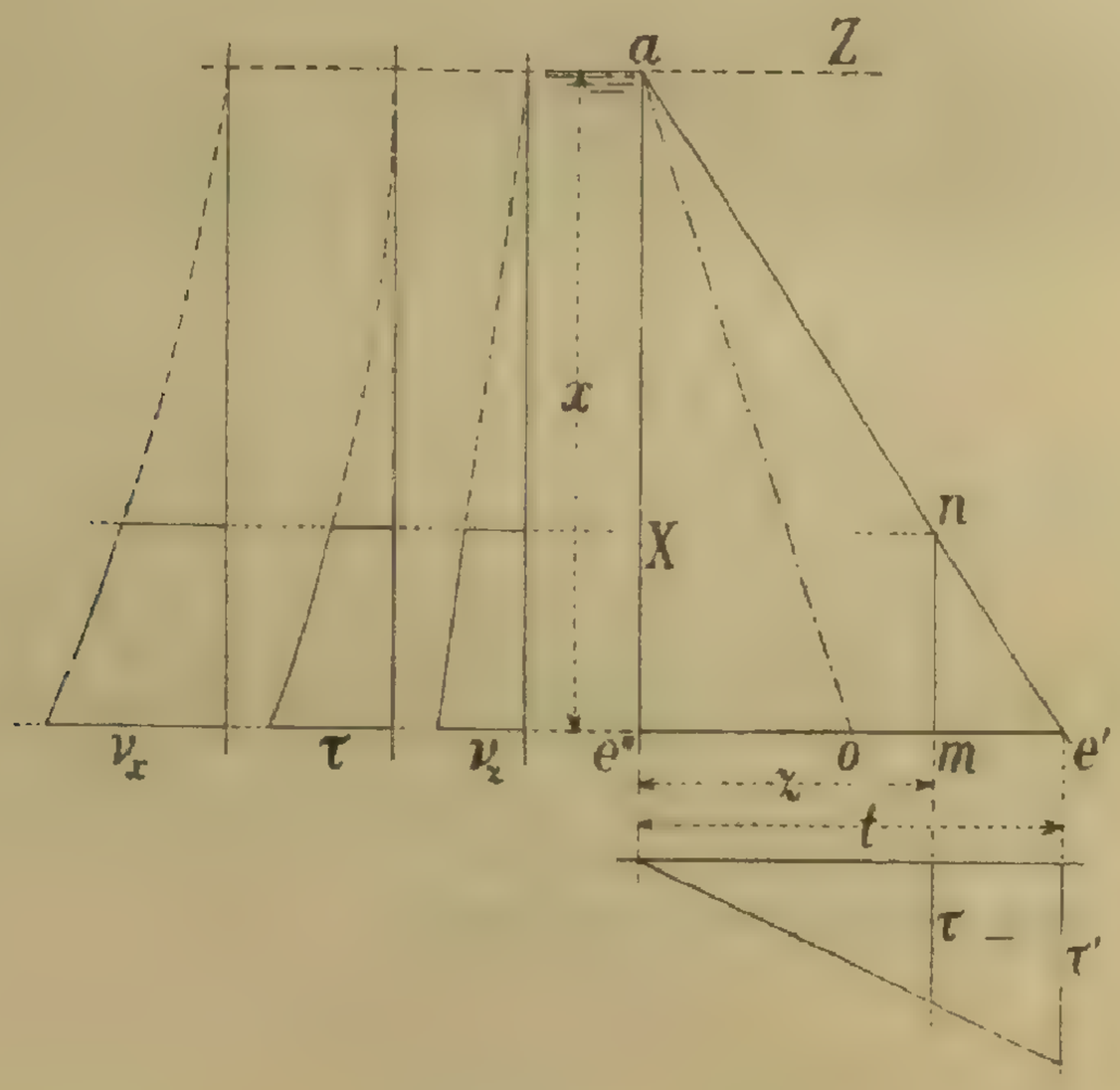
v levém kraji spáry $z = -z''$, $z' + z'' = t$ a

$$v_z'' = \beta_1 + \beta_2 = \frac{\gamma\, z'\, z''^2}{t\, x} + \frac{\gamma_1 z'}{t^2\, x}\, [x^2\, (t + z'') - z'\, z''^2], \qquad (21''^c)$$

uprostřed spáry pak $z = z_0$, $z' - z_0 = \frac{t}{2}$ a

$$v_{z,0} = \beta_1 + \frac{\beta_2}{2} = \frac{\gamma\, z'\, z''}{2\, x} + \frac{\gamma_1\, z'}{2\, t\, x}\, (2\, x^2 - z'\, z''). \qquad (21'''^c)$$

Ovšem lze též počítati ze vzorců (21′), (21″) a (21‴), jež se s posledními shodují.



Obr. 11.

Průřez trojúhelníkový o návodní straně svislé (obr. 11.) plyne z předešlého, dosadíme-li $z'' = 0$, $z' = t$, $z_0 = \frac{t}{2}$. Tu obdržíme

$$v_x = \frac{\gamma\, x}{t}\, (t - z) + \frac{\gamma_1\, x^3}{t^3}\, (2\, z - t), \qquad (18^d)$$

$$v_x' = \gamma_1 \frac{x^3}{t^2}, \quad v_x'' = \gamma\, x - \gamma_1 \frac{x^3}{t^2},$$

$$\tau = -\frac{\gamma_1\, x^2\, z}{t^2}, \qquad (20^d)$$

$$v_z = \gamma_1\, x. \qquad (21^d)$$

Zde mění se tedy τ po zákoně přímky, jež má v bodech e', e'' pořadnice

$$\tau' = -\frac{\gamma_1 x^2}{t}, \quad \tau'' = 0.$$

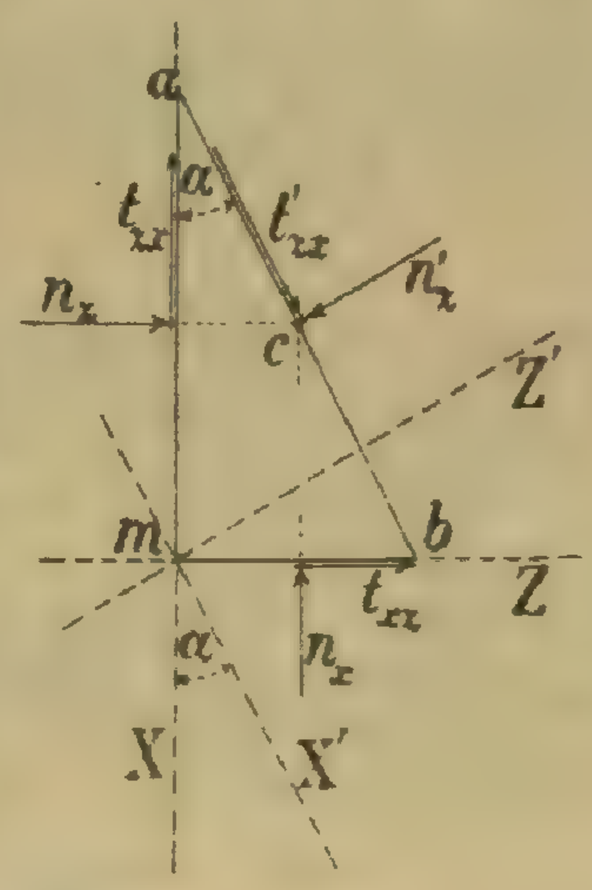
Napětí ν_z je stálé a rovná se poměrnému tlaku kapaliny ve hloubce spáry.

Vzorce ukazují též, jak mění se napětí v témž svislém řezu $m\,n$, t. j. béřeme-li z stálé, x proměnné. Tu platí pro τ zákon paraboly kvadratické, jejíž vrchol je ve hladině kapaliny a osa vodorovná; ν_z mění se po zákoně přímky, jejíž pořadnice ve hladině kapaliny rovná se nulle, a ν_x řídí se zákonem paraboly kubické.

II. Napětí v rovinách šikmých.

Stanovené složky napětí ν_x, ν_z, τ určují dokonale napiatost v každém bodě hráze. Namítá se tu obecný případ napiatosti rovinné. Ze složek ν_x, ν_z, τ můžeme pak určiti složky napětí, jež působí na prvek libovolného řezu šikmého.

Vyjměme ze hráze prvek omezený rovinami kolmými k podélné ose hráze ve vzdálenosti b, dále rovinou vodorovnou, svislou a šikmou, jež jsou k prvým dvěma rovinám kolmy. Rovina šikmá nechť svírá se svislou osou X úhel α (obr. 12.), jehož kladný smysl odpovídá nejkratšímu točení od kladné osy X do kladné osy Z. Rozměry vyjmutého prvku jsou $\overline{m\,a} = d\,x$, $\overline{m\,b} = d\,z$, $\overline{a\,b} = d\,s$, při čemž $\frac{d\,x}{d\,s} = \cos\alpha$, $\frac{d\,z}{d\,s} = \sin\alpha$. Okolní hmotu nahraďme vnitřními silami, jimiž na vytknutý prvek působí. Na rovinu $\overline{m\,a}$ působí vnitřní síla normálná $n_z = \nu_z\,b\,dx$, tangenciálná $t_{zx} = \tau_{zx}\,b\,dx$; v rovině $\overline{m\,b}$ je vnitřní síla normálná $n_x = \nu_x\,b\,dz$ a tangenciálná $t_{xz} = \tau_{xz}\,b\,dz$; hmotu v pravo od roviny $\overline{a\,b}$ nahradíme pak vnitřní silou normálnou $n_z' = \nu_z'\,b\,ds$ a tangenciálnou $t_{zx}' = \tau_{zx}'\,b\,ds$.[1]) Veškeré tyto síly, jež působí v rovině souměrnosti uvažovaného prvku, naznačme kladně, t. j. normálné síly jako tlaky, tangenciálné pak v kladném (záporném) smyslu osy rovnoběžné, odnímáme-li hmotu po kladné (záporné) straně osy kolmé. Točením os X, Z o úhel α obdržíme osy X', Z', dle nichž stanovíme směr sil v rovině $\overline{a\,b}$. Vlastní váhy vyjmutého prvku jako nekonečně malé veličiny vyššího řádu možno nedbati.



Obr. 12.

Síly, jež působí na vytknutý prvek, jsou v rovnováze. Momentová výminka rovnováhy, vztažená ke středu c úsečky $\overline{a\,b}$, jest

[1]) Zde znamenají ν_z', τ_{zx}' složky napětí připadajícího na prvek roviny $a\,b \perp Z'$, vedené v libovolném místě hráze, na rozdíl od dřívějšího označení, kde ν', τ' vztahovalo se k pravému kraji spáry.

$$t_{zx} \cdot \frac{dz}{2} - t_{xz} \cdot \frac{dx}{2} = 0,$$

z čehož dosazením hodnot plyne

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau.$$

Této vlastnosti napětí tangenciálných jsme stále užívali. Další výminky rovnováhy pišme pro složky, rovnoběžné s osami Z', X', tedy

$$n_z' - t_{zx} \sin\alpha - t_{xz} \cos\alpha - n_x \sin\alpha - n_z \cos\alpha = 0,$$

$$t_{zx}' - t_{zx} \cos\alpha + t_{xz} \sin\alpha - n_x \cos\alpha + n_z \sin\alpha = 0.$$

Do obou rovnic dosaďme hodnoty vnitřních sil a dělme $b\,ds$; tu vyjde z prvé výminky

$$\nu_z' = \nu_x \sin^2\alpha + \nu_z \cos^2\alpha + \tau \sin 2\alpha, \qquad (26)$$

ze druhé výminky pak, jelikož platí $\tau_{xz}' = \tau_{zx}' = \tau'$ dle obdoby napětí τ,

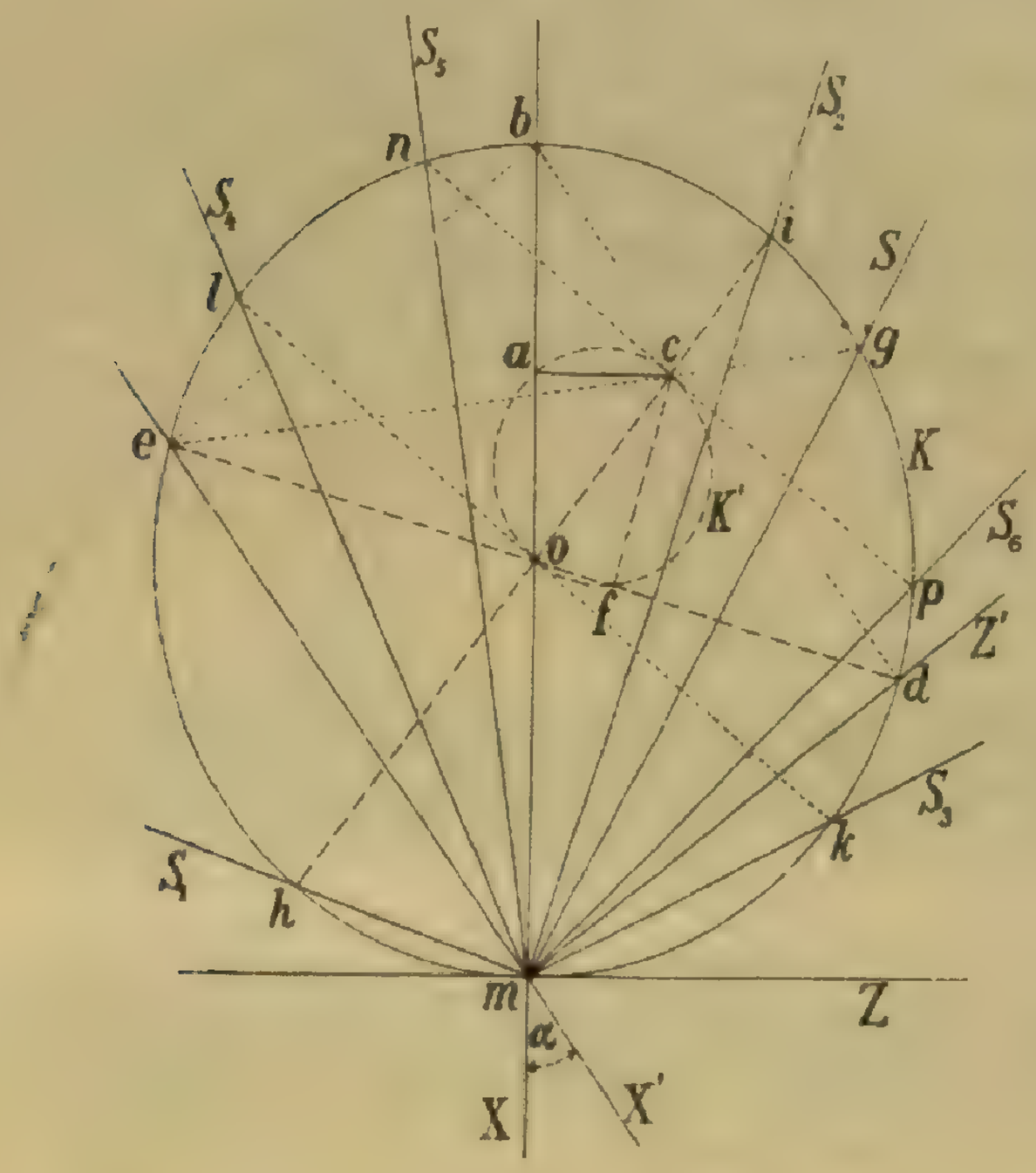
$$\tau' = (\nu_x - \nu_z) \sin\alpha \cos\alpha + \tau(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \frac{\nu_x - \nu_z}{2} \sin 2\alpha + \tau \cos 2\alpha. \qquad (27)$$

Poslední vzorce jsou úplně obdobny transposičním vzorcům pro momenty setrvačnosti a deviační k osám kosoúhlým.[1]) Graficky je řešíme, naneseme-li $\nu_x = \overline{ma}$, $\nu_z = \overline{ab}$ na osu X, a to v záporném smyslu, jelikož jsme zvolili tlak za kladný; dále naneseme na kolmici k ose X napětí $\tau = \overline{ac}$, a to v kladném smyslu osy Z, je-li τ kladné (obr. 13.). Opíšeme pak kružnici K nad průměrem $\overline{mb} = \nu_x + \nu_z$. Dána-li průsečnice X' s rovinou šikmou, pro kterou napětí hledáme, vedeme $Z' \perp X'$, spojíme průsečíky d, e os Z', X' i kružnice K a spustíme kolmici cf ku průměru de. Pak jest

$$\nu_z' = \overline{ef}, \quad \tau' = \overline{fc}.$$

Neboť $\overline{ef}$ je průmětem lomené čáry $ebac$ do přímky de; při tom jest $\sphericalangle mbd = \sphericalangle med = \alpha$, $\sphericalangle mod = 2 \cdot \sphericalangle med = 2\alpha = \sphericalangle acf$, tedy

$$\overline{ef} = \overline{eb} \cdot \sin\alpha + \overline{ba} \cdot \cos 2\alpha + \overline{ac} \cdot \sin 2\alpha.$$



Obr. 13.

[1]) Viz Šolínovy „Základy technické nauky o pružnosti a pevnosti", str. 70.

Dále jest

$$\overline{e\,b} = \overline{m\,b}\,.\,sin\,\alpha = (\nu_x + \nu_z)\,sin\,\alpha,$$

tedy

$$\overline{c\,f} = (\nu_x + \nu_z)\,sin^2\,\alpha + \nu_z\,(cos^2\,\alpha - sin^2\,\alpha) + \tau\,sin\,2\,\alpha = \nu_z'.$$

Obdobně bylo by

$$\nu_x' = \nu_x\,cos^2\,\alpha + \nu_z\,sin^2\,\alpha - \tau\,sin\,2\,\alpha = \overline{f\,d}. \qquad (26')$$

Délka $\overline{f\,c}$ je pak průmětem lomené čáry $e\,b\,a\,c$ do směru $\overline{f\,c}$, pročež

$$\overline{f\,c} = \overline{e\,b}\,.\,cos\,\alpha - \overline{b\,a}\,.\,sin\,2\,\alpha + \overline{a\,c}\,.\,cos\,2\,\alpha =$$
$$= (\nu_x + \nu_z)\,sin\,\alpha\,cos\,\alpha - \nu_z\,sin\,2\,\alpha + \tau\,cos\,2\,\alpha = \tau'.$$

Složkami $\nu_z' = \overline{e\,f}$, $\tau' = \overline{f\,c}$ stanoveno je výsledné napětí $\sigma' = \overline{e\,c}$, příslušné prvku roviny vedené osou X'; toto napětí svírá s kolmicí k ose X' úhel $c\,e\,f = \sphericalangle\, g\,m\,d$, protíná-li spojnice $e\,c$ kružnici K v bodě g. Znamená tedy přímka $m\,g \equiv S$ paprsek napětí výsledného σ'.

Točí-li se osa X' kolem bodu m, opisuje bod f kružnici K', jejíž průměrem jest $o\,c$; pruměr $d\,e$ otáčí se pak kolem bodu o a normálné napětí ν_z' mění se jako úsek $\overline{e\,f}$. Tento úsek má minimum v úseku $\overline{c\,i}$, maximum v úseku $\overline{h\,c}$ průměru $c\,o$. Kolmo k ose $m\,i$, t. j. v ose $m\,h \equiv S_1$ působí pak v bodě m nejmenší napětí $\nu_1 = \overline{c\,i}$, v ose $m\,i \equiv S_2$ největší napětí $\nu_2 = \overline{h\,c}$; napětí ν_1, ν_2 jsou *hlavní napětí*, jejich paprsky S_1, S_2 pak *hlavní osy* v bodě m. V rovinách vedených hlavními osami není, jak obrazec ukazuje, napětí tangenciálného.

Tětiva $\overline{c\,f}$ kružnice K' stanoví tangenciálné napětí τ'; největší napětí tangenciálné působí pak v rovinách vedených osami $S_3 \equiv m\,k$, $S_4 \equiv m\,l$, je-li průměr $k\,l \perp o\,c$. Největší napětí tangenciálné má úsek $max\,\tau = \overline{o\,c}$. Poněvadž dále $arc.\,k\,i = arc.\,i\,l = arc.\,l\,h$, jest $\sphericalangle\, k\,m\,i = \sphericalangle\, i\,m\,l = \sphericalangle\, l\,m\,h$, tedy osy S_3, S_4 rozpolují úhly os S_1, S_2. Tětivou $p\,n \perp o\,c$ určíme konečně osy $S_5 \equiv m\,n$, $S_6 \equiv m\,p$, jež mají tu vlastnost, že v ose S_6 působí napětí výsledné k řezu, vedenému osou S_5, jež je v daném bodě nejvíce odchýleno od kolmice k příslušnému řezu, poněvadž je $\overline{p\,n}$ nejkratší z tětiv kružnice K jdoucích bodem c.

Počtem určíme polohu hlavních os S_1, S_2 z výminky $\tau' = 0$; je-li α_0 příslušný úhel, platí dle vzorce (27)

$$\frac{\nu_x - \nu_z}{2}\,sin\,2\,\alpha_0 + \tau\,cos\,2\,\alpha_0 = 0,$$

z čehož

$$tan\,2\,\alpha_0 = \frac{2\,\tau}{\nu_z - \nu_x}. \qquad (28)$$

Totéž odvodili bychom i z obrazce. Z konstrukce plyne, že při $\nu_x > \nu_z$ a kladném τ svírá s osou X kladný úhel ostrý osa S_1, v níž působí nejmenší napětí ν_1; je-li naopak $\nu_x < \nu_z$, náleží při kladném τ ostrý úhel kladný ose S_2, v níž působí největší napětí ν_2. Z $tan\,2\,\alpha_0$ odvodíme dále

$$\left.\begin{aligned} \cos 2\alpha_0 &= \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 2\alpha_0}} = \frac{\nu_z - \nu_x}{\sqrt{(\nu_z-\nu_x)^2+4\tau^2}}, \\ \sin 2\alpha_0 &= \tan 2\alpha_0 \,.\, \cos 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sqrt{(\nu_z-\nu_x)^2+4\tau^2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (28')$$

$$\sin^2\alpha_0 = \frac{1-\cos 2\alpha_0}{2}, \quad \cos^2\alpha_0 = \frac{1+\cos 2\alpha_0}{2}.$$

Mimo úhel α_0 hoví vzorci (28) též úhel $\alpha_0' = \alpha_0 \pm 90^0$, pro nějž

$$\sin^2\alpha_0' = \cos^2\alpha_0, \quad \cos^2\alpha_0' = \sin^2\alpha_0, \quad \sin 2\alpha_0' = -\sin 2\alpha_0.$$

Dosadíme-li pak do vzorce (26) úhly α_0, α_0', vyjdou hlavní napětí

$$\nu_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\nu_x + \nu_z \mp \sqrt{(\nu_x-\nu_z)^2+4\tau^2}\right), \qquad (29)$$

znamená-li ν_1 menší napětí. Totéž odvodili bychom z obrazce, kde

$$\overline{o\,a} = \overline{o\,b} - \overline{a\,b} = \frac{\nu_x-\nu_z}{2}, \qquad \overline{o\,c} = \sqrt{\overline{o\,a}^2+\overline{a\,c}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(\nu_x-\nu_z)^2+4\tau^2},$$

$$\overline{h\,o} = \overline{o\,i} = \frac{\nu_x+\nu_z}{2}, \quad \nu_1 = \overline{o\,i} - \overline{o\,c}, \quad \nu_2 = \overline{h\,o} + \overline{o\,c},$$

což souhlasí se vzorcem (29).

Největší napětí tangenciálné působí v osách S_3, S_4, jež půlí úhly os S_1, S_2. Úhel s osou X je pak $\alpha_0'' = \alpha_0 \pm 45^0$, tedy

$$2\alpha_0'' = 2\alpha_0 \pm 90^0, \quad \sin 2\alpha_0'' = \pm\cos 2\alpha_0, \quad \cos 2\alpha_0'' = \mp\sin 2\alpha_0.$$

Užijeme-li vzorců (28′) a dosadíme pak do vzorce (27), vyjde

$$\max\tau = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\nu_x-\nu_z)^2+4\tau^2} = \pm\frac{1}{2}(\nu_2-\nu_1). \qquad (30)$$

Totéž dá i obrazec, v němž $\max\tau = \overline{o\,c}$.

Dle vzorců (26) až (30) určíme v každém bodě spáry složky napětí, působícího na libovolný řez, jakož i napětí hlavní, jež dávají maximum a minimum napětí v uvažovaném bodě, konečně i největší napětí tangenciálné. Stanovme je zvláště v krajních bodech spáry.

V pravém kraji spáry obdrželi jsme při obecném průřezu v rovině vodorovné a svislé složky napětí, dané vzorci (18′), (20′), (21′), t. j.

$$\nu_x', \quad \tau' = -\nu_x'\tan\varphi', \quad \nu_z' = \nu_x'\tan^2\varphi'.$$

Pak jest dle vzorce (28)

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau'}{\nu_z'-\nu_x'} = \frac{2\tan\varphi'}{1-\tan^2\varphi'} = \tan 2\varphi',$$

čemuž vyhovují úhly $2\alpha_0' = 2\varphi'$ a $2\alpha_0'' = 2\varphi' \pm 180^0$, tedy $\alpha_0' = \varphi'$, $\alpha_0'' = \varphi' \pm 90^0$. Působí zde tedy jedno hlavní napětí v tečně k obvodu hráze, druhé kolmo k obvodu. Vzorec (29) dá pak hodnoty hlavních napětí

$$v_{1,2}' = \frac{v_x'}{2}(sec^2\varphi' \mp sec^2\varphi'),$$

tedy

$$v_1' = 0, \quad v_2' = v_x' sec^2\varphi' = \frac{v_x'}{cos^2\varphi'} = v_x' + v_z'. \tag{31}$$

Je-li zde $v_x' > 0$, jest $\tau' < 0$; svírá pak s osou X kladný úhel ostrý osa S_2, v níž působí napětí v_2. Toto napětí působí tedy v tečně k obvodu.

V levém kraji spáry jsou dle vzorců (18″), (20″), (21″) složky napětí

$$v_x'', \quad \tau'' = (v_x'' - p)\,tan\,\varphi'', \quad v_z'' = (v_x'' - p)\,tan^2\varphi'' + p,$$

což dá dle vzorce (28)

$$tan\,2\alpha_0 = \frac{2\tau''}{v_z'' - v_x''} = -\frac{2\,tan\,\varphi''}{1 - tan^2\varphi''} = -tan\,2\varphi'';$$

této výmince hoví úhly

$2\alpha_0' = -2\varphi''$, $2\alpha_0'' = \pm 180^0 - 2\varphi''$, tedy $\alpha_0' = -\varphi''$, $\alpha_0'' = \pm 90^0 - \varphi''$.

Také zde působí hlavní napětí v tečně a normále k obvodu. Hodnoty jejich, určené dle vzorce (29), jsou

$$v_{1,2}'' = \frac{1}{2}\left[v_x''(1 + tan^2\varphi'') + p(1 - tan^2\varphi'') \mp (v_x'' - p)(1 + tan^2\varphi'')\right],$$

z čehož plyne

$$v_1'' = p, \quad v_2'' = v_x''(1 + tan^2\varphi'') - p\,tan^2\varphi'' =$$
$$= \frac{v_x''}{cos^2\varphi''} - p\,tan^2\varphi'' = v_x'' + v_z'' - p. \tag{32}$$

Napětí v_1'' ruší se tu patrně se zevnitřním tlakem p, působí tedy kolmo k obvodu; v_2'' působí pak v tečně k obvodu, náležejíc k řezu kolmému.

Hlavní napětí v krajních bodech spáry mohli bychom určiti též přímo z rovnováhy elementárných hranolů, omezených povrchem, rovinou vodorovnou a rovinou kolmou k povrchu, pokud by šlo o napětí v_2', v_2''. Dospěli bychom tu, znajíce směr těchto napětí, ke vzorcům posledním.

Doslov.

Posavadní řešení založeno je na lineárném zákoně napětí v_x. Bylo by nyní vyšetřiti, pokud tento zákon při hrázích vyhovuje. Lineárný zákon normálného napětí platí při prutech stálého průřezu, jejichž rozměry

průřezové jsou poměrně malé proti délce, a to pro namáhání kombinací tahu neb tlaku s ohybem. Tloušťka hrází není ovšem stálá, nýbrž roste obyčejně velmi značně do hloubky. Mimo to při nesouměrném průžezu hráze nejsou vodorovné spáry kolmy ke střednici. Z obou příčin neplatí lineárný zákon napětí ν_x při hrázích přesně.

Podrobně obíral se touto otázkou M. L é v y, jenž vyšetřoval, kdy lineárný zákon napětí ν_x vyhovuje přesně obecné theorii pružnosti a výminkám, jež tato theorie poskytuje; ukázal též v některých jednoduchých případech, jaký výraz bylo by třeba voliti pro napětí ν_x, aby se přesně vyhovělo uvedeným výminkám. Lévy dokázal, že lineárný zákon napětí ν_x vyhovuje přesně výminkám, které dává obecná theorie pružnosti, při obdélníkovém průřezu hráze, je-li nádrž prázdná, tedy pro namáhání vlastní vahou, a při trojúhelníkovém průřezu pro vlastní váhu i pro vodní tlak, prochází-li hladina vody právě vrcholem trojúhelníka. Totéž platí o průřezu, odvozeném z trojúhelníka zvětšením šířky v části vrcholové a to při namáhání tlakem vody, jejíž hladina prochází vrcholem základního trojúhelníka. V jiných případech obtížení a tvarech průřezu dává lineárný zákon napětí ν_x většinou příznivé výsledky.

Pokud odvozené vzorce vyjadřují napětí jako funkce složek M, N, T výslednice zevnitřních sil pro určitou spáru, platí též v tom případě, působí-li ve spáře *vztlak*, který je po celé spáře stálý anebo mění se v celé spáře po zákoně přímky. Platí tedy ony vzorce, počítáme-li s plným vztlakem v celé spáře, nebo s jistým dílem tohoto vztlaku, anebo též se vztlakem, který na př. ubývá od návodního konce ke druhému konci spáry po zákoně přímky. Třeba jen počítati vztlak k ostatním silám zevnitřním, t. j. vlastní váze hráze a tlaku vody, a vyjádřiti M, N, T jako složky výslednice všech jmenovaných sil zevnitřních od vrcholu hráze až po uvažovanou spáru. Vztlak počítati jest ovšem pouze v uvažované spáře; vnikne-li voda případně do některých spar hořejších, působí v nich na zdivo silami, jež se navzájem ruší a nemění nikterak výslednici zevnitřních sil v jiných sparách.

Béřeme-li plný vztlak v celé spáře, předpokládáme tím, že celou sparou prochází trhlina. Pak nemohla by však hráz vůbec vzdorovati vodorovným silám; neboť porušením souvislosti hmoty vylučují se napětí tangenciálná ve spáře, vyplněním trhliny vodou odpadá pak také veškeré tření. Stačilo by tedy v praktických případech počítati pouze s částečným vztlakem ve spáře, jejž bylo by na př. možno stanoviti jako díl plného vztlaku se zřetelem k porovitosti zdiva, kterou by ovšem bylo třeba v každém případě zvláště určiti zkouškou.[1])

---

[1]) Viz F i l l u n g e r „*Der Auftrieb in Talsperren*“ (Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst, 1913, str. 532).

Příklad.

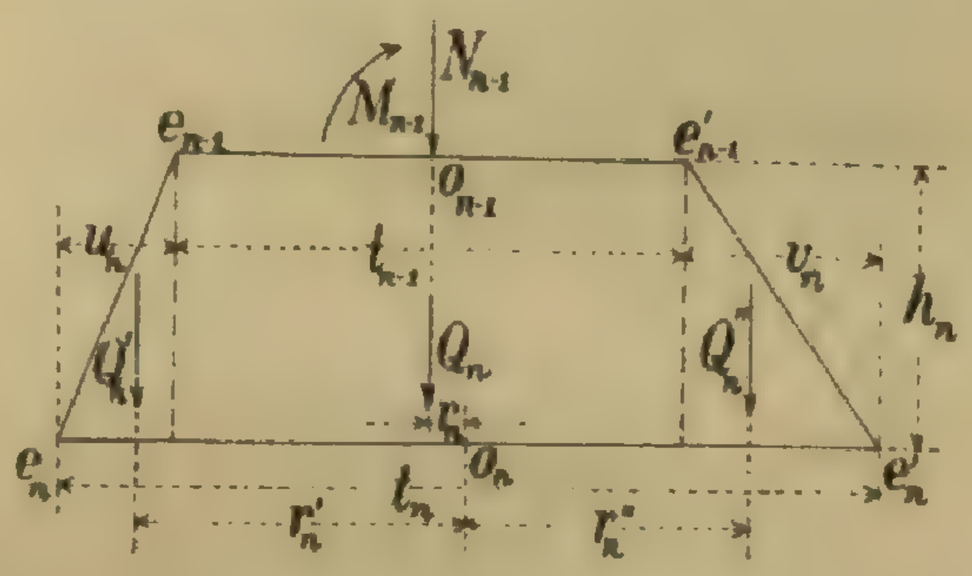
Buďtež vyšetřena napětí ve hrázi, jejíž průřez má tvar naznačený v obr. 14.[1]) Tloušťky v jednotlivých sparách vodorovných uvedeny jsou dále v tabulce. Měrná váha zdiva buď předpokládána $\gamma = 2{\cdot}3\ t/m^3$. Řešení provedeno budiž *pro vlastní váhu hráze, tlak vody*, jejíž hladina dosahuje vrcholu hráze, a *plný vztlak* vody v celé spáře vodorovné.

Složky výslednice zevnitřních sil pro libovolnou spáru určily by se graficky známým způsobem. Proveďme zde celé řešení počtem, při čemž přibližně pokládejme svislý průřez každé vrstvy za lichoběžník přímočarý a pro zjednodušení počtu rozdělme každou vrstvu ve střední část průřezu obdélníkového, váhy Q, a ve dvě části průřezů trojúhelníkových, vah Q' a Q'' (obr. 15.). Ve vrstvě n-té budou váhy těchto dílů

$$Q_n = \gamma\, b\, t_{n-1}\, h_n, \quad Q_n' = \frac{1}{2}\gamma\, b\, u_n\, h_n,$$

$$Q_n'' = \frac{1}{2}\gamma\, b\, v_n\, h_n,$$

značíme-li rozměry dle obrazce a béřeme-li pás hráze o šířce b; při výpočtu dalším zvolme $b = 1\ m$. Rozměry t, u, v dány jsou průřezem hráze a uvedeny dále v tabulce.



Obr. 15.

V horních čtyřech vrstvách je $h_n = 5{\cdot}2\ m$, ve spodních dvou vrstvách $h_n = 5{\cdot}0\ m$. Váhy Q, Q', Q'' dle předešlých vzorců vypočtené jsou obsaženy v další tabulce. Určíme dále ramena r_n, r_n', r_n'' sil Q_n, Q_n', Q_n'' ke středu o_n spáry $e_n e_n'$. Jsou-li úsečky v pravo směřující kladny, vychází

$$r_n = -\frac{t_n - t_{n-1}}{2} + u_n, \qquad r_n' = -\frac{t_n}{2} + \frac{2}{3}u_n, \qquad r_n'' = \frac{t_n}{2} - \frac{2}{3}v_n.$$

Ramena dle těchto vzorců určená jsou rovněž v tabulce.

Skládáme-li vlastní váhu jednotlivých vrstev ve výslednici, má tato v těžišti spodní spáry uvažované části složky M, N. Hráz nad sparou $e_{n-1}\, e_{n-1}'$ můžeme nahraditi složkami M_{n-1}, N_{n-1}, jež působí ve středu o_{n-1} spáry $e_{n-1}\, e_{n-1}'$. Pak je ve spáře $e_n\, e_n'$

normální síla $\quad N_n = N_{n-1} + Q_n + Q_n' + Q_n''$

a moment ohybový $\quad M_n = M_{n-1} + N_{n-1} r_n + Q_n r_n + Q_n' r_n' + Q_n'' r_n''$,

při čemž je kladným moment, který otáčí ve smyslu ručiček hodinových. Ve spáře vrcholové $e_0\, e_0'$, není-li tu nijakého obtížení, jest $M_0 = 0$, $N_0 = 0$; pak určíme postupně dle posledních vzorců

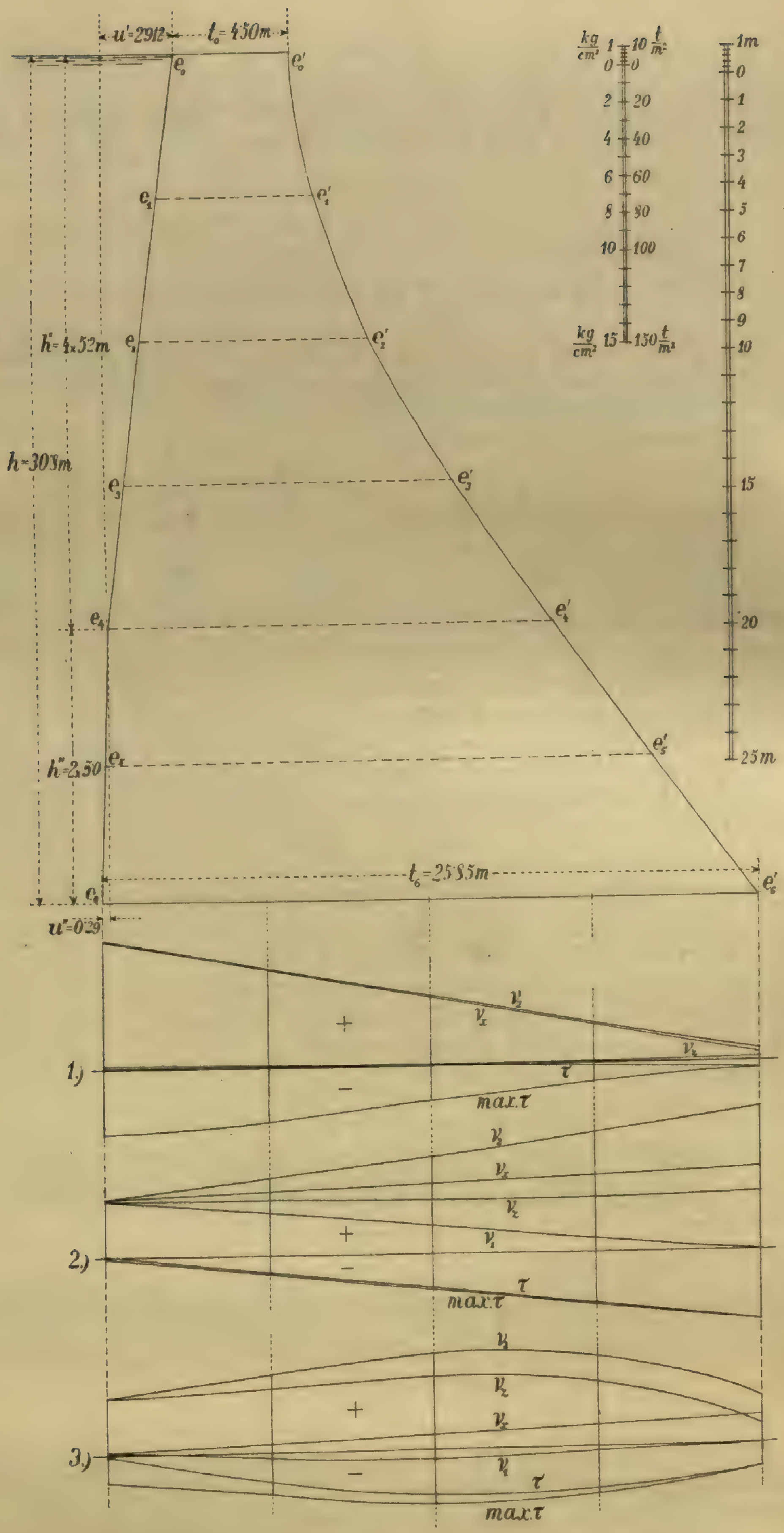
$$N_1 = Q_1 + Q_1' + Q_1'', \quad N_2 = N_1 + Q_2 + Q_2' + Q_2'', \quad N_3 = N_2 + Q_3 + Q_3' + Q_3'', \ldots.$$

$$M_1 = Q_1 r_1 + Q_1' r_1' + Q_1'' r_1'', \quad M_2 = M_1 + N_1 r_2 + Q_2 r_2 + Q_2' r_2' + Q_2'' r_2'',$$
$$M_3 = M_2 + N_2 r_3 + Q_3 r_3 + Q_3' r_3' + Q_3'' r_3'', \ldots.$$

Výsledky výpočtu dle těchto vzorců jsou v číselné tabulce, jež obsahuje síly v t, délky v m, momenty tedy v $m\,t$. Tím určeny jsou ve všech sparách normálné síly a momenty, vyvozené vlastní vahou.

---

[1]) Hráz *na Doubravce u Pařížova*, viz Technický Obzor, r. 1914, str. 170.


u'=2912
t_o=4·50m
e_o
e_o'
e_1
e_1'
h'=4·52m
e_2
e_2'
h=3·03m
e_3
e_3'
e_4
e_4'
h''=2·50
e_5
e_5'
t_o=25·85m
e_o'
e_o
u'=0·29
γ_z
γ_x
γ_y
τ
1.)
max.τ
γ_z
γ_x
γ_y
τ
2.)
max.τ
γ_y
γ_z
γ_x
γ_y
τ
3.)
max.τ
kg/cm² 1 10 t/m²
0 0
2 20
4 40
6 60
8 80
10 100
kg/cm² 15 150 t/m²
1m
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
15
20
25m

Obr. 14.

Tabulka rozměrů a vlastní váhy.

n	t_n	u_n	v_n	Q_n	r_n	Q_n'	r_n'	Q_n''	r_n''	N_n	M_n
0	4·500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	6·150	0·728	0·922	53·820	— 0·127	4·353	— 2·590	5·514	2·460	63·687	— 4·545
2	8·930	0·728	2·052	73·554	— 0·662	4·353	— 3·980	12·271	3·097	153·865	— 74·721
3	12·960	0·728	3·302	106·803	— 1·287	4·353	— 5·995	19·746	4·279	284·767	— 341·121
4	17·520	0·728	3·832	155·002	— 1·552	4·353	— 8·275	22·915	6·205	467·037	— 917·475
5	21·570	0·145	3·905	201·480	— 1·880	0·834	— 10·688	22·454	8·182	691·805	— 1999·482
6	25·850	0·145	4·165	248·055	— 1·995	0·834	— 12·828	23·949	10·148	964·643	— 3642·168

Výpočet napětí budiž proveden pro spáru $e_4 e_4'$ a $e_6 e_6'$.

a) **Napětí ve spáře $e_4 e_4'$:** Pro tuto spáru jest

$$\tan\varphi' = \frac{3{\cdot}832}{5{\cdot}2} = 0{\cdot}73692, \qquad \tan\varphi'' = \frac{0{\cdot}728}{5{\cdot}2} = 0{\cdot}14,$$

béřeme-li tu úhly, jež platí pro obvodové čáry vrstvy horní a nahrazujeme-li na pravé straně obvodovou křivku přibližně tětivou. Pak jest ovšem $\frac{d^2 z'}{d x^2} = \frac{d^2 z''}{d x^2} = 0$. Tloušťka spáry činí $t = 17{\cdot}52\ m$, šířka uvažovaného pásu opět $b = 1\ m$.

1. Při *nádrži prázdné* namahána je hráz pouze vlastní vahou, jež dává pro spáru $e_4 e_4'$ dle tabulky hořejší

$$N = 467{\cdot}037\ t, \quad M = -917{\cdot}475\ m\,t.$$

Ke stanovení napětí potřebujeme hodnoty v_x', v_x'', jež dle vzorců (18′), (18″) činí zde

$$v_x' = \frac{N}{b\,t} + \frac{6\,M}{b\,t^2} = 8{\cdot}725\ t/m^2, \qquad v_x'' = \frac{N}{b\,t} - \frac{6\,M}{b\,t^2} = 44{\cdot}489\ t/m^2.$$

Dále určíme dle rovnic (20′), (20″), jelikož při prázdné nádrži $p = 0$,

$$\tau' = -v_x' \tan\varphi' = -6{\cdot}430\ t/m^2, \quad \tau'' = (v_x'' - p)\tan\varphi'' = 6{\cdot}228\ t/m^2.$$

Poněvadž též $\gamma_1 = 0$, $T = 0$, dávají vzorce (22) dosazením hodnot již určených součinitele

$$\beta_1 = 4{\cdot}738\ t/m^2, \quad \beta_2 = -9{\cdot}279\ t/m^2, \quad \beta_3 = 5{\cdot}416\ t/m^2, \quad \beta_4 = 4{\cdot}511\ t/m^2.$$

Pak dají vzorce (18ª), (20ª) a (21ª) v pravém kraji spáry pro $z = e = \frac{t}{2}$ napětí

$$v_x' = 8{\cdot}73\ t/m^2, \quad \tau' = -6{\cdot}43\ t/m^2, \quad v_z' = \beta_1 = 4{\cdot}74\ t/m^2;$$

v levém kraji spáry, kde $z = -e$, mají napětí hodnoty

$$v_x'' = 44{\cdot}49\ t/m^2, \quad \tau'' = 6{\cdot}23\ t/m^2, \quad v_z'' = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0{\cdot}87\ t/m^2;$$

uprostřed spáry je $z = 0$ a vychází

$$v_{x,0} = \frac{v_x' + v_x''}{2} = 26{\cdot}66\ t/m^2, \qquad \tau_0 = -\frac{1}{4}\left(\tau' + \tau'' + \frac{6\,T}{b\,t}\right) = 0{\cdot}05\ t/m^2,$$

$$v_{z,0} = \beta_1 + \frac{\beta_2}{2} + \frac{\beta_3}{4} + \frac{\beta_4}{8} = 2{\cdot}02\ t/m^2.$$

Hlavní napětí v krajním bodě pravém působí v tečně a kolmici k obvodu a mají dle vzorců (31) hodnoty

$$\nu_1' = 0, \quad \nu_2' = \nu_x' + \nu_z' = 13{\cdot}47\ t/m^2;$$

dle vzorce (30) je pak největší napětí tangenciálné

$$max\ \tau = \frac{1}{2}(\nu_2' - \nu_1') = 6{\cdot}73\ t/m^2.$$

V levém kraji spáry působí hlavní napětí rovněž v tečně a kolmici k obvodu; dle vzorců (32) je tu

$$\nu_1'' = p = 0, \quad \nu_2'' = \nu_x'' + \nu_z'' - p = 45{\cdot}37\ t/m^2,$$

dále dle vzorce (30)

$$max\ \tau = \frac{1}{2}(\nu_2'' - \nu_1'') = 22{\cdot}69\ t/m^2.$$

Uprostřed spáry užijeme obecného vzorce (29) pro napětí hlavní, jež tu vyjdou

$$\nu_1 = 2{\cdot}02\ t/m^2, \quad \nu_2 = 26{\cdot}66\ t/m^2.$$

Směry jejich určuje vzorec (28), z něhož

$$tan\ 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\nu_z - \nu_x} = -0{\cdot}004058;$$

tomu hoví ostrý úhel

$$2\alpha_0 = -0^0\ 14', \quad \text{tedy} \quad \alpha_0 = -0^0\ 7',$$

jakož i

$$\alpha_0 + 90^0 = 89^0\ 53'.$$

Poněvadž je tu $\nu_x > \nu_z$ a τ je kladné, dává kladný úhel ostrý $(\alpha_0 + 90^0)$ paprsek napětí ν_1. Opět pak je tu

$$max\ \tau = \frac{1}{2}(\nu_2 - \nu_1) = 12{\cdot}32\ t/m^2.$$

Největší napětí tangenciálná působí vesměs v paprscích, jež půlí úhly hlavních os.

Veškerá napětí mají zde největší prosté hodnoty na krajích spáry.

2. Při *nádrži plné* působí vedle vlastní váhy též vodní tlak. Pro spáru $e_4 e_4'$ je (dle obr. 14.) svislá složka vodního tlaku při měrné váze $\gamma_1 = 1\ t/m^3$

$$V = \frac{1}{2}\gamma_1 b h' u' = 30{\cdot}285\ t,$$

vodorovná složka vodního tlaku

$$H = \frac{1}{2}\gamma_1 b h'^2 = 216{\cdot}320\ t$$

a moment vodního tlaku ke středu spáry

$$M = H\frac{h'}{3} - V\left(\frac{t}{2} - \frac{u'}{3}\right) = 1263{\cdot}929\ m\ t.$$

Připočteme-li hodnoty plynoucí z vlastní váhy, obdržíme celkem

normálnou sílu $N = 476{\cdot}037 + 30{\cdot}285 = 497{\cdot}322\ t,$
tangenciálnou sílu $T = H = 216{\cdot}320\ t$
a moment ohybový $M = 1263{\cdot}929 - 917{\cdot}475 = 346{\cdot}454\ m\ t.$

Poměrný tlak vody je tu

$$p = \gamma_1 h' = 20{\cdot}8\ t/m^2.$$

Výpočet napětí provedeme jako při vlastní váze. Určíme dle vzorců (18′), (18″) napětí

$$v_x' = 35{\cdot}157\ t/m^2, \quad v_x'' = 21{\cdot}615\ t/m^2,$$

dle vzorců (20′), (20″) napětí

$$\tau' = -25{\cdot}908\ t/m^2, \quad \tau'' = 0{\cdot}114\ t/m^2$$

a dle vzorců (22) součinitele

$$\beta_1 = 19{\cdot}092\ t/m^2, \quad \beta_2 = -6{\cdot}170\ t/m^2, \quad \beta_3 = 7{\cdot}893\ t/m^2, \quad \beta_4 = 6{\cdot}179\ t/m^2;$$

konečně si vypočteme

$$\frac{6T}{b\,t} = 74{\cdot}084\ t/m^2.$$

Napětí v krajních bodech i uprostřed spáry stanovíme dle vzorců uvedených při vlastní váze. Stejně určíme i napětí hlavní a největší napětí tangenciálná. Vyjde pak

pro	$z =$	e ,	0 ,	$-e$
napětí	$v_x =$	35·16,	28·39,	21·62 t/m^2,
,,	$\tau =$	−25·91,	−12·07,	0·11 t/m^2,
,,	$v_z =$	19·09,	18·75,	20·82 t/m^2,
hlavní napětí	$v_1 =$	0 ,	10·58,	20·80 t/m^2,
,, ,,	$v_2 =$	54·25,	36·57,	21·64 t/m^2,
napětí	$max\,\tau =$	27·13,	13·00,	0·42 t/m^2.

V obou krajních bodech spáry působí napětí hlavní opět v tečně a kolmici k obvodu hráze; ve středu spáry užijeme zase vzorce (28), jenž dá

$$tan\ 2\alpha_0 = 2{\cdot}5042, \text{ tedy } 2\alpha_0 = 68^0\ 14',$$

$$\alpha_0 = 34^0\ 7', \quad \alpha_0 - 90^0 = -55^0\ 53'.$$

Poněvadž je zde $v_x > v_z$ a $\tau < 0$, náleží kladný ostrý úhel α_0 paprsku napětí v_2. Také při plné nádrži mají všechna napětí největší prosté hodnoty na krajích spáry.

3. *Vztlak* můžeme řešiti buď tak, že připočteme ho k ostatním silám zevnitřním, stanovíme složky M, N, T pro výslednici všech těchto sil a počítáme přímo napětí celková; anebo, jsou-li předem určena napětí vyvozená vlastní vahou a vodním tlakem, stanovíme účinek vztlaku zvláště a napětí příslušná připočteme k ostatním.

Předpokládejme, že by vztlak působil ve spáře $e_4 e_4'$ plnou hodnotou, jež odpovídá hloubce spáry pod hladinou vodní, t. j. 20·8 t/m^2. Vztlak rozdělený po spáře rovnoměrně dá výslednici

$$N = -20{\cdot}8\ .\ 17{\cdot}52\ .\ 1 = -364{\cdot}416\ t;$$

poněvadž je síla N svislá a působí uprostřed spáry, jest $T = 0$, $M = 0$.[1]) Vynecháme-li vlastní váhu a tlak vodní, tedy uvažujeme vztlak sám o sobě, třeba položiti

$$\gamma = 0, \ \gamma_1 = 0, \ p = 0.$$

Pak jest

$$v_x = v_x' = v_x'' = \frac{N}{b\,t} = -20{\cdot}8\ t/m^2,$$

---

[1]) Kdybychom předpokládali jiný zákon vztlaku, na př. ubývání ve spáře po zákoně přímky, stanovili bychom snadno příslušnou sílu N a moment M.

dle vzorců (20′), (20″) dále

$$\tau' = 15{\cdot}328\ t/m^2,\quad \tau'' = -2{\cdot}912\ t/m^2;$$

vzorce (22) pro součinitele β dají tu

$$\beta_1 = \frac{N}{b\,t}\,tan^2\,\varphi' = -11{\cdot}296\ t/m^2,\quad \beta_2 = -\frac{4\,N}{b\,t}\,(2\,tan\,\varphi' - tan\,\varphi'')\,tan\,\varphi' = 81{\cdot}780\ t/m^2,$$

$$\beta_3 - \frac{N}{b\,t}\,(7\,tan^2\,\varphi' - 4\,tan\,\varphi'\,tan\,\varphi'' + tan^2\,\varphi'') = -70{\cdot}892\ t/m^2,$$

$$\beta_4 = \frac{6\,N}{b\,t}\,(tan^2\,\varphi' - tan^2\,\varphi'') = -65{\cdot}327\ t/m^2.$$

Jako v předešlých případech určíme pak

pro	$z =$	e,	0,	$-e$,
napětí	$\nu_x =$	−20·8,	−20·8,	−20·8 t/m^2,
	$\tau =$	15·33,	− 3·10,	− 2·91 t/m^2,
	$\nu_z =$	−11·30,	3·71,	− 0·41 t/m^2,

Sečteme-li poslední hodnoty algebraicky s hodnotami, jež jsme určili pro vlastní váhu a vodní tlak (v případě 2.), obdržíme napětí celková, z nichž stanovíme jako dříve napětí hlavní a $max\ \tau$. Vyjde pak

pro	$z =$	e,	0,	$-e$
celkové napětí	$\nu_x =$	14·36,	7·59,	0·82 t/m^2,
	$\tau =$	−10·58,	−15·17,	− 2·80 t/m^2,
	$\nu_z =$	7·79,	22·46,	20·41 t/m^2;
napětí hlavní	$\nu_1 =$	0,	− 1·87,	0·43 t/m^2,
	$\nu_2 =$	22·15,	31·92,	20·80 t/m^2,
a napětí	$max\,\tau =$	11·08,	16·90,	10·19 t/m^2.

V krajních bodech spáry zůstávají hlavní osy i při vztlaku tytéž; tu bychom tedy mohli stanoviti ν_1, ν_2 a $max\ \tau$ pro vztlak zvláště a připočísti algebraicky k hodnotám platným pro vlastní váhu a vodní tlak. V ostatních bodech spáry můžeme však určiti hlavní napětí i $max\ \tau$ jen z výsledných hodnot napětí ν_x, ν_z a τ. Ve středu spáry dá vzorec (28)

$$tan\ 2\,\alpha_0 = -2{\cdot}0403,\quad \text{z čehož}\quad 2\,\alpha_0 = -63^0\,53',$$

$$\alpha_0 = -31^0\,56{\cdot}5',\quad \alpha_0 + 90^0 = 58^0\,3{\cdot}5'.$$

Jelikož tu je $\nu_x < \nu_z$ a $\tau < 0$, náleží kladný úhel ostrý $(\alpha_0 + 90^0)$ nejmenšímu napětí ν_1.

Uvažujeme-li plný vztlak v celé spáře, přicházíme tu k výsledku, že již nejsou krajní napětí hlavní největšími napětími ve spáře; bylo by tedy třeba stanoviti největší napětí hlavní ve spáře i největší hodnotu $max\ \tau$ vyšetřením příslušných čar z dostatečného počtu bodů. Mimo to vychází tu uvnitř spáry jedno hlavní napětí jako tah.

b) **Napětí ve spáře** $e_6 e_6'$: Tloušťka spáry jest $t = 25{\cdot}85\ m$. Béřeme-li zase omezení hráze ve výšce spodní vrstvy po obou stranách přibližně za přímé, jest

$$\frac{d^2\,z'}{d\,x^2} = \frac{d^2\,z''}{d\,x^2} = 0 \quad \text{a} \quad tan\,\varphi' \doteq \frac{4{\cdot}165}{5{\cdot}000} = 0{\cdot}833,\quad tan\,\varphi'' = \frac{0{\cdot}29}{10} = 0{\cdot}029.$$

Stanovme zde podrobněji průběh napětí; určíme jejich hodnoty v bodech krajních a v bodech, jež dělí tloušťku spáry na čtvrtiny. Při každém obtížení určíme

nejprve dle vzorců (18′), (18″) napětí σ_x', σ_x'', pak dle vzorců (20′), (20″) napětí τ', τ'', dále hodnotu $\frac{3\,T}{b\,e}$ a konečně dle vzorců (22) součinitele β_1, β_2, β_3, β_4. Pak obdržíme v pravém kraji spáry, kde $z = e = \frac{l}{2}$, napětí

$$\sigma_x',\ \tau',\ \sigma_z' = \beta_1.$$

V bodě, jenž má úsečku $z = \frac{e}{2}$, vychází ze vzorců (18ª), (20ª) a (21ª) napětí

$$\sigma_x = \frac{3\,\sigma_x' + \sigma_x''}{4},\quad \tau = \frac{1}{16}\left(3\,\tau' - 5\,\tau'' - 3\,.\,\frac{3\,T}{b\,e}\right),\quad \sigma_z = \beta_1 + \frac{\beta_2}{4} + \frac{\beta_3}{16} + \frac{3\,\beta_4}{64}.$$

Uprostřed spáry je $z = 0$ a

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x' + \sigma_x''}{2},\quad \tau = -\frac{1}{4}\left(\tau' + \tau'' + \frac{3\,T}{b\,e}\right),\quad \sigma_z = \beta_1 + \frac{\beta_2}{2} + \frac{\beta_3}{4} + \frac{\beta_4}{8}.$$

Ve vzdálenosti $z = -\frac{e}{2}$ od středu obdržíme

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x' + 3\,\sigma_x''}{4},\quad \tau = \frac{1}{16}\left(-5\,\tau' + 3\,\tau'' - 3\,.\,\frac{3\,T}{b\,e}\right),$$

$$\sigma_z = \beta_1 + \frac{3\,\beta_2}{4} + \frac{9\,\beta_3}{16} + \frac{9\,\beta_4}{64}.$$

V levém kraji spáry, kde $z = -e$, jsou konečně napětí

$$\sigma_x'',\quad \tau'',\quad \sigma_z'' = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3.$$

Známe-li napětí σ_x, σ_z, τ, určíme pak v každém bodě spáry napětí hlavní dle vzorce (29), případně v bodech krajních dle jednodušších vzorců (31), (32). Hlavní osy dány jsou vzorcem (28), jemuž hoví dva úhly, lišící se o 90°; který z nich náleží napětí σ_1 a který σ_2, určují pravidla odvozená při obecném vyšetřování hlavních napětí. V krajních bodech spáry působí ovšem napětí hlavní v tečně a kolmici k obvodu hráze. Konečně stanovíme v každém bodě *max* τ dle vzorce (30).

1. Při *nádrži prázdné* působí pouze vlastní váha hráze. Dle tabulky číselné, uvedené v předu, obdržíme tu

$$N = 964{\cdot}643\ t,\quad M = -3642{\cdot}168\ mt.$$

Jelikož vynecháváme tlak vodní, jest $T = 0$, $\gamma_1 = 0$, $p = 0$. Dosazením těchto hodnot do vzorců určíme

$$\sigma_x' = 4{\cdot}617\ t/m^2,\quad \sigma_x'' = 70{\cdot}017\ t/m^2;$$

$$\tau' = -3{\cdot}846\ t/m^2,\quad \tau'' = 2{\cdot}030\ t/m^2,\quad \frac{3\,T}{b\,e} = 0;$$

$$\beta_1 = 3{\cdot}204\ t/m^2,\quad \beta_2 = -14{\cdot}704\ t/m^2,\quad \beta_3 = 11{\cdot}562\ t/m^2,\quad \beta_4 = 10{\cdot}173\ t/m^2.$$

Podle vzorců a postupem nahoře obecně uvedeným obdržíme v jednotlivých bodech spáry tato napětí a úhly:

pro	$z =$	e,	$\frac{e}{2}$,	0,	$-\frac{e}{2}$,	$-e$,	
jest	$\sigma_x =$	4·62,	20·97,	37·32,	53·67,	70·02	t/m^2,
	$\tau = -$	3·85,	−1·36,	0·45,	1·58,	2·03	t/m^2,
	$\sigma_z =$	3·20,	0·73,	0·02,	0·11,	0·06	t/m^2,

$\nu_1 =$	0,	0·64,	0·01,	0·09,	0 t/m^2,
$\alpha_1 =$	$-50^0\ 12'$,	$-86^0\ 10{\cdot}5'$,	$89^0\ 18{\cdot}5'$,	$88^0\ 18{\cdot}5'$,	$88^0\ 20'$,
$\nu_2 =$	7·82,	21·06,	37·33,	53·72,	70·08 t/m^2,
$\alpha_2 =$	$39^0\ 48'$,	$3^0\ 49{\cdot}5'$,	$-0^0\ 41{\cdot}5'$,	$-1^0\ 41{\cdot}5'$,	$-1^0\ 40'$,
$max\ \tau =$	3·91,	10·21,	18·66,	29·32,	35·04 t/m^2.

2. Při *nádrži plné* přibývá ke složkám M, N vyvozeným vlastní vahou ještě svislý tlak vody (dle obr. 14.)

$$V = \frac{1}{2}\gamma_1 b\, h'\, u' + \frac{1}{2}\gamma_1 b\, h''\, u'' + \gamma_1 b\, h'\, u'' = 37{\cdot}767\ t\ ,$$

vodorovný tlak

$$H = \frac{1}{2}\gamma_1 b\, h^2 = 474{\cdot}320\ t$$

a moment

$$M = H\ .\ \frac{h}{3} - \frac{1}{2}\gamma_1 b\, h'\, u' \left(\frac{t}{2} - u'' - \frac{u'}{3}\right) - \frac{1}{2}\gamma_1 b\, h''\, u'' \left(\frac{t}{2} - \frac{u''}{3}\right) -$$

$$- \gamma_1 b\, h'\, u' \left(\frac{t}{2} - \frac{u''}{2}\right) = 4420{\cdot}751\ mt.$$

Pak obdržíme celkem pro vlastní váhu a vodní tlak

normálnou sílu $N = 964{\cdot}643 + 37{\cdot}767 = 1002{\cdot}410\ t$,

tangenciálnou sílu $T = H = 474{\cdot}320\ t$

a moment ohybový $M = -3642{\cdot}168 + 4420{\cdot}751 = 778{\cdot}583\ mt$.

Poměrný tlak vodní ve hloubce spáry $c_6 e_6'$ jest $p = \gamma_1 h = 30{\cdot}8\ t/m^2$, měrná váha vody $\gamma_1 = 1\ t/m^3$.

Jako v případě prvém stanovíme tu

$$\nu_x' = 45{\cdot}770\ t/m^2, \quad \nu_x'' = 31{\cdot}786\ t/m^2\ ;$$

$$\tau' = -38{\cdot}126\ t/m^2, \quad \tau'' = 0{\cdot}029\ t/m^2, \quad \frac{3T}{b\,e} = 110{\cdot}094\ t/m^2,$$

$$\beta_1 = 31{\cdot}759\ t/m^2, \quad \beta_2 = -11{\cdot}330\ t/m^2, \quad \beta_3 = 10{\cdot}371\ t/m^2, \quad \beta_4 = 8{\cdot}408\ t/m^2.$$

Z toho dále určíme

pro $z =$	e,	$\frac{e}{2}$,	0,	$-\frac{e}{2}$,	$-e$,
$\nu_x =$	45·77,	42·27,	38·78,	35·28,	31·79 t/m^2,
$\tau =$	−38·13,	−27·80,	−18·00,	− 8·72,	0·03 t/m^2,
$\nu_z =$	31·76,	30·04,	29·74,	30·50,	30·80 t/m^2,
$\nu_1 =$	0,	7·64,	15·70,	23·85,	30·80 t/m^2,
$\alpha_1 =$	$-50^0\ 12'$,	$-51^0\ 12'$,	$-52^0\ 3'$,	$-52^0\ 39{\cdot}5'$,	$88^0\ 20'$,
$\nu_2 =$	77·53,	64·62,	52·82,	41·93,	31·79 t/m^2,
$\alpha_2 =$	$39^0\ 48'$,	$38^0\ 48'$,	$37^0\ 57'$,	$37^0\ 20{\cdot}5'$,	$-1^0\ 40'$,
$max\ \tau =$	38·77,	28·49,	18·56,	9·04,	0·49 t/m^2.

3. Účinek plného *vztlaku* v celé spáře určíme o sobě, stanovíme-li z tlaku $30{\cdot}8\ t/m^2$, jenž odpovídá hloubce spáry, normálnou sílu

$$N = -30{\cdot}8\ .\ 25{\cdot}85\ .\ 1 = -796{\cdot}180\ t.$$

Všechny ostatní hodnoty, týkající se zevnitřních sil, odpadají; tedy $M = 0$, $T = 0$, $p = 0$, $\gamma = 0$, $\gamma_1 = 0$. Pak určíme

$$\nu_x = \nu_x' = \nu_x'' = -30{\cdot}8\ t/m^2\ ;$$

$$\tau' = 25{\cdot}656\ t/m^2, \quad \tau'' = -0{\cdot}893\ t/m^2, \quad \frac{3T}{be} = 0;$$

$$\beta_1 = -21{\cdot}371\ t/m^2, \quad \beta_2 = 167{\cdot}998\ t/m^2, \quad \beta_3 = -146{\cdot}652\ t/m^2, \quad \beta_4 = -128{\cdot}075\ t/m^2.$$

Napětí v_x je stálé; τ a v_z mají pro

	$z =$	e,	$\frac{e}{2}$,	0,	$-\frac{e}{2}$,	$-e$,
hodnoty	$\tau =$	25·66,	5·09,	— 6·19,	— 8·12,	— 0·89 t/m^2,
	$v_z =$	— 21·37,	5·46,	9·96,	4·12,	— 0·03 t/m^2.

Takto stanovené hodnoty v_x, τ, v_z připočteme algebraicky k hodnotám týchž napětí, jež vyvozeny jsou vlastní vahou a vodním tlakem. Z celkových napětí určíme pak jako v předešlých případech napětí hlavní a jejich směry i *max* τ. Celkem obdržíme

pro $z =$	e,	$\frac{e}{2}$,	0,	$-\frac{e}{2}$,	$-e$,
$v_x =$	14·97,	11·47,	7·98,	4·48,	0·99 t/m^2,
$\tau =$	— 12·47,	— 22·71,	— 24·19,	— 16·84,	— 0·87 t/m^2,
$v_z =$	10·39,	35·50,	39·69,	34·62,	30·78 t/m^2,
$v_1 =$	0,	— 2·21,	— 5·09,	— 3·05,	0·97 t/m^2,
$\alpha_1 =$	— 50° 12′,	58° 56·5′,	28° 23′,	65° 55′,	— 1° 40′,
$v_2 =$	25·36,	49·18,	52·76,	42·15,	30·80 t/m^2,
$\alpha_2 =$	39° 48′,	— 31° 3·5′,	— 61° 37′,	— 24° 5′,	88° 20′,
max $\tau =$	12·68,	25·70,	28·93,	22·60,	14·92 t/m^2.

Výsledky výpočtu pro případy 1., 2. i 3. znázorněny jsou ve spáře $e_6 e_6'$ na obr. 14. obrazci napětí, v nichž nanesena dle připojeného měřidla napětí jednotlivá jako pořadnice příslušných čar. Napětí *max* τ nanesena při tom na zápornou stranu osy. Kdybychom určili jednotlivá napětí i hlavní osy ve větším počtu bodů v různých sparách, mohli bychom stanoviti ve svislém průřezu hráze čáry největších a nejmenších napětí (největších a nejmenších stlačení) i čáry největších napětí tangenciálných.

Porovnáním výsledků shledáváme, že při vlastní váze i vodním tlaku mají veškerá napětí největší prosté hodnoty v krajních bodech spáry; výjimku činí pouze nejmenší napětí (v_1) při vlastní váze, jež však má hodnotu velmi malou a pro stabilitu hráze nerozhodnou. *Stačila by tedy pro vlastní váhu a vodní tlak napětí v krajních bodech spáry*, jejichž hodnoty stanovily by se snadno též graficky. *Uvažujeme-li* však vedle vlastní váhy a vodního tlaku *též plný vztlak* v celé spáře, *tu mají všechna napětí, vyjímaje* v_x, *největší prosté hodnoty uvnitř spáry*, i bylo by tu podrobně vyšetřiti čáry jednotlivých napětí a z nich odvoditi maxima jejich. Dále vychází v tomto případě, že nejmenší napětí v_1 je téměř v celé spáře tahem. Ovšem předpoklad plného vztlaku v celé spáře nemůže při stabilní hrázi odpovídati skutečnosti; napětí za tohoto předpokladu vypočtená se skutečně nevyskytnou.

XV.

O vlivu odstředivé síly na rostlinné buňky.

Napsal

Dr. **Bohumil Němec.**

S 10 mikrofotografiemi v textu.

(Práce z ústavu pro fysiologii rostlin c. k. české university.)

Předloženo ve schůzi dne 12. března 1915.

Před třinácti léty počal jsem zkoumati vliv odstředivé síly na rostlinné buňky, zprvu vzhledem k otázkám geotropismu se týkajícím, později též s ohledem na dělení jader a buněk. Část výsledků uveřejnil jsem již r. 1902, pak opět r. 1910.[1]) Zkoumal jsem zprvu účinek slabých sil odstředivých, později užil jsem silnějších. Nejsilnější centrifugální síla mnou užitá byla 150 *g*. Zprvu měl jsem k disposici centrifugální přístroj poháněný vodním motorem, pak Altmannův ruční, konečně malý Bender-Hobeinův elektrickou silou poháněný. Sdělení moje mají ráz *předběžný*, poněvadž chci své výzkumy doplniti ještě užitím větších sil centrifugálních. Také se nebudou týkati všech problémů, o nichž jsem pracoval, nýbrž jen dělení jaderného.

Nejdůležitější z prací dosud uveřejněných o vlivu odstředivé síly na rostliny (Mottier, Küster, Andrews, von Wisselingh atd.) je práce Mottierova.[2]) Ve chloupkách nitek prašných u *Tradescantie* zkoumal též vliv odstředivé síly na dělící figury. Stanovil, že se chová celá figura jako jednotné specificky těžší tělísko. Při posunutí v jeden konec buňky pozoroval v jednom případě zakřivení vřeténka spojovacího (obr. 7). Soudí, že achromatická vlákna kladou jistý odpor chromosomům na ně tlačícím při centrifugování, ale tlak ten vydrží.

[1]) Němec B.: Das Problem der Befruchtungsvorgänge etc. Berlin, Gebr. Borntraeger, 1910, Pag. 138, 412.

[2]) Mottier, David M.: The effect of centrifugal force upon the cell. Ann. of Botany, V. XIII., 1899, pag. 325.

Obr. 1. Z podélného řezu kořenem hrachu centrifugovaného po 7 minut. Ve dvou středních řadách šikmé figury dělící. (Zvětšení na všech obr. asi 300.)

Vzácně též jiná rozrušení figury dělící stanovil (p. 338). Dle svých zkušeností soudím, že buňky, v nichž případy takové byly Mottierem stanoveny, nebyly úplně zdrávy. Neboť v mých pokusech neměla odstředivá síla ve zdravých buňkách nikdy za následek nějaké zřetelné porušení figury dělící, ony individuální nestejnosti mezi figurami, na jaké jsme zvykli v normálních pletivech necentrifugovaných, jsou zde také, ale nikoli v míře zvýšené. Pouze vzácně jsem ve zdravém centrifugovaném kořenu bobu viděl slabě ve tvaru S prohnuté figury většinou v telofási se nalézající (obr. 8, 9). U hrachu jsem takých, byť slabounkých deformací neviděl. Za to, jakmile se kořen nalézal v poměrech abnormních, jako po chloralisování, objevily se rozmanité deformace dělících figur velice hojně.

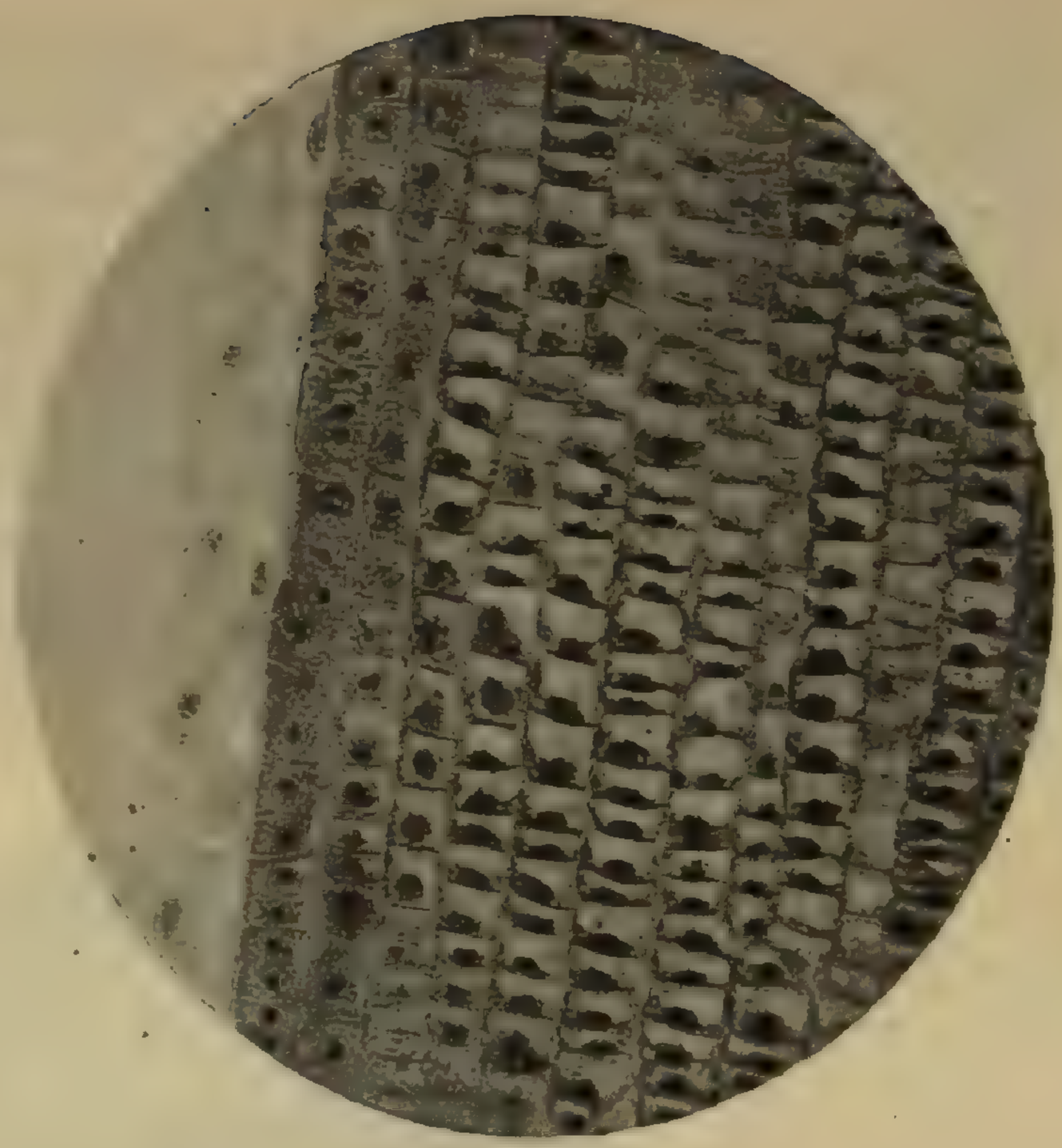
K pokusům užito hlavních kořenů klíčních rostlin hrachu (*Pisum sativum*), bobu (*Vicia faba*), ricinu (*Ricinus zanzibariensis* a jiné druhy), tykve (*Cucurbita pepo*). Kořeny ihned po skončení pokusu fixovány ve slabém Flemmingově roztoku, zality do parafinu a řezy barveny železitým hematoxylinem.

Již po centrifugování kořenů hrachu a bobu, které trvalo 7 minut a při němž působila síla 150 *g*, posunuta byla všecka jádra periblemu buněk v zoně za vlastním meristematickým kuželem vrcholu kořenového až ke blanám buněčným, ať byl kořen centrifugován v jakémkoli směru vzhledem k jeho ose. V šikmo orientovaných kořenech posunuta byla jádra do rohu, při centrifugování ve směru kolmém na podélnou osu kořenu k podélné stěně buněčné. Jádro ve vlastním meristematickém kuželu, jakož i v meristematických částech pleromu neb dermatogenu, pokud buňky jsou vyplněny stejnoměrně cytoplasmou, ve směru působení odstředivé síly však posunuta dosud nejsou.

Též cytoplasma oněch buněk, v nichž jádra byla posunuta, je jednostranně nahromaděna odstředivě, kdežto vakuoly jsou většinou splynulé v jednu jedinou vakuolu velikou dostředivě uloženou. Mezi ní a blanou buněčnou je pouze slabá vrstvička cytoplasmy. Pokud jsou v cytoplasmě

plastidy se škrobem (amyloplasty), jsou též odstředivě posunuty. Vzhledem k mitochondriím jsem centrifugovaných kořenů nezkoumal.

Dělící figury jsou všecky ve zmíněných buňkách (obr. 1—9) tolikéž odstředivě posunuty. I taková stadia, kde se právě zakládá přehrádka, jsou posunuta odstředivě, vyjímaje případy, kdy přehrádka je již ke stěnám mateřské buňky přirostlá. Je-li však přirostlá pouze jednostranně, je zakřivena odstředivě volným svým okrajem a s ní též obě jádra, mezi nimiž se přehrádka zakládá.

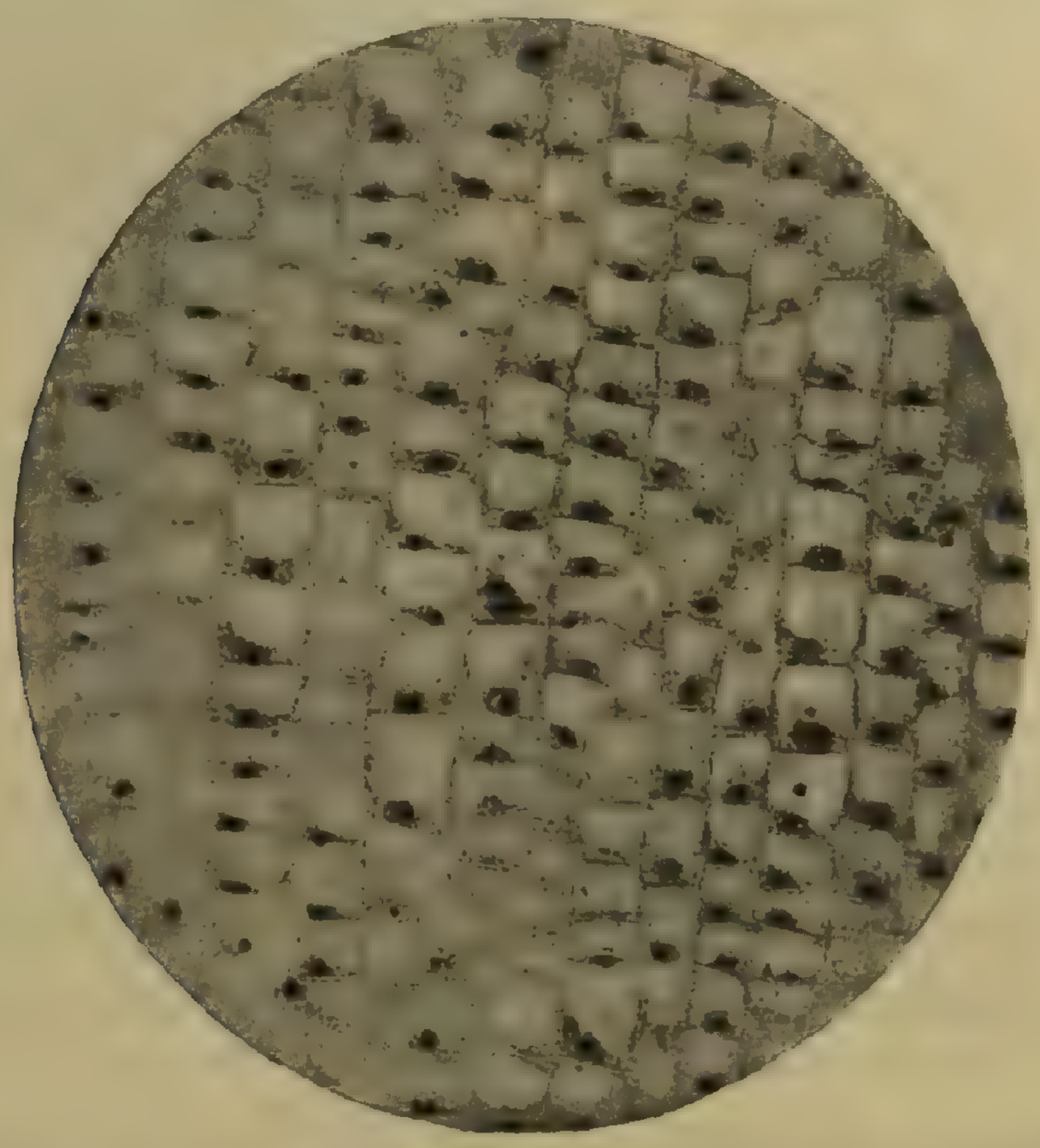


Obr. 2. Totéž jako v obr. 1.
Šikmá metakinesa ve třetí vrstvě korové.

Pokud v dělící figuře je viditelno na preparátech achromatické vřeténko, chová se figura jako celek. Nepodařilo se mi tu v žádném případu odděliti od sebe obě skupiny chromosomů dceřinných ani základy dceřinných jader, pokud jsou spojeny vřeténkem anebo fragmoplastem, tím méně vytrhnouti odstředivou silou některý chomosom ze skupiny jejich (z desky jaderné) anebo snad chromosomy ze souboru achromatických vlákének Dělící figura jeví se tedy jako jednotný útvar a pohybuje se v celku vlivem odstředivé síly asi tak jako jádro. Jakmile však zmizí vlákna fragmoplastu, stávají se obě dceřinná jádra volně pohyblivými a lze je odstředivou silou snadno posunovati jak podél přehrádky, tak i přitlačiti k ní anebo od ní vzdáliti.

V buňkách, jež dělící figuře poskytují dostatečně prostoru, zaujímá figura určité postavení. V pletivu periblémovém, o němž tu mluvíme, stojí uprostřed buněk ve směru podélné osy buněk. Při centrifugování ve směru kořenu jsou nejprve, jak souditi lze z pokusů se slabší silou odstředivou, posunovány v tomto směru, t. j. v podélné ose buňky, až ku příčné přehrádce. Jakmile však figury dojdou až ku stěně bunečné, počnou se nakloňovati v tu nebo onu stranu, při dostatečně silném centrifugování kloní se tak daleko, až jsou v pokud možno největším styku se stěnou buněčnou, na kterou je tlačí odstředivá síla. Metakinesy leží konečně rovnoběžně se stěnou buněčnou. Stadia telofáse se soudečkovitým fragmoplastem zaujmou šikmou polohu. Všecky přechody od postavení v podélné ose buňky až k výsledné poloze, kde se figura stýká na ploše pokud možno největší se stěnou, lze nalézti ve preparátech z kořenů, které silou

150 *g* byly centrifugovány po 7 minut. — Stadia metafase se zašpičatěnými konci vřeténka a stadia se soudečkovitými fragmoplasty (obraz 1, 4) nejvíce jeví tendenci vychýliti se ze směru podélné osy buněčné. Naproti tomu stadia předcházející uspořádání chromosomů v rovině ekvatoriální, kde ještě nejsou konce achromatického vřeténka v jednu špičku spojeny, nýbrž kde achromatická vlákénka přibližně rovnoběžně probíhají a končí ne v jednom bodě, nýbrž v celé ploše, nejsou vysunuta z podélné osy bunečné , jsou posunuta ke stěně buněčné, až se jí celou plochou svého polu dotýkají. To bylo nalezeno jak u hrachu, tak u bobu (obr. 5).



Obr. 3. Jako obr. 1. Ve střední řadě šikmá metakinesa.

Poněvadž mi bylo známo ze starších vlastních cytologických pozorování, že v kořenech tykve (*Cucurbita pepo*) většina dělících figur po celou dobu svého trvání, vyjma snad v posledních stadiích metakinesy, má podobné snopkovité figury s rovnoběžně probíhajícími vlákny achromatickými, byly klíční kořeny tykve vystaveny účinku odstředivé síly 150 *g* po 7 až 30 minut, a ihned po centrifugování fixovány. Všecky téměř figury zůstaly v původním směru, t. j. v podélné ose buňky, ač ovšem byly posunuty k odstředné stěně buněčné.

Podélný průměr figur dělících je až do založení přehrádky buněčné delší než průměr příčný. Právě vypsaná pozorování o vychylování figur z podélné osy, narazí-li ve svém odstředivém pohybu na stěnu buněčnou, dají se velmi jednoduše pochopiti jakožto výchylky tuhého tělesa z labilní polohy rovnovážné. Labilní je poloha ta potud, pokud se figury dotýkají

stěny buněčné zcela malou plochou. Zvětšuje-li se plocha ta, zvětšuje se též stabilnost polohy figur dělících, které snáze zachovávají svůj původní směr. Snopkovité figury se širokým plošným pólem, jako jsou figury u tykve, zachovají mnohem snáze svoji polohu v podélné ose buňky, poněvadž nasedají na stěnu buněčnou poměrně velkou plochou, než figury u hrachu, jejichž póly jsou zaobleny nebo u bobu, kde jsou často zaostřeny. Jednou vychýleny ze své polohy labilní rovnováhy pohybují se figury tak dlouho, až se dostanou do polohy stabilnější anebo nejstabilnější (obr. 5). Takovou je u metakines poloha rovnoběžná se stěnou buněčnou, k níž pak přiléhá figura celou svojí délkou. Fragmoplasty zaujímají po-

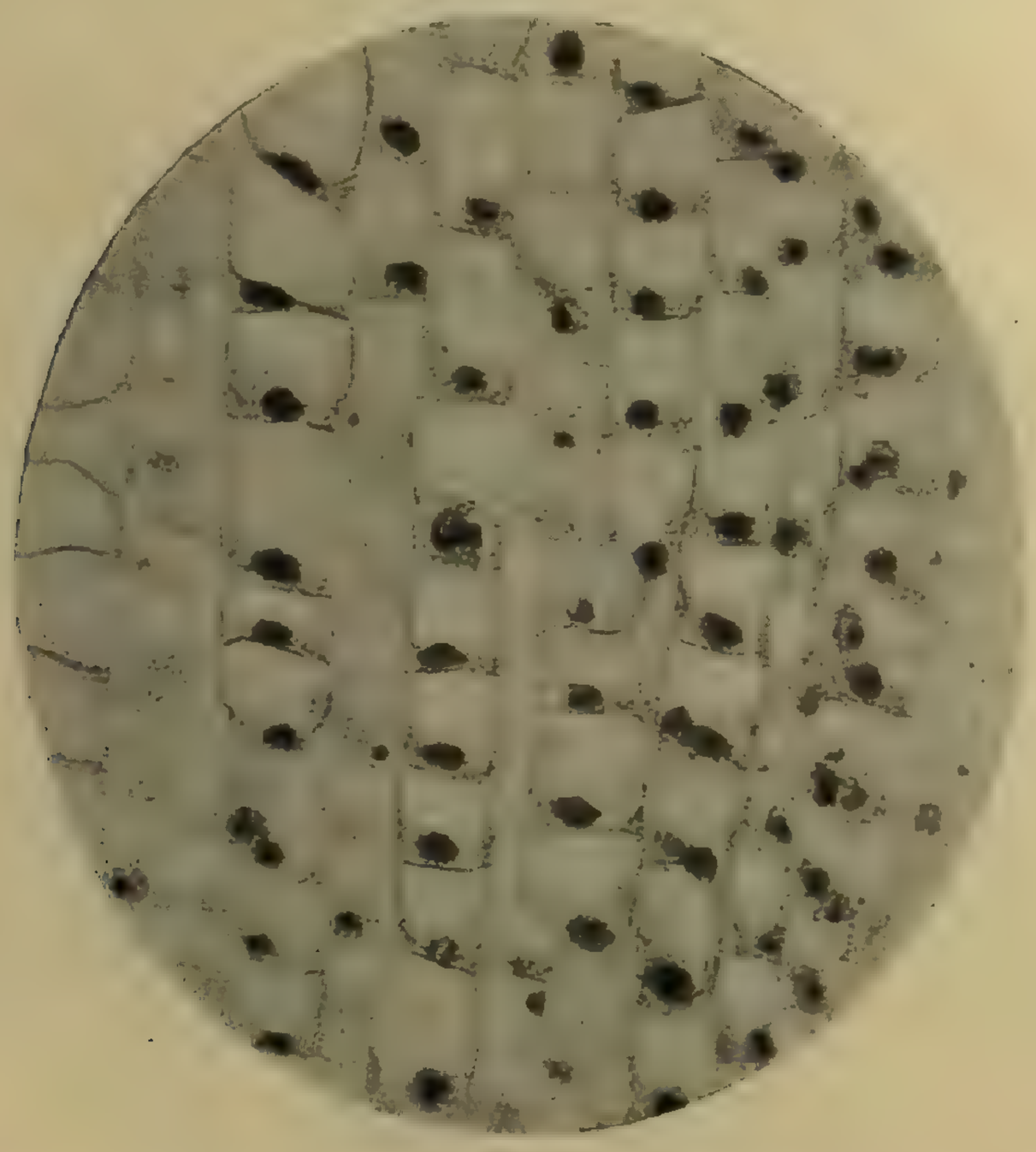
Obr. 4. Jako v obr. 1. Ve střední řadě fragmoplasty se šikmou přehrádkou.

lohu rozmanitě šikmou dle tvaru svého. V té poloze také se zakládají a rostou přehrádky, takže buňka mateřská se rozděluje ve dvě buňky nestejně veliké, šikmou přehrádkou od sebe oddělené (obr. 1, 4).

Jestliže se figury chovají jako jednotné útvary, z nichž centrifugováním nelze žádnou část odděliti a vychylují-li se z labilní polohy rovnovážné v polohu stabilní, lze to pochopiti tak, že jsou v celku systémem tuhým a jednotným. Chovají se tak, jako by byly tvořeny hmotou tuhou, nebo aspoň jako kdyby měly tuhou kostru. Rozhodně není myslitelno, že by se útvar tekutý mohl chovati, tak jako se chovají figury dělící při centrifugování. Tekutina by se čočkovitě sploštila, kdyby byla vržena a tlačena odstředivou sílou ke stěně buněčné. Nebylo by možno, aby se vychylovala z podélné osy a stanula v poloze stabilní, neměníc svého celkového tvaru.

Nejenom metakinesy, nýbrž také stadia profase s vyvinutým vřeténkem chovají se jako systém jednotný a tuhý. Narazí-li vřeténko svým pólem na stěnu buněčnou, počne se vychylovati z polohy labilní (obr. 1, 6). Při tom obyčejně sklouzává vrchol vřeténka podél stěny buněčné. To dokazuje, že vřeténko achromatické je reálným útvarem za živa existujícím a že má také povahu hmoty tuhé.

Zřetelné deformace vřeténka nebo celé figury nemohl jsem na svých preparátech, vyjma případy již uvedené (obr. 8, 9), dosud bezpečně stanoviti. Snad při užití větší síly centrifugální by to bylo možno, ač ani to by nesvědčilo proti výkladu právě podanému. I tuhý systém hmotný



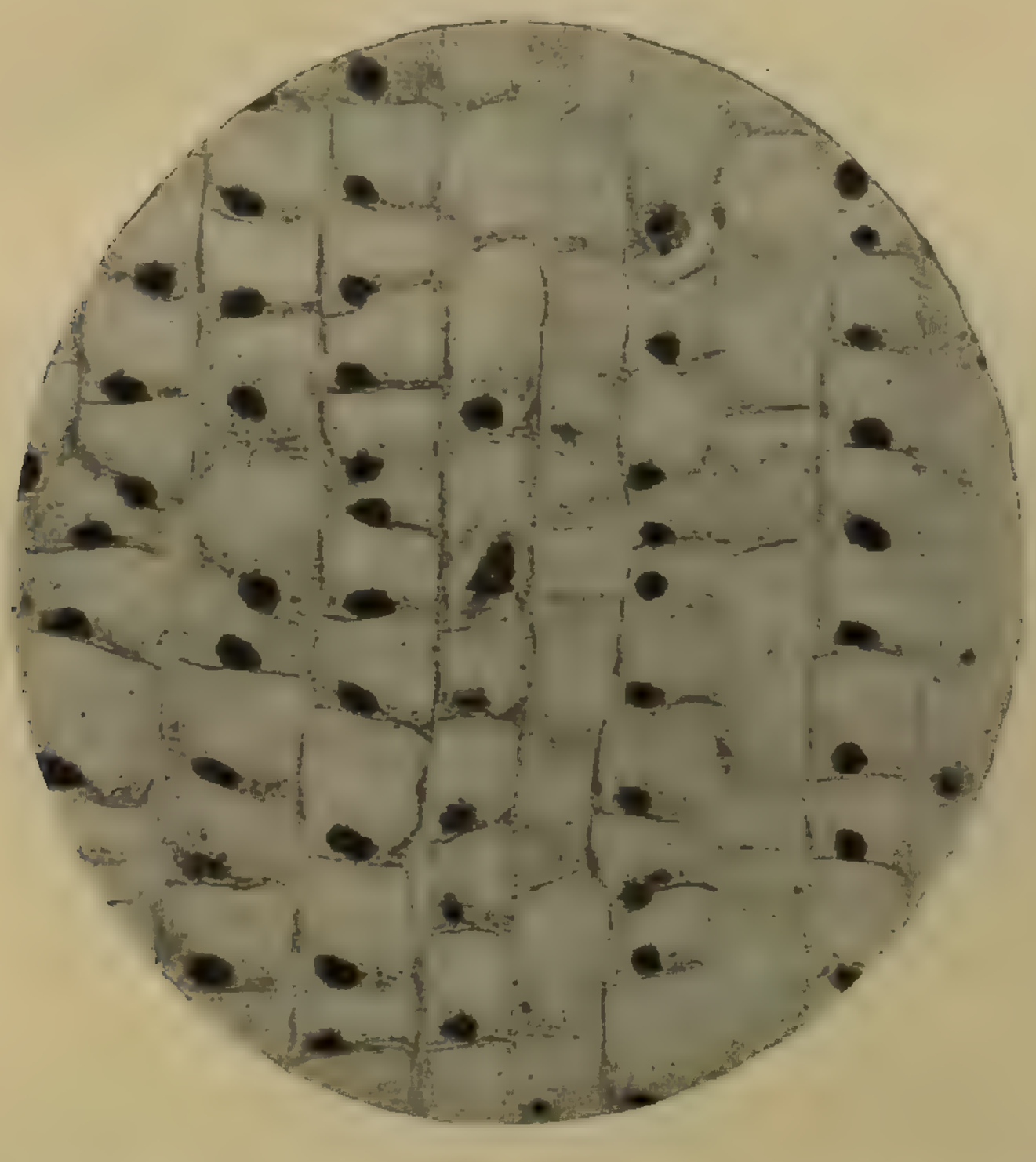
Obr. 5. Z podélného řezu kořenem bobu centrifugovaného po 7 minut. Ve střední řadě figura se širokými poly, nevychýlená. Ve druhé řadě na pravo metakinesa úplně přiložená ke stěně buněčné.

může býti deformován mechanickou silou dostatečně velikou. Bylo by velmi zajímavo stanoviti, která stadia by byla deformována nejsnadněji a jak by potom postupovalo dělení jaderné. Neboť dělení jaderné se odehrává též během centrifugování, a sice zcela normálně. Abnormit nějakých jsem na preparátech svých neshledal. Již po centrifugování 20—30 minut trvajícím nalezl jsem v kořenech mnoho dělení buněčných úplně během centrifugování dokonaných, což lze souditi z toho, že se mateřská buňka rozdělila ve dvě buňky nestejně veliké, jednu menší odstřednou a druhou větší dostřednou. Přehrádka, jak očekávati nutno na základě toho, co o vychýlení figur bylo pověděno, stojí přečasto šikmo.

Vlákénka, z nichž se na fixovaných preparátech jeví býti vřeténko achromatické složeno, netrpí centrifugováním žádné změny. Jsou zcela

tak vyvinuta, jako v preparátech z kořenů necentrifugovaných. Počet vlákének není ani zmenšen, ani nejeví zrnitosti, která často bývá následkem abnormních zevních vlivů na vřeténko (vysoká teplota, chloroform, chloralhydrát). S tím v souvislosti je snad také, že nápadně zakřivených figur v centrifugovaných normálních kořenech není. Také tu nechci tvrditi, že by se nemohly objeviti podobné deformity po účinku větších sil centrifugálních.

Pokoušel jsem se roztrhati figury dělící v různé součásti, aspoň snad odděliti jednotlivé chromosomy z nich tím, že v krátkých intervalech byl směr účinku centrifugální síly na kořeny měněn. Po pět minut cen-



Obr. 6. Jako v obr. 5. Ve střední řadě šikmá metakinesa.

trifugovány kořeny tak, že vrcholy jich ležely odstředně, pak kořeny obráceny tak, že vrcholy jich směřovaly dostředně, po pěti minutách opět převráceny a tak dále. Dělící figury posunovaly se, jak fixace kořenů v různých intervalech ukazovala, z jednoho konce buňky do druhého, aniž však byly deformovány. Byly tedy přehazovány odstředivou silou opět jako jednotné, tuhé útvary. Ani jeden chromosom se nepodařilo z figur vytrhnouti centrifugální silou, ani jedna figura nebyla deformována. Také zde snad by užití větší síly odstředivé vedlo k jiným, zajímavým výsledkům.

Z dřívějších svých prací vím, že některé jedy působí na vřeténko achromatické tak, že se na fixovaných preparátech jeví buď zrnitým anebo že úplně mizí, ač buňka sama není usmrcena, naopak má schopnost v nedlouhé době se vrátiti do normálních poměrů. I zdálo se mi býti

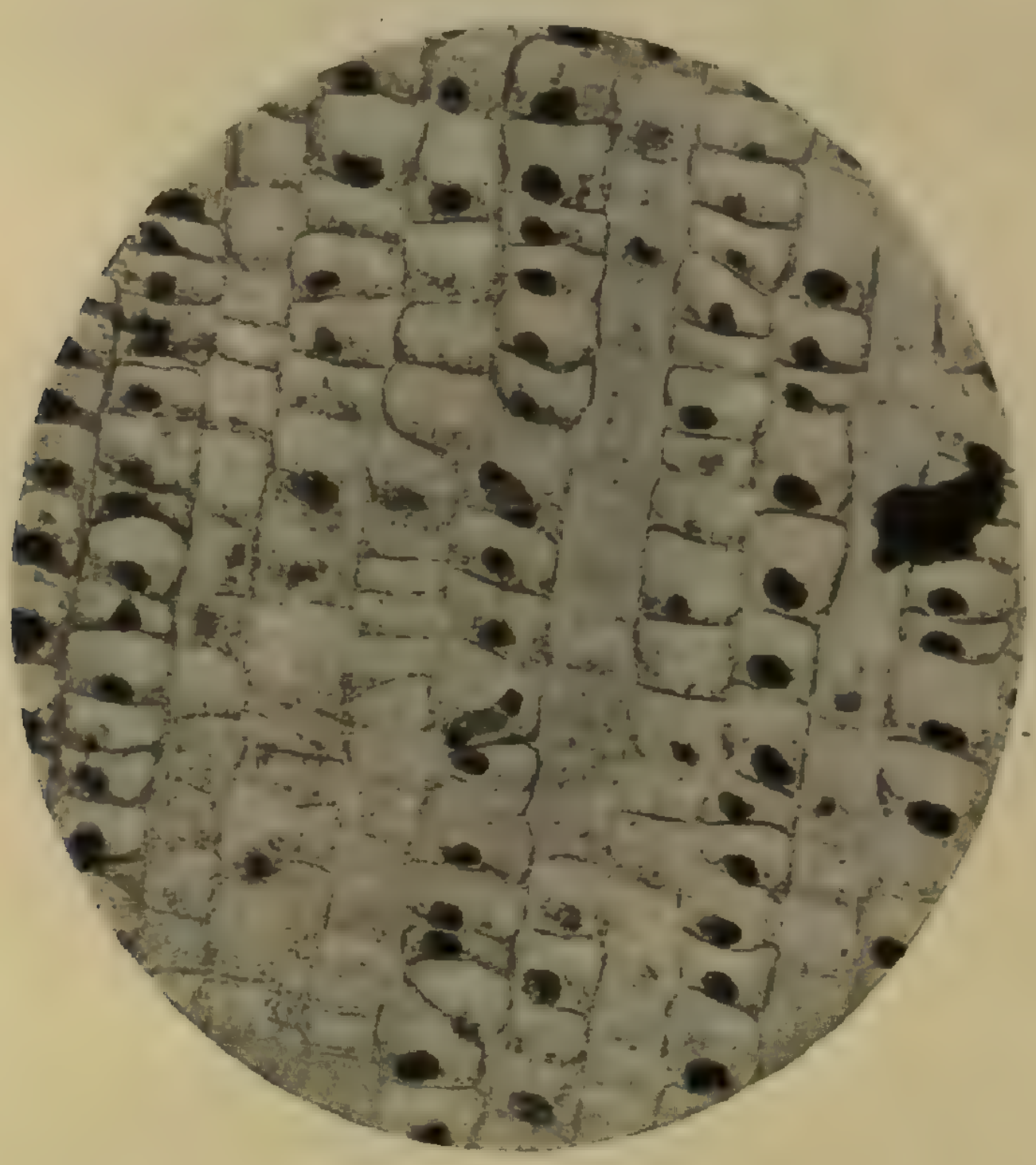
velice zajímavým přesvědčiti se, jak se budou chovati v takových buňkách dělící figury při centrifugování. Proto byly kořeny bobu (*Vicia faba*) chloralisovány $^3/_4$% roztokem chloralhydrátu po 1 hodinu, pak opláknuty vodou a ihned centrifugovány po 7 minut.

Obraz, jejž preparáty z těchto kořenů poskytují, liší se značně od toho, jejž jsem nalezl na preparátech z normálních kořenů centrifugovaných. Všecka jádra a figury jsou sice opět vrženy ke stěně odstředné, Ale jen ty figury jsou vychýleny v polohu šikmou nebo přiloženy ke stěně, v nichž zachována jsou ještě achromatická vlákna. Naproti tomu figury. v nichž vřeténko je nyní fixováno zrnitě nebo zcela zmizelo, jsou svými

Obr. 7. Jako obr. 5. Ve čtvrté řadě buněčné u levého okraje nahoře vychýlená profáse, v páté řadě dole metakinesa.

chromosomy přitisknuty úplně ke stěně buněčné (obr. 10). Ekvatoriální desky jsou celou svou šíří přiloženy ke stěně, obě skupiny dceřinských chromosomů jsou k sobě přitisknuty a v sebe vraženy, základy dceřinných jader jsou odděleny od základu přehrádky buněčné a uvrženy k odstředné stěně bunečné. Vůbec vidíme četné buňky, v nichžto se chromosomy chovaly jako specificky těžší tělíska, jimž není v pohybu bráněno vetknutím v pevný systém achromatického vřeténka. Chloralhydrátem zrnitě přeměněné achromatické vřeténko se tedy nechová jako jednotná hmota tuhá. Tím si vysvětlíme, proč skupiny dceřinných chromosomů již nejsou udržovány v určité vzdálenosti od sebe, nýbrž jsou k sobě sbliženy anebo v sebe vtlačeny, dále také proč jsou chromosomy anafází přitlačeny ku stěně odstředné (obr. 10).

Tím jenom je doplněno, co jsme shledali o vřeténkách normálních. Ta tvoří jednotný tuhý systém, jehož součástí je také achromatické vřeténko. Je-li toto rozrušeno, mění se dělící figura v soubor chromosomů anebo ve dvě skupiny dceřinných chromosomů, které jednotným systémem již nejsou. O tom lze se snadno přesvědčiti pokusem, kde v určitých intervalech měněn směr působení síly centrifugální na kořeny. Centrifugovány pět minut tak, že vrchol směřoval odstředně, pak převráceny a zase pět minut centrifugovány a tak dále. Po několika intervalech kořeny fixovány. V některých buňkách, které bezpochyby chovaly původně dělící figuru ve stadiu anafáse nebo metafáse, nalezeny chromo-



Obr. 8. Jako obr. 5. Ve střední řadě dvě metakinesy, z nichž dolení figura poněkud deformována ve tvaru S.

somy jednotlivě v buňce nepravidelně rozložené, takže nutno se domnívati, že původní soubor chromosomů byl přehazováním specificky těžšího obsahu buněčného s jedné strany na druhou roztrhán v jednotlivé součásti své. To se, jak svrchu bylo již vytčeno, v normálních dělících figurách nikdy neděje.

Roztrhání jednotného souboru chromosomů v jednotlivé chromosomy snadno lze vysvětlit tak že při přehazování jeho sem tam některý chromosom se opozdí, jevě snad následkem tvaru svého větší tření v cytoplasmě, anebo že snad některé chromosomy jsou specificky nebo snad též absolutně těžší než jiné. Bylo by zajímavo s tohoto hlediska zkoumati rostliny, jejichž chromosomy jsou nestejně veliké, jako je na příklad *Funkia*.

Spolu s rozrušením achromatického vřeténka rušena je také jednotnost a soudržnost dělící figury. Výslovně podotýkám, že to mohou býti dva zjevy souběžné, nikoli však kausálně na sobě závislé, ač kausální závislost jich nikterak není vyloučena.

Přestávaje na těchto zprávách o svých pokusech chci ke konci připomenouti, že by bylo velmi důležito vyšetřiti, jak by se chovaly dělící figury v buňkách naplněných cytoplasmou, t. j. v takových, které ještě nemají velkých vakuol. K tomu by nezbytně bylo třeba užiti větší centrifugální síly. Velké vakuoly totiž splynou při centrifugování dostatečně silném v jednu jedinou, jež v buňce zaujme polohu dostřednou, do ní

Obr. 9. Jako obr. 5. Ve střední řadě maličko deformovaná metakinesa.

večnívá, pokud v podélném směru buňky stojí, figura s cytoplasmou, která ji obklopuje. Povrchové napětí vakuoly dovnitř figurou vchlípené tolikéž tlačí figuru a snadno ji vysune z polohy labilní rovnováhy. V tom ohledu působí ve stejném smyslu se silou odstředivou. Přes to by nebylo bez zajímavosti zvěděti, jak se chovají dělící figury, na něž lokální poměry dané přítomností veliké vakuoly v buňce nepůsobí. Pokud se týče konsistence dělící figury, nemění na našich vývodech přítomnost velké vodní vakuoly v buňce pranic.

Vystavíme-li centrifugované kořeny normálním poměrům, vrátí se jádra i dělící figury, pokud jsou volné, do své normální původní polohy. Nejdříve se vracejí jádra, která se připravují k dělení a figury dělící, pak jádra v buňkách meristematických, nejpozději jádra v buňkách, které již pozbyly schopnosti dělící. Tam jakoby na centrální poloze jádra ne-

Obr. 10. Z kořenu, jenž byl 1 hod. chloralisován $^3/_4$% roztokem chloralhydrátu, pak centrifugován po 7 minut. Ve střední řadě ekvatoriální deska úplně přitlačená k odstředné stěně buněčné.

záleželo. U hrachu a bobu jsou v meristematické části kořenů již dvě hodiny po centrifugování poměry normální. Jenom v buňkách, které se již nebudou děliti, jádra sem tam přiložena jsou ke stěnám odstředným. U Ricinu ještě 14 hodin po centrifugování v těchto buňkách jádra zhusta leží při stěně odstředné. Abnormit nějakých, vyjma šikmo postavené přehrádky, jsem jako následek centrifugování v kořenech nepozoroval. Jen u hrachu často se objevovaly 4 hodiny po centrifugování abnormě velké buňky s jádry však normálně velikými. Rozhodně to nejsou buňky s jádry syndiploidními.

Nápadno mi bylo, že zmizely také rozdíly mezi dceřinnými nestejně velkými buňkami vzniknuvší při centrifugování, kdy vzniká z jedné mateřské buňky jedna veliká a druhá malá, odstředně položená buňka dceřinná. Bezpochyby děje se tak regulací v tom směru, že se větší buňka dceřinná hojněji dělí, než buňka menší. Nelze proto čekati nějakých nápadnějších anatomických abnormit následkem centrifugování. V kořenech je regulace poměrně jednoduchá, mnohem zajímavější by v té příčině bylo zkoumati vrcholové buňky os.

Užití spektrálního fotometru při interferenčním refraktoru Jaminově.

Podává

Dr. **Václav Posejpal.**

Předloženo dne 23. dubna 1915.

§ 1. Pozorování interferenčních proužků dalekohledem, jak jest obvyklé při pracích s interferometry, dovoluje v příznivém případě, kdy proužky jsou dostatečně široké, odečítati jejich posunutí s přesností 0·1 vzdálenosti dvou sousedních minim. Nahradíme-li dalekohled spektroskopem o štěrbině rovnoběžné se směrem proužků, získáme nemalých výhod při měřeních disperse, přesnost odečtení však zůstává stejná jako dříve. Tento druhý způsob pozorování vylučuje pak vždy z použití proužek achromatický a jemu blízké. Teprve proužky vyšších řádů, na př. kolem 50tého, mají ve spektru ostrost dostatečnou pro odečítání s přesností svrchu dotčenou. Je dosti úloh, jichž zdárné řešení by vyžadovalo přesnějšího odečítání proužků a neschází pokusů interferometry po této stránce zdokonaliti. Vznikly tak zvané polostínové interferometry typů, jak je navrhli a s různým zdarem realisovali Pokrowski, Brillouin a Cotton, Skinner a Tuckerman jr, kteříž poslední o všech návrzích tohoto druhu souborně pojednali.[1]) Přístroje ty mají umožniti měřiti změnu optické dráhy s přesností až 1/20000 délky vlnité a dají se velmi těžko prakticky realisovati. I kdyby této poslední okolnosti nebylo, zůstanou právě pro velkou citlivost těchto přístrojů vždy velmi žádoucími a vítanými jednodušší prostředky, které by mezi oba tyto krajní případy vsunovaly jistý střední člen. Cítě při pracích s Jaminovým interferenčním refraktorem takovou potřebu, připadl jsem na myšlenku použíti zde spektrálního fotometru.

Uvažoval jsem asi takto: Poněvadž každý spektrální fotometr[2]) jest v podstatě spektroskopem, zajišťuje použití prvého všecky výhody, jež může poskytnouti poslednější. Kdežto však spektroskopem zjišťujeme

[1]) Phys. Zsch. XII., 620, 1911.

[2]) Užil jsem spektrofotometru Lummer-Brodhunova v provedení firmy Schmidt-Haensch v Berlíně.

dostavení se minima na jistém místě spektra srovnávajíce jasnost tohoto místa s jasností nejbližšího spektrálního okolí, jest při spektrofotometru pozorování omezeno výlučně na příslušný velmi úzký monochromatický obor spektrální. Musíme tedy při spetroskopu míti v nejbližším sousedství spektrálním co možno prudký vzestup jasnosti, jinými slovy tmavý pruh velmi ostrý, při pozorování spektrofotometrickém naopak je rozdělení jasnosti v ostatní části spektra vůbec naprosto lhostejné. To znamená, že při spektrofotometru můžeme očekávati stejnou přesnost v zastavování na minimum achromatické neb v bezprostředním sousedství achromasie ležící, jako na kterékoliv minimum vyššího řádu, což tedy je podstatný rozdíl a výhoda proti spektroskopu. Spektrofotometr koná zde prostě úlohu monochromatoru. Mimo to lze při fotometru očekávati mnohem větší citlivost, uvážíme-li podstatný rozdíl zorných polí obou strojů. Je-li na př. rozloha spektrální světla, v němž fotometrujeme, $d\lambda$, jest při pozorování spektroskopickém posunutí i velmi ostré čáry, jakou minimum ostatně nikdy není, o tento obnos stěží patrným, kdežto při fotometru to znamená proběhnutí minima celým zorným polem spojené se značnými variacemi jasnosti tohoto pole.

Podrobné experimentální studium úplně potvrdilo tyto předpoklady, jak z následujícího bude patrno.

§ 2. Můžeme apriori očekávati, že citlivost methody bude tím větší, čím silnější bude osvětlení štěrbiny fotometru a čím ostřejší bude přechod od minima k maximu v tomto osvětlení, to jest čím ostřejšími tam budou interferenční proužky. Dále je žádoucno, aby osvětlení bylo v celé rozloze štěrbiny v každém okamžiku stejné. Posledním dvěma požadavkům vyhovíme, učiníme-li proužky rovnoběžné se štěrbinou (tedy vertikální) a umístíme-li štěrbinu do reálné obrazové roviny proužků, tedy do ohniskové roviny spojné čočky, kterou světlo z interferenčního refraktoru zachycujeme. Prvá okolnost poukazuje na zdroj světla co možno intensivní. Zde však jest nutno šetřiti jistých mezí pro velmi rušivé působení vlivů tepelných a více dbáti plného využitkování světla, jež refraktorem prošlo. To nastane, je-li toto světlem paralelním, jež se pak shromáždí v téže ohniskové rovině, ve které vznikají proužky a tedy na rovině štěrbiny. Užil jsem 100 svíčkové žárovky Nernstovy hořící v uzavřené černé komoře od stroje tepelně dobře odstíněné, s vertikálním vláknem, tak že štěrbina spektrofotometru (štěrbina $š_1$) ležela vždy poblíž středu reálného obrazu tohoto vlákna, čímž dosaženo uspokojivé stejnoměrné jasnosti příslušného fotometrického pole *1*. Osvětlení štěrbiny $š_2$ fotometrického pole srovnávacího *2* dálo se z téhož zdroje pomoci dvou čoček spojných a dvou skleněných zrcadel a mléčného skla těsně před štěrbinu $š_2$ umístěného.

Úlohou bylo studovati citlivost této methody pozorovací, neboť o tom, že zastavování bude stejně přesné na proužek achromatický jako na kterýkoliv jiný, jsem nikterak nepochyboval. Posunoval jsem tedy proužky přes štěrbinu $š_1$ Jaminovým kompensatorem, který za tím účelem byl

upraven co možno necitlivě a zjišťoval příslušné otočení kompensatoru. To se dálo pomoci zrcádka pevně s osou kompensatoru spojeného, dalekohledu a škály. Otáčení kompensatoru prováděl pozorovatel sedící u fotometru pomoci pružné osy, spojené s nekonečným šroubem zasahujícím do ozubeného kola. Poněvadž se dá očekávati, že citlivost bude záviseti na šířce štěrbiny $š_1$, zvolena nejprve jistá nejmenší šířka, při které pozorování bylo ještě možným, načež šířka štěrbiny $š_2$ tak upravena, aby se při zastavení na minimum jasnost obou polí fotometrických dle možnosti vyrovnala. Když toho bylo docíleno, zastavoval jeden pozorovatel fotometr postupně na proužky *o* (achromatický neb jemu zcela blízký), + 1, — 1, zatím co druhý pozorovatel byl u dalekohledu. Z údajů takto získaných vyjádřeno ve škálových dílcích otočení kompensatoru odpovídající posunutí o jeden proužek a methodou nejmenších čtverců stanovena průměrná chyba jednotlivého odečtení. Pak štěrbina $š_1$ rozšířena, štěrbina $š_2$ dle ní znovu upravena a měření se opakovalo. Složení světla, ve kterém pracováno, neměněno. Byla to zelená část spektra při $\lambda = 548\ \mu\mu$.

Uvádím sub *A* jedno takové měření co příklad.

A

$š_1 = 0.015\ mm$; $š_2 = 0.013\ mm$.

p	d_h	*d*	$\Delta = s - d$	*p*	d_h	*d*	$\Delta = s - d$
— 1	28·5			— 1	28·5		
		38·3	— 0·1			38·7	— 0·5
0	66·8			0	67·2		
		37·5	+ 0·7			38·4	— 0·2
+ 1	104·3			+ 1	105·6		
		37·6	+ 0·6			37·9	+ 0·3
0	66·7			0	67·7		
		39·1	— 0·9			38·9	— 0·7
— 1	27·6			— 1	28·8		
		38·2	0·0			38·6	— 0·4
0	65·8			0	67·4		
		38·8	— 0·6			37·9	+ 0·3
+ 1	104·6			+ 1	105·3		
		38·4	— 0·2			38·3	— 0·1
0	66·2			0	67·0		
		37·4	+ 0·8			38·0	+ 0·2
— 1	28·8			— 1	29·0		
		38·2	0.0			38·4	— 0·2
0	67·0			0	67·4		
		38·0	+ 0·2			38·5	— 0·3
+ 1	105·0			+ 1	105·9		
		37·9	+ 0·3			38·2	0·0
0	67·1			0	67·7		
		38·6	— 0·4				

Střed $s = 38·2$, počet pozorování $n = 23$.

Průměrná chyba jednoho pozorování $\delta = \pm \sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}} = \pm 0·4$, t. j. $\pm$ 1·1%.

Tabulka *B* přináší přehled všech vykonaných měření toho druhu. Vidíme z ní, že střední chyba jednotlivého měření činí při šířce štěrbiny $š_1 = 0·002\ mm$ 5·5%, načež s rostoucí šířkou štěrbiny ustavičně klesá k jisté limitní hodnotě blízké 1%, jíž dosahuje při šířce $š_1 = 0·013\ mm$,

načež na šířce štěrbiny přestává býti závislou. To nás nemůže překvapiti. Při velmi úzké štěrbině objeví se ve fotometru při zastavení na minimum v poli *1* prakticky úplná tma a tedy v nejbližším okolí tohoto minima

B.

$š_1$ *mm*	*n*	*s*	δ	δ%
0·002	32	37·5	2.1	5·6
0·003	32	38·5	1.6	4·3
0·005	29	37·8	1.0	2·7
0·007	26	38·3	0.7	1·9
0·010	27	38·1	0.9	2·5
0·013	32	38·2	0.6	1·5
0·015	23	38·2	0.4_4	1·1
0·018	19	38·2	0.6	1·5
0.020	26	38·3	0.6	1·5
0·023	21	38·1	0.5	1·3
0·030	16	38·3	0.4_0	1·0
0·050	14	38·4	0.5	1·3

jasnost pole tak slabá, že všeliké fotometrování jest znemožněno a zastavování na minimum tedy jest málo citlivé. S rostoucí šířkou štěrbiny se pole vyjasňuje až při jisté šířce (v našem případě okolo 0·010 *mm*) zůstává i při minimu tak dalece jasným, že je lze již docela pohodlně s polem *2* srovnávati a tento stav dalším rozšiřováním štěrbiny se již nemění, čímž tedy vliv šířky štěrbiny přestává. Zůstanou pouze vlivy vnější, z nichž nejpodstatnější jsou barva světla, stálost teploty, otřesy a konečně zkušenost pozorovatele. Tato poslední se uplatní především ve způsobu, jímž si upraví obě srovnávaná pole fotometrická. Pole štěrbiny $š_1$ se totiž všeobecně při minimu nikdy stejnoměrně nezatemní. Blížíme se tomu sice tím více, čím přesněji jsou proužky se štěrbinou rovnoběžny, avšak naprosto homogenním toto pole nebude nikdy také již proto, že proužky jsou následkem nedostatečné planity příslušných rovin refraktometru více méně křivé. Zastavíme-li tedy na nějaké minimum a měníme šířkou štěrbiny $š_2$ jasnost pole *2*, probíhá pole *1* různé stupně relativní jasnosti, při čemž vždy některá místa jsou temnější a jiná méně temná. Záleží nyní na zkušenosti pozorovatelově, aby obě pole vyrovnal způsobem co nejcitlivějším. Není tím případ pokud možno stejné jasnosti obou polí, daleko lépe se osvědčuje postupovati dle principu kontrastu tak, aby pole *2*, jež jinak zůstává vždy tmavším než pole *1*, právě zřetelně vystoupilo při přesném zastavení na minimum z pole *1* co jasnější. Vliv barvy je přirozený, na krajích spektra jest oko méně citlivým, tedy také zastavování bude tam méně přesné. Jde-li o to, konati současně pozorování při různých λ, vyrovnáme s výhodou pole fotometrická dle uvedeného principu kontrastu pro barvu z uvažo-

vaných nejméně citlivou tak, aby se pole *2* v poli *1* vyjasnilo sotva znatelně; při délkách vlnitých citlivějších bude pak toto vyjasnění vždy velmi zřetelným. Kdybychom pokračovali naopak, viděli bychom při méně citlivém světle pole stejnoměrně velmi slabě jasné a málo citlivé. Obor spektrální, ve kterém mi bylo možno pracovati přibližně se stejnou přesností, sáhá od čáry *C* do *F*.

Je-li teplota síně při každém pozorování přibližně vždy táž, zůstane poměr jasností obou polí při minimu, jednou zavedený, trvale týž a oko si naň tak přivykne, že postřehne sebe menší jeho změnu: přesnost odečítání se ustálí a zvětší. Naopak změny teploty, zvláště dějí-li se během pozorování, vedle toho, že posunují celý interferenční zjev a tím přesnost pozorování způsobem každému jasným zmenšují, mění poněkud tvar a směr proužků a tím, byť i nepatrně, porušují fotometrickou rovnováhu obou polí před tím realisovanou, což ovšem jistotu odečítání zmenšuje.

Škodlivý vliv otřesů jest samozřejmý. Znamenají mimo jiné velkou ztrátu času a unavují pozorovatele. Poněvadž jsem pracoval v laboratoři prvého patra, vyžadovalo plné využitkování přesnosti methodou připuštěné práci za bezvětří a v noci. Docílil jsem tímto způsobem při variacích teploty nepřesahujících během pozorování několik hodin trvajících značně $0.5^0\,C$, že průměrná chyba jednoho odečtení byla značně menší než 1%. Jako jeden z četných dokladů toho druhu uvádím sub *C*, kde jde o změnu optické cesty o $7\,\lambda$ při $\lambda = 566.9\,\mu\mu$.

C.

d	$\Delta = s - d$	d	$\Delta = s - d$
273·4	+ 0·05	273·7	— 0·25
273·5	— 0·05	273·5	— 0·05
273·4	+ 0·05	273·4	+ 0·05
273·3	+ 0·15	273·7	— 0·25
273·4	+ 0·05	273·6	— 0·15
273·5	— 0·05	273·3	+ 0·15
273·4	+ 0·05	273·0	+ 0·45
273·6	— 0·15		

Střed $s = 273{\cdot}45$

$\delta = 0{\cdot}18$

Průměrná chyba jednoho odečtení δ činí zde tedy 0·18 skálového dílce, a to jest 0·4% šířky jednoho proužku a 0·06% měřené veličiny, totiž šířky 7 proužků.

§ 3. Chci nyní v následujícím stručně poukázati na methody měření refrakce a disperse Jaminovým interferenčním refraktorem při použití spektrálního fotometru.

1. *Methoda absolutní*, jest v podstatě stejná jako při použití dalekohledu. Nahradíme-li vzduch na trati délky *l* jednoho z obou monochromatických svazků, probíhajících mezi zrcadly přístroje látkou o relativním

indexu lomu n, změní se tím drahový rozdíl cest obou svazků o $(n-1)\,l$, což se projeví posunutím interferenčního zjevu o N proužků a platí

$$(n-1)\,l = N\,\lambda. \tag{1}$$

Stanovením N a l určíme n vůči vzduchu pro příslušné λ. Měřením při různých λ stanovíme dispersi. Tím, že stanoví n pro každé λ samostatně označuje se tato methoda jako absolutní. Užití fotometru jest v tomto případě identickým s užitím monochromatoru a dalekohledu s tím rozdílem, že posunutí proužků zde lze vyjádřiti více než 10kráte přesněji a tedy se spokojiti pro docílení stejné přesnosti s posunutím více než 10kráte menším, a dále, že monochromatorem nikdy nedocílíme takové jasnosti pole a současně stejnorodosti světla, jako fotometrem.

2. *Methody relativní.* α) Poněvadž fotometr je současně spetroskopem, připouští applikaci všech method, jichž se při spetroskopu užívá k relativnímu stanovení n_k pro λ_k, když bylo dříve stanoveno n pro λ[1]). Výhoda, že můžeme zde pracovati s proužkem achromatickým, připouští mimo to následující mnohem citlivější postup: Uveďme achromasii na některý tmavý proužek. Projeví se to tím, že postavíme-li při jistém λ na toto achromatické minimum a pak fotometrem probíháme celé spektrum, zůstává toto zastavení ustavičně přesně splněným. (Poznáme níže ještě dvě přesnější kriteria.) Celé spektrum je stejnoměrně tmavým. Počítejme nyní při délce λ posunutí proužků, jež budiž dáno celým číslem N. Vzdálíme-li se pak od λ, nezůstane zastavení na minimum zachováno, pole se vyjasní, ve spektru se střídají maxima a minima. Nejbližší minimum ve směru kratších λ znamená, že tím místem prošlo právě o jeden proužek více, ve směru delších λ o jeden méně. Zjistíme-li tedy příslušné délky λ_k, na kterých se tato minima nalézají, máme

$$\begin{aligned}
l\,(n_{-2}-1) &= (N-2)\,\lambda_{-2}\\
l\,(n_{-1}-1) &= (N-1)\,\lambda_{-1}\\
l\,(n\ \ -1) &= N\ \ \lambda\\
l\,(n_1\ -1) &= (N+1)\,\lambda_1\\
l\,(n_2\ -1) &= (N+2)\,\lambda_2
\end{aligned} \tag{2}$$

z čehož stanovíme kterýkoliv poměr

$$\frac{n_\varkappa - 1}{n-1} = \frac{(N+\varkappa)\,.\,\lambda_\varkappa}{N\,.\,\lambda} \tag{3}$$

Nalezené $\lambda_\varkappa$ se nezmění, stane-li se posunutí proužků jednou na pravo, po druhé na levo. Rovněž poznáváme, znásobíme-li soustavu rovnic (2) postupně 2, 3, ..., že, posuneme-li proužky při λ o $2N$, $3N$, ..., bude při λ_1 ležeti postupně proužek nejblíže druhý, třetí, ..., při λ_2 proužek čtvrtý, šestý, atd. Tím tedy máme novou dvojí možnost citlivě

[1]) Viz na př. St. Loria, Ann. d. Phys. (4) *29*, 605—622, 1909.

kontrolovati správnost zastavení achromasie na přísiušný tmavý proužek a docíliti v tom velké přesnosti.

β) Kompensujeme-li dráhový rozdíl způsobený nějakým optickým mediem I pomoci jiného optického media II o jiné dispersi, má to za následek postupování achromasie od místa k místu ve zjevu interferenčním. Známe-li dispersi media II a index lomu n media I po jisté λ, můžeme měříce posunutí achromasie stanoviti libovolné n_k media I. Takovým způsobem určoval na př. W. Hallwachs dispersi zředěných solných roztoků,[1]) při čemž posuzoval koincidenci achromasie s některým tmavým proužkem pouze okem, a tedy málo přesně. Tím, že fotometr dovoluje toto zastavení kontrolovati s velkou přesností objektivně, nabývá tato methoda nové důležitosti.

Postup měření bude asi následující: Mediem II budiž na př. Jaminův kompensator a nechť při něm odpovídá dráhové změně $N\lambda$, způsobené ve světle dané délky vlnité λ, ve světle libovolné délky vlnité λ_k dráhová změna $q_k N \lambda_k$. Pro medium I budiž v platnosti obdobné číslo q'_k. Když nyní při světle délky λ posunujeme interferenční systém mediem I a současně kompensujeme mediem II, zůstává tento system nehybný, za to však každý jiný system, náležející jisté délce λ_k, se bude posunovati. Nastane pak při vykompensování jednoho dráhového rozdílu λ (při čemž kompensator nechť působí na př. ve směru $+$, medium ve směru $-$) při délce λ_k dráhová změna $(q_k - q'_k)\lambda_k$. Budiž nyní dáno číslo N té vlastnosti, že při vykompensování drahového rozdílu $N\lambda$ se achromasie přesune právě z jednoho tmavého proužku na druhý. To znamená, že příslušný rozdíl dráhový $N(q_k - q'_k)\lambda_k$ se pro všecka λ_k vyrovnal právě celé délce vlny, tedy platí

$$N(q_k - q'_k)\lambda_k = \pm\lambda_k, \qquad \text{a z toho} \tag{4}$$

$$N q'_k = N q_k \mp 1. \tag{4'}$$

Analogicky jabo sub α) máme pak

$$l(n-1) = N\lambda$$

$$l(n_k - 1) = (N q_k \mp 1)\lambda_k \qquad \text{a z toho tedy} \tag{5}$$

$$\frac{n_k - 1}{n - 1} = \frac{(N q_k \mp 1)\lambda_k}{N\lambda}. \tag{6}$$

Stanovíme-li tedy n a N pro určité λ, máme tím stanovena všecka ostatní n_k, předpokládajíc, že známe všecka q_k kompensatoru.

§ 4. Uvádím v následujícím za příklad měření disperse na Jaminově kompensatoru interferenčního refraktoru, s nímž jsem pracoval. Poněvadž jest vyloučena možnost určiti tlouštku l vrstvy skleněné, jež intervenuje při způsobení nějaké změny optické dráhy kompensatorem, je tím také vyloučena možnost stanoviti n absolutně. Můžeme však stanoviti libo-

[1]) Ann. d. Phys. *47*., 380—398, 1892.

volný poměr $\frac{n_k - 1}{n_h - 1}$ a relativní dispersi ν, totiž:

$$\nu = \frac{n\,(F) - n\,(C)}{n\,(D) - 1}, \tag{7}$$

kdež C, D, F jsou známé čáry Fraunhoferovy, a sice vše vůči vzduchu. Lze postupovati buď dle absolutní methody *1*) neb dle relativní methody 2α).

K stanovení délek vlnitých jest třeba fotometr cejchovati. Za tím účelem jej proměníme připojením vhodného okuláru ve spektroskop, ve kterém ovšem na místě nitkového kříže je Maxwellova okulární štěrbina. Postupoval jsem pak tak, že jsem šířku štěrbiny $š_1$ měnil dle intensity příslušné spektrální čáry a zastavoval na střed štěrbiny okulární. Čáry slabé tuto štěrbinu právě vyplňovaly, kdežto u čar intensivnějších byla štěrbina $š_1$ valně užší. Poněvadž přístroj náleží sbírkám fysikálního ústavu české university, nebude nemístno výsledek této kalibrace zde jednou pro vždy uvésti pro potřebu příštích pracovníků s ním. V příslušné tabulce *D* naznačuje prvý sloupec původ čáry, druhý udává její délku vlnitou v $\mu\mu = 10^{-6}$ *mm*, třetí odečtení *r* na škále stroje, při čemž první decimála stanovena noniem, druhá odhadem. Deset dílků nonia se rovná 9 dílkům ale 18 jednoktám měřítka hlavního.

D.

	λ	*r*		λ	*r*		λ	*r*
He	396·5	107·41	He	471·3	81·17	Ag	546·5	68·87
He	402·6	101·41	Zn	472·2	81·00	Cu	570·0	66·43
Hg	404·7	100·60	Cd	480·0	79·37	Hg	577·0	65·51
Hg	407·8	99·43	Zn	481·0	79·18	Cu	578·2	65·47
H	410·2	98·51	H	486·1	78·20	Hg	579·1	65·26
He	412·1	97·65	Zn	491·2	77·28	He	587·6	64·39
H	434·0	90·60	Hg	491·6	77·20	Na	589·3	64·20
Hg	434·7	90·31	He	492·2	77·01	Zn	610·3	62·23
Hg	435·8	90·01	Zn	492 5	77·00	Hg	615·2	61·25
He	438·8	89·16	He	501·6	75·47	Zn	636·2	60·28
Cd	441·6	88·42	Cd	508·6	74·23	Cd	643·8	59·59
Ag	444·8	87·57	Cu	510·5	73·98	H	656·3	58·82
He	447·1	86·86	Cu	515 3	73·31	He	667·8	58·09
Zn	465·1	83·22	Ag	520·9	72·31	Li	670·8	57·85
Cd	466·3	82·99	Cu	521·8	72·23	He	706·5	55·81
Ag	466·8	82·99	Cd	533·7	70·50			
Cd	467·8	81·94	Cd	537·8	69·99			
Zn	468·0	81·94	Hg	546·1	68·98			

Grafické znázornění této tabulky jsem provedl dvakráte. Jednak způsobem obvyklým v soustavě pravoúhlé, kde *r* bylo úsečkou a λ pořadnicí, jednak tak, že *r* nanášeno na přímou osu a λ na ramena paprskového

svazku s touto osou perspektivního. Vhodnou volbou vzájemných poměrů lze snadno docíliti, že křivka, jež takto vznikne, je velmi málo zakřivená, tak že polohu kteréhokoliv hledaného bodu lze určiti přímým pravítkem. Tím pro hledané λ máme vždy dvě hodnoty, které se nikdy neliší více než o $0{\cdot}4$ $\mu\mu$.

Šířku štěrbiny $š_1$ zvolil jsem pak definitivně $š_1 = 0{\cdot}019$ *mm* a okulární štěrbinu tak, aby ji natriový obraz štěrbiny $š_1$ právě přikrýval. Poněvadž při šířce $š_1 = 0{\cdot}019$ *mm* jsou natriové čáry ještě zcela zřetelně odděleny, činí spektrální rozloha světla, jež štěrbinou okulární do oka přichází méně než vzdálenost těchto čar, t. j. méně než $0{\cdot}6$ $\mu\mu$.

Následující tabulka *E* udává měření dle methody 2α). Východiskem byla Fraunhoferova čára *C*, tedy $\lambda = 656.3$ $\mu\mu$, jíž odpovídá na škále $r = 58{\cdot}82$, *N* činilo ± 6, t. j. její proužky posunovány o 6 plných šířek od achromatického minima na pravo a na levo. Poloha *r* dalších minim zjištěna po každé dvakráte, tam a zpět. Stanovena spektrální poloha pouze 2 nejbližších minim, z nichž druhé leží již poblíže čáry *F*, ježto nejbližší další padá již daleko do části fialové. Sub *F* uvedeny jsou pak hodnoty příslušných poměrů $\frac{n_k - 1}{n_k - 1}$ vypočtěné dle rovnice (3) a sice v sloupci I.

E.

$N = \pm 6$		$+7$	$+8$	-7	-8
	r	r_1	r_2	r_1	r_2
				66·70	75·96
				66·54	75·52
		66·60	76·28		
		66.76	76·26		
		66·58	76·20		
		66·70	76·18		
				66·70	75·78
				66·50	75·82
	58.82			66·76	75·98
				66·72	76·00
		66·50	76·22		
		66·62	76·36		
		66·54	76·00		
		66·58	75·96		
				66.78	75·82
				66.50	75·80
S_1 . . .	58·82	66·61	76·18	S_2 . 66·65	75·84
$S = S_1 + S_2$ . .	*58·82*	*66·63*	*76·01*		
λ_k . . .	656·3	566.7	498·1		
		567.0	498·4		
Střed . . .	$\lambda = 656{\cdot}3$	$\lambda_1 = 566{\cdot}9$	$\lambda_2 = 498{\cdot}2$		

F.

	I		II		I—II
$\frac{n_1 - 1}{n - 1}$	= 1·0079	;	1·0075	;	0·0004
$\frac{n_c - 1}{n - 1}$	= 1.0121	;	1.0114	;	0.0007
$\frac{n_2 - 1}{n_1 - 1}$	= 1.0044	;	1.0037	;	0.0007

Výsledky takto nalezené které, mimochodem řečeno, nám dovolují stanoviti veličiny q_k potřebné při methodě 2β), jsem nyní kontroloval měřením dle methody *l*). K eliminování vlivů tepelných byla obě měření provedena za téže noci při počáteční teplotě 15⁰ C. jež během celého měření zvolna stoupla na 15.4⁰ C.

Měříce otočení kompensatoru dalekohledem a škálou můžeme v rovnici (1) položiti $l = c \,.\, d$, když d značí odečtení na škále. c pak bude možno považovati za konstantu, postaráme-li se o to, aby hodnoty d jen málo od sebe se lišily a aby pohyb kompensantoru se dál symetricky vždy poblíž jedné a téže střední polohy. V daném případě toho lze na základě předešlého výsledku dosáhnouti s přesností více než žádoucí, posunujeme-li kompensatorem interferenční zjev od achromatického proužku při λ o 6, při λ_1 o 7 a při λ_2 o 8 proužků. Tím způsobem bylo nalezeno:

$\lambda = 656{\cdot}3$	$\lambda_1 = 566{\cdot}9$	$\lambda_2 = 498{\cdot}2$
$N = 6$	$N_1 = 7$	$N_2 = 8$
$d = 273{\cdot}40$	$d_1 = 273{\cdot}45$	$d_2 = 273{\cdot}62$

Z rovnice (1) pak vychází početní vzorec

$$(8) \qquad \frac{n_k - 1}{n_k - 1} = \frac{N_k \lambda_k d_k}{N_k \lambda_k d_k}$$

a výsledky dle něho vypočtené jsou v tabulce *F* ve sloupci II. Vidíme tam, že souhlas mezi výsledky těmi a předešlými jest velmi dobrý, rozdíl se jeví teprve ve čtvrté decimále. Při tom nezapomínejme, že nám stačila změna optické dráhy rovná 6 délkám vlnitým čáry *C*. Kdybychom chtěli stanoviti pouze poměr $\frac{n_c - 1}{n - 1}$, stačil by při methodě 2α) rozdíl drahový pouhých 3 λ_c.

Za normálních poměrů bych mohl snadno od firmy Hilgerovy v Londýně, která stroj dodala, zvěděti optická data příslušného skla a tak výsledky své ještě kontrolovati. Nicméně jistý pokus i tak můžeme zde podniknouti. Za tím účelem jsem stanovil methodou *l*) jednak relativní dispersi v kompensatoru a pak poměry $(n_k - 1) : (n_k - 1)$ pro Fraunhoferovy čáry *C, D, F, G'* a vyhledal z tabulek[1]) ony druhy skla, které mají přibližně

[1]) Recueil de constantes physiques, Paris, 1913.

stejnou relativní dispersi a vypočetl pro ně ke srovnání tytéž poměry. Při tom zase použito ne více než 8 interferenčních proužků, avšak úhel, ve kterém se kompensator v tomto případě pohyboval, měl docela jinou polohu proti úhlu předešlého měření. Bylo nalezeno:

$$\lambda_C = 656.3 \; ; \quad \lambda_D = 589.3 \; ; \quad \lambda_F = 486.1 \; ; \quad \lambda_{G'} = 434.1$$
$$N_C = 5 \; ; \quad N_D = 6 \; ; \quad N_F = 6 \; ; \quad N_{G'} = 8$$
$$d_C = 231.20 \; ; \quad d_D = 247.78 \; ; \quad d_F = 202.30 \; ; \quad d_{G'} = 239.49$$

V tabulce G značí J hodnotu příslušných poměrů vypočtených dle rovnice (8) pro Jaminův kompensator, $J—T$ pak značí rozdíl mezi těmito hodnotami a těmi, které podávají tabulky, podle nichž i jednotlivá skla jsou označena. Ovšem tabulky tyto jdou pouze do 3. decimály, poněvadž indexy lomu daného druhu skla lze při různých kusech zajistiti právě jen na 0·001 a relativní dispersi ν na 0·5. Vidíme, že nejlepší souhlas jest se třemi skly, která mají přibližně touž relativní dispersi ν jako kompensator, totiž 64. Při tom si všimněme, že skla Jenské O 144 a pařížské A 6749 jsou opticky téměř identická, mají i n(D) stejné. Všecka 3 skla jsou skly korunovými a je možno, že kompensator je některým z nich, poněvadž jeho data souhlasí s daty jejich úplně v mezích daných. Značnější rozdíl při poměrech, ve kterých přichází čára G', ukazuje asi v prvé řadě na to, kterak oko v tomto oboru spektra je méně spolehlivým.

G.

	J	$J-T$					
		Birmingh. A. 605	Jena O. 3282	Jena O. 144	Paříž A. 6749	Paříž A. 6584	Birmingh. B. 646
$\frac{n(D)-1}{n(C)-1}$	1.0051	0.000	+0.001	+0.001	+0.001	+0.001	+0.001
$\frac{n(F)-1}{n(C)-1}$	1.0159	0.000	0.000	0.000	0.000	+0.002	0.000
$\frac{n(F)-1}{n(D)-1}$	1.0105	—0.001	—0.001	—0.001	—0.001	+0.001	—0.001
$\frac{n(G')-1}{n(C)-1}$	1.0216	—0.004	—0.002	—0.002	—0.002	—0.002	—0.002
$\frac{n(G')-1}{n(D)-1}$	1.0161	—0.005	—0.003	—0.003	—0.003	—0.004	—0.004
$\frac{n(G')-1}{n(F)-1}$	1.0056	—0.004	—0.002	—0.002	—0.002	—0.004	—0.002
$n(D)$		1.5175	1.516	1.510	1.510	1.495	1.509
ν	63.4	60.5	*64*	*64*	*64*	65	65

Práce tato byla vykonána ve fysikálním ústavu čes. university a konám milou povinnost děkuje řediteli ústavu toho panu dvornímu radovi řád. prof. Dr. Č. Strouhalovi i jeho náměstku řád. professoru panu Dr. B. Kučerovi za blahovůli se kterou mi prostředky ústavu skýtají k disposici. Rovněž vřele děkuji panu Dr. Jar. Šafránkovi, assistentu ústavu, za trpělivou ochotu, se kterou konal pozorování při dalekohledu.

V Praze, v březnu 1915.

Studie o krevních parasitech sladkovodních ryb.

(S 3 tabulemi.)

Napsal **Dr. Václav Breindl,** asistent zoologického ústavu české university.

(Práce ze zoologického ústavu.)

Předneseno dne 23. dubna 1915.

Úvod.

Studia, která v této práci předkládám veřejnosti, jsou pokračováním mé disertace „Trypanosomy a trypanoplasmy některých ryb českých“, kterou jsem v prosinci r. 1911 publikoval ve „Věstníku Král. české Společnosti Nauk“, a v níž jsem se pro veliký rozsah materiálu omezil na systematický počet a detailní cytologickou strukturu jednotlivých specií bez ohledu na jich vývoj.

Další směr mého badání obrátil se k vývojovému cyklu obou rodů, cizopasících v krvi našich ryb, což bylo podmíněno velmi vhodným materiálem a současně rozsah studia omezilo na dvě formy, totiž *Trypanosoma barbatulae Lég. a Trypanoplasma barbatulae Lég.*

Vývojový cyklus těchto dvou forem sleduji v tomto pojednání potud, pokud se odehrává v krvi ryby infikované, zdůrazňuje především cytologické poměry v jich souvislosti s otázkou jádra prvoků vůbec.

Studia svá konal jsem v laboratoři zoologického ústavu české university, jehož řediteli p. prof. Dru. Frant. Vejdovskému jsem díky zavázán za mnohé rady v cytologické části této práce.

Posléze dlužno připomenouti, že toto pojednání bylo částečně přednešeno v zoologické sekci V. sjezdu českých přírodozpytcův a lékařů dne 2. června 1914.

Materiál a technika.

Studijní materiál jsem omezil na naše Cobitidy: *Cobitis fossilis*, *C. taenia* a hlavně *C. barbatula*, jež lze snadno opatřiti a v nádržích k experimentům dlouho uchovati. Zkoumané ryby jsem obdržel jednak z Hluboké, jednak z okolí pražského. Jako srovnávacího materiálu hlavně pro cytologické poměry jsem užíval úhořův a karasů.

Krev jsem získával většinou přestřižením aorty, očistiv před tím pokožku ryb slabým alkoholem, nebo jsem užíval injekční jehly, jednalo-li se o větší exempláře neb o nutné zachování ryby na živu, v tom případě, kdy toho vyžadovalo studium přenášení těchto parasitů.

Získanou krev jsem roztíral známým způsobem a fixoval různými prostředky, jmenovitě však alkoholem absolutním, methylalkoholem, formolem a kyselinou osmiovou. Nejlepších celkových výsledků jsem docílil formolem a osmiem, při čemž fixace methylalkoholem mi současně sloužila jakožto methoda srovnávací.

Průměrná doba fixace u methylalkoholu obnášela 15 minut, nad parami 40% formolu 1—2 minuty, nad parami 1—2% osmia 30—60 vteřin.

Srovnáváním těchto tří method jeví se methylalkohol nejméně příznivým fixačním prostředkem, což jest ovšem způsobeno předchozím zaschnutím roztěru. Z téže příčiny se domnívám, že tvoření se chromidií u r. *Trypanoplasma* v té míře, jak je popisuje Keysselitz, jest asi zaviněno touto fixací. Objem parasitů se zvětšuje, plasma se sráží a jaderné struktury se porušují. Naproti tomu formol a osmium, které nevyžadují zaschnutí preparátu, skytají skoro stejně příznivých výsledků, při čemž formol fixuje lépe struktury jaderné, kdežto osmium konservuje ideálně plasmu.

Z method barvících jsem užíval hlavně fuchsinu, Heidenhainu, methylvioleti, Delafieldova haematoxylinu, methylové modři, methody Rosenbuschovy a Giemsovy. Této bylo nejhojněji užíváno, a to v obecně užívané koncentraci (1 kapka na 1 *ccm* destil. vody), ovšem v nejrůznějších modifikacích doby barvení.

Tato methoda je současně nejlepším zkušebním kamenem pro ony tři svrchu zmíněné fixační tekutiny. Preparáty fixované methylalkoholem ukazují, že plasma cizopasníkova je silně azurofilní, kdežto undulující membrána a jádro se barví jen slabě červeně. Konservujeme-li však formolem, jsou jaderné struktury a bičíky sytě červeně zbarveny, avšak plasma je značně eosinofilní. Nejlepší distinkce barevné dociluje však fixace osmiem, s čistě azurofilní plasmou a sytě červeně zbarvenými bičíky a strukturami jadernými (karyosom a centrioly).

Za živa jsem pozoroval cizopasníky v 0·75—1% roztoku fysiologickém, při čemž jsem k barvení vitálnímu užíval methylové modři a neutrální červeně.

Moje kultivační pokusy neměly dosud příznivého výsledku, pokud se týkaly trvalých kultur dle methody W. Nöllerovy. Za to velmi příznivě se osvědčily rychlé kultury v 0·75—1% fysiologickém roztoku s infikovanou krví a přimísenou krví králičí neb lidskou. V těchto kulturách bylo lze již po 12—18 hodinách pozorovati značné množení cizopasníků, jichž virulence trvala několik dní. Domnívám se, že impulsem tohoto množení se parasitů je zředění a změna media, v němž se nalézají, — soudě analogicky dle mínění a pokusů fysiologa Gaule-ho, který vždy pozoroval množení cizopasníků v krvi, byla-li tato zředěna.

Kultivace vývojových stadií trypanoplasmových ze zažívacího traktu pijavek (Piscicola geometra) neměla jak v trvalých tak i v rychlých kulturách positivního výsledku.

Experimenty přeočkovací jsem konal s oběma rody cizopasníků. Infikovaná krev mřenky vočkovaná na Leuciscus erythrophthalmus nákazy nezpůsobila. Hlavní pokusy přeočkovací jsem prováděl na pískoři a mřence. Krev mřenky obsahující různá stadia vývojová parasitů, přeočkovaná byvši na pískoře neb jinou mřenku, pozbyla virulence cizopasníků. Ryby očkované jsem zkoumal v 6—8denních intervalech. Právě tak bezvýsledné byly pokusy s očkováním vývojových stadií trypanoplasmových ze zažívacího traktu pijavek do krve kapříků, pískořův a mřenek, vyjímaje jediný případ, kdy jsem v krvi pískoře, jehož krev byla před očkováním prosta parasitů, čtyry týdny po vočkování nalezl několik dospělých stadií trypanoplasmových. Jest ovšem možno, že tyto negativní výsledky přeočkovacích pokusů dlužno vysvětlovati imunitou pokusných ryb.

Druhý způsob přenášení se týkal experimentů se ssáním pijavek (Pisciola geometra a Hemiclepsis marginata). Hemiclepsis se ryb v nádržích nepřichytily, naproti tomu však piscikoly vždy po několika se přissály na ryby. Piscikoly ssály hlavně krev kapříků, pískořův a mřenek; z exotických rybek jsem k pokusům užil sp. Xiphophorus Helleri. Ssání krve dálo se v různých intervalech a trvalo obyčejně 1—2 dny, načež se pijavky odtrhovaly. Jakkoliv zažívací traktus piscikol byl téměř přeplněn cizopasníky všech stadií vývoje, neměly pokusy positivního výsledku a krev napadených ryb, zkoušená vždy v třídenních pausách, objevila se sterilní.

Klasifikace.

V dosavadních pracích o haemoflagelátech sladkovodních ryb nebyla dosud klasifikace souborně probrána, což ovšem je vysvětlitelné velikým rozsahem materiálu, eventuelně jeho nepříznivostí. Výsledkem toho je tvoření nových specií na základě znaků, které při srovnání obšírnějším se objeví jakožto nedostatečné specifikující charaktery a které hodlám v této kapitole s tohoto stanoviska srovnávacího osvětliti.

Až doposud byly popsány tyto druhy rodu Trypanosoma a Trypanoplasma v krvi sladkovodních ryb:

A) Rod Trypanosoma:

Druh	Hostitel	Délka	Šíře	Bičík
		μ		
Trypanosoma Danilevskyi Lav. et Mesn.	Cyprinus carpio	35	3	18
Trypanosoma tincae Lav. et Mesn.	Tinca vulgaris	35	3	18
Trypanosoma carassii Mitr.	Carassius vulgaris	35	3	17
Trypanosoma abramis Lav. et Mesn.	Abramis brama	35	3	16
Trypanosoma scardinii Brumpt	Scardinius erythrophthalmus	36	4	18
Trypanosoma leucisci Brumpt	Leuciscus sp.?	30	3	18
Trypanosoma squalii Brumpt	Squalius cephalus	36·5	4·5	15
Trypanosoma Laveranium Brein.	Alburnus lucidus	35	3	12
Trypanosoma phoxini Brumpt	Phoxinus laevis	34	5	12
Trypanosoma elegans Brumpt	Gobio fluviatilis	36·5	4·5	15
Trypanosoma Langeroni Brumpt	Cottus gobio	37	3	13
Trypanosoma barbi Brumpt	Barbus fluviatilis	35	3	16
Trypanosoma Remaki Lav. et Mesn.	Esox lucius	30–35	3	16
Trypanosoma acerinae Brumpt	Acerina cernua	30	3	17
Trypanosoma percae Brumpt	Perca fluviatilis	41	3	16
Trypanosoma barbatulae Lég.	Cobitis barbatula	50	4–5	18
Trypanosoma cobitis Mitr.	Cobitis fossilis	50	4–5	18
Trypanosoma granulosum Lav. et Mesn.	Anguilla fluviatilis	55	2·5–3	20–25

B) Rod Trypanoplasma:

Druh	Hostitel	Délka těla	Šíře těla	Přední bičík	Zadní bičík
		μ			
Trypanoplasma Borreli Lav. et Mesn.	Scardinius erythrophthalmus	20	4	15	15
Trypanoplasma Borreli Lav. et Mesn.	Phoxinus laevis	20	4	15	15
Trypanoplasma barbi Brumpt	Barbus fluviatilis	26	—	18	9
Trypanoplasma abramidis Brumpt	Abramis brama	30	—	15	5—6
Trypanoplasma Guernei Brumpt	Cottus gobio	38	—	16	4
Trypanoplasma truttae Brumpt	Salmo fario	20	—	12	4
Trypanoplasma cyprini Plehn	Cyprinus carpio	30–40	4—5	16	8
Trypanoplasma Keysselitzii Minchin	Tinca vulgaris	30–40	4—5	16	8
Trypanoplasma Guerneyorum Minchin	Esox lucius	30	4·5	16	10
Trypanoplasma varium Lég.	Cobitis barbatula	40–50	4·5	22	10
Trypanoplasma magnum Brein.	Cobitis fossilis	40–50	4·5	22	10

Kromě uvedených popsaných a pojmenovaných druhů konstatoval Keysselitz oba rody cizopasníkův u ryb Lota vulgaris, Leuciscus idus, Leuciscus rutilus, pouze trypanosomy u Silurus glanis. Uvádím to pro úplnost dosavadních studií, jakkoliv Keysselitz zmíněných forem ani nepopsal, aniž udal jich systematických vztahů k známým už formám.

Pokud jde o rod Trypanosoma existovalo několik znaků, které byly různými autory uváděny jakožto specifikující charaktery. Tak na př. znakem takovým byla granulovanost plasmy (T. granulosum). Že však tato není znakem dostatečným, dokazuje především to, že přítomnost hojných velikých gramulí není charakterem, který by se vyskytoval při

každé infekci zmíněné specie a u všech individuí cizopasníků, jak jsem s jistotou zjistil při srovnávání různých infekcí úhořů. Za druhé granulovanost je znakem, který stejnou měrou jako u sp. Trypanosoma granulosum je vlastním všem mnou dosud pozorovaným druhům (viz na př. T. II., fig. 13.), a vystupuje pravděpodobně v určité době vývoje.

Dalšími specifikujícími znaky byly velikost, tvar a poloha kinetonukleu a trofonukleu, délka a šíře těla, zvlnění undulující membrány a délka bičíku. Sledujeme-li již jenom u téže specie tyto poměry a máme-li zření na všechna stadia vývoje, růstu, vidíme, jak variabilními jsou tyto znaky. Velikost kinetonukleu variruje velmi málo u různých druhův a jeho poloha je ve většině případů závislá na fixaci (srovnej T. II., fig. 2. a fig. 10.). Velikost trofonukleu odpovídá rovněž růstu. Uváděti jeho polohu jakožto rozlišující charakter (což udávají Laveran a Mesnil jako typický rozdíl pro sp. T. Danilevskyi a T. tincae) má asi tutéž oprávněnost jako předešlé znaky. Jakkoli jsem tohoto rozdílu u zmíněných specií neznamenal, uvádím na vysvětlenou, že poloha trofonukleu u téže specie a při téže infekci velmi variruje (srovnej T. II., fig. 3. a fig. 9.). Co se týče pak zvlnění undulující membrány a délky volného flagela, jsou oba tyto znaky výsledkem činnosti krajového vlákna a momentní polohy v době fixace.

Na základě těchto všech fakt se domnívám, že cytologické rozdíly tkví v rázu nákazy. Zůstává tedy poslední znak rozlišující a tím je délka těla (měřena ovšem ve všech rázech infekce). Vezmeme-li tento znak za rozlišující, pak lze celou tu řadu specií restringovati na dvě skupiny:

skupina prvá obsahuje Trypanosoma granulosum, T. cobitis, T. barbatulae, skupina druhá pak specie ostatní. Znak „velikost“ míním tu ovšem jako znak dospělých stadií.

Dle toho prvá skupina se vyznačuje největší délkou, která je znakem konstantním. Při tom T. granulosum se od T. cobitis a T. barbatulae liší menší šíří.

Větší ještě identita je ve skupině druhé, kterou asi typicky representuje přechodní forma T. percae. Průměrná velikost této skupiny měří i s flagelem 50 μ. Vyskytují-li se v této skupině jisté nepatrné rozdíly ve velikosti těla neb délce bičíku, dlužno věc vysvětliti především tím, že na př. specie Brumptovy byly měřeny za živa, kdy veliká pohyblivost a měnlivost těla tyto nepatrné diference připouští; za druhé rozdíly velikosti dlužno vysvětliti rázem nákazy. Tak jsem na př. shledal identitu (již ostatně Minchin sám připustil) sp. T. Danilevskyi a T. tincae, šlo-li u obou o mírné, chronicky probíhající nákazy, tudíž infekce téhož rázu. Srovnává-li se však u jednoho druhu formy při nákaze akutní, u druhého při nákaze mírné, *objeví se vždy jisté rozdíly velikosti.* Při tom jsem konstatoval, že dospělé formy *při chronické, mírné nákaze dosahují značnější velikosti než tytéž formy při infekci akutní.* Toto faktum jsem zjistil jak při srovnávání různých druhů, tak i při srovnávání forem z různých nákaz u téže specie.

Domnívám se, že příčinou toho je mnohonásobné dělení se parasitů při akutních nákazách, čímž se průměrná velikost zmenšuje, kdežto při mírných infekcích vegetativní růst převládá nad činností kinetickou.

Kromě toho je závažným pro rozlišování specií jednak příbuznost hostitelů (ryby kaprovité — pískořovité) jednak přenášeč nákazy (piscikoly u prvých, Hemiclepsis u C. fossilis, C. barbatula, Anguilla fluviatilis).

U rodu Trypanoplasma byly vedle velikosti specifikujícími charaktery hlavně tvar a velikost kinetonukleu, délka bičíkův a počet karyosomů. Tak na př. jedním ze specifikujících znaků Minchinovy sp. Trypanoplasma Guerneyorum jest ovální, v podélné ose silně zkrácený, až sférický, kinetonukleus. Oprávněnost toho vyvrací faktum, že ovální až sférický kinetonukleus je znakem všech mladých vývojových stadií (viz T. I., fig. 4). S druhé strany sám jsem nalezl u téže specie dospělé formy s protáhlým, hůlkovitým kinetonukleem. Je tedy pravděpodobno, že tu Minchin specifikoval dle znaku mladých forem, jakoby tu šlo o stadia dospělá.

Jak dalece je délka bičíků rozlišujícím charakterem (T. Borreli), ukázal již Keysselitz. Znovu k tomu podotýkám, že u rodu Trypanoplasma je proměnlivou specielně délka zadního, vlečného bičíku (srovnej tabulku specií). Jeho délku jak za živa, tak i po fixaci dlužno vysvětlovati momentním zvlněním undulující membrány (krajového vlákna) a smrštěním těla. Domnívám se, že toto krajové vlákno je volným orgánem, který se pohybuje v jakémsi záhybu periplastu, takže počet jeho vln v těle parasitově podmiňuje současně délku jeho volného konce mimo tělo. Tyto délkové diference vystupují jmenovitě při srovnání mladých a dospělých vývojových stadií.

Že ani počet karyosomů (Minchinovy specie Trypanoplasma Guerneyorum a T. Keysselitzii) nemůže býti znakem specifikujícím, ukazují moje nálezy na formě T. barbatulae, kde se týž zjev objevuje v určité fázi infekce a je výsledkem dělení trofonukleu.

Zbýval by tedy opět jen znak velikost, jejž jsem, pokud mi to materiál dovolil, stejně srovnával u tohoto rodu jako u rodu Trypanosoma. Měřením všech vývojových stadií v periferní krvi sp. Trypanoplasma cyprini (Borreli) a vývojových stadií sp. T. barbatulae jsem shledal, že veškerá stadia prvé specie dosahují $^2/_3$ velikosti specie druhé (preparáty s akutními infekcemi T. cyprini mi ochotně zapůjčila prof. Dr. M. Plehn).

Jakkoliv jsem tedy ve všech formách vývoje shledal rozdíly velikosti, připouštím možnost, že tyto rozdíly byly způsobeny asi akutnější povahou nákazy u T. cyprini. Je totiž pravděpodobno, že tu platí totéž, co jsem řekl při rodu Trypanosoma, že totiž mnohonásobným dělením se velikost zmenšuje a v průměru nedosahuje té výše jako u nákaz mírnějších aneb dokonce chronických. Tímto faktem jakož i tím, že mnohé

ze specií v tabulce udané byly měřeny za živa, dlužno dle mého názoru vysvětlovati diference ve velikosti různých druhů těchto forem a pro definitivní rozřešení této otázky je nutná přesná kontrola ve všech stadiích vývoje a všech rázech infekce. Takovouto kontrolou jsem zjistil, že sp. Trypanoplasma cyprini Plehn a T. Keysselitzii Minchin jsou synonymem sp. T. Borreli Lav. et Mesnil právě tak jako moje specie T. magnum je synonymem T. barbatulae Lég.

Resumuji tedy tato fakta v ten smysl, že formy obou rodů, cizopasící v krvi sladkovodních ryb *jsou nejvýše druhy biologickými, systematicky vzato však pouze varietami jedné a téže specie*. Kloním se tedy, pokud se týká rodu Trypanoplasma k názoru Keysselitzovu a rozšiřují tento i na rod Trypanosoma (Trypanoplasma piscium a Trypanosoma piscium).

Trypanoplasma varium (*barbatulae*) *Lég — vývoj.*
— Synonymum: Trypanoplasma magnum Brein. —

Jako začátek recidivy dlužno vyznačiti dělení dospělých forem, čímž povstávají mladá stadia (zvaná indiferentní), která každou recidivu charakterisují.

Tato nejmladší vývojová stadia liší se již za živa menší velikostí a jemně granulovanou plasmou, která má slaběji zelenavý nádech než formy dospělé. Těmto formám je též vlastní pomalejší pohyb než stadiím dospělým a podobá se do jisté míry pohybu vývojových stadií v zažívacím traktu piscikol. Rovněž ono typické rozčlenění na základní kmen těla (entoplasmu) a undulující membránu (ektoplasmu) tu není ještě vyvinuto. Na barvených preparátech (Giemsova methoda) jeví tyto formy (T. I., fig. 1., 2., 3., 4., 5.) tuto strukturu:

Plasma je hyalinní, jemně alveolární, téměř homogenní a barví se světle modrým nádechem. Jen velmi zřídka se objevují v plasmě červenofialově zbarvená zrnka, lokalisovaná obyčejně v zadní partii těla. Za to typickým znakem (zvláště hojně při některých recidivách) jsou značně veliké vakuoly. Tyto, jak jsem pozoroval u forem při dělení, za živa se pohybují v plasmě, nejvíce opět v zadní partii těla a zdají se odpovídati oněm vakuolám, jež Reichenow u r. Karyolysus vykládá jakožto vakuoly s reservními látkami. Jich obsah je difusně barvitelný. Jich velikost je různá a obyčejně závislá na jejich počtu.

Pevným charakterem již u těchto nejmladších stadií je však jediná vakuola ležící obyčejně u předního konce kinetonukleu. *Jest typickým znakem tohoto rodu*, jak jsem již ve své prvé práci poprve naznačil, což nejnověji potvrzuje Gelei u Trypanoplasma dendrocoeli Fantham.

Jakkoli plasma je v celku hyalinní, lze již u těchto mladých stadií pozorovati, že je v zadní partii těla (viz T. I., fig. 1., 2.) hustší a temněji se barví než v přední partii tělesné, kde její zbarvení je vždy tónu světlejšího.

Právě tak jako plasmou jsou tyto formy význačné oběma svými jádry. Je to především kinetonukleus (blefaroplast), který tyto formy ostře odlišuje od dospělých stadií. Je totiž značně krátký, při čemž mu přibylo šíře tak, že mnohdy je ovální až kulovitý (viz T. I., fig. 4. a srovnej Minchinovu sp. T. Guerneyorum). Má tenkou, jadernou blánu a uvnitř temně červeně až fialověmodře zbarvené těleso (karyosom), kolem něhož je světleji zbarvená část tekutá vnější. Ta vnitřní kompaktní část jeví se různě dle stadií procesů v něm se odehrávajících buď jako jediný souvislý útvar neb v podobě fragmentů.

Nejzajímavější strukturu má však trofonukleus, který je v průměru k tělu a kinetonukleu značně veliký a spíše kruhového než oválného tvaru (viz T. I., fig. 4.). Má zřetelnou blánu (viz T. I., fig. 1., 2., 4.) a jeví v základní hmotě, růžově zbarvené, zrnka značně veliká, na nichž při silných zvětšeních lze rozeznati jakýsi světlejší podklad a pak sytě se barvící hmotu na prvý se vázající (linin a chromatin). Sestavení těchto zrnek je obyčejně ve tvaru věnce na periferii, může však býti i nepravidelně roztroušené (T. I., fig. 3.). — *Karyosomu jsem v této fázi jaderného vývoje nikdy neznamenal* (srovnej Keysselitz).

Dělící formy těchto mladých stadií jsou přes značný počet cizopasníků velmi řídké. Dělení jest obyčejně v začátcích a týká se buď kinetonukleu (T. I., fig. 20.) nebo záleží ze zřetelné kinese trofonukleu (T. I., fig. 5.), při čemž znovu vystupují v dceřinných jádrech ona veliká chromatinová zrnka. Kinese tato je provázena dělením se undulující membrány a předního flagela.

Při silnějších infekcích počet těchto mladých forem převládá. Další vývoj těchto stadií representují formy, které velikostí stojí asi ve středu mezi mladšími a dospělými stadii. Změny tímto vývojovým růstem prodělává při tom jak plasma, tak i obě jádra.

Plasma je hustší, banitelnější a objevují se v ní již hojnější a větší granula. Ony vakuoly, typické pro předešlá stadia, buď mizejí neb (a to většinou) jim růstem značně ubylo na velikosti. Rozčlenění na temněji zbarvenou entoplasmu a světleji zbarvenou ektoplasmu je již zřetelné (T. I., fig. 6.). Změny, odehrávající se v jádrech, záleží v tom, že kinetonukleus se protahuje do délky, při čemž pozbývá své dřívější šíře; v trofonukleu ona veliká chromatinová zrnka pozbývají své individuality, roztylujíce se v menší sytě červeně zbarvená zrnéčka, pravidelně po celém jádře roztroušená (na význam toho poukáži v závěrečné kapitole).

Další pak růst těchto přechodních forem vrcholí ve stadiích dospělých. Již za živa lze tyto dospělé formy zřetelně rozeznati od jiných stadií jejich velikostí, pomalejším pohybem a značně hustší plasmou, která jeví zelenavý nádech. Na barvených preparátech vystoupí v plasmě značná granulovanost, jmenovitě v zadní partii těla. Granula, která jsou roztroušena po celém těle, dosahují někdy u těchto dospělých stadií velikosti blefaroplastu trypanosom a barví se fialově-červeně. Ona cylindrická

granula, která Léger u této variety popisuje, jsou asi náhodným cizopasným zjevem, jejž jsem pouze v jediném případě z velikého počtu svých preparátů nalezl. Vakuoly v plasmě těchto forem vyskytují se v nepoměrně menším počtu a jsou značně menší, při čemž jich obsah je modrorůžově zbarven. Za to však neobyčejně zřetelně vystupuje tu vakuola u kinetonukleu, která leží buď po straně kinetonukleu (T. I., fig. 15., 10.) neb před ním. Její obsah se barví žlutohnědě. Častým zjevem jsou v plasmě probíhající buď světle neb silněji růžově zbarvené, podélné pruhy, myonemy, které se táhnou souběžně s krajovým vláknem.

Rovněž velmi častým (specielně krásně po barvení fuchsinem a methylvioletí) znakem těchto dospělých stadií je chromaticky zbarvené vlákno, jež jest asi tak silné jako vlákno krajové a probíhá od předního konce kinetonukleu souběžně s undulující membránou, spíše blíže ventrální straně než dorsální. V některých případech se přikloňuje ke krajovému vláknu (T. I., fig. 9.) takže vzniká dojem, jakoby šlo o dělící se stadium. Toto centrální vlákno, které Keysselitz popisuje jako dvojitou centrální fibrilu, má asi po mém názoru jakýsi podpůrný význam pro přední partii těla, která je význačna hyalinní plasmou, a domnívám se, že bude podobným útvarem jako „Axialfilament“ trypanosom a jiných flagelátů. Že by tato fibrila vznikala v zadní partii kinetonukleu, jak tvrdí Jollos proti Keysselitzovi, nemohu potvrditi; naopak shledal jsem ve všech případech totéž co Keysselitz, totiž že vznik její dlužno hledati u jeho předního konce.

Kinetonukleus těchto dospělých stadií je na vrcholu svého růstu a charakterisuje tyto formy svojí značnou délkou, probíhaje při ventrální straně těla, jen výjimkou (T. I., fig. 8.) zabíhaje svým distálním koncem do nitra plasmy. Vnitřní jeho struktura je podobně jako u mladých forem různá dle toho, v jaké fázi dějů se právě nalézá. Má opět zřetelnou blánu a ve světleji zbarvené zóně vnější leží buď podélný kompaktní útvar, temně zbarvený, nebo fragmentovaný v různý počet tělísek (T. I., fig. 22a). Za živa lze na něm pozorovati pravidelné smršťování, kterým asi řídí pohyby předního flagela a krajového vlákna. Barvitelnost kinetonukleu je stejně jako trypanosom daleko větší než trofonukleu.

Jako východisko pro porozumnění struktury trofonukleu považuji stadia, u nichž se jádro blíží jádru oněch přechodních, kdy totiž jeho struktura záleží z nepatrných zrníček chromaticky zbarvených v základní, nepatrně barvitelné hmotě pravidelně roztroušených (T. I., fig. 6.). V dalším vývoji se chromatická hmota koncentruje v centru nebo zřídka na póle jádra v karyosom. Jádro v tomto stadiu má zřetelnou blánu; vytvořením se karyosomu vznikla světlá zrna kolem něho, jež se barví obyčejně slabě růžově, což by ukazovalo, že v ní je přítomno nepatrné množství chromatické substance.

Struktura karyosomu zdá se při velmi silném zvětšení býti složena z velmi nepatrných, chromatických tělísek, která dohromady splývají

v jediný sférický neb ovální útvar karyosomový. V této formě není viděti nijakých jiných útvarů v karyosomu (T. I., fig. 7.). Naproti tomu u jiných individuí lze zcela zřetelně zříti v něm malé, sférické tělísko, sytě chromaticky zbarvené, což je centriola, jež je v době klidu skryta v karyosomu (T. I., fig. 18.). Dosti zhusta se vyskytují stadia, u nichž rozlišení na vnější zónu a na karyosom mizí tím, že tento vyplňuje celé jádro.

Dělení trofonukleu u těchto dospělých stadií počíná se tím, že z karyosomu vystupuje ono sférické tělísko, centriola, která se staví polárně. Tento zjev vystoupení centrioly je poměrně častý a již při slabším zvětšení patrný pro neobyčejně sytě červené její zbarvení (T. I., fig. 11.). Toto vystupování centrioly upomíná velmi na podobný zjev Hartmannem a Chagasem pozorovaný u Haemogregarina Lutzi a ještě více na vyobrazení Moroffova u Adela zonula (viz Hartmann). Proti tvrzení Hartmannově jsem však nenalezl nijakého spojovacího vlakénka s karyosomem.

Další fází dělení je rozdělení centrioly ve dvě, jež s počátku zůstávají na jednom pólu (T. I., fig. 12.), ale pak se rozestupují na oba póly karyosomu (T. I., fig. 13.). Tato fáze úplně souhlasí s vyobrazeními Moroffovými (viz Hartmann, Fig. 3., II. b; srovnej Minchinovo vyobr. 68.). Na to následuje diferencování se karyosomu v chromatická tělíska, kteréžto zjev však (snad vlivem osmiové fixace) jen velmi zřídka lze sledovati s naprostou zřetelností. Stadia s ekvatoriální destičkou jsem dosud nenalezl. V telofasi se pak hmota chromatická rozestupuje na oba póly a shromažďuje se kolem centriol, jež v sobě uzavře. Tak dostáváme posléze stadia, kde má individuum již 2 oddělená jádra, v nichž však chromatická substance je v téže formě jako u mladých stadií, totiž ve způsobě velikých zrnek (T. I., fig. 15.).

Velmi častý je zjev, kdy se v nově rozdělených jádrech seskupí chromatická hmota hned v karyosomy (T. I., fig. 14.), což se mnohdy děje již v telofasi. Toto upomíná na Minchinova pozorování u variety T. esocis a Gelei-ova u T. dendrocoeli, kde se přihází velmi zhusta. Zdali i v tomto případě u naší variety dochází k zřetelnému rozdiferencování se karyosomu v tělíska obdobná chromosomům teprve po kinesi, jak to pozoroval Gelei, či zda nerozlišení karyosomu v době dělení v chromosomy, je zaviněno fixací a přebarvením, nemohu dosud pro poměrně řídká stadia dělení rozhodnouti — a zůstává mi směrodatným pro posouzení vývoje jádra fakt, že rozdělená jádra dospělé formy (T. I., fig. 15.) mají stejnou granulovanou strukturu jako jádra stadií mladých.

Dělící stadia těchto dospělých forem se vyskytují velmi zřídka na fixovaných preparátech a ukazují rozdělené již trofonukley, ležící při undulující membráně. Ostatní fáze dělení jejich jsem pozoroval v rychlých kulturách, kde již po 12—18 hodinách se hojně objevují. Materiál kultivovaný záležel výhradně z dospělých forem slabší, chronicky probíhající nákazy. Dělící se individua štěpí se po délce těla, při čemž ustavič-

ným pohybem vzniká dojem, jako by tu bylo více individuí sestavených v rosetu, což vzniká tím, že nerozdělená zadní partie těla s rozštěpenou částí přední je tvaru Y. V dalším průběhu dělení se individuum rozštěpí úplně ve 2 individua, která spolu ještě souvisejí téměř celou šíří zadní partie a provádějí pohyby směřující proti sobě a k úplnému se uvolnění. V zadní partii obou individuí lze zříti hustší plasmu a různý počet světlolomných vakuol a malých granulí, odrážejících se od ostatní plasmy. Zajímavým zjevem v té době, kdy již je dělení u konce, je fakt, že se jedno z individuí přichycuje krvinek pomocí předního bičíku. Proti tomuto fixování se na krvince provádí druhé individuum trhavé pohyby, jimiž se posléze obě individua od sebe úplně oddělí. Nově vniklá individua mají as polovinu velikosti stadií dospělých a pohybují se, jak jsem se již svrchu zmínil, podobně jako vývojové formy ze zažívací roury piscikol, kterýžto pohyb se s počátku velmi podobá pohybu spirilovému, při čemž zvláště krásně vyniká činnost undulující membrány. Tento pohyb se vyznačuje také tím, že není při něm oněch smrskujících pohybů, podmíněných činností myonemů, jak tomu jest u stadií dospělých.

I takto již rozdělené formy mají, jak již Keysselitz konstatoval, zřejmou tendenci přichycovati se červených krvinek předním flagelem, při čemž činností undulující membrány tělo se protahuje do délky a tvoří mírné, pravidelné vlny. Změn vnitřní struktury, týkajících se mitosy trofonukleu a kinetonukleu, jakož i vzniku bičíků jsem in vivo nemohl bezpečně zjistiti.

V dospělých stadiích vrcholí současně vývojový cyklus, pokud se odehrává v krvi ryby; Keysselitz, který prvý popsal podrobně vývojový cyklus rodu Trypanoplasma, se domnívá, že již v těle ryby děje se v těchto dospělých stadiích rozlišení na samčí a samičí gamety. Dle něho se rozlišují tyto dvě pohlavní formy od sebe takto: gamety samičí mají slaběji vyvinutý (méně barvitelný) kinetonukleus a poměrně veliký trofonukleus, gamety samčí mají naproti tomu silnější kinetonukleus a relativně malý trofonukleus, kromě toho pak jasnější plasmu s menším množstvím reservních látek. Připustíme-li tyto znaky za rozlišující, pak by samičí gametě odpovídalo individuum vyobrazené na T. I., fig. 10. a samčí individuum na T. I., fig. 9. Toto bylo by však spíše náhodné a libovolné, ježto, shrnu-li celý svůj dosavadní materiál, musím přiznati, že tyto rozlišovací pokusy by byly více předpokládané než všeobecně platné. Na velikém počtu svých preparátů naší variety jsem se zabýval studiem tohoto pohlavního rozlišení dospělých stadií a shledal jsem, že znaky Keysselitzem udávané tak značně varirují, že jich jako naprosto pevného vědeckého kriteria nelze přijmouti. Ani při takových nákazách, které Keysselitz považuje za zvláště příznivé pro další vývoj v pijavce, kdy totiž se v periferní krvi objevují výhradně typické dospělé formy, jsem nemohl konstatovati chrarakterův, které by byly pevně přijatelné jakožto kriteria pohlaví.

Ostatně, srovnáme-li Keysselitzova vyobrazení č. 53. a 54., jakož i č. 57. a 58. je patrno, že ani tu autorem udávané rozdíly nevystupují přesvědčivě.

Mimo to je jisto, že tato dospělá stadia jsou materiálem, z něhož se rekrutují nové mladé formy při recidivách, čímž se tedy onen pohlavní ráz paralysuje. Dále je zjištěno, že tyto formy dospělé prodělávají další svůj vývoj v těle druhého hostitele, pijavky. Keysselitz tvrdí, že ona mladá indiferentní stadia při tomto přechodu do zažívací roury piscikoly hynou, kdežto ona gametová stadia se kopulují. Dlužno proti tomuto tvrzení uvážiti především to, jak se tyto cizopasné formy chovají při změně media. Tu je zjištěno (srovnej kultivaci), že reagují silným dělením. Za druhé je dlužno vzíti v úvahu pozorování Légerovo, jenž, sleduje vývoj naší variety v pijavce Hemiclepsis, konstatoval sice, že mladá stadia hynou, že však naproti tomu stadia dospělá prodělávají hojné dělení, načež teprve během několika dní objevují se rozlišené formy dvojího rázu (pohlavní rozlišení?). Uvážíme-li tedy tato dvě fakta a mimo to Jollosův poukaz na kopulativní zjevy Keysselitzem udávané a pozorování Robertsonové, ptám se, kde že je individualita gamet? A tak se domnívám, že, je-li možno vůbec mluviti o kopulačních jevech v druhém hostiteli, lze nejvýše připustiti ten výklad, že tato dospělá stadia by mohla představovati gametocyty, které v zažívacím traktu pijavek dělením produkují teprve pohlavní, kopulace schopná stadia, a nikoli tedy přímo gamety. Znovu však zdůrazňuji, že tento výklad, jímž by se též vysvětlila ona nesnadnost rozlišení pohlaví u forem v periferní krvi, závisí na tom, zda vůbec kopulace u těchto forem existuje. (Srovnej Mendeleeffovy nálezy!)

Dlužno se zmíniti o stadiích involučních, jež vystupují za podmínek pro další život parasitů nepříznivých, totiž těsně před nebo po smrti hostitelově. Zajímavo je, že jsem pozoroval tato stadia i v té době, kdy ještě byl krevní oběh infikované ryby v normální činnosti, kdy však již pravděpodobně jisté změny v krvi se odehrávaly, na něž cizopasníci touto formou reagují.

U ryb, jichž krev jsem zkoušel několik hodin před smrtí (jednalo se o nákazy chronické s malým počtem cizopasníků), objevují se tato stadia současně se stadii dospělými, která mají ještě normální charakter. Hlavní změny záleží v pohybu a tendenci nabývati kulovitého tvaru. U ryb však, které byly zkoumány 1—2 dny po zajití, tyto involuční formy již převládají. Pozorovány za živa ihned se odlišují jiným pohybem, jejž lze charakterisovati spíše jakožto vířivý. Je značně rychlý, při čemž hlavní úloha připadá přednímu flagelu. Plasma je hustá, hojně zrnitá a obsahuje četné veliké vakuoly (T. I., fig. 16.), jichž obsah je difusně zbarven. Tělo parasitovo se zakulacuje a činnost krajového vlákna se seslabuje tak, že nenalézáme na krajovém vláknu obyčejně vln. V dalším stadiu se pak ovinuje ekvatoriálně kolem kulovitého těla (T. I., fig. 16.).

Nějakých redukcí degeneračních jsem nepozoroval ani v kinetonukleu ani v trofonukleu. Obě jádra zdají se však míti tendenci sobě

se přiblížiti a lokalisovati se v centru sféry. V pozdějším stadiu mizejí stopy po krajovém vláknu (T. I., fig. 17.). Tyto zjevy do jisté míry souhlasí s pozorováním Mendeleeff-Goldbergové na žabích trypanosomech. Naproti němu však jsem ani v jediném případě nepozoroval úplného rozpadu, o němž zmíněný autor šíře vykládá. Ani dva dny po zajití nakažené ryby jsem nenalezl rozpadávajících se cizopasníků, jakkoli připouštím, že se tak později děje, což lze snad vysvětliti větší resistentností těchto forem. S druhé strany však není vyloučena naprosto možnost, že tyto formy, podobně jak jsem pozoroval u vývojových forem v pijavkách, mohou v době dočasně nepříznivé vésti k trvalým stadiím v útrobních orgánech. Tížeji lze tuto eventualitu připustiti u stadií v krvi ryb zašlých. Soudě dle jiných pozorování (Mendeleeff, Keysselitz) tato stadia při rozkladu krve hynou, jsouce bez vlivu na šíření se infekce.

Co se týče velikosti všech vývojových stadií této odrůdy, měří mladá stadia 15—25 μ délky těla — 18 μ bičík přední — formy intermediární 25—30 μ délky a formy dospělé 35—50 μ délky — bičík 18—22 μ. Ovšem jest přirozeno, že délka těla dospělých forem, což znovu zdůrazňuji, variruje dle rázu nákazy (srovnej T. I., fig. 14. z nákazy mírné a T. I., fig. 15. z nákazy silné).

Ráz nákazy a její přenášení.

Ráz infekce je v celku trojí: jsou to především nákazy akutní, kdy se v krvi cizopasníci nalézají v hojném počtu a při nichž převládají obyčejně mladá stadia nad stadii dospělými. Takováto nákaza, nekončí-li smrtí infikovaného zvířete, přechází vývojem v infekci mírnější, která se charakterisuje tím, že při ní převládají formy dospělé. Rázu nejmírnějšího jsou nákazy chronické, vyznačující se nepříliš hojnými stadii dospělými, dosahujícími největších rozměrů. Jest ovšem jisto, že z těchto chronických infekcí vznikají za změny podmínek, o nichž se později zmíním, nákazy rázu akutního (recidivy) a naopak, že ze silných infekcí resistencí nakažené ryby povstávají infekce chronické.

Za jakých okolností nastávají recidivy, není dosud přesně stanoveno, ale, soudě dle chování se těchto parasitů v zředěném mediu při kultivaci, je pravděpodobno, že za okolností analogických, kdy totiž kvantum vody v krvi se zvyšuje. Takovéto recidivám příznivé okolnosti nastávají, jak jsem se mohl přesvědčiti, u hladovících ryb, u nichž jsem se shledával jmenovitě s častými recidivami trypanosom. Konstatoval jsem nejsilnější recidivy u přezimujících, hladovících ryb v prvých jarních měsících, březnu a dubnu. V tomto jsem za jedno s míněním Keysselitzovým, který tyto jarní recidivy vysvětluje tím, že neustálý pohyb hladovících, přezimovavších ryb při hledání potravy vyčerpává jejich energii a přiváděje silné oslabení a anemii způsobuje tak impuls k množení se cizopasníků. Mimo to i pozorování téhož autora, že v době tření se cizopasníci jen pořídku vyskytují v krvi, kdežto po tření nastává nové množení, mohu

svými nálezy potvrditi. Zkoušel jsem 50 samic v době před třením a ani u jediné jsem nenalezl stopy nákazy; naproti tomu u ryb, které jsem zkoušel po tření, jsem téměř v 90% stanovil infekci. Pokusů s odnímáním krve jsem nečinil. Lze tedy tato fakta resumovati v ten smysl, že biologické minimum infikované ryby je současně existenčním optimem v krvi se nalézajících parasitů (srovnej závěry Mendeleeffovy!).

Z jiných impulsů, které snad vyvolávají recidivy, jest asi temperatura. Tolik je totiž jisto, že v letních měsících je infekce hojnější a častější než v době zimní. Ale ani zde nelze stanoviti pravidla, ježto mnohdy přicházejí na určitých lokalitách podmínky pro množení se cizopasníků příznivé i v době měsíců zimních.

Procentuálně jest infekce u Cobitid velmi značná. U Cobitis barbatula jsem ji shledával v letních a podzimních měsících v 80—90%, většinu ovšem rázu chronického. Pro srovnání uvádím, že jsem podobné poměry shledal i u C. fossilis, takže Mitrophanowem udávaná 99% nákaza u této ryby je zcela pravděpodobná.

Vzhledem k převaze chronických infekcí lze velmi obtížně charakterisovati patologické znaky trypanoplasmosy již z toho důvodu, že při těchto vystupují oba rody současně v krvi. Je totiž dosud nerozhodnuto, který z obou rodů způsobuje vlastně onemocnění. Pro C. barbatula jsem shledal, že sice při některých silnějších nákazách oba rody se početně sobě vyrovnají a že dokonce recidivy trypanosom jsou častější, ale že při akutních nákazách (jmenovitě u přezimovavších ryb), kdy infikované ryby jeví patologické známky onemocnění, převládá rod Trypanoplasma. Z té příčiny a pak s ohledem na akutní infekce trypanoplasmové, zaznamenané Keysselitzem a M. Plehn, kloním se k názoru Keysselitzovu, že vlastním působitelem onemocnění je rod Trypanoplasma.

Z patologických zevních známek uvádím jmenovitě bledost žaber a celého těla. Pouhým okem jsem rozeznal bezpečně infikované ryby, prodělávající recidivu, o čemž mne pak mikroskopická zkouška přesvědčila. Dalším znakem onemocnělých ryb je zdržování se týchž při hladině a rychlé dýchání. Zkoumal jsem při tom ryby i na jiné cizopasníky, hlavně myxosporidie, ale nález v té věci byl negativní. Toto zdržování se při hladině, svislé, ochablé tělo a rychlé, středové oddychování jsem pozoroval jmenovitě u přezimovavších ryb, jež byly v jarních měsících zachváceny recidivou. Z patologických známek vnitřních byla to hlavně anemie (nepříliš silná), ač dosti řídká. Změn patologických, uváděných Keysselitzem, jsem u C. barbatula neshledal. Ve všech případech jsem však nalezl oba rody parasitů v moku cerebrospinálním.

Proti těmto silným nákazám je zevně i anatomicky průběh infekcí chronických úplně neznatelný. Ryby s chronickými infekcemi nejeví nijakých patologických známek a jsou proti apatickým rybám akutně infikovaným stejně čilé jako ryby infekce prosté.

Přenášení nákazy. — Pokud jsem zkoumal ryby chycené v přírodě, nenalezl jsem na nich ani piscikol ani sp. Hemiclepsis. S druhé strany, pokud jsem chtěl experimentálně osvětliti otázku, která z pijavek nákazu přenáší, neměly, jak jsem se již zmínil, tyto pokusy positivního výsledku. Hemiclepsis se vůbec nepřichytily, piscikoly pak s počátku jevily úplnou apatii (experimenty se dály v měsíci březnu a dubnu) vůči mřenkám, kdežto na kapříky se přissály hned. Teprve po delší době, kdy byly ve velkém počtu isolovány s mřenkami v malé nádrži, se na tyto přissávaly Poněvadž však šlo o piscikoly již akutní trypanoplasmosou stižené, nemohl jsem sledovati, nastalo-li v nich množení cizopasníků z mřenek. Rovněž připouštím, že negativní výsledek pokusů mohl býti podmíněn imunitou ryb. Z té příčiny, že moje dosavadní pokusy o zjištění přenášeče nejsou četné a positivní, zasluhují největší váhy v této otázce pozorování Légerova, třebas nebyla detailní. Tento autor pozoroval totiž v přírodě často přissáté Hemiclepsis na mřenkách a studoval další vývoj této odrůdy ve zmíněné pijavce (Hemiclepsis marginata), při čemž konstatoval, že v zažívacím traktu téže indiferentní stadia hynou, kdežto dospělé se množí. Po několika dnech se objevují velmi četná, malá stadia dvojího rázu, z nichž jedna jsou téměř vláknitá a představují dle autora formy mužské.

Tuto otázku zůstavuji svým dalším studiím.

Zmíním se posléze o vědeckém označení této variety. Prvý ji popsal r. 1905 Léger pod označením Trypanoplasma varium, rozeznávaje dvojí druh forem dle rázu infekce. Při infekcích akutních převládaly malé indiferentní formy, kdežto při infekcích chronických formy značně veliké s granulovanou plasmou. Jakkoliv týž autor neudal nijakých cytologických znaků specifikujících, nazval ji pouze dle dvojího rázu forem a klasifikoval ji dle vývojového cyklu, jakoby šlo při tom u každého rázu nákazy o stabilní charakter. Z vylíčeného právě vývoje vysvitá, jak dalece je toto označení vhodné.

Vývoj Trypanosoma barbatulae Lég.

Začátek nové recidivy se vyznačuje přítomností mladých stadií (T. II., fig. 1., 2.), analogických oněm u rodu Trypanoplasma. Tato jsou již na preparátech z čerstvé krve snadno rozeznatelná svým rychlým, mrskavým pohybem od stadií dospělých. Za živa z vnitřní struktury je zřetelný při silném zaclonění kinetonukleus v podobě sférického, světlolomného tělíska; plasma je úplně čirá a postrádá onoho zelenavého nádechu.

Na barvených preparátech (Giemsova methoda) je plasma zbarvena homogenně, slabě modře. Jen velmi zřídka obsahuje malá, po celém

těle roztroušená granula, zbarvená modročerveně. Vakuola u kinetonukleu vystupuje opět jakožto typický charakter. Trofonukleus je většinou sférický neb řídčeji ovální a má obdobnou strukturu jako ona mladá stadia trypanoplasmová; skládá se totiž z pravidelně rozestavených velikých granulí, jež obyčejně vyplňují celý obsah jádra (T. II., fig. 1.). Tato granula jsou sytě červeně zbarvena. Jen výjimečně se jeví jádro jako homogenní, temně zbarvený útvar (T. II., fig. 2.). Ani u těchto mladých stadií jsem neshledal karyosomu.

Kinetonukleus je poměrně značně veliký, tvaru sférického a silně barvitelný, takže v něm nelze stanoviti nějakých vnitřních detailův.

Růst těchto forem má v zápětí změny jak v plasmě tak i v jádře. Již za živa lze tato stadia růstu rozeznati od mladých pomalejším pohybem, značnější délkou a bohatstvím plasmy. V několika případech jsem pozoroval v plasmě veliké, vakuolovité útvary sférického tvaru, silně světlolomné, jež se pohybovaly a cirkulovaly volně v zadní partii těla mezi oběma jádry. Zdali ty útvary jsou identické se sférickými granuly, o nichž se zmíním, a jsou-li to produkty výměny látek či degenerační, nemohu rozhodnouti.

Zbarvením objeví se v plasmě silné, stejnoměrné granulování; tato granula se barví tmavě modře. Vedle nich objevují se však v plasmě těchto stadií růstu granula větší, barvící se červeně až fialově. Jejich rozdělení není sice pravidelné (jsouť roztroušena po celém těle), přes to však se v největším počtu soustřeďují v partii mezi jádrem a předním koncem těla (T. II., fig. 13.). Tato granula jsou pravděpodobně výsledkem asimilace.

Zjevem odchylným a poměrně velmi řídkým je přítomnost velikých sférických granulí. Plasma je při tom skoro úplně homogenní a růžově zbarvena. Také u těchto granulí lze sledovati jisté lokalisování, jehož centrem je jádro. Někdy jsou sestavena v liniích paralelních s undulující membránou. Jich přítomnost souvisí se změnami, jež se odehrávají v jádře. Kdežto totiž se u normálních, dospělých stadií nalézá v jádře sytě červeně zbarvený karyosom, u těch individuí, která mají ve své plasmě tato veliká granula, karyosom buď částečně nebo úplně se redukuje, při čemž trofonukleus nabývá větších rozměrův a jeví difusní zbarvení.

V některých případech, kdy ještě nejsou granula vyvinuta v takovém množství a velikosti, lze ještě uvnitř jádra zříti zbytek karyosomu (T. II., fig. 8.). Vrcholem těchto procesů jsou stadia, kdy granula jsou ve velikém počtu a značné velikosti přítomna. Tu pak již nelze v trofonukleu nalézti stop po karyosomu a jádro má vzhled degenerační (T. II., fig. 9.).

Vzhledem k této souvislosti mám za to, že tato granula jsou výsledkem degeneračních změn v jádře, jež nejprve vedou k úplné degeneraci karyosomu a posléze k úplné degeneraci celého trofonukleu. Pro degeneraci mluví i změny v kinetonukleu, jenž má mnohdy porušené

kontury a jeví menší barvitelnost. Též plasma je abnormální, jsouc růžově zbarvena a postrádajíc oněch modře a červeněfialově zbarvených drobných granulí, jež jsou typická pro individua normální. Považuji celý zjev za „volutinosu“ (Swellengrebel).

Kinetonukleus u normálních dospělých stadií nabyl větší velikosti a jest obyčejně sférický, temně zbarvený. Jeho vzdálenost od konce těla variruje na preparátech dle stažení plasmy v době fixace. Redukčních procesů jsem v něm neshledal.

Za to trofonukleus je růstem podroben zajímavým změnám, jež v celku odpovídají tomu, co jsem naznačil u předešlého rodu. Jeho poloha v těle celkem variruje. Někdy je bližší přednímu konci těla, jindy opět zadnímu, většinou ležívá v centru. Přibylo mu velikosti a je většinou oválního než sférického tvaru. Proti mladým stadiím jest u dospělých jádro diferencováno na vnější zónu, světle růžově zbarvenou a vnitřní kompaktní, sytě červeně zbarvený karyosom.

Vnější světlá část trofonukleu má jemnou strukturu a připouštím, že obsahuje, soudě dle zabarvení, nepatrné kvantum chromatinu v podobě neobyčejně malých zrněček.

Vnitřní část, karyosom, leží ve většině případů v centru jádra (T. II., fig. 2.), ale není vzácným případ, kdy leží na jeho pólu (T. II., fig. 6.).

Co se týče ostatní struktury dospělých stadií, jsou to především myonemy (T. II., fig. 6.), které probíhají souběžně s krajovým vláknem, a pak ona typická vakuola, ležící u kinetonukleu. Malé vakuoly vyskytují se u těchto forem v podobné formě jako u rodu předešlého. V jediném případě jsem nabyl dosti široký, protáhlý útvar, probíhající v dorsální části těla a směrem k jádru se rozplývající. Soudě dle degeneračních zjevů celého individua, patří snad i tento útvar k týmž procesům degeneračním.

Dělící stadia této variety nejsou vzácná, ale dělení je provedeno obyčejně jen v trofonukleu, probíhajíc obdobně jako u r. Trypanoplasma. Jakožto počátek dělení dlužno označiti stadia, kdy centriola vystupuje z karyosomu a objeví se na jeho pólu (T. II., fig. 14.). Toto stadium je relativně časté. Rozdělení centriol v prvé fázi, jako u trypanoplasem, jsem nenalezl, za to však dosti často stadium, kdy obě centrioly jsou na pólech a chromatin je seskupen v ekvatoriální destičku (T. II., fig. 15.). Ostré odlišení vnějšího jádra obyčejně mizí, ač někdy i blána ještě v této fázi je normálně vyvinuta. Rozdělené centrioly na pólech jsou viditelné jako temné body, kolem nichž jsou světlé dvůrky. Diferencování karyosomu v chromosomy jsem nalezl pouze ve 2 případech (T. II., fig. 18.), ve stadiu equatoriální destičky nelze však bezpečně individualitu jich zjistiti, ježto se destička jeví jednolitě, temně zbarvená. Snad i zde vlivem zbarvení (či fixace?) toto rozlišení není patrno právě tak jako v telo-

fasi, kdy dceřinný chromatin se objevuje na pólech v podobě karyosomů. Tato stadia s rozdělenými karyosomy (T. II., fig. 10., 16., 17.) jsou poměrně častá a vyskytují se při téže infekci u velikého počtu individuí.

Ostatní zjevy dělení jsem pozoroval v rychlých kulturách, kdež po několika hodinách nastává rapidní množení těchto stadií. Z vnitřních jevů lze při silném zaclonění velmi dobře pozorovati rozdělení kinetonukleu ve dvě světlolomná, sférická tělíska, která se záhy značně daleko od sebe rozestupují. Při tom se zadní partie těla poněkud rozšiřuje. V dalším průběhu se individua štěpí podélně a vznikají tu opět podobné útvary jako u trypanoplasmy v podobě Y. Mrskavými, prudkými pohyby dělících se stadií vzniká chvílemi dojem multiplikačního dělení.

Též u rozdělivších se mladých trypanosom jsem pozoroval tendenci přichycovati se erythrocytův a leukocytův, a v jednom případě jsem shledal, že cizopasník pronikl krvinkou, což v druhém případě se mi potvrdilo na fixovaném preparátu.

Dospělá stadia uzavírají vývojový cyklus v periferní krvi. Naskytá se nyní otázka, lze-li v nich spatřovati formy pohlavní.

Z všeobecných kriterií pohlavního rozlišování uvedu názory v. Prowazkovy, Dofleinovy a Hindle-ovy. Dle Mayera v. Prowazek rozlišuje pohlavní formy takto:

a) Formen mit einem nicht scharf umgrenzten Kern und zahlreichen Granulationen;

b) etwas schmälere, manchmal dunkler blau sich färbende Individuen mit einem schärfer umgrenzten, länglichen, chromatinreichen Kern;

c) Formen, deren Körper gedrungener, massiger ist; das Protoplasma ist deutlich, gleichmäßig alveolär, und färbt sich nach Giemsa in einem eigentümlichen, transparenten, himmelblauen Farbton. Der Kern ist deutlich rund, sukkulent und die bröckeligen Chromatinkörnchen über ein weitmaschiges Gerüst verteilt.

Při tom forma *b*) značí samčí, forma *c*) samičí individua, kdežto *a*) značí typ indiferentní.

Doflein naproti tomu uvádí tato kriteria:

a) Individuen mit reinem, reservestoffarmem Plasma, von langer, schlanker Form, mit extrem ausgebildeten Bewegungsorganellen, großen Blepharoplasten, vielfach auch im Verhältnis zum Plasma reichlicher Kernsubstanz, aber mit absolut kleinem Kern, im ganzen spermatozoenähnliche Individuen;

b) Individuen mit stark granuliertem, reservestoffreichem Plasma, von breiter, gedrungener, oft plumper Form, mit gering ausgebildeten Bewegungsorganellen (kurzer Geißel, schmaler, undulierender Membran), kleinen Blepharoplasten, großem Kern;

c) Individuen mit mittleren Eigenschaften.

Formy *a*) a *b*) značí pohlavní formy (prvá typ samčí, druhá typ samičí), forma *c*) typ indiferentní.

Jakožto nejplatnější je pro naši otázku názor Hindle-ův, protože je v něm charakterisováno rozlišení forem pohlavních v krvi hostitelově, a nikoli v zažívacím traktu přenášeče. Hindle rozlišuje opět tři formy: samčí, samičí a indiferentní. Dle něho *samičí* individua („stumpy forms") se vyznačují tím, že zadní konec těla je tupý, zaokrouhlený a celé tělo v poměru k značné šíři je velmi krátké. Bičík a undulující membrána jsou vyvinuty velmi slabě. Plasma se barví velmi hustě a obsahuje četná chromatická granula; kinetonukleus je velmi veliký, trofonukleus rovněž a je v podobě kulatého váčku, kterýž uvnitř chová sférický centrosom (= karyosom?), jenž je dvakrát tak veliký jako u forem indiferentních. Formy *samčí* („long forms") jsou naproti tomu delší, štíhlejší a jich zadní konec je zašpičatělý. Bičík i undulující membrána jsou velmi dobře vyvinuty. Plasma se barví méně hustě a neobsahuje oněch chromatických granulí. Kinetonukleus je malý, trofonukleus je pak v podobě protáhlého, oválného váčku, jenž má uvnitř malý, zřetelně rozlišený centrosom.

Srovnáním těchto tří různých stanovisek rozlišovacích je patrno, že si tato v typických některých charakterech odporují, jmenovitě v ohledě jader, jež při kopulaci jsou pak nejdůležitějšími komponentami.

Pokud jsem studoval u forem, přicházejících v periferní krvi, tyto rozlišovací charaktery, jest mi přiznati, že jsou velmi labilní. Tak ku př. ono tupé zakončení těla jest jistě v mnohých případech zaviněno momentní stažitelností v době fixace (jmenovitě pro fixaci alkoholem abs. a methylalkoholem) i u těch individuí, jimž bychom dle jich jaderných poměrů přisoudili samčí pohlaví; naopak formy, které jeví znaky pohlaví samičího (granulovanost, poměry jader), zakončívají dlouze, protáhle. Rovněž tak délka volného flagela a zvolnění undulující membrány je ve velmi četných případech odvislé od jich činnosti v době fixace. V té věci odkazuji znovu na to, co jsem řekl v té příčině o rodu Trypanoplasma.

Ani hojnost granulí a reservních látek není znakem, jenž by se konstantně objevoval u forem, které by ostatními svými znaky jevily ráz samičího pohlaví. Co se pak týče velikosti kinetonukleu, měřil jsem za tímto účelem značné množství individuí, srovnávaje při tom i ostatní charaktery autory udávané, a zjistil jsem, že tyto rozdíly velikosti buď (a to většinou) neexistují vůbec anebo v míře tak nepatrné, že jich pro přesné vědecké zjišťování nelze bráti v úvahu. A právě tak vyzní i rozdíly v trofonukleu, týkající se velikosti karyosomu, jež je, jak většina autorův udává, podmíněna větším nebo menším zhuštěním chromatické substance. Také tento znak jsem shledal tak variabilní, že ho nemohu bráti v úvahu.

Důležitější je však faktum, že tento nedostatek přesných rozlišovacích znaků obojího pohlaví je vysvětlitelný, uvážíme-li, že tato stadia,

jakožto pohlavní označovaná, nepřecházejí, jak ukazují nálezy Brumptovy, v zažívacím traktu pijavek v kopulaci, nýbrž prodělávají četná za sebou jdoucí dělení. Podobně ukazují i nálezy Robertsonové a Françovy a j. Nenastává-li tedy přímo kopulace, nýbrž četná dělení, mám za to, že nelze pak mluviti o individualitě gamet a připomínám tu znovu to, co jsem již řekl o pohlavních formách u rodu Trypanoplasma: že totiž, existuje-li vůbec kopulace v definitivním hostiteli, mohlo by se mluviti nejvýše o gametocytech, nikoliv však o gametech.

Přirozeně sem spadá i otázka existence typu indiferentního. Tento typ je po mém soudu ve svých znacích problematičtější než formy pohlavní. Domnívám se, že „Formen von mittleren Eigenschaften" jsou jen přechodními stadii růstu. Nehledě k svým vlastním nálezům, na jichž základě tvořím stupnici vývoje prostě stupnicí růstu, poukazuji k nálezům Minchinovým (srovnej jeho vyobrazení), jehož „small a larg forms" nejsou po mém názoru leč extrémní stadia růstu — mladé a dospělé formy —, kterýžto názor podporuje faktum, že Minchin nalezl všechna přechodní stadia růstu mezi oběma těmito extrémy.

Ráz infekce je s ohledem na tuto odrůdu obyčejně dvojí: buď se objevují oba rody současně v krvi, při čemž většinou rod Trypanoplasma převládá — nebo pouze jeden rod parasitů. Co se týče trypanosom, zdá se, že jsou slabší recidivy u nich častější než u trypanoplasem. Ve svém prvém pojednání o těchto cizopasnících (1911) jsem výslovně podotkl, že jsem u našich ryb shledal procentuálně trypanosomovou infekci daleko častější než trypanoplasmovou, vyjímaje poměry u Cobitis fossilis. U Cobitis barbatula se tytéž poměry tím více opakují. V celku jen v málo případech jsem shledal silnější nákazu, při níž se v krvi vyskytují výlučně trypanosomy.

Rovněž pro tuto odrůdu platí, že při chronických infekcích dospělé formy dosahují většího růstu než při nákazách silnějších.

Pokusy s přenášením konal Léger tím způsobem, že nechal piscikoly ssáti na mřenkách infikovaných výlučně trypanosomy, a tu konstatoval, že pátého dne objeví se v zažívacím traktu množství cizopasníků, mezi nimiž rozeznává autor formy samčí, značně protáhlé a úzké, veliké a široké formy samičí s velmi krátkým bičíkem a posléze formy indiferentní, stojící asi svými znaky mezi oběma formami pohlavními.

Tuto odrůdu popsal prvý jako novou specii Léger r. 1905 pod názvem Trypanosoma barbatulae. Z nedostatku vhodného materiálu neuvedl jsem této odrůdy již v prvé své práci. Teprve prozkoumáním příznivého materiálu vykonal jsem srovnání této odrůdy s odrůdou Trypanosoma

cobitis Mitr. a shledal jsem naprostou identitu obou (srovnej vyobrazení) jak co do velikosti, tak i co do vnitřní struktury. Z toho důvodu by při specifickém označování tato odrůda byla synonymem specie Mitrophanowovy, již jsem prvý popsal v její detailní struktuře r. 1911. Z důvodů odrůdového označování ponechám však studované tu formě její původní označení.

Část cytologická.

V závěrečné kapitole chci se ještě stručně dotknouti některých spornýchotázek, týkajících se obou jader a resumovati své nálezy.

Co se týče otázky kinetonukleu, podotýká G. Neresheimer, že jeho struktura vlastně nebyla dosud řádně stanovena a že dosud byla popisována jakožto samostatný celek pouze vnitřní jeho část. Tento poukaz mohu potvrditi svými nálezy tak, že skutečně i u kinetonukleu obdobně dle jádra dlužno rozeznávati část vnější, která jest ohraničena jadernou blanou a část vnitřní, již však nelze označiti ve všech fázích vývoje prostě jako „Binnenkörper". Nelze kinetonukleus posuzovati pouze v jedné fázi, nýbrž v celém jeho vývoji, o němž ihned podotýkám, že jest obdobný druhému jádru. Tento vývoj resumuji asi takto:

V době vegetativního růstu a v době klidu dospělých stadií je chromatická substance (s plastinem) konglomerována v jednolité těleso, které touto kondensací jeví velmi značnou afinitu k barvivům (T. II., fig. 22., b, c). Teprve při počínajícím dělení nastává v kinetonukleu změna ve vnitřním jednolitém tělese, která se jeví v prvé fázi fragmentováním této vnitřní části nejprve ve větší, posléze v menší tělíska (T. I., fig. 22.a, a fig. 21. a, b). Toto stadium, které odpovídá tomu, jak je znázornil Keysselitz na fig. 20. a, b, c, je hojné jmenovitě u stadií při oněch infekcích, kdy začíná recidiva. Existuje tedy jisté diferencování se původně jednolité, jaderné substance.

Po té následuje vlastní dělení. Zastává-li většina autorů (Keysselitz, Gelei atd.) amitotické dělení kinetonukleu, stavím se dle svých nálezů na stanovisko Jollosovo, jenž prohlašuje dělení jeho za mitotické, jakkoliv jsem nenalezl tak úplně všech fází a komponent tohoto dělení. Názor dříve jmenovaných autorů podporuje asi faktum, že nelze nalézti při tomto dělení centriol, ni patrných ekvatoriálních destiček. Přes to vše jsou nálezy Jollosovy svojí přesností směrodatné a mohu je doplniti tím, že jsem skutečně nalezl v dělení kinetonukleu stadia telofase (T. I., fig. 20.), nutně předpokládající mitosu. Jisto jest ovšem, že blána jaderná jest až do poslední chvíle přítomna (srovnej s trofonukleem), ale že vnitřní chromatická substance prodělává pravidelné mitotické dělení. Označil bych, maje zření na tyto dle svých nálezův odlišné průvodní zjevy, dělení kinetonukleu za meromitotické. Po tomto dělení nastává znovu doba vegetativního růstu, jež se v prvé fázi charakterisuje tím, že původní chromatická tělíska pozbývají svojí individuality a v druhé fázi pak

chromatická substance splývá v ono kompaktní vnitřní těleso (obdobné karyosomu v trofonukleu).

Co se týče trofonukleu, je tu především sporná otázka existence chromosomů. Prvý je konstatoval Keysselitz. Naproti němu Minchin výslovně podotýká, že ani v jediném případě nemohl konstatovati tělísek, jež by se dala srovnati s chromosomy. Vzhledem k tomu, že v Minchinově varietě Trypanoplasma esocis šlo asi o mladá stadia vývojová, je toto faktum závažné. Přes to však mohu Keysselitzovi potvrditi, že jsem u všech mladých stadií nalezl strukturu jádra složenou z chromatických granulí, jež považuji za analoga chromosomů. S druhé strany však podotýkám, že tato tělíska neexistují v tak určitém počtu a sestavení, jak dotyčný autor podotýká, a že jsem nikdy u těch stadií, která mají jádro s těmito tělísky, nenalezl karyosomu.

Druhým bodem otázky trofonukleu je karyosom, jenž dosud existuje pod různými pojmy v obsáhlé literatuře protistologické. Této nerozřešené dosud otázky se dotekl v zcela určitém pojetí a směru Vejdovský ve svém díle „Zum Problem der Vererbungsträger“ ve stati o „vnitřním jádře“ („Innenkern“).[1]) Tento poukaz byl mi vodítkem při posuzování dějův odehrávajících se v jádře těchto forem.

Prve však, než-li přistoupím k svému výkladu, uvedu názor Keysselitzův o vývoji jádra r. Trypanoplasma; za živa dle něho se jeví jádro jako ovální měchýřek s velmi jemnou blanou, v němž v úzkém světlém dvůrku leží temnější, ovální a slabě světlolomný útvar, karyosom. Ve světlém dvůrku kolem něho jsou velmi jemná vlákenka a zrnéčka. Na barvených preparátech (Giemsova methoda) jen zřídka lze zříti blánu jadernou. Karyosom se barví temně modře (?) až fialově. Světlý dvůrek naproti tomu jest jasný a jeví bledě modrou, síťovitou, lininovou strukturu. Slabě růžový nádech jeho zbarvení pochází od chromatických zrnéček v něm roztroušených. Karyosom obsahuje asi hlavní chromatickou substanci. V dalším stadiu vývoje objeví se ve světlém dvůrku osm rozličných chromatických částeček, jež se vydiferencovaly z chromatické hmoty, jež byla roztroušena ve světlém dvůrku, jenž tímto rozlišením chromosomů se zjasnil. Na to se vytvoří osm chromatických zrnek na karyosomu, jenž se tím rovněž zjasnil. Uvnitř karyosomu se nachází červené tělísko, jež označuje Keysselitz jakožto „Binnenkörper“. V dalším není již karyosom jako takový přítomen a z jeho obsahu se vytvořily chromatické figury.

Proti tomuto názoru Keysselitzovu představuji si vývoj trofonukleu trypanosom i trypanoplasem dle zjevů popsaných ve speciální části této práce takto:

V nejmladší fázi, tudíž u mladých stadií, záleží struktura jádra z kulatých neb krátce tyčinkových, chromatických tělísek, analogických chromo-

---

[1]) „Schließlich liegt die Vermutung nahe, daß das Karyosom des Protozoenkerns dem Keimbläschenknäuel entspricht.“

somům (T. I., fig. 4., T. II., fig. 1.), u nichž lze rozeznati slabě barvitelný substrát a hmotu barvitelnou (linin a chromatin). Existence centrioly i v této fázi je nutna. V dalším růstu tato chromatická tělíska pozbývají své individuality — což se jeví tím, že ztrácejí svoji původní velikost a mění se ve veliký počet nepatrných granulí (T. I., fig. 6.). — Tento děj považuji současně za rozluku obou svrchu zmíněných substancí, při čemž chromatická hmota je rozptýlena po celém jádře. — Z téže příčiny nelze v této fázi vývoje nalézti rozlišení na vnější světlý dvůrek („vnější jádro“) a vnitřní karyosom. Tyto změny jsou charakteristické pro přechodní formy růstu a pro počáteční dobu dospělých stadií.

V dalším vývoji se chromatická, po celém jádře rozptýlená substance soustřeďuje ve více neb méně kompaktní útvar, jejž jediné v tomto pojetí lze nazvati karyosomem (T. I., fig. 7., T. II., fig. 12.). Při tom různý stupeň této koncentrace podmiňuje velikost a zbarvení karyosomu.

Regresivní vývoj záleží v tom, že se karyosom před dělením diferencuje v tělíska, analogická chromosomům (srovnej Minchinova vyobrazení) (T. I., fig. 19., T. II., fig. 18.) stejným způsobem, jak věc znázornil Jameson. Před tímto diferencováním vystupuje však z karyosomu centriola (Keysselitzův „Binnenkörper“) a rozdělí se ve dvě. Na vytvoření chromosomů resorbuje se celý karyosom a tímto spolu s nálezy Geleiovými stojím proti Keysselitzovi, jenž i při vytvořených chromosomech předpokládá karyosom. — Tuto otázku jsem abstraktně od forem v krvi studoval u všech stadií vývojových r. Trypanoplasma v zažívací rouře piscikol — a nikdy jsem nenalezl karyosomu tam, kde byly již normálně vyvinuté chromosomy.

V souhlase s nálezy Jollosovými resumuji nálezy o jádře těchto forem: *zevně je opatřeno blanou a v době dospělosti a vegetativního života obsahuje t. zv. vnitřní jádro („Innenkern“) čili karyosom, jenž není ničím jiným, než útvarem vzniklým konglomerováním generativního chromatinu* (připouštím, že ve světlé periferní zóně je nepatrnou měrou chromatin přítomen) *a obsahuje v sobě dělící element — centriolu, jež v době dělení z něho vystupuje. V době dělení pozbývá karyosom své individuality, rozlišuje se v útvary analogické chromosomům, jež v době vegetativního růstu své existence pozbývají, aby pak opět daly vznik karyosomu. Je tedy karyosom útvarem typickým pro vegetativní stadium klidu jádra.*

Jako dodatečné vysvětlení poněkud odchylných zjevů podotýkám, že asi doba znovutvoření karyosomu je závislá na dělící schopnosti individuí. Tím hodlám též vysvětliti, proč při silných infekcích, kdy je tato dělící schopnost tak intensivní, toto znovutvoření karyosomu po dělení se neděje tak záhy jako při mírných infekcích, při nichž dělící intensita je nepatrná. K těmto otázkám se však vrátím v obšírnější cytologické práci.

Již na tomto místě však znovu zdůrazňuji slova prof. Vejdovského a poukazuji jmenovitě na velikou podobnost zjevů právě popsaných

s pozorováním Vejdovského u vajíček sp. Gordius tolosanus. Na základě toho pak se domnívám, že lze nalézti v jádře protozoí analoga jevů v jádře metazoí. Aniž bych chtěl v těchto závěrečných větách definitivně tuto souběžnost rozřešiti, ukazuji současně jen na tyto podobnosti, jež v celku by bylo lze shrnouti asi takto:

Jádro těchto forem je v určité fázi vývoje rozlišeno na část vnější (= Außenkern) a část vnitřní, karyosom (= Innenkern oder zweite Synapsis). To, co bylo označováno jako „Binnenkörper neb centrosom", odpovídá centriole metazoí z buněk. Stadium, kdy ona svrchu zmíněná tělíska pozbývají své individuality, měníce se v karyosom, považuji za analogické stadiu svlékání se chromosomů, právě tak jako zpětné diferencování se karyosomu v chromosomy za úplně odpovídající jevu, kdy se z útvaru zvaného „Innenkern" znovu diferencují chromosomy. —

Provésti tuto paralelu na více typech jádra prvoků bude cílem mých příštích studií.

V Praze dne 1. února 1915.

Seznam literatury:

1. V. Breindl: Trypanosomy a trypanoplasmy některých ryb českých. Věstník Král. české Spol. Nauk. Praha, 1911.

2. V. Breindl: Haemoflagellata. Sborník přírodovědeckého klubu 1912.

3. E. Brumpt: Sur quelques espèces nouvelles de Trypanosomes, parasites des Poissons d'eau douce. C. R. Soc. Biol. Paris, 1906, p. 160—162.

4. E. Brumpt: Description de quelques espèces de Trypanoplasmes des Poissons d'eau douce. Ibidem p. 162—164.

5. Crawley Howard: Studies on blood and blood parasites 1909.

6. Danilevsky: Zur Parasitologie des Blutes. Biol. Centralblatt 1885.

7. Doflein: Lehrbuch der Protozoenkunde. 1909.

Doflein: Die Trypanosomen, ihre Bedeutung für Zoologie, Medicin und Kolonialwirtschaft. 1908.

Doflein: Über Dauerformen und Immunität beim Froschtrypanosom. Ber. d. nat. Gess. Freiburg, 1913.

8. Gelei J.: Bau, Teilung und Infektionsverhältnisse von Trypanoplasma dendrocoeli Fantham. Arch. für Protistenk. Bd. XXXII. 1914.

9. Hartmann und Prowazek: Blepharoplast, Karyosom und Centrosom. Arch. für Protistenk. Bd. X., 1907.

10. Hartmann M.: Die Konstitution der Protistenkerne und ihre Bedeutung für die Zellenlehre. Jena 1911.

11. Hindle E.: The life history of Trypanosoma dimorphon Dutton & Todd. University of Kalifornia Publications in Zoology. 1909.

12. Hofer: Handbuch der Fischkrankheiten.

13. Chalachnikow: Recherches sur les parasites du sang. Charkov 1888.

14. Jameson, A. Pringle: A new Phytoflagellate Parapolytoma satura (n. g. n. sp.) and its method of nuclear division. Arch. für Protistenk. XXXIII. 1914.

15. Jollos Victor: Bau und Vermehrung von Trypanoplasma helicis. Arch. für Protistenk. XXI. 1911.

16. Keysselitz G.: Über flagellate Blutparasiten bei Süßwasserfischen. Sitz. Ber. d. Ges. naturf. Freunde. Jahrg. 1904, Nr. 10.

17. Keysselitz G.: Generations- und Wirtswechsel von Trypanoplasma Borreli Lav. et Mesn. Arch. für Protistenk. Bd. VII., 1906.

18. Keysselitz G.: Über die undulierende Membran bei Trypanosomen und Spirochäten. Arch. für Protistenk. Bd. X., 1907.

19. Laveran et Mesnil: Des Trypanosomes des Poissons. Arch. für Protistenk. Bd. I., 1902.

20. Laveran et Mesnil: Trypanosomes et Trypanosomiases. 1904.

21. Léger: Sur la structure et les affinités des Trypanoplasmes. C. R. de Soc. 1904.

22. Léger: Sur les Hémoflagellés du Cobitis barbatula L. Ann. de l'Université de Grenoble, 1905.

23. Martin Mayer: Pathogene Trypanosomen. Handb. der pathol. Protozoën 1912.

24. Mendeleeff-Goldberg-Polina: Die Immunitätsfrage bei der Trypanosomenkrankheit der Frösche. Arch. für Protistenk. XXXI. Bd. 1913.

25. Minchin E. A.: Observation on the flagellates parasitic in the blood of freshwater fishes. Proc. of the Zoolog. Society of London 1909.

26. Mitrophanow: Zur Kenntniss der Haematozoën. Biol. Centralbl. Bd. III. 1884.

27. E. Neresheimer: Die Gattung Trypanoplasma. Handbuch der pathog. Protozoën. 1912.

28. Nöller, Wilhelm: Die Blutprotozoën des Wasserfrosches und ihre Übertragung. Arch. für Protistenk. XXXI. Bd. 1913.

29. Ogawa, M.: Studien über die Trypanosomen des Frosches. Arch. für Protistenk. Bd. XXIX. 1913.

30. M. Plehn: Trypanoplasma cyprini n. sp. Arch. für Protistenk. Bd. III., 1904.

31. Robertson M.: Transmission of Flagellates living in the blood of certain freshwater fishes. Phil. Transaction of the Roy. Soc. of London. Ser. B. Bd. 202, p. 29—50, 1911.

Robertson M.: The life cycle of Trypanosoma vittatae. Quat. Jour. of. Microsc. Science. 1909.

Robertson M.: Further notes on a trypanosome found in the alimentary tract of Pontobdella muricata. Quat. Jour. of Microscop. Science. 1909.

32. G. Senn: Der gegenwärtige Stand unserer Kenntnisse von den flagellaten Blutparasiten. Arch. für Protistenk. Bd. I., 1902.

33. Schaudinn: Generations- und Wirtswechsel bei Trypanosoma und Spirochaete. Arb. a. d. kais. Gesundheitsamte. Bd. XX. 1904.

H. N. Swellengrebel: Zur Kenntniss des Baues und der Zellteilung von Trypanosoma gambiense und Tr. equinum. 1909.

34. F. Vejdovský: Zum Problem der Vererbungsträger. Königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. Prag, 1911—12.

Vysvětlení tabulek.

Všechna vyobrazení byla kreslena přesně v konturách pomocí Reichertovy kreslící kamery, a to valnou většinou při Zeissově apochr. 2 *mm* a occ. V., z části occul. XII. a XVIII. u base mikroskopu.

Tabule I.

Vývoj Trypanoplasma barbatulae Lég.

Fig. 1., 2,, 3., 4., 5. Mladá stadia recidivová s typickou strukturou jadernou.
Fig. 4. Mladá forma s oválným kinetonukleem.
Fig. 5. Mladá forma ve stadiu dělení.
Fig. 6. Intermediární stadium růstu.
Fig. 7. Dospělé stadium s typickým karyosomem a světlým vnějším jádrem. Ap. 2 *mm*, occ. XII.
Fig. 8. Dospělé stadium s polárně ležícím karyosomem. Apochr. 2 *mm*, occ. V.
Fig. 9. Dospělé stadium s typickou centrální fibrilou (zdánlivé dělení).
Fig. 10. Dospělé stadium s bohatě granulovanou plasmou.
Fig. 11. Dospělé stadium; centriola vystoupila z karyosomu a leží na jeho pólu.
Fig. 12. Dospělé stadium; centriola se rozdělila ve 2, kinetonukleus rozdělen.
Fig. 13. Centrioly se stěhují na póly jádra.
Fig. 14. Dospělé stadium, jichž jádro obsahuje dva dceřinné karyosomy; v průběhu plasmy jsou zřetelné světlé myonemy.
Fig. 15. Dospělé stadium s 2 rozdělenými dceřinnými jádry, jichž struktura odpovídá jádru mladých stadií.
Fig. 16. Involuční stadium; krajové vlákno leží ekvatoriálně; typické vakuoly.
Fig. 17. Involuční stadium; stopy undulující membrány mizejí.
Fig. 18. Jádro dospělé formy s centrálně ležící centriolou.
Fig. 19. Dospělé stadium s fragmentací karyosomu.
Fig. 20. Dělení kinetonukleu ve stadiu telofase.
Fig. 21, 22. Vývoj kinetonukleu.

Tabule II.

Vývoj Trypanoplasma barbatulae Lég.

Fig. 1. Mladé stadium; jádro s typickými granuly. plasma hyalinní.
Fig. 2. Mladé stadium; jádro temně chromaticky zbarveno.
Fig. 3. Dospělé stadium; jádro uvnitř s centriolou.
Fig. 4. Dosp. stadium; jádro s nepravidelným karyosomem.
Fig. 5. Trypanosoma cobitis Mitr. — dospělé stadium.

Fig. 6. Dosp. stadium; jádro s polárně ležícím karyosomem, v plasmě myonemy.

Fig. 7. Dosp. stadium; jádro s činkovitým karyosomem a chromaticky zbarvenými polárními útvary.

Fig. 8. Dosp. stadium; degenerační jevy, veliká granula v plasmě, v jádře stopy po karyosomu; v zadní partii temně chromaticky zbarvený útvar („Axialfilament"?). Ap. 2 *mm*, occ. XVIII.

Fig. 9. Degenerační forma; stopy po karyosomu mizejí.

Fig. 10. Dosp. stadium; jádro s 2 nestejnými karyosomy.

Fig. 11. Dospělé stadium; forma štíhlá, dlouhá, upomínající na var. Trypanosoma granulosum.

Fig. 12. Dospělé stadium; forma široká s tupým zakončením, plasma homogenní.

Fig. 13. Dospělé stadium; typická granula v plasmě.

Fig. 14. Dosp. stadium; centriola na pólu jádra. Ap. 2 *mm*, occ. XVIII.

Fig. 15. Dosp. stadium; ekvatoriální destička s centriolami na pólech jádra. Ap. 2 *mm*, occ. XII.

Fig. 16. Dosp. stadium; stadium telofase, s chromatickou hmotou sbalenou již v dceřinné karyosomy.

Fig. 17. Dosp. stadium; individuum s 2 dceřinnými karyosomy. Ap. 2 *mm*, occ. XVIII.

Fig. 18. Dosp. stadium; diferencování se karyosomu.

Tabule III.

Mikrofotogramy zhotoveny byly Reichertovým mikrofotografickým přístrojem při elektrickém světle.

Č. 1., 2. Trypanoplasma barbatulae; mladá stadia. Ap. 2 *mm*, occ. II.

Č. 3. Trypanoplasma barbatulae; dospělé stadium se zřetelnou vakuolou u kinetonukleu. Ap. 2 *mm*, occ. III.

Č. 4. Trypanosoma barbatulae; dospělé stadium; dlouhá štíhlá forma. Ap. 2 *mm*, occ. II.

Č. 5. Trypanosoma barbatulae; dospělé stadium; jádro s temným karyosomem. Ap. 2 *mm*, occ. III.

Č. 6. Trypanosoma barbatulae; dospělé stadium; forma široká s tupým zakončením, jádro s rozděleným karyosomem. Ap. 2 *mm*, occ. III.

OBSAH.

Úvod 1
Materiál a technika 2
Klasifikace 3
Vývoj Trypanoplasma barbatulae Lég. 8
Ráz nákazy a její přenášení 14
Vývoj Trypanosoma barbatulae Lég. 16
Část cytologická 22
Seznam literatury 26
Vysvětlení tabulek 28

1.

2.

3.

4.

5.

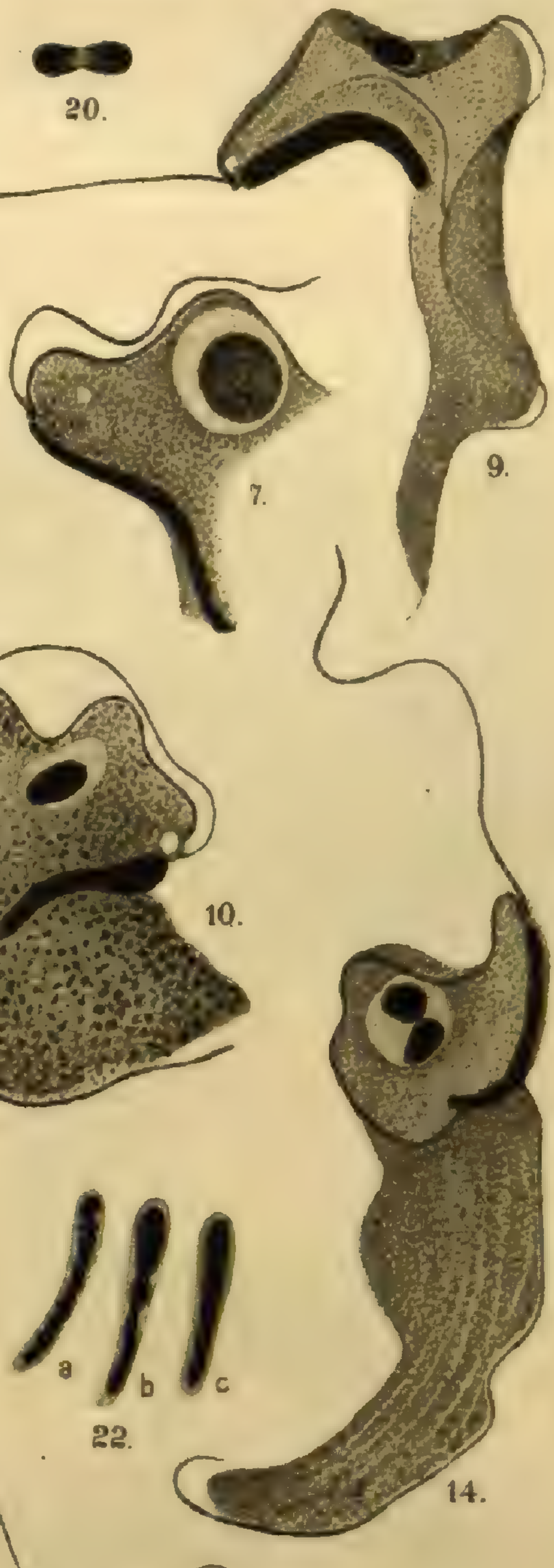
18.

20.

6.

8.

10.


9.

7.

15.

11.

13.

a
b
21.

a
b
c
22.

14.

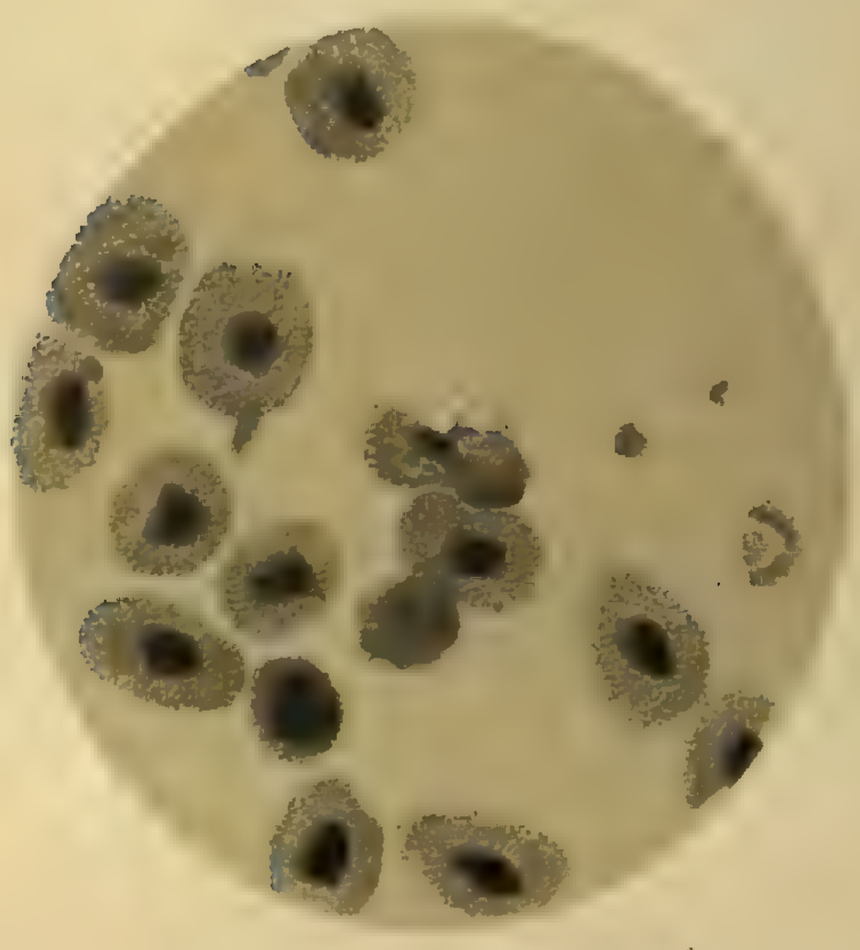
12.

19.

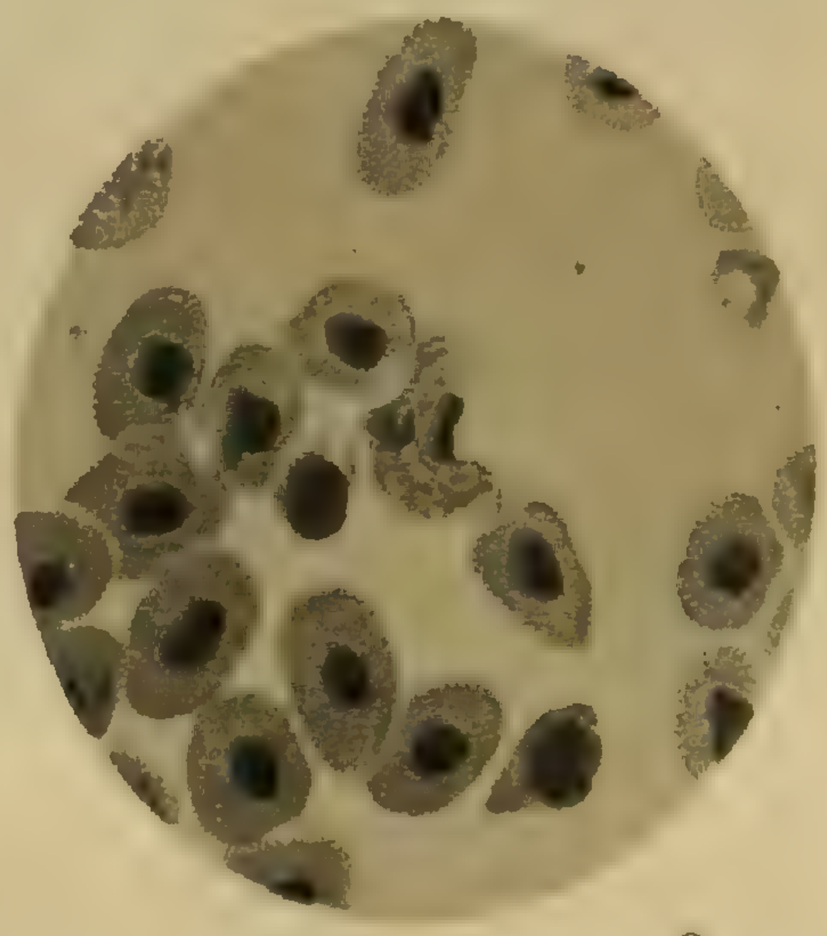
16.

17.

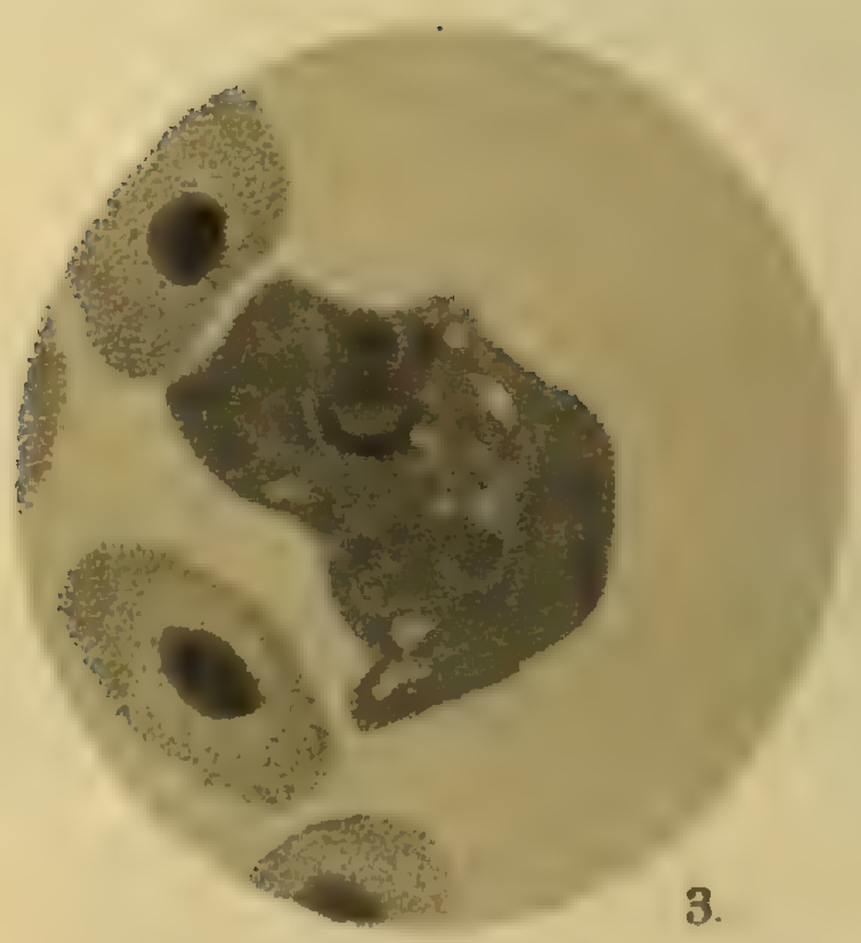
1.
2.
3.
4.
5.
16.
7.
6.
10.
15.
9.
17.
12.
8.
11.
14.
18.
13.



1.



2.



3.

4.

5.

6

Autor del.

O titraci permanganátem v silně zásaditém prostředí.

Podává

Dr. techn. Bohuslav Brauner.

Předloženo dne 24. března 1915.

Předmětem této práce jest pojednání o výsledcích experimentální studie, týkající se oxydačního účinku permanganátu v prostředí silně zásaditém na různé okysličování schopné kationty, při čemž se zvláštním zřetelem přihlíženo bylo ke kysličníkům některých vzácných prvků.

Permanganát, oxyduje, redukuje se tak, že jeho mangan přechází ze stupně sedmimocného na některý ze stupňů nižších a sice dle pracovního prostředí a dle toho, jak silné redukční činidlo v určitém prostředí na permanganát působí.

Nejvíce nábojů manganu ztrácí permanganát, působí-li na různá redukční činidla v prostředí kyselém. Jest to účinek, který nazýváme normálním a který označujeme jakožto reakční schéma číslo I., rozšířeně a ionisticky:

$$MnO_4' + 8\ H^{\cdot} = 4\ H_2O + Mn^{\cdot\cdot} + 5\ (\cdot) \quad \text{(I.a)}$$

anebo zkráceně:

$$Mn^{VII} = Mn^{II} + 5\ (\cdot) \quad \text{(I.b)}$$

V tomto případě sedmimocný kation manganistý přechází v kation manganatý anebo mangan sedmimocný až na stupeň dvojmocný, při čemž se uvolňuje 5 positivních nábojů: 5 (·).

Reakcí číslo II. označována je v přítomné práci oxydace permanganátem v prostředí kyselém H_2SO_4 za přítomnosti slabších redukčních činidel; je to účinek permanganátu v prostředí kyselém tak zvaný abnormální za přítomnosti činidel slaběji redukujících, ku př. kyseliny telluričité anebo kyseliny štavelové za studena. Při procesu tomto ztrácí mangan permanganátu již o jeden ze svých 7 nábojů méně nežli při reakci číslo I. a kterýž účinek označujeme reakcí číslo II. a sice rozšířeně a ionisticky:

$$MnO_4' + 8H^{\cdot} = 4\,H_2O + Mn^{\cdots}\,4\,(\cdot) \ldots\ldots\ldots\ldots (II.a)$$

anebo zkráceně:

$$Mn^{VII} = Mn^{III} + 4\,(\cdot) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II.b)$$

V tomto případě sedmimocný kation manganistý přechází v trojmocný kation manganitý, při čemž se ovšem tento mangan vylučuje více méně i ve formě hydrátu manganitého anebo povšechněji řečeno mangan sedmimocný se redukuje na mangan trojmocný, při čemž se uvolňují 4 positivní náboje 4 (·). Pochody při tom probíhající se dají nejlépe znázorniti na oxydaci kyseliny telluričité.

Kyselina telluričitá v roztoku kyseliny sírové redukuje permanganát pouze na stupeň trojmocný, t. j. na kysličník resp. hydrát manganitý. Permanganát má pak jen $^4/_5$ účinku, jevícího se v případě I.

Dle staršího způsobu lze vyjádřiti oxydaci kyseliny telluričité permanganátem v prostředí kyselém

$$2KMnO_4 + 4H_2SO_4 + 4\,TeO_2 = K_2SO_4 + Mn_2(SO_4)_3 + 4TeO_3 + \\ + 4H_2O \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II.c)$$

Obě kyseliny telluru jsou ovšem přítomny jako hydráty $H_2\,TeO_3$ a $H_6\,TeO_6$ resp. $H_2\,TeO_4$.

Dá-li se všem 3 kyselinám v reakci zastoupeným forma anhydridu, získáme schéma

$$Mn_2O_7 + 4TeO_2 = Mn_2O_3 + 4TeO_3 \ldots\ldots (II.d)$$

Tento pochod lze moderně vyjádřiti

$$Mn^{VII} + 2\,Te^{IV} = Mn^{III} + 2Te^{VI} \ldots\ldots\ldots (II.e).$$

Hydrolysu manganu sedmimocného lze vyjádřiti:

$$\underbrace{\underbrace{Mn^{VII}\,O_4' + 8H^{\cdot}}_{Mn^{::::\cdot} + 4H_2O}} = Mn^{\cdots} + 4\,(\cdot) \ldots\ldots\ldots (II.f)$$

Celé moderní schéma vyjádřilo by pak kombinovaně hydrolysu manganu sedmimocného a dále čtyřmocného a šestimocného telluru takto:[1])

$$2\left(\underbrace{\underbrace{Mn^{VII}\,O_4' + 8H^{\cdot}}_{\downarrow \qquad \uparrow}}_{Mn^{::::\cdot} + 4\,H_2O}\right) + 4\left(\underbrace{\underbrace{TeO_3'' + 6H^{\cdot}}_{\downarrow \qquad \uparrow}}_{Te^{\cdots\cdot} + 3\,H_2O}\right) =$$

$$= 2\,Mn^{\cdots} + 4\left(\underbrace{\underbrace{Te\,O_4'' + 8\,H^{\cdot}}_{Te^{:::} + 4\,H_2O}}\right) + 4\,H_2O \ldots (II.g)$$

---

[1]) Vodítkem byl zde do jisté míry W. Böttgerův způsob znázorňovací, popsaný autorem v „Qualitative Analyse vom Standpunkte der Ionenlehre", III. vydání. Lipsko 1913.

V přítomné práci byla při pokusech dále uvedených věnována pozornost otázce, zda-li a kdy reakce č. II. probíhá vedle reakcí čís. I. anebo čís. III. Budiž podotčeno, že jsem řadou zvláštních pokusů dokázal, že tento zajímavý chemický proces (čís. II.) probíhá aspoň u jednoho prvku určitě i v prostředí zásaditém.

V reakci číslo III., t. j. při oxydaci permanganátem v prostředí zásaditém, jež byla v přítomné práci zevrubně studována, má reakce probíhati tak, že v permanganátu redukuje se mangan sedmimocný pouze na čtyřmocný.

Rovnici

$$Mn^{VII} = Mn^{IV} + 3\ (\cdot) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots III.a)$$

jakož i dvě dřívější rovnice I.b a II.b je lépe vzíti ve formě dvojnásobné:

$$2\ Mn^{VII} = 2Mn^{II} + 10\ (\cdot)$$
$$2\ Mn^{VII} = 2\ Mn^{III} + 8\ (\cdot)$$
$$2\ Mn^{VII} = 2\ Mn^{IV} + 6\ (\cdot) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III.\ b)$$

ježto při stechiometrických výpočtech vychází se od fakta, že normální objem volumetrického roztoku permanganátu (1 *l*, 1 cm^3) obsahuje v sobě 2 moly $KMnO_4$ anebo 2 gramatómy manganu, respektive jich desetinný zlomek, t. j. $2\ KMnO_4 . 10^{-n}$ nebo $2\ Mn . 10^{-n}$.

Stechiometrické výpočty.

n/10 roztok permanganátu obsahuje 3·16 *g* pevného $KMnO_4$ v 1 litru, což jest 1/10 aequivalentu anebo 0·02 molu a obsahuje 0·02 gramatomu elementárního manganu. Jeho síla či oxydační schopnost je různá dle toho, ku kterému z uvedených 3 způsobů (I., II. a III.) reakcí se ho používá.

Níže uvedená přehledná tabulka slouží v další práci ku příslušným stechiometrickým výpočtům.

Reakční schéma	1 cm^3 obsahuje *mgr* nábojů (·)	1 *mgr* náboj (·) je obsažen ve
	Pro reakce:	Pro reakce: cm^3
I. $Mn^{VII} = Mn^{II} + 5(\cdot)$	I. . 0·1 (·)	I. .... 10·0
II. $Mn^{VII} = Mn^{III} + 4(\cdot)$	II. .0·08 (·)	II. .... 12·25
III. $Mn^{VII} = Mn^{IV} + 3(\cdot)$	III. .0·06 (·)	III. .... 16·67

Mangan.

a) Historický úvod.

Guyard [2]) vypracoval prvý kvantitativní methodu, dle níž ku velmi zředěnému anebo takřka neutralisovanému roztoku k varu zahřáté manganaté soli připouští se pozvolna titrovaný roztok permanganátu, až trvale růžová barva nad sraženinou ukáže jeho přebytek.

Volhard [2]) shledal ve své vynikající práci z r. 1879, že dle Guyardova titračního způsobu dospívá se k chybným výsledkům, ježto podklad methody té je pro nedokonalost oxydace chybný. Zjistil tudíž podmínky, za nichž lze dospěti konstantně k sraženině čtyřmocného manganu za nepřítomnosti nižších jeho kysličníků a Guyardovu methodu takto zdokonaliti. Ku přesnému pozorování konce reakce a hlavně aby se netvořily různé manganomanganity, t. j. podvojné kysličníky manganato-manganičité, jichž složení odpovídá průměrně trojmocnému manganu, pracuje Volhard po přidání solí vápenatých, hořečnatých ($MgSO_4$), barnatých $Ba(NO_3)_2$, a s obzvláštní výhodou zinečnatých ($ZnSO_4$), jež způsobují rychle ssedání se sraženiny, vylučující se v podobě kysličníku manganičitého. Volhard shledal, že ač i po přidání přísad složení ssedliny je měnivé, přece obsahuje tato všechen mangan ve formě čtyřmocné.

Podobný proces prováděl již r. 1864 Cl. Winkler používaje k obdobné titraci ceru v chlorovodíkovém roztoku kysličníku rtuťnatého, který nahradil roku 1878 Štolba prvním zavedením kysličníku zinečnatého.

K neutralisaci vznikajícího eventuelně kyselého roztoku manganičitanu lze použíti vedle uvedeného sraženého ZnO a HgO také $BaCO_3$.

Na tomto principu vybudoval Volhard [3]) známou methodu ke stanovení manganu v roztocích neutrálních či slabě kyselých dle rovnice

$$3\ MnO + Mn_2\ O_7 = 5\ MnO_2$$

již možno moderně rozvésti

$$2\ Mn^{VII\,(.)} + 3\ Mn^{II\,(.)} = 5\ Mn^{IV\,(.)}.$$

Dle Volhardа lze titraci tu prováděti i v prostředí solí alkalií. Spotřeba permanganátu odpovídá i pak vypočtenému kysličníku manganičitému, čili titraci lze provésti s úplným úspěchem; pouze její konec není přesně zřetelným pro velmi pozvolné odbarvování se permanganátu.

Výsledek zkušeností přítomné práce, týkající se tohoto bodu, uveden bude dále.

---

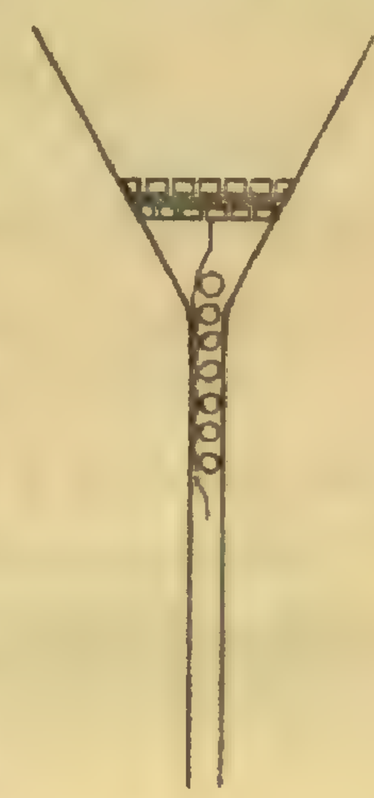
[2]) Bulletin de la soc. chim. de Paris, I, 88 (1866).
[3]) Liebig's Annalen 197, 318 (1879).
[3]) Volhard l. c.

Pro úplnost budiž ještě uvedeno, že Meinecke,[4]) vycházeje z předpokladu, že při pozvolném přidávání permanganátu k roztoku manganatému nevyskytuje se nikdy v přebytku kyslík, jenž jedině podporuje vysrážení dvojmocného manganu ve čtyřmocný úplně, nechal přitékati roztok manganate soli ku přebytečnému roztoku permanganátu, obsahujícímu zinečnatou sůl a přebytek jeho titroval chloridem antimonovým. Dále doporučili Schöffel a Donath[5]) methodu, při níž se titruje roztok permanganátu zalkalisovaný uhličitanem sodnatým pomocí manganatého roztoku, jenž má býti analysován. Dle Hampeho[6]) dává tato methoda špatné výsledky.

b) Vlastní pokusy.

Jak již dříve řečeno, bylo účelem přítomné práce zkoumati chování se látek oxydace schopných při titraci permanganátem v silně zásaditém prostředí, v tomto případě specielně manganu. Jelikož dle právě uvedených pramenů literárních vzniká při titraci manganaté soli permanganátem nebezpečí, že by část manganu dvojmocného mohla ujíti úplné oxydaci na čtyřmocný, byly pokusy provedeny takovým způsobem, aby oxydace byla pokud možno nejúplnější.

Za tím účelem bylo titrováno vždy za přítomnosti nadbytečného louhu draselnatého (jakožto nejsilnější zásady v praksi přístupné) a úplná oxydace měla býti zajištěna přítomností permanganátu vždy v značném nadbytku použitého. Proto byly roztoky, které měly býti oxydovány, velmi pozvolna přidávány za různých tepelných podmínek k silně zásaditému nadbytečnému permanganátu. Při tom vznikají velmi zhusta úplné či částečné roztoky kolloidální, což má výhodu, že úplná oxydace permanganátem resp. jeho redukce na formu čtyřmocnou je zabezpečena. Aby vzniklý kolloid při dalším procesu nepřekážel, odstraňujeme jej přidáváním značného množství elektrolytu v podobě roztoku vodného nasyceného nejčistším síranem draselnatým za tepla (či za studena), čímž kysličník manganičitý resp. jeho hydrát převede se v klkatou neb zrnitou formu, která se velmi rychle usazuje, takže je možno ihned filtrovati.



Obr. 1.

Filtrování děje se zvláštním filtrem asbestovým, který, jak obr. 1. ukazuje, sestává ze skleněné nálevky, do níž jsou vloženy dvě porcelánové destičky Wittovy, jichž konické kraje jsou přibroušením přesně přizpůsobeny úhlu 60° a přiléhají těsně na stěny nálevky. Mezi oběmi destičkami nachází se filtrační vrstva asbestová. Spodní

---

[4]) Zeitschr. f. anal. Chem. **24**, 423 (1885).
[5]) Zeitschr. f. anal. Chemie **24**, 427 (1883).
[6]) Chem. Ztg. 1883, str. 1105.

destička na vrchní své ploše byla za účelem získání drsného povrchu, aby se asbest nesmekal, zbavena glasury přibroušením na karborundové rotační desce. Horizontálnost plochy spodní destičky zabezpečuje připevněný na ni platinový drátek, jehož spodní, spirálovitě stočený konec těsně přilehá na stěny rourky nálevky. Vrchní větší porcelánová destička chrání zcela tenkou vrstvu asbestovou a zaručuje asbestovým vláknům nehybnost při nalévání a odssávání tekutiny.

Tímto filtrem byly tekutiny zcela snadno odděleny od ssedliny v nich se nalézající; dekantace a promývání ssedliny, jíž se pravidelně na filtru získalo nepatrné množství, dělo se rovněž nasyceným roztokem síranu draselnatého, až poslední kapky tekutiny nejevily nejmenšího růžového zabarvení.

Tato filtrační procedura byla by arciť závadou rychlé praktické methodě titrační, avšak v přítomné práci, v níž se jednalo nejen o získávání tekutin, ale i ssedlin, jež obě měly býti analysovány, konala výborné služby. V získaném filtrátu byl vždy stanoven nadbytečný permanganat, jehož se zpravidla asi polovice k oxydaci nespotřebovala. Tento stanoven byl odměrně dvěma methodami: buď po přidání kyseliny solné a jodidu draselnatého titrováno n/10 thiosulfátem sodnatým, anebo byla-li ve filtrátu přítomna látka, která by též jodovodíkovou kyselinu oxydovala na jod, byl po přidání n/10 kyseliny šťavelové, která obsahovala 50 cm^3 koncentrované kyseliny sírové v 1 litru, eventuelně po přidání další kyseliny sírové permanganát rozrušen a nadbytek kyseliny šťavelové dotitrován permanganátem. Ssedliny na filtru a dekantací v baňce získané analysovány byly obdobnými methodami.

V jednotlivých pokusech jsou uvedena spotřebovaná množství permanganátu a thiosulfátu jakožto n/10ní po násobení příslušným faktorem; louh draselnatý přidáván byl ve všech případech normální.

Roztok užitého síranu manganatého připraven byl takto:

24·65 g nejčistšího Merckova vodnatého $MnSO_4$, jenž má míti složení $MnSO_4 . 4H_2O$, rozpuštěno bylo v destilované vodě a rozředěno na 1 litr. V tomto roztoku bylo stanoveno, mnoho-li obsahuje určitý objem bezvodé soli $MnSO_4$. Za tím účelem bylo odpařeno 20 cm^3 tohoto roztoku v platinovém tyglíku na vodní lázni, suchý zbytek byl pak pozvolna vysoušen až při teplotě ca. 300° C a pěti analysami stanoveno, že v 1 cm^3 jest obsaženo 0·01666 g bezvodé soli. Jelikož molekulárná váha bezvodého $MnSO_4$ obnáší 151·00 čili 1 mol = 151·00 g, jest roven 1 milimol 0·151 g. Množství milimolů, obsažených v 1 cm^3, jenž obsahuje 0·01666 g, obnáší

$x = 0·11033$, t. j. tolik milimolů $MnSO_4$ obsaženo jest v 1 cm^3 našeho roztoku $MnSO_4$.

Pokus 1. (za studena + 2·0 cm^3 n/10 KOH).

6·0 cm^3 roztoku $MnSO_4$ do práce vzatých obsahuje $0·11033 \times 6 = 0·66197$ milimolů čili mgrat Mn^{II}. Relativní počet valencí odpovídající milimolům tohoto Mn^{II} je $0·66197 \times 2 = 1·32394$.

K oxydaci spotřebováno bylo 21·19 *cm*³ roztoku n/10 permanganatu.

21·19 *cm*³ roztoku n/10 $KMnO_4$ obsahuje 21.19 × 0·02 = 0·4238 milimolů či mgrat Mn^{VII} a počet valencí tohoto Mn^{VII} jest 0·4238 × 7 = = 2·9666 val.

Summa obou druhů manganů $Mn^{II} + Mn^{VII}$ = 0·66197 + 0·4238 = = 1·08577 mgrat Mn.

Summa obou druhů valencí obnáší 1·3239 + 2·9666 = 4·2905.

Z toho vypočteme, kolik valencí přichází na 1 atom manganu průměrem z úměry

1 Mn : x val = 1·08577 : 4·2905

z toho x = 3·952.

Jest tedy valence manganu ve vzniklém oxydu průměrně $Mn^{3·952}$ čili, ježto 2 (·) = 1.O, dospíváme ku složení oxydu

$$MnO_{1·976} \text{ (místo } MnO_2).$$

Výpočet složení oxydu, vzniklého pouze z původního Mn^{II}:

21·19 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ odevzdává dle reakce III. v zásaditém prostředí 21.19 × 0·06 (·) = 1·2714 (·) (mgr) a ty byly přeneseny na 0·66197 mgrat Mn^{II}. Na 1 Mn přijde dle rovnice

1 Mn : x (·) = 0·66197 : 1·2714,

z čehož x = 1·927 (·)

Jelikož O = 2 (·), jest počet atomů O nad MnO = 0·9635 a složení oxydu

$$MnO_{1·9635}.$$

Dle schématu

$$3Mn^{II} + 2Mn^{VII} = 5Mn^{IV}$$

udává 1 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, obsahující 0·02 milimoly tohoto, 0·03 milimoly $MnSO_4$, což činí v gramech 0·151 × 0·03 = 0·00453 *g*.

Tudíž 21·19 *cm*³ odpovídá 0·0960 *g* $MnSO_4$
místo 0·09996 *g* $MnSO_4$

jichž užito v 6·0 *cm*³ roztoku.

Z pokusu lze viděti, že oxydace manganu byla neúplná, t. j. šla jen na 96·35%.

Pokus 2. (*za studena + 1 cm³ KOH*).

5·0 *cm*³ roztoku $MnSO_4$, obsahující 0·55165 mgrat Mn^{II} spotřebovalo k oxydaci 18·64 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, obsahující 0,37284 mgrat Mn^{VII}.

Obnáší tudíž summa obou druhů Mn 0·92449 mgrat. Mn^{II} odpovídá 1·1033 valencím, Mn^{VII} 2·6096 valencím. Summa valencí obou Mn obnáší 3·7129.

Z poměru 1Mn : x (val) = 0·92449 : 3·7129 vyplývá, že x = 4·0162. Toto číslo značí valenci manganu o průměrném oxydu, jehož složení je

$$MnO_{2·0081}.$$

Oxyd vzniklý jen z původního Mn^{II}, jenž povstal oxydačním účinkem 18·64 *cm*³ 1/10 n $KMnO_4$, k čemuž bylo zapotřebí 18·64 × 0·06(·) = = 1·1184 (·), jež byly přeneseny na 0·55165 mgrat Mn^{II}. Dle úměry

$$1\ Mn : x\ (\cdot) = 0{\cdot}55165 : 1{\cdot}1184,$$
$$x = 2{\cdot}0274\ (\cdot)\ \text{čili}\ 1{\cdot}0137\ .O.$$

Složení oxydu pak jest

$$Mn_{2\cdot0137}.$$

Množství 18·64 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, spotřebované ku

oxydaci, odpovídá 0·08444 *g* $MnSO_4$
5 *cm*³ roztoku obsahuje 0·0833 *g* $MnSO_4$

Pokus 3. (*za studena*).

23·86 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ + 1·0 *cm*³ KOH oxydovalo 6·6 *cm*³ $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·1411 mgrat
„ „ „ valencí „ 4·6784

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{2\cdot052}.$$

Složení oxydu z původního Mn^{II} vykazuje

$$MnO_{2\cdot0531}.$$

Množství 23·86 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, spotřebované k oxydaci, odpovídá 0·1081 *g* $MnSO_4$. Množství 6·6 *cm*³ obsahuje 0·1100 g $MnSO_4$.

Pokus 4.

21·92 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ + 0·1 *cm*³ KOH oxydovalo za studena 6·0 *cm*³ roztoku $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·1004 mgrat
„ „ „ valencí „ 4·3927

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{1\cdot997}.$$

Složení oxydu z původního Mn″ udává

$$MnO_{1\cdot993}.$$

Množství 21,92 *cm*³ $KMnO_4$ odpovídá 0,09704 *g* $MnSO_4$
„ 6,0 *cm*³ roztoku obsahuje 0,09996 *g* $MnSO_4$

Pokus 5.

18·36 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ + 1 *cm*³ KOH smíšeny za chlazení v ledu a oxydovaly 5·0 *cm*³ $MnSO_4$. Chlazení při mísení tekutin, filtraci a dekantaci dělo se při průměrné teplotě + 5° C.

Summa obou druhů Mn obnáší 0·9188 mgrat
„ „ „ valencí „ 3,6737.

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{1,999}.$$

Složení oxydu z původního Mn^{VII} vykazuje

$$MnO_{1,9985}.$$

Množství 18·36 cm^2 n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·0832 g $MnSO_4$.
Množství 5·0 cm^3 roztoku $MnSO_4$ odpovídá 0·0833 g $MnSO_4$.

Ssedlina oxydů analysována tím, že rozpuštěna byla kyselinou solnou 10%, obsahující KJ a k titraci uvolněného J bylo spotřebováno 18·00 cm^3 n/10 thiosulfátu, kdežto k oxydaci téže ssedliny bylo třeba 18·36 cm^3 n/10 $KMnO_4$. Nalézaly se tedy veškeré náboje permanganátu v ssedlině, až na malý rozdíl.

Pokus 6.

18·62 cm^3 n/10 $KMnO_4$ + 1 cm^3 KOH oxydovaly při teplotě ca. 50° C 5 cm^3 roztoku $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 0·9330 mgrat
„ „ „ valencí „ 3·7101

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{1·970}.$$

Složení oxydu z původního Mn vykazuje

$$MnO_{2,008}.$$

Množství 18·62 cm^3 n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·0843 g $MnSO_4$
Množství 1 cm^3 roztoku $MnSO_4$ odpovídá 0·0833 g $MnSO_4$.

Pokus 7.

18·07 cm^3 n/10 $KMnO_4$ + 1 cm^3 KOH oxydovaly za studena 5·0 cm^3 roztoku $MnSO_4$. (Ssedlina i s přebytečným permanganátem vpravena do baňky na 250 cm^3, z níž po usazení odpipetováno 50 cm^3 roztoku o titrováno n/10 thiosulfátem.)

Summa obou druhů Mn obnáší 0,9130 mgrat
„ „ „ valencí „ 3,6331.

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{1·9805}.$$

Složení oxydu z původního Mn^{II} vykazuje

$$MnO_{1,983}.$$

Množství 18·07 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·0819 *g* $MnSO_4$.
Množství 5 *cm*³ roztoku obsahuje 0·0833 *g* $MnSO_4$.

Pokus 8.

18·64 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ + 1 *cm*³ KOH oxydovalo za studena 5·0 *cm*³ roztoku $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 0·9444 mgrat
„ „ „ valencí „ 3·8529.

Valence Mn v průměrném složení oxydu vykazuje

$MnO_{2,040}$

Složení oxydu z původního Mn^{II} vykazuje

$MnO_{2,014}$

Množství 18·64 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ odp. 0·0844 *g* $MnSO_4$.
Množství 5 *cm*³ roztoku $MnSO_4$ odp. 0·0833 *g* $MnSO_4$.

Pokus 9.

Množství 22·34 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ + 3 *cm*³ KOH stály spolu 15 minut za tepla, načež oxydovaly 6·5 *cm*³ roztoku $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·0639 mgrat.
„ „ „ valencí „ 4,3619

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$MnO_{2,05}$.

Složení oxydu z původního Mn^{II} odpovídá

$MnO_{2,086}$.

Množství 22·34 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0,1012 *g* $MnSO_4$.
Množství 6·5 *cm*³ roztoku $MnSO_4$ odpovídá 0,1083 *g* $MnSO_4$.

Pokus 10.

Ku přímé titraci 25·57 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ bez KOH za tepla + roztok vřelého K_2SO_4 bylo zapotřebí 7·15 *cm*³ roztoku $MnSO_4$. Po odbarvení získáno růžové zabarvení nad tekutinou 0·25 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, jež přičteny již ve svrchním údaji.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·3003 mgrat
„ „ „ valencí „ 5·1576.

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$MnO_{1,984}$.

Složení oxydu z původního Mn^{II} vykazuje

$$MnO_{1,973}.$$

Množství 25·57 cm^3 n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·1158 g $MnSO_4$.
Množství 7·15 cm^3 roztoku $MnSO_4$ odpovídá 0·1191 g $MnSO_4$.

Pokus 11.

Množství 25·70 cm^3 n/10 $KMnO_4$ titrováno za přítomnosti 1 cm^3 KOH, a roztoku K_2SO_4 za tepla 7,02 cm^3 roztoku $MnSO_4$ obdobně jako v pokusu 10.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·2885 mgrat.
„ „ „ valencí „ 5·1470.

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{1·998}.$$

Složení oxydu z původního Mn^{II} vykazuje

$$Mn_{1·995}$$

Množství 25·70 cm^3 n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·1164 g $MnSO_4$.
Množství 7·02 cm^3 roztoku $MnSO_4$ odpovídá 0·1169 g $MnSO_4$.

Pokus 12.

26·56 cm^3 n/10 $KMnO_4$ + 2 cm^3 KOH zahřáty ku slabému varu a za míchání oxydovaly 7 cm^3 roztoku $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·3035 mgrat
„ „ „ valencí „ 5·2630.

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{2·013}.$$

Složení oxydu z původního Mn^{II} odpovídá

$$MnO_{2·003}.$$

Množství 26·56 cm^3 n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·1202 g $MnSO_4$.
Množství 7 cm^3 roztoku $MnSO_4$ odpovídá 0·1166 g $MnSO_4$.

Pokus 13.

26·31 cm^3 n/10 $KMnO_4$ + 2 cm^3 KOH ponechány 15 minut za chladu ve styku, načež po zahřetí na 60° C a za digerování při této teplotě pozvolna přikapováno 7·0 cm^3 roztoku $MnSO_4$.

Summa obou druhů Mn obnáší 1·2985 mgrat.
„ „ „ valencí „ 5·2280.

Valence Mn v průměrném oxydu vykazuje

$$MnO_{2,014}$$

Složení oxydu z původního Mn^{II} obnáší

$$MnO_{2,022}.$$

Množství 26·31 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ odpovídá 0·1192 *g* $MnSO_4$.
Množství 7·0 *cm*³ roztoku $MnSO_4$ dpovídá 0·1166 *g* $MnSO_4$.

Přehledná tabulka titrací $MnSO_4$ zásaditým $KMnO_4$.

Pokus	n/10 $KMnO_4$ použito ku oxydaci	n KOH	$MnSO_4$ gr. užito	$MnSO_4$ gr. vypočteno	Atómy kysliku v průměrném oxydu, jenž by měl zníti MnO_2	Za tepelných poměrů
1	21·19 *cm*³	2 *cm*³	0·0999	0·0960	1·976	Za tepla
2	18·64	1,0	0·0833	0·0844	2·008	Za studena
3	23·86	1,0	0·1100	0·1081	2·053	,,
4	21·92	0,0	0·0999	0·0970	1·997	,,
5	18·36	1,0	0·0833	0·0832	1·999	+ 5⁰ C
6	18·62	1,0	0·0833	0·0843	1·970	+ 50⁰ C
7	18·07	1,0	0·0833	0·0819	1·989	,,
8	18·64	1,0	0·0833	0·0844	2·040	+ 60⁰ C
9	22·34	3,0	0·1083	0·1012	2·050	,,
10	25·57	0,0	0,1191	0·1158	1·984	,,
11	25·70	1,0	0·1169	0·1164	1·998	,,
12	26·56	2,0	0·1166	0·1202	2·018	,,
13	26·31	2,0	0·1166	0·1192	2·014	,,
			Průměr	Průměr	Průměr	
			0·1003	0·0994	2·0003	

Při zachovávání podmínek uvedených v methodách u pokusu č. 5 a 11 lze, jak patrno z výsledků, dospěti spolehlivě k analytickému cíli.

Thallium.

Studoval jsem chování se thallia vuči permanganátu v prostředí silně zásaditém, o čemž jsem nenašel v literatuře žádných záznamu.

Jako východisko sloužil chemicky čistý, v jehličkách vykrystalovaný dusičnan thallnatý, který byl sušením za konstantní teploty při 108⁰ C úplně zbaven nepatrného množství hygroskopické vody.

Pokus 14.

0·1002 *g* bezvodého $TlNO_3$, jehož mol = 266·01 *g*, obsahující v sobě 0·3767 mgrat Tl, bylo rozpuštěno ve vodě a za studena smíseno s 25·32 cm^3 n/10 $KMnO_4$, jenž obsahoval 3 cm^3 nKOH. Ssedlina barvy temně hnědé byla přes asbest odfiltrována a ve filtrátu rozrušen přebytečný permanganát pomocí n/10 $\overline{O}$, načež permanganátem dotitrováno.

K oxydaci thallia spotřebovalo se 11·98 cm^3 n/10 $KMnO_4$, jehož 1 cm^3 přenáší dle reakce III. 0·06 (·). Tudíž spotřebované množství n/10 $KMnO_4$ přeneslo na Tl^I 0·7188 mgrat (·).

Z poměru

0·3767 : 0·7188 = 1 : x vyplývá, že x = 1·909 (·) na 1 Tl a kysličník thallitý má složení

$$Tl_2O_{2\cdot909}.$$

Za účelem kontroly rozpuštěna byla ssedlina ve 20 cm^3 n/10 kyseliny šťavelové, jež obsahovala v 1 *l* 50 cm^3 koncentrované H_2SO_4, za tepla, načež kyselina šťavelová, jež nebyla směsí $Tl_2O_3 + MnO_2$ oxydována, stanovena n/10 $KMnO_4$, jehož spotřeba obnášela 7·74 cm^3. Oxydovala tudíž směs oxydů 12·26 cm^3 n/10 $\overline{O}$.

Reakci při oxydaci thallia lze vyjádřiti rovnicí

$$3Tl_2O + 2Mn_2O_7 = 3Tl_2O_3 + 4MnO_2$$
$$\text{nebo } 3Tl^I + 2Mn^{VII} = 3Tl^{III} + 2Mn^{IV}.$$

Množství kyslíka, které v pokusu 14. bylo z oxydu Tl_2O_3 na kyselinu šťavelovou přeneseno, obnáší 12·26 cm^3 × 0·06 (·) = 0·7356 (·).

Z poměru:

$$0\cdot3767 : 0\cdot7356 = 1 : 1\cdot953$$

vyplývá složení kysličníku thallitého

$$Tl_2O_{2\cdot953}.$$

Unikla tedy malá část Tl^I oxydaci, aneb nastal rozklad.

Pokus 15.

0·0999 *g* $TlNO_3$, obsahující 0·3755 mgrat Tl, oxydováno za tepla 12·32 cm^3 n/10 $KMnO_4$.

Z poměru:

$$0\cdot3755 : 0\cdot7392 = 1 : x,\ x = 2\cdot010$$

vyplývá složení kysličníku thallitého:

$$Tl_2O_{3\cdot010}.$$

Směs kysličníků rozrušilo 12·05 cm^3 n/10 $\overline{O}$.

Z úměry:

0·3755 : 0·7392 = 1 : x vyplývá složení kysličníku

$$Tl_2O_{2\cdot925}.$$

XIX.

Občma pokusy dokázáno, že Tl^{I} se v zásaditém roztoku oxyduje na Tl^{III}. Difference od čísel theoretických lze vysvětliti nepatrnými kvanty látky do práce vzaté, jakož i vznikem látek snadno rozložitelných.

Cer.

a) Cl. Winkler[7]) dokázal, že lze oxydovati cer co trojmocný chlorid za přítomnosti sraženého kysličníku rtuťnatého permanganátem ve čtyřmocný a tak cestou titrační jeho obsah stanoviti, při čemž čtyřmocný cer přichází co hydroxyd do ssedliny.

Štolba[7]) navrhl na místě HgO kysličník zinečnatý a prováděl oxydaci permanganátem ve zředěných roztocích chloridu nebo dusičňanu za varu, až se ukázalo v čiré tekutině, stojící nad vzniklou hnědou sraženinou růžové zabarvení. Methoda ta byla pak nepatrnými modifikacemi zdokonalena Böhmem[9]), Schweitzrem a Meyerem.[10])

Již Brauner[11]) uvádí, že lze Ce^{III} stanoviti permanganátem odměrně v prostředí silně zásaditém.

b) K vlastním pokusům použito bylo chemicky čistého síranu oktahydrátu $Ce(SO_4)_3 . 8H_2O$, který v chemickém ústavu české university kdysi sloužil ku stanovení atomové váhy ceru.

Molekulárná váha této soli obnáší 712·834 *g* a toto množství vyžaduje ku oxydaci 2 gramové (·). Ku pokusům rozpuštěno bylo 4·4553 *g* ve studené vodě a zředěno na 250 cm^3, což představuje roztok, který obsahuje v 1 *l* 17·821 *g* čili $^1/_{40}$ molekulárné váhy a ježto 1 mol vyžaduje 2 (·), vyžaduje toto množství $^1/_{20}$ (·), t. j. 1 cm^3 tohoto roztoku vyžaduje ku oxydaci $^1/_{20}$ (·) mgr. Proces měl by probíhati dle schématu

$$6Ce^{III} + 2Mn^{VII} = 6Ce^{IV} + 2Mn^{IV}$$

Dle této rovnice vyžadují 2 cm^3 roztoku Ce^{III} 1 (·). Poněvadž 1 cm^3 zásaditého n/10 $KMnO_4$ obsahuje jen 0·06 (·), má býti theoreticky ku oxydaci užitých 2 cm^3 roztoku Ce^{III} spotřebováno 1·67 cm^3 n/10 $KMnO_4$.

Pokus 16.

10 cm^3 zmíněného roztoku $Ce_2(SO_4)_3$ přidáno ku 25·32 cm^3 n/10 $KMnO_4$, jenž obsahoval 10 cm^3 n KOH. Pokus proveden za studena a po přidání K_2SO_4 sfiltrována hnědá ssedlina a ve filtrátu titrován nadbytek permanganátu po přidání KJ + HCl pomocí n/10 $Na_2S_2O_3$, jehož spotře-

---

[7]) Journ. f. prakt. Chem. 79, 261 (1860).
[8]) Zprávy Král. čes. spol. nauk 1878 a Zentralblatt str. 595 (1879).
[9]) Zeitschr. f. angew. Chem. 1129 (1903).
[10]) Zeitschr. f. anorg. Chem. 54, 104 (1907).
[11]) Bulletin Internafional České Akademie II., 1895. Chemical News 71. 283. 1895.

bováno 17·47 *cm*³. Tedy oxydace Ce^{III} vyžadovala 7·85 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ místo theoreticky vypočtených 8·30 *cm*³.

7.85 *cm*³ odpovídá 7·85 × 0·06 (·) = 0·4710 (·), jež byly spotřebovány na 0·5 mgrat Ce^{III}, obsažených v 10 *cm*³ roztoku. Tedy na 1 atom Ce^{III} přijde 0·942 mgrat (·). Poněvadž ale cer si již přinesl do reakce vlastní 3 valence či (·), přibude k nim ještě 0·942 valencí či (·), což znamená těchto celkem 3·942 (·) čili ježto 2 (·) neb valence = 1 at O, jest složení vzniklého oxydu

$$CeO_{1·971} \text{ místo theor. } CeO_2.$$

Pro kontrolu byla ssedlina podrobena jodometrické analysi rozpuštěním v KJ + HCl a oxydací vzniklý J titrován n/10 $Na_2S_2O_3$, jehož spotřeba byla 7·69 *cm*³. Toto množství odpovídá 0·769 (·), z nichž připadnou 0·4 (·) na Mn a 0·6 (·) na Ce, kteréž poslední dají číslo 0·769 × 0·6 anebo 7·69 × 0·06 = 0·4614 (·) na 0·5 mgrat Ce. Přichází tedy na 1 Ce^{III} 0·9228 nových nábojů, takže Ce^{III} má po oxydaci celkem 3·0 + 0·9228 (·), což odpovídá složení

$$CeO_{1·0614}.$$

Z analysy ssedliny následuje číslo o něco nižší nežli získáno analysou filtrátu, což pochází od toho, že buď oxydace byla neúplná následkem pracování za chladu, anebo že ssedlina kyslíkem bohatá část tohoto kyslíka pozbyla. Vedle toho padají na váhu i chyby experimentální.

Pokus 17.

10 *cm*³ našeho roztoku $Ce_2(SO_4)_3$ přidáno za chladu ku 50·64 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, jenž obsahoval 15 *cm*³ KOH. Při obdobném pochodu jako v pokusu 16. činila spotřeba n/10 Na_2SO_3 na přebytečný permanganát ve filtrátu 34·83 *cm*³. Vyžadovala tudíž oxydace Ce^{III} 15·81 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, místo theoretických 16·6 *cm*³. Vykazuje tedy složení oxydu dle předešlé úvahy

$$Ce_{1·974}.$$

Z analysy ssedliny, jež uvolnila rozpuštěním v KJ + HCl množství J aequivalentní 14·4 *cm*³ n/10 $Na_2S_2O_3$, vyplývá složení ssedliny

$$CeO_{1·864}.$$

Pokus 18.

10 *cm*³ našeho roztoku $Ce_2(SO_4)_3$ spotřebovalo k oxydaci za chladu 8·04 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, jenž obsahoval 8 *cm*³ KOH. Složení oxydu vykazuje tudíž

$$CeO_{1·982}.$$

Ssedlina rozpuštěna byla v 25,0 *cm*³ n/10 $\overline{O}$, jejíž přebytek stanoven byl n/10 $KMnO_4$ = 17·34 *cm*³. Tudíž oxydovalo dle této analysy 7·66 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ a složení ssedliny nalezeno:

$$CeO_{1·919}.$$

XIX.

Pokus 19.

10 cm^3 roztoku $Ce_2(SO_4)_2$ spotřebovalo ku oxydaci *za tepla* 8·40 cm^3 n/10 $KMnO_4$, místo theoretických 8·30 cm^3; ku permanganátu byl přidán roztok Na_2CO_3 do silně zásadité reakce. Složení oxydu vykazuje v tomto případě

$$CeO_{2\cdot0080}$$

a z analysy ssedliny, jež byla rozpuštěna na 25·0 cm^3 n/10 O a jejíž přebytek stanoven n/10 $KMnO_4$ = 17·1 cm^3 vyplývá, že oxydovalo dle této analysy 7·90 cm^3 n/10 $KMnO_4$. Složení ssedliny pak nalezeno:

$$CeO_{1\cdot948}.$$

Analysa filtrátu poukazuje na kvantitativní průběh reakce.

Olovo.

a) Dle různých autorů jako Bollenbacha[12]), Schwarze[13]) a Sachera[14]) nelze dvojmocné olovo v zásaditém roztoku oxydovati permanganátem výše než na trojmocné.

b) Vzhledem k odporujícím si výsledkům, docíleným uvedenými autory, zkoumal jsem chování se olova za dosavadních podmínek mnou v titraci zachovávaných, t. j. za působení nadbytečného permanganátu, avšak v ne příliš zásaditém prostředí louhu draselnatého.

Roztok, jehož bylo užito, obsahoval 18·96 g chemicky čistého Merckova octanu olovnatého v 1 litru. Množství cm^3 KOH, jež by v určitém ku pokusu odměřovaném objemu octanu olovnatého právě postačilo ku rozpuštění utvořeného $Pb(OH)_2$, bylo zjištěno zvláštním pokusem. Mol $Pb(C_2H_2O_2)_2 + 3H_2O$ obnáší 379·196 g, obsahuje tedy použitý roztok $^1/_{10}$ mol. váhy = $^1{}_{10}$ aequivalentu vzhledem ku Pb, čili jest decinormální. Z připraveného roztoku octanu olovnatého odpařeno 20 cm^3 s kyselinou sírovou, při čemž získáno 0·3041 g $PbSO_4$, což odpovídá 19·018 g octanu olovnatého v 1 l a koncentrace tohoto roztoku vyjádřena jest f = 1·0031, t. j. v 10,0 cm^3 roztoku jest obsaženo tolikéž *mgr* aequivalentu Pb, čili 2 cm^3 obsahují 0·10031 grat Pb.

Pokus 20.

Ku 14 cm^3 roztoku octanu olovnatého, jež obsahují $0{\cdot}10031 \times \frac{14{\cdot}0}{2} =$ = 0·70215 mgrat Pb, přidáno tolik n KOH, až olovo přešlo v roztok olovnatanu draselnatého $Pb(OK)_2$, jenž za tepla pozvolna přidáván ku nad-

---

[12]) Zeitschr. f. anal. Chem. 84, 93 (1852).
[13]) „Maßanalyse“, Brunšvík 1853, str. 87.
[14]) Chem. Ztg. 33, 1321 (1909).

bytečnému n/10 $KMnO_4$. Po sfiltrování ssedliny bylo shledáno, že k oxydaci bylo potřebí 14·16 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, kteréž číslo násobené 0·06(·) dle reakčního schématu III., odpovídá 0·849 (·) *mgr*, jež na 0·70215 mgrat Pb spotřebovány.

Přichází tedy na 1 at Pb 1·21 (·), což při 2 Pb odpovídá 1·21 kyslíka. Jest tedy složení oxydu Pb_2O_2 + 1·21 čili

$$Pb_2O_{3\cdot21}.$$

Pokus 21.

10 *cm*³ roztoku octanu Pb, k němuž za tepla přidáno 5 *cm*³ KOH, potřebovalo z nadbytečného permanganátu k oxydaci 10·67 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, jež obsahují dle reakce III. 0·6402 (·). Na 1 atom Pb přichází 1·276 (·) čili tolikéž kyslíka na 2Pb. Vzniklá ssedlina má složení

$$Pb_2O_{3\cdot276}.$$

Pokus 22.

10 *cm*³ roztoku octanu Pb, k němuž za studena přidáno 5 *cm*³ KOH, spotřebovalo z nadbytečného n/10 $KMnO_4$ k oxydaci 10·17 *cm*³, jež obsahují 0·6102 (·). Na 1 atom Pb připadne 1·2167 (·) a vzniklý kysličník má složení

$$Pb_2O_{3\cdot217}.$$

Z těchto pokusů vyplývá, že permanganát oxyduje v zásaditém prostředí Pb^{II} zdánlivě na Pb^{III} čili na Pb_2O_3.

Je to již dříve pozorovaná zvláštnost, že jakmile v zásaditém roztoku olovnatém Pb^{II} se zoxydovalo na Pb^{IV}, tu ihned utvořená kyselina olovičitá H_2PbO_3 se sloučí s nesoxydovaným ještě olovem dvojmocným na olovičitan olovnatý $PbO . PbO_2 = Pb_2O_3$.

Podobný případ pozoroval Brauner,[15]) účinkoval-li hydroperoxyd na olovo v prostředí zásaditém současně oxyduje a redukuje. Při tom vznikl jiný olovnatan olovičitý o vzorci:

$$3PbO . 2PbO_2 = Pb_5O_7.$$

Větší množství v našem případě nalezeného Pb^{III}, nežli dle theorie odpovídá Pb_2O_3, lze vysvětliti tím že rozpustí-li se něco málo dvojmocného olova z utvořené ssedliny, přejde toto dalším působením permanganátu ve stupeň čtyřmocný.

Porovná-li se chování thallia při oxydaci permanganátem v zásaditém prostředí s chováním se olova, které jest jeho atomovým analogem, jeví se různost v tom, že se thallium oxyduje úplně, kdežto olovo, které jeví daleko větší schopnost ku tvoření podvojných oxydů, okysličuje se za obdobných podmínek jen neúplně.

---

[15]) Věstník Král Společ. Nauk, 1887, Str. 295—299.

Arsen.

a) Historický úvod.

Bussy[16]) stanovil prvý kyselinu arsenovou titrací velmi slabým permanganátem ve velmi zředěných roztocích za okyselení kyselinou solnou za studena.

Dle Péan de St. Gilles[17]) je bezpodmínečně nutno titrovati v silném rozředění, ježto jinak se vylučuje silně červeno-žlutě zabarvená manganitá sůl, což způsobuje nezřetelný konec reakce. Týž autor shledal dále, že oxydace kyseliny arsenové v arseničnou je úplná jak v prostředí kyselém tak i zásaditém, nutno však pracovati s přebytkem permanganátu, který později v kyselém roztoku nadbytkem titrovaného $FeSO_4$ vyloučené vyšší sloučeniny manganu redukuje, načež se permangátem dotitruje.

Později dokázal Vanino,[18]) že oxydace kyseliny arsenové v prostředí kyseliny sírové probíhá daleko snáze za horka. Za účelem urychlení pochodu přidává Vanino přebytek permanganátu, který dotitruje zpět kysličníkem vodičitým.

Donath a Schöffel[19]) užili ku stanovení nadbytečného permanganátu při titraci manganu rovnice

$$3As_2O_3 + 4KMnO_4 = 3As_2O_5 + 2K_2O + 4MnO_2,$$

dle níž se oxyduje kvantitativně kyselina arsenová permanganátem v prostředí neutrálném i zásaditém. Reakce probíhá za chladu zvolna, za tepla však poměrně rychle. Přes to však její konec, totiž úplné odbarvení permanganátu pro hnědou barvu utvořivších se vyšších kysličníků manganu lze jen stěží postřehnouti, ježto tyto se jen pozvolna usazují. Tomuto nedostatku odpomáhají poslední autoři kysličníkem a síranem zinečnatým.

b) Vlastní pokusy.

V přítomné práci byla věnována pozornost titraci kyseliny arsenové permanganátem nejen v prostředí zásaditém, nýbrž i kyselém a při studiu přesného stanovení nejmenšího přebytku permanganátu v prostředí kolloidálních vyšších kysličníků manganu byly získány analyticky zajímavé výsledky.

A) Oxydace v prostředí kyselém.

K pokusum sloužil obvyklý roztok kyseliny arsenové, jakého se užívá k analysám jodometrickým, připravený rozpuštěním 4·95 g kysličníku arsenového v uhličitanu sodnatém, jenž byl rozředěn na 1 *l*. Přesnou jodometrickou analysou stanoven byl f = 0·98.

---

[16]) Compt. rend. 24, 661 (1847).
[17]) Annal. de Chim. et de Phys. 55, 385 (1859).
[18]) Zeitschr. f anal. Chemie 34, 426 (1895)
[19]) Monatshefte f Chemie 7, 644 (1886).

Pokus 23.

10 *cm*³ roztoku, odpovídající 9·8 *cm*³ roztoku n/10 Na_3AsO_3, bylo mírně okyseleno kyselinou sírovou a titrováno permanganátem za studena. Z počátku se permanganát odbarvoval úplně, později počala kapalina žloutnouti až hnědnouti a zřetelné zabarvení nadbytečným permanganátem objevilo se po přidání 10·00 *cm*³ n/10 $KMnO_4$. Je tedy patrno, že reakce probíhá z největší části dle reakčního schématu I., čili Mn^{VII} se redukuje z veliké části na Mn^{II}. Redukuje tedy kyselina arsenová co silně redukční činidlo permanganát v kyselém roztoku skoro tak jako dvojmocné železo.

Vedle této reakce probíhá však ještě reakce dle reakčního schématu číslo II. Kdyby se tak dělo výhradně dle schématuII., muselo by k dokončení reakce na 10·0 *cm*³ roztoku $As^{\cdots}$ se spotřebovati 12·5 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, anebo v našem případě 12·25 *cm*³. K ukončení oxydace spotřeba obnášela 10·00 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, tedy jen o 0·2 *cm*³ více, než by vyžadovala reakce dle I., kdežto reakce dle II. vyžadovala by ještě o 2·25 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ více.

Že byl trojmocný arsen úplně zoxydován, dokázáno tím, že přídavek sirovodíkové vody k roztoku v závěru získaném nespůsobil sraženiny, ba ani po chvíli nevyloučila se sedlina síry.

Pokus 24.

Pokus byl opakován jako v č. 23 a po zbarvení permanganátem přidáno bylo 0·76 *cm*³ n/10 kyseliny šťavelové místo síranu železnatého, který doporučuje Péan de St. Gilles, načež nastalo i za chladu úplné odbarvení tekutiny, t. j. redukce kolloidálního kysličníku manganitého. Pak dotitrováno n/10 permanganátem, jehož, po odečtení množství, připadajícího na kyselinu šťavelovou, spotřebováno celkem 9·9 *cm*³. Také tento roztok se nesrážel sirovodíkem ani po delší době.

Kyselina arsenová a arseničná jeví neobyčejnou analogii s kyselinou telluričitou a tellurovou, ač oba jich prvky stojí v různých skupinách soustavy periodické. Tím, že As stojí v skupině V. a Te v VI., byl by tellur elektronegativnějším; ježto však stojí Te na vyšším místě v VI, skupině v řadě sedmé, kdežto As stojí v V. skupině v řadě nižší, t. j. v páté a poněvadž v VI. skupině ubývá s rostoucí atomovou váhou charakteru negativního, blíží se As svojí povahou k Te nazpět.

Vysoce zajímavá je analogie jednak kyseliny arsenové (obsahující As^{III}) s telluričitou (obsahující Te^{IV}) a opět kyselin s prvky o dvě mocenství vyššími, t. j. arseničné (As^{V}) s tellurovou (Te^{VI}). Oxydace kyseliny telluričité a pochody při tom probíhající byly velmi zevrubně studovány Braunerem,[20]) jenž shledal, že kyselina telluričitá oxyduje se permanganátem v prostředí kyselém tak, že se redukuje Mn^{VII} jen na Mn^{III}, kdežto v prostředí zásaditém pouze na Mn^{IV}.

---

[20]) Monatshefte f. Chemie 12, str. 29—48 (1891).

Vzdor značné analogii kyseliny telluričité a arsenové jeví se však mezi oběmi rozdíl v tom, že totiž kyselina arsenová je redukční činidlo daleko silnější než kyselina telluričitá, a jako takové bude působiti na permanganát mocnějším účinkem redukčním. Uvedenými pokusy v prostředí *kyselém* bylo shledáno, že kyselina arsenová redukuje permanganát silněji než telluričitá, totiž, že jej redukuje z větší části na Mn^{II}, kdežto kyselina telluričitá, jak již řečeno, redukuje jej za stejných okolností úplně jen na Mn^{III}.

Jak z dalších pokusů viděti bude, redukuje kyselina arsenová v prostředí zásaditém permanganát zprvu na Mn^{III}, avšak $Mn(OH)_3$ v zásaditém prostředí, zvláště vylučuje-li se ve formě kolloidální, i kdyby v prvém stadiu reakce se co kolloid utvořil, dalším přidáváním permanganátu bude přecházeti v $Mn(OH)_4$. Tu nastane dle výsledku dalších pokusů konec reakce teprve, když veškeren Mn^{III} eventuelně utvořený přešel v Mn^{IV}.

Ježto u arsenu v slabě kyselém roztoku redukce Mn^{VII} na Mn^{III} je jen částečná a převládá značně redukce na Mn^{II}, byla úplně oprávněna hypothésa, že permanganát i ve slabě zásaditých roztocích bude se kyselinou arsenovou redukovati též částečně na Mn^{III}. I byly učiněny pokusy, jež by osvětlily tuto otázku.

Oxydace v prostředí zásaditém dle schématu II. a III.

Pokus 25.

K roztoku As_2O_3 v uhličitanu sodnatém, odpovídajícímu přesně 10 *cm*³ roztoku Na_3AsO_3, přidáván byl po kapkách permanganát. Roztok zůstal úplně čirý, nabýval však barvy více a více hnědé a oxydace byla ukončena, když přidáno bylo 16·7 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, jehož malý nadbytek se dal, jak bude později podrobně vyloženo, spektrálně zjistiti. Množství 16·7 *cm*³ odpovídá přesně procesu dle schématu reakčního III., čímž podán důkaz, že mangan ku konci redukcí a oxydací utvořený je přítomen ve stupni čtyrmocném. Že oxydace byla úplná, dokázáno bylo tím, že hnědé zbarvení kolloidálního roztoku zmizelo, když přidáno 6·7 *cm*³ roztoku n/10 $\bar{O}$ okyseleného H_2SO_4 a sice bez zahřívání po zcela krátké době.

Negativní zkouška sírovodíkem dokázala, že As^{III} byl úplně oxydován na As^{V}.

Pokus 26.

Aby se kysličník manganitý, jenž se snad zprvu při této reakci tvoří, rychle vyloučil ve formě, jež působením dalšího permanganátu nepodléhá tak snadno oxydaci, bylo ku 10 *cm*³ našeho roztoku n/10 Na_3AsO_3 přidáno stejné množství nasyceného roztoku K_2SO_4. Prvé kapky připouštěného permanganátu způsobovaly opět hnědé zbarvení, avšak vzniklý kolloidální kysličník rychle přecházel v klky, jež se u dna nádoby usazovaly. Permanganát byl pak přidáván dále po kapkách za stálého míchání roztokem.

Když bylo přidáno 12·5 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, odbarvoval se již permanganát jen velmi zvolna a trvalého zbarvení docíleno mnohem dříve nežli spotřebováno 16·7 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, nutného k oxydaci dle III.

Tento pokus ukazuje, že vyloučená ssedlina pozůstává z největší části z kysličníku resp. hydrátu manganitého.

Pokus 27.

Konečný pokus proveden byl tak, že k novým 10 *cm*³ roztoku arsenového (= 9·8 n/10), k nimž přidáno značné množství koncentrovaného roztoku K_2SO_4, přidáván permanganát pozvolna po kapkách za takového míchání, že jen vrchní kapalina uváděna do pohybu a spodní těžká ssedlina nepřicházela do styku s novým permanganátem. Když bylo přidáno 12·25 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, kteréžto množství je potřebné na redukci $Mn^{VII} \rightarrow Mn^{III}$, byla tekutina filtrací přes asbest oddělena od vyloučené ssedliny. V čirém bezbarvém filtrátu způsoboval nově přidávaný permanganát sice ještě slabé hnědé zakalení, které se opět vyloučilo co nepatrná ssedlina, avšak již nadbytek 0·44 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ způsobil trvale růžově zabarvení.

Pokus 28.

Z toho důvodu vzato do práce nových 9·8 *cm*³ n/10 As_2O_3, přidáno 10 *cm*³ K_2SO_4 a 2 *cm*³ n KOH. Na to k tekutině bylo připuštěno za stálého míchání pozvolna 12·5 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ místo theoretického množství 12·25 *cm*³, načež odfiltrováno. Filtrát byl po nasycení CO_2 zkoumán na přítomnost As^{III}, avšak spotřebováno pouze 0·26 n/10 roztoku jódu, z čehož následuje, že filtrát obsahoval nejvýše 0·013 mgrat $As^{\cdots}$. Pak byla sraženina po delší dobu digerována s koncentrovaným roztokem Na_2CO_3, aby eventuelně přítomná kyselina arsenová přešla ve formu rozpustnou, avšak ve filtrovaném roztoku nebylo nalezeno žádné H_3AsO_3, ježto filtrát tento spotřeboval k oxydací pouze 0·1 *cm*³ n/100 roztoku J.

Takovýchto pokusů provedena byla celá řada a v jednom případě veden byl důkaz, že i při tvoření se $Mn(OH)_3$, t. j. při oxydaci dle schématu II., k níž theorie vyžaduje 12·25 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, byl As^{III} převeden na As^V, neboť na 0·98 mgraequivalentu As^V přítomného po oxydaci v tekutině bylo po předběžném přidání KJ + HCl uvolněno tolik jódu, že bylo opotřebováno 9·6 *cm*³ n/10 sirnatanu sodnatého k redukci, místo 9·8 *cm*³.

Ještě v jiném případě vyžadoval obdobný alkalický filtrát, získaný po oxydaci jako dříve 12·4 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ a nasycení CO_2, k oxydaci přítomné As_2O_3 0·3 *cm*³ n /10 J; po přidání pak KJ + HCl bylo spotřebováno 9·9 *cm*³ n/10 Na_3AsO_3. Přichází tedy na 9·8 *cm*³ n/10 roztoku arsenového, obsahujícího 0·98 *mgraequivalentu* As v obou formách v něm zastoupeného, 0·03 díly As^{III} a 0·96 As^V, čili oxydace jest opět prakticky úplná. Malé diference posledních čísel vysvětlí se chybami pozorovacími.

Tím jest proveden definitivní důkaz, že reakce v prostředí zásaditém za podmínek v této práci dodržovaných probíhá v prvé své fási dle schématu

$$2As^{III} + Mn^{VII} = 2As^{V} + Mn^{III}$$

a že v sedlině není obsažen As^{III}, který by mohl oxydaci uniknouti.

K obdobné rovnici dospěl Brauner v prostředí kyselém u kyseliny telluričité, jež jest slabším redukčním činidlem.

Další pokusy v zásaditém prostředí výhradně dle schématu III.

Pokus 29.

10 cm^3 n/10 přesně decinormálního roztoku arsenového, obsahujícího roztok As_2O_3 v Na_2CO_3, vpraveno bylo do kalíšku konicky ke dnu se sužujícího a přidáván permanganát. Tu se utvořil pouze hnědý kolloidální roztok, aniž by se vyloučila sedlina. Když bylo přidáno již 12·5 cm^3 n/10 $KMnO_4$ dle II., odbarvoval se dále přidávaný permanganát a tekutina stále více hnědla. Po přidání 16·7 cm^3 n/10 $KMnO_4$ dle III. nebyl ještě permanganát v nadbytku, avšak 2 další kapky ukázaly již zřetelné absorbční spektrum jontu MnO'_4. Tento pokus byl ještě několikráte s úplně týmž výsledkem opakován, čímž podán důkaz, že tentokráte probíhá reakce dle rovnice

$$3As^{III} + 2Mn^{VII} = 3As^{V} + 2Mn^{IV}.$$

To znamená, že kollodidální $Mn(OH)_3$, v prvém stadiu reakce, jak právě dokázáno se tvořící, přechází velmi snadno a kvantitativně dalším permanganátem v hydrát MnO_2. Oxydace As^{III} na As^{V} byla úplně, což dokázáno tím, že tekutina odbarvena n/10 $\bar{O}$ (obsahující H_2SO_4) a roztok se sirovodíkem nesrážel.

Dalšími pokusy, provedenými přesně dle methody u Mn vypsané, potvrzena byla data pokusů získaná při titraci přímé.

* * *

Jednou z nejlepších method ku stanovení kyseliny arsenové jest v učebnicích dosud nepopsaná methoda v prostředí zásaditém obdobná methodě ku stanovení telluru, při níž se titruje permanganátem v roztoku zásaditém a pak buď stanoví se konec reakce spektroskopem (viz methodu podrobně popsanou u telluru v této práci) anebo se titruje nazpět kyselinou šťavelovou v prostředí kyseliny sírové.

Selen.

Murino[21]) stanovil kyselinu seleničitou tím, že k vodnému jejímu roztoku přidává několik kapek NaOH až k zásadité reakci, načež za mí-

[21]) Murino, Zeitschr. f anorg. Chemie **65**, 32 (1909).

chání připouští n/5 $KMnO_4$ až k silnému žluto-červenému zabarvení tekutiny. K urychlení vylučování se kysličníku manganičitého zahřeje se tekutina k varu a v přidávání permangánatu se pokračuje tak dlouho, až tekutina nad sedlinou podrží po 4 až 5 minut silně fialové zabarvení. Po částečném ochlazení okyselí se H_2SO_4 (1 : 3) a přidá se odměřený přebytek n/10 $\bar{O}$ ku rozpuštění sedliny o dotitruje se permanganátem.

To je pouhé opakování Braunerovy methody stanovení telluru v prostředí zásaditém již dříve vědeckému světu známé, s malou modifikací.

Pokus 30.

Odvážených 0·2002 *g* sublimovaného, chemicky čistého SeO_2 bylo po rozpuštění ve vodě přidáno ku 80·77 cm^3 n/10 $KMnO_4$, obsahujícímu 2 cm^3 n KOH, načež roztok zahřát, přidáno roztoku K_2SO_4 a sfiltrováno. Ve filtrátu shledáno titrací n/10 $\bar{O}$ atd., že k oxydaci kyseliny seleničité bylo spotřebováno 60·77 cm^3 n/10 $KMnO_4$. Odvážené množství představuje 1·800 milimolů SeO_2, k jehož oxydaci bylo spotřebováno 60·77 × 0·06(·) = = 3·6462(·). Přejde tedy 1 atom Se^{IV} 2·0257(·), čili produktem oxydace jest kyselina selenová, vyjádřená co kysličník

$$SeO_{3\cdot013}.$$

V tomto pokuse jednalo se o podání důkazu, že přidáváním kyseliny seleničité ku zásaditému permanganátu tvoří se kysličník manganičitý a kyselina selenová.

Tellur.

Dle Braunera[22]) probíhá oxydace kyseliny telluričité v telluru permanganátem zcela hladce v zásaditém prostředí dle rovnice

$$2KMnO_4 + 3TeO_2 = 3TeO_3 + 2MnO_2 + K_2O$$

což potvrdili svými pracemi Norris, Fay,[23]) Gooch a Peters.[24])

Methodu titrace v zásaditém prostředí prvý propracoval a doporučil Brauner jakožto daleko výhodnější nežli titraci v prostředí kyseliny sírové, při níž vznikají chyby následkem uvolňování se kyslíka o více jak 1%.

Dle Braunera[22]) přidává se k zásaditému roztoku kysličníku telluričitého n/10 $KMnO_4$ až ku zřejmému přebytku, pak zředěná kyselina sírová a na to tolik n/10 $\bar{O}$, až její objem odpovídá as ½ objemu celkem dodaného permanganátu. Zahřetím rozpustí se vyloučené vyšší kysličníky manganu, načež se při 60° permanganátem dotitruje.

Oxydace probíhá zcela hladce, avšak po okyselení H_2SO_4 vyvíjí se nepatrně kyslík, jenž způsobuje dle Braunera průměrnou chybu + 0·35%.

---

[22]) Chemické Listy 1891, Zprávy Vídeňské Akademie 1891 a Monatshefte f. Chemie 11, 526 (1891).

[23]) Amer. Chem. Journ. 20, 778 (1898).

[24]) Zeitschr. f. anorg. Chem. 21, 405 (1899).

Této ztrátě lze však úplně předejíti dle Goocha a Peterse,[21]) okyselí-li se jen menším množstvím H_2SO_4, než jaké je jí nutno k rozpuštění ssedliny v kyselině šťavelové. Tak získali výborných výsledků.

Norris a Fay oxydují rovněž permanganátem v zásaditém prostředí, určují však přebytek permanganátu jodometricky zpět za chlazení zředěné tekutiny ledem, aby utvořená kyselina tellurová se neredukovala jodovodíkem. Napřed přidávají jodid draselnatý, pak kyselinu sírovou, načež dotitrují sirnatanem. Tato methoda skytá velmi dobrých výsledků. —

Methodou v naší práci vypracovanou bylo stanovení kyseliny telluričité titrací permanganátem v zásaditém prostředí značně zjednodušeno.

Vlastní pokusy.

Za účelem poznání, oxyduje-li se kysličník telluričitý v zásaditém prostředí permanganátem na kyselinu tellurovou a redukuje-li se při tom Mn^{VII} na Mn^{IV}, provedeny byly pokusy, k nimž sloužil roztok kyseliny telluričité takto připravený: trojnásobná molekulárná váha [TeO_2 = = 159·5] obnáší 478·5. Přibližně $^1/_{100}$ tohoto množství, t. j. v našem případě 0·4794 *gr* chemicky čistého TeO_2, zbývajícího od prací o stanovení atomové váhy telluru, rozpuštěno v 10 cm^3 nKOH a roztok rozředěn na 200 cm^3. Obsahuje tedy 1 *l* tohoto roztoku 15 mgr-molů a tedy 1 cm^3 0·015 mgr-molů TeO_2, jež vyžadují k oxydaci dvojnásobné množství nábojů. Jest tedy tento roztok vůči zásaditému n/10 $KMnO_4$ n/20-ní, ježto jeho 20 cm^3 vyžaduje k oxydaci 10 cm^3 n/10 $KMnO_4$, jež mají v sobě 0·6 (·) *mgr*. Je-li atomová váha telluru 127·5, má zmíněný roztok f = 1·0015 a je-li rovna 127·6, jest f = 1·0021. V obou případech má se spotřebovati dle schématu III. na 20 cm^3 našeho roztoku TeO_2 10·02 cm^3 n/10 $KMnO_4$.

Pokus 31.

Ku 20·92 cm^3 n/10 $KMnO_4$ přidány 2 cm^3 nKOH a pak po kapkách za míchání z byrety 20 cm^3 roztoku TeO_2. Ku konci tekutina zahřáta, přidán nasycený roztok K_2SO_4 a tekutina zůstavena státi přes noc. Ve filtrátu stanoven nadbytek permanganátu n/10 $\bar{O}$ a zjištěno, že k oxydaci se spotřebovalo 10·71 cm^3 n/10 $KMnO_4$ (místo 10·02). Vzniklá ssedlina byla rovněž analysována rozpuštěním v nadbytečné n/10 $\bar{O}$ a stanovením nadbytku této pomocí n/10 $KMnO_4$, jehož spotřebováno 3·89 cm^3. Množství MnO_2, vzniklé z 10·71 cm^3 n/10 $KMnO_4$, vyžadovalo by k rozpuštění v n/10 $\bar{O}$ celkem $0·4 \times 10·71 = 4·28$ cm^3.

Z pokusu je vidno, že sice nastala úplná oxydace Te^{IV} v Te^{VI}, že však se rozložil stáním přes noc částečně i přítomný permanganát i kysličník MnO_2, neboť výpočet ukazuje, že kysličník, jenž měl zprvu složení MnO_2, se rozložil na $MnO_{1.931}$.

Pokus 32.

10 *cm*³ roztoku TeO_2 přidáno za tepla ku 10·46 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, obsahujícímu 1 *cm*³ nKOH. Po přidání K_2SO_4 a usazení ssedliny přes noc sfiltrováno. Stanovením nadbytečného n/10 $KMnO_4$ pomocí n/10 $\bar{O}$ shledáno, že ku oxydaci TeO_2 se spotřebovalo 4·74 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ (místo theoretických 5·01 *cm*³). K redukci ssedliny spotřebováno 1·52 *cm*³ n/10 $\bar{O}$. Vykazovala tedy ssedlina druhého dne složení již jen $MnO_{1·802}$.

Tyto pokusy provedeny byly za takových podmínek (t. j. stáním přes noc), aby se vzniklá ssedlina mohla ve styku se zásaditým permanganátem rozložiti, jeví-li k tomu náklonnost, což pokusem potvrzeno.

O účinku jemně rozptýlených kysličníků manganu na zásaditý permanganát bude pojednáno v závěrečné stati.

Pokusy v prostředí kyselém.

Nejprve bylo provedeno několik pokusů v prostředí kyselém, aby se skontrolovalo, kolik *cm*³ permanganátu dle reakce I. náš roztok tellurový k oxydaci vyžaduje.

Roztok kyseliny tellurové jest n/20-ní × f (= 1·002) vůči permanganátu zásaditému, účinkujícímu, dle III. Poměr mezi reakčním schématem III. a I. jest tento :

$$\text{III. } 3Te^{IV} + 2Mn^{VII} = 3Te^{VI} + 2Mn^{IV}$$
$$6\ (\cdot)$$

$$\text{I. } 5\ Te^{IV} + 2Mn^{VII} = 5Te^{VI} + 2Mn^{II}\ *)$$
$$10(\cdot)$$

Z toho vyplývá, že tutéž mohutnost oxydační, kterou v zásaditém prostředí jeví ku př. 10 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, mající disposici 0·6 (·), má v prostředí kyselém již 6 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ anebo, že vůči stejnému množství roztoku naší kyseliny telluričité, jež jest oproti zásaditému permanganátu n/20-ní, jest kyselý permanganát silnější v poměru 10 : 6 = 33·3 : 20, t. j. naše kyselina telluričitá jest vůči němu n/33·3-ní. Spotřebuje-li se dle theorie na 20 *cm*³ našeho roztoku TeO_2 k oxydaci 10 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ v prostředí zásaditém, musí se ho v prostředí kyselém spotřebovati jen 6 *cm*³, neboť obě tato množství mají v sobě 0·6 (·). Po znásobení f = 1·002 bude theoretické množství n/10 $KMnO_4$, potřebné k oxydaci 20 *cm*³ naší n/20-ní kyseliny telluričité, obnášeti 6·012 *cm*³.

---

*) Dle tohoto schématu I. vypočítává se z množství spotřebovaného permanganátu množství *g* TeO_2, titruje-li se roztok v prostředí kyselém anebo v zásaditém, načež po okyselení H_2SO_4 a pak po přidání n/10 $\bar{O}$ do konce reakce opět n/10 $KMnO_4$ a odečte-li se množství posledního, jež připadá na kyselinu šťavelovou od množství permanganátu celkem spotřebovaného. Lze tedy pro stručnost vyjadřovati proces tak, jakoby reakce dle tohoto schématu skutečně probíhala.

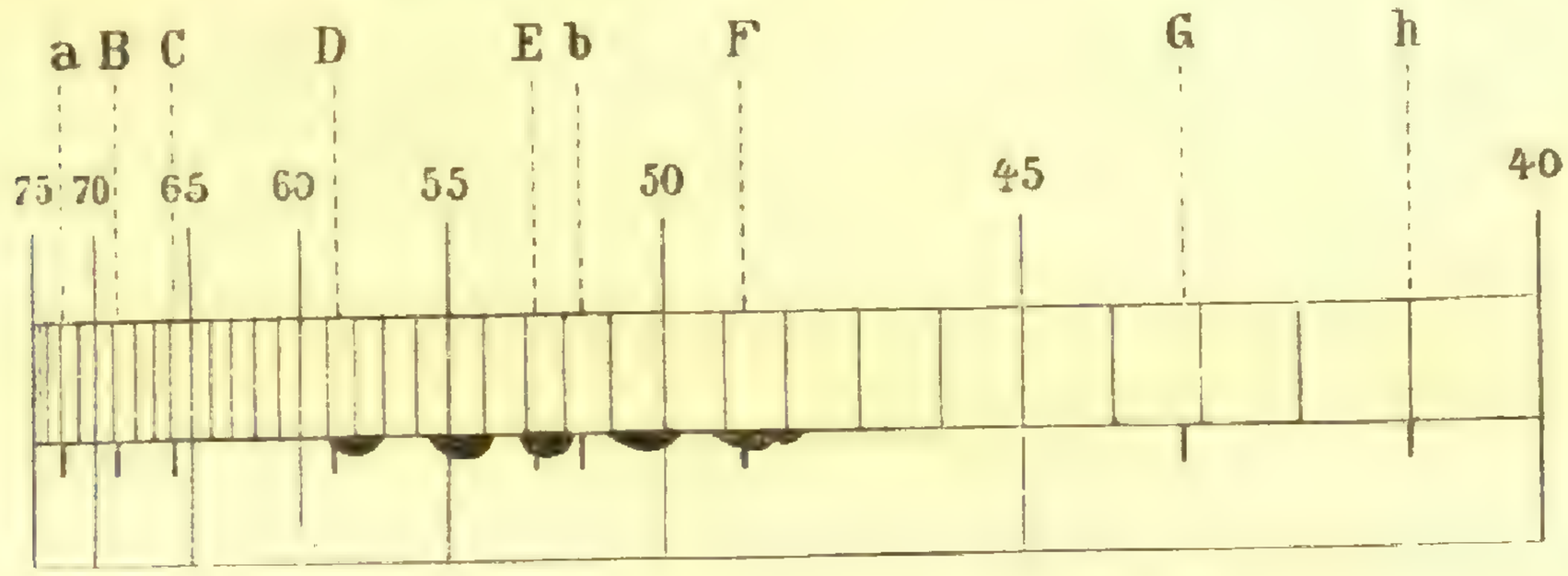
Pokus 33.

Ku 20 cm^3 našeho roztoku TeO_2 přidáván byl permanganát, při čemž se vytvořil hnědý, úplně čirý kolloidální roztok MnO_2. Pokus proveden byl ve zmíněném již skleněném kalíšku, nad nímž nacházela se byreta s n/10 $KMnO_4$ a těsně vedle rovněž nad kalíškem stála byreta s roztokem TeO_2. Na zadní stěnu kalíšku koncentrovány byly sběrnou čočkou paprsky lampy Nernstovy; v předu pak byl upevněn malý kapesní Zeissův spektroskop. Kolloidální hnědý oxyd nalézal se v roztoku v tak jemném rozptýlení, že v něm ostré paprsky zanechávaly sotva viditelnou dráhu. To znamená, že sedlina byla prosta pevných součástek.

Když bylo přidáno 10·0 cm^3 n/10 $KMnO_4$, nebylo ještě lze pozorovati absorbčního spektra, jež objevilo se velmi zřetelně po přidání 10·10 cm^3. Theorie vyžaduje k ukončení reakce 10·02 cm^3. Tedy nadbytek 0·08 cm^3 projevil se již velmi zřetelným charakteristickým spektrem iontu MnO_4'.

První chemik, který navrhl stanovení nepatrného přebytku permanganátu ku zjištění konce reakce při titracích pomocí tohoto i v tekutinách jinak zbarvených, byl r. 1877 Brücke.[25 a 26])

Jelikož se však v poslední době rozšířilo v laboratoři užívání kapesního spektroskopu Zeissova opatřeného skálou dle délek vln, jest na přiloženém obr. 2. graficky znázorněno absorbční spektrum permanganátu, jak jej jeví v našem chemickém kalíšku velmi zředěný roztok jeho připravený přidáním 1 kapky 1/10 $KMnO_4$ ku 30 cm^3 vody za pozorování zmíněným spektroskopem.



Obr. 2. Absorbční spektrum iontu $Mr.O_4'$.

Za přítomnosti hnědého kolloidálního oxydu MnO_2 jest viděti nejzřetelněji jen 2 absorbční pásma (59—57 a 55—54) jako tmavé pruhy ve žluté a žlutozelené složce spektra, t. j. v části nejméně lámané, kdežto více lámané čáry jsou za stejných okolností těžko viditelné.

V pokusu č. 33. přidáno k roztoku obsahujícímu malý nadbytek n/10 $KMnO_4$ 5·03 cm^3 naší n/10 $\bar{O}$ a ihned nastalo za chladu úplné odbarvení se tekutiny. Obnášela tedy spotřeba n/10 $KMnO_4$ v kyselém prostředí 6·06 cm^3 místo theoretických 6·012 cm^3.

---

[25]) Brücke: Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. 74, seš. 3.

[26]) Zeitschr. anal. Chemie 16, 231 (1877).

Na základě tohoto zajímavého pozorování vypracována byla tato neobyčejně rychlá methoda ku stanovení kyseliny telluričité (anebo též arsenové) v prostředí zásaditém:

Z jedné ze dvou byret umístněných vedle sebe nad ústím tenkostěnného kalíšku, odměří se za chladu určité množství, ku př. 20 cm^3 mírně zásaditého roztoku TeO_2, na to pak za stálého míchání tyčinkou tolik n/10 $KMnO_4$, až se při nepřetržitém pozorování spektroskopem objeví charakteristické pruhy MnO_4'. Na to se přidává po kapkách roztok TeO_2, až jsou spektrální čáry právě ještě znatelné. Tím jest analysa ukončena průběhem as 1 minuty a pro kontrolu možno oběmi kapalinami střídavě titrovati až do vyvolání pokud možno nejméně zřetelných spektrálních čar.

Provádí-li se tato methoda dle předpisu právě uvedeného, při níž nutno TeO_2 rozpustiti v nejmenším nutném množství n-KOH, vylučuje se vždy MnO_2 ve formě čistě kolloidální. Methoda tato jest bez odporu nejrychlejší ku stanovení kyseliny telluričité a zároveň methodou nejpřesnější, neboť nevznikají žádné reakce vedlejší, zejména nenastává při převádění roztoku ze zásaditého v kyselý za účelem rozrušení vzniklého MnO_2 kyselinou šťavelovou žádný vývoj kyslíku.

Na důkaz neobyčejné přesnosti této methody byla provedena ještě celá řada pokusů, z nichž některé buďtež uvedeny.

Pokus 34.

20 cm^3 roztoku TeO_2 titrováno bylo v kalíšku vypsanou methodou. Po přidání 10·10 cm^3 n/10 $KMnO_4$ objevilo se zřetelné spektrum MnO_4', jež po chvíli zmizelo, avšak již ½ kapky n/10 $KMnO_4$, t. j. 10·16 cm^3 vyvolalo spektrum zřetelné a trvalé. Theorie vyžaduje 10·02 cm^3. Diference vysvětluje se nutnými chybami při odměřování roztoků.

Po dokončení pokusu v prostředí zásaditém titrováno ještě v prostředí kyselém a spotřeba n/10 $KMnO_4$ obnášela 5·96 cm^3 místo theoretických 6·01.

Pokus 35 a *36.*

V jiném podobném pokuse spotřebováno na 10 cm^3 roztoku TeO_2 v zásaditém prostředí 5·06 cm^3 n/10 $KMnO_4$. V dalším pokuse vyžadovalo 20 cm^3 roztoku TeO_2 v témž prostředí 10·06 cm^3 n/10 $KMnO_4$ (místo 10·02 cm^3). —

Tato neobyčejně přesná methoda hodila by se zcela určitě ku kontrole atomové váhy telluru cestou volumetrickou, jejíž provedení vyhražuji si pro dobu příští.

Studium mechanismu reakce v prostředí zásaditém.

Jak z dosavadních publikací jakož i z uvedených pokusů vyplývá, redukuje se permanganát zásaditým roztokem telluričitanu na stupeň čtyřmocný.

U kyseliny arsenové však shledáno, že obdobná redukce u permanganátu jde přes Mn^{III} v prvém stadiu reakce se vylučující další oxydací na Mn^{IV}. Poněvadž se podařilo rychlým vyloučením hydrátu manganitého tento ve skoro čisté formě v prvém stadiu reakce isolovati, naskytla se otázka, nenastává-li takováto intermediarní redukce též působením kyseliny telluričité.

Pokus 37.

20 cm^3 roztoku TeO_2 smícháno bylo se stejným objemem nasyceného roztoku K_2SO_4 a k tekutině přidáván po kapkách n/10 $KMnO_4$, při čemž se vylučovaly klky hydrátu nějakého vyššího oxydu Mn. Je-li tato sraženina hydrát kysličníka Mn_2O_3, muselo by se spotřebovati 7·52 cm^3 n/10 $KMnO_4$ k úplné oxydaci Te^{IV}. Ve skutečnosti přidáno k roztoku 7·6 cm^3 n/10 $KMnO_4$ a po usazení ssedliny zkoušena tekutina takto:

Z tekutiny byly vyňaty 2 kapky a vpraveny na bílou porcelánovou desku. K jedné z nich přidány 2 kapky H_2SO_4 (1 : 5), ke druhé pak 1 kapka téže H_2SO_4 a 1 kapka nasycené vody H_2S. Kdežto u směsi prvé zůstal roztok úplně čirý a bezbarvý, nastalo u druhé směsi H_2S zřetelné hnědé zabarvení od kolloidálního TeS_2, který ale pro svoji nestálost se po krátké době rozpadl na S a šedohnědý prášek Te.

Z toho je viděti, že oxydace kyseliny telluričité na telloruvou jest dosud neúplnou. Pak přidáván další n/10 $KMnO_4$, při čemž se vylučovaly opět nové klky hydrátu a po usazení zkoušena čirá tekutina dále uvedenou kapkovou reakcí. Teprve když přidáno bylo 10·0 cm^3 n/10 $KMnO_4$, neposkytl roztok žádné reakce s H_2S, nýbrž zůstal úplně čirý a bezbarvý, poněvadž nyní úplnou oxydací vznikla H_2TeO_4, jejížto kyselý roztok se chová vůči H_2S jako roztok kyseliny arseničné, t. j. oba roztoky se srážejí H_2S teprve po delší době.

Pokus 38.

Opakován byl pokus předešlý; k 10 cm^3 zásaditého roztoku TeO_2 přidáno 3·7 cm^3 n/10 $KMnO_4$, mimo to pak roztok K_2SO_4. Dalším přidáváním n/10 $KMnO_4$ povstala v čiré tekutině nad ssedlinou se nacházející nová sraženina a od 4·0 cm^3 počínaje do 4·8 cm^3 nastávalo zprvu silnější, později slabší zakalení. Teprve při 4·8 cm^3 n/10 $KMnO_4$ se tekutina vyjasnila, ale nebyla ještě úplně prosta H_2TeO_4.

Z tohoto pokusu je viděti, že reakce obdobná jako u kyseliny arsenové, t. j. redukce Mn^{VII} až na Mn^{III} buď zde vůbec nenastává anebo se tak děje jen v míře velmi nepatrné.

Železo.

O působení zásaditého permanganátu na sloučeniny železnaté nenalezl jsem v literatuře žádných záznamů. Studoval jsem tedy otázku, zda oxydace není vyšší nežli na Fe^{III}.

Pokus 39.

0·4644 z nejčistšího $FeSO_4 . 7 H_2O$, jenž obsahuje 99·19% čisté soli = 0·4606 *g*, rozpuštěno bylo v chladné vyvařené destilované vodě, k níž přidáno 5 cm^3 n $H_2 SO_4$. Roztok byl vlit do 63·30 cm^3 n/10 $KMnO_4$, obsahujícího 10 cm^3 nKOH, načež do této zahřáté a pozvolným mícháním připravené směsi vléván byl za digerování přebytek roztoku K_2SO_4. Po sfiltrování bylo jodometricky (34·58 cm^3 n/10 sirnatanu na vyloučený J z KJ + HCl) zjištěno, že ku oxydaci Fe^{II} na Fe^{III} bylo spotřebováno 28·72 cm^3 n/10 $KMnO_4$ místo theoretických 27·61 cm^3. Z nálezu vychází číslo pro složení sedliny

$$Fe_2O_{3\cdot0401}.$$

Při jodometrické analyse sedliny spotřebováno bylo 27·25 cm^3 n/10 sirnatanu. Tím podán důkaz o kvantitativní oxydaci Fe^{II} na Fe^{III} jakož i o výhradní přítomnosti hydrátu MnO_2.

Probíhá tedy reakce dle rovnice:

$$2\ Mn^{VII} + 6\ Fe^{II} = 2\ Mn^{IV} + 6\ Fe^{III}$$
$$+ 6\ (\cdot)$$

anebo rozvedeně, za předpokladu, že hydroxylové ionty se odštěpí z vody,

$$2MnO_4, + 8H_2O, + 6\left(\begin{matrix} Fe^{II} & (OH)_2 \\ \downarrow & \uparrow \\ Fe^{\cdot\cdot} & +2\ OH' \end{matrix}\right) = 2MnO_2 + 2OH' + 6\left(\begin{matrix} Fe^{\cdot\cdot\cdot} & +3OH' \\ \downarrow & \uparrow \\ Fe^{III} & (OH)_3 \end{matrix}\right)$$

Kobalt.

Cl. Winkler[27]) pozoroval, že permanganát oxyduje dvojmocný kobalt za přítomnosti dvojmocných bází (jako ku př. HgO) kvantitativně na trojmocný. Avšak vzniklý kysličník či hydrát kobaltitý nedodržuje vždy přesně svého oxydačního stupně, ač má vždy totéž konstantní složení.

Studoval jsem tedy opět oxydaci kobaltu v silně zásaditém prostředí, dodržuje dosavádní pracovní podmínky.

Výchozí síran kobaltnatý byl připraven takto: chemicky čistý kovový kobalt, vyrobený redukcí chloridu kobaltamínového vodíkem, rozpuštěn byl v kyselině dusičné, převeden pomocí H_2SO_4 v síran, vysrážen alkoholem a co takový v elektrické peci vysušen do konstantní váhy. Ve 200 cm^3 vody rozpuštěno bylo množství, odpovídající přibližně n/10 roztoku, t. j. 1·5550. Jest tedy faktor tohoto roztoku 1·003 a 20 cm^3 obsahuje 1·003 mgrat Co.

Všechny pokusy provedeny byly popsanou již filtrační methodou. Nadbytečný permanganát ve filtrátu stanoven byl vždy jodometricky a také získané ssedliny byly vždy jodometricky analysovány.

---

[27]) Zeitschr. f. analyt. Chemie 3, 265 a 420 (1864).

Pokus 40.

20 cm^3 roztoku našeho $CoSO_4$ přidáno za tepla ku dvojnásobnému objemu našeho permanganátu, obsahujícího 6 cm^3 KOH, načež přidán byl roztok K_2SO_4. Po delším stání sfiltrováno a zjištěno, že k oxydaci se spotřebovalo 20·76 cm^3 n/10 $KMnO_4$, což odpovídá dle III. schématu 1·2456 (·), jež spotřebovány na 1·003 mgrat Co, obsažený v roztoku respektive v ssedlině. Na 1 grat Co^{II} přichází tedy další 1·242 (·) čili složení oxydu jest

$$Co_2O_{3\cdot242}.$$

Při jodometrické analyse ssedliny spotřebováno 18·68 cm^3 n/10 sirnatanu = 1·868 (·), kdežto permanganát přenesl do ssedliny 2·076 (·). Ztráta 0·208 *mgr* (·) dá se vysvětliti snadnou rozložitelností ssedliny.

Pokus 41.

Na 10 cm^3 roztoku spotřebováno bylo za stejných okolností 11.29 cm^3 n/10 $KMnO_4$ (+ 6 cm^3 nKOH). Jest tedy složení ssedliny

$$Co_2O_{3\cdot351}.$$

Z analysy ssedliny vyplývá v tomto případě, že v ní zůstalo 0·970 (·) (t. j. 9·7 cm^3 n/10 $Na_2S_2O_2$) místo původního 1·129 (·) permanganátu. Obnáší tedy ztráta rozkladem ssedliny zaviněná 0·159 (·).

Pokus 42.

Na dalších 10 cm^3 roztoku $CoSO_4$ spotřebováno (+ 8 cm^3 nKOH) 11·62 cm^3 n/10 $KMnO_4$, z čehož vyplývá složení ssedliny

$$Co_2O_{3\cdot39}.$$

Z analysy ssedliny (8·50 cm^3 n/11 $Na_2S_2O_4$) vyplývá ztráta rozkladem ssedliny 0·312 (·).

Pokus 43.

Na 10 cm^3 roztoku spotřebováno ku oxydaci (+ 6 cm^3 n KOH) 11·48 cm^3 n/10 $KMnO_4$ a je tudíž složení ssedliny

$$Co_2O_{3\cdot374}.$$

Při analyse ssedliny spotřebováno 9·85 cm^3 n/10 $Na_2S_2O_3$, a tudíž obnáší ztráta rozkladem ssedliny 0·163 (·).

Pokus 44.

Proces oxydační děl se za chlazení jednotlivých tekutin při jich mísení, filtraci a dekantaci. 10 cm^3 roztoku $CoSO_4$ spotřebovalo pouze 9·85 cm^3 n/10 $KMnO_4$ a jest tudíž složení ssedliny

$$Co_2O_{3\cdot177}.$$

Je tedy oxydace za chladu mnohem nižší nežli za tepla.

Při analyse ssedliny uvolněno pouze 0·86 (·) (8·6 cm^3 n/10 $Na_2S_2O_3$) a tudíž je ztráta 0·125 (·).

* * *

Výsledek těchto pokusů dá se na základě analys, při nichž se předpokládá, že chemický proces probíhá přesně dle schématu č. III. shrnouti v ten smysl, že v kysličníku kobaltu při oxydaci této vzniklém jest obsaženo něco více kyslíka, než odpovídá formuli Co_2O_3. Této formuli by odpovídala spotřeba 8·36 cm^3 n/10 $KMnO_4$ na 10 cm^3 roztoku $CoSO_4$, kdežto v našich pokusech kolísala spotřeba n/10 $KMnO_4$ vždy mezi 10·38 až 11·62 cm^3. Přítomnost vyššího kysličníku kobaltu nežli Co_2O_3 potvrzuje i zjev, že ssedlina se velmi snadno rozkládá.

Hlavní reakce probíhá dle schématu:

$$Mn^{VII} + 3\ Co^{II} = Mn^{IV} + 3\ Co^{III}.$$

Nikl.

a) O chování se niklu vůči zásaditému permanganátu nenašel jsem v literatuře žádných zpráv, avšak při veškerých methodách, jež jsou založeny na titraci permanganátem u přítomnosti ZnO, ku př. u kobaltu, předpokládají jich autoři, že nikl se chová indiferentně, a že jen zelená barva roztoku jeho solí překáží, aby se dal poznati konec reakce, jež se jeví růžovým zabarvením tekutiny.

Do nedávna mělo se za to, že nejvyšší kysličník niklu, který se dá připraviti na mokré cestě působením chlóru na $Ni(OH)_2$. jest $Ni(OH)_3$. Avšak z novějších údajů literatury vychází, že lze podobným způsobem obdržeti ozonický Ni_2O_4 resp. $Ni(OH)_4$ a k stejnému výsledku dospěly neuveřejněné dosud pokusy, které již před delší dobou byly podniknuty v chemickém ústavu české university. Dle tohoto nálezu rozkládá se $Ni(OH)_4$ již při filtraci za 0^0 a při tom jest celá místnost laboratoře naplněna intensivním zápachem ozonu. —

Bylo zajímavo zkoumati, jak vysoko probíhá za našich podmínek oxydace niklu. K pokusu použito bylo roztoku $NiSO_4$, který v 10 cm^3 obsahoval 2 mgrat Ni.

Pokus 45.

K 50·64 cm^3 n/10 $KMnO_4$ přidány byly pouze 2 cm^3 n KOH, tedy množství, které právě stačí ku převedení niklu obsaženého v 5·0 cm^3 roztoku $NiSO_4$, t. j. 1 mgrat v $Ni(OH)_2$. Po sfiltrování nepatrné ssedliny a jodometrické analyse filtrátu shledáno, že oxydační proces si vyžádal pouze 3·74 cm^3 n/10 $KMnO_4$. Množství toto dle schématu III. odpovídá 0·204 (·) *mgr*, které připadnou na 1 mgrat Ni, takže složení vzniklého oxydu jest

$$NiO_{1\cdot10} \text{ či } Ni_{10}O_{11}.$$

Tento pokus vedl k zajímavému výsledku, že oxydace $Ni(OH)_2$ na vyšší kysličník je v slabě zásaditém prostředí jen pranepatrná.

Je tedy pochopitelno, že za přítomnosti tak slabé zásady, jakou je ZnO, nenastává vůbec žádné oxydace.

Pokus 46.

Pokus opakován se stejným množstvím permanganátu a roztoku $NiSO_4$, avšak k roztoku bylo tentokráte přidáno 6 *cm*³ nKOH, takže na 1 milimol $Ni(OH)_2$ byly přítomny ještě 4 volné OH'. Tu obnášela spotřeba 30·92 *cm*³ n/10 $KMnO_4$, kteréžto množství dle schématu III. [× 0·06(·)] přeneslo na 2 atómy Ni 1·855(·), takže složení vzniklého oxydu jest

$$Ni_2O_{2\cdot923},$$

t. j. oxydace proběhla skoro na $Ni(OH)_3$, bylo-li, jako v tomto případě právě 6. OH' nutných přidáno ku převedení 2 $Ni^{\cdot\cdot}$ na 2 $Ni(OH)_3$ dle rovnice

$$2\ Ni^{\cdot\cdot} + 6.\ OH' = 2\ Ni^{III}\ (OH)_3.$$

Pokusy s použitím většího množství KOH resp. OH' při oxydaci permanganátem budou provedeny příležitostně.

* * *

Budiž uvedeno ještě několik pokusů, které byly provedeny stejným způsobem za účelem oxydace v zásaditém prostředí s prvky, při nichž získány výsledky negativní.

Praseodym.

Vlastnosti ceru co silného přenášeče kyslíka mělo v této práci býti využito k oxydaci praseodymu tak, že cer oxydován byl v zásaditém roztoku nadbytečném permanganátem a měl na přítomný praseodym přenášeti kyslík a tak jej eventuelně oxydovati na PrO_2.

Pokus 47.

Odváženo bylo 0·1003 *g* vzácného preparátu chemicky čistého $Pr_2(SO_4)_3 . 8\ H_2O$, jehož vodný roztok byl smísen s 10·0 *cm*³ dříve již užitého roztoku $Ce_2(SO_4)_3$, kterýžto objem obsahoval 0·1782 *g* $Ce_2(SO_4)_3 . 8H_2O$. Směs ta přidána byla ku 41·0 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ na 60° C zahřátému, jenž obsahoval 10 *cm*³ nKOH. Spotřeba n/10 $KMnO_4$ k oxydaci směsi obnášela po obvyklé filtrační proceduře (přidání n/10 $\bar{O}$ atd.) 8·34 *cm*³, kdežto 10 *cm*³ roztoku ceru vyžaduje k oxydaci, jak dokázala řada pokusů, totéž množství. Nebyl tedy na spoluoxydování praseodymu spotřebován žádný permanganát, to jest za přítomnosti ceru neoxyduje se Pr^{III} na vyšší stupeň.

Měď.

Oxyduje-li se velmi silnými oxydačními prostředky (persulfátem, oxydací anodickou) nějaká sloučenina mědňatá za přítomnosti telluru, povstává dle Braunera a Kužmy kyselina mědová, odpovídající oxydu Cu_2O_3, čímž dokázáno, že měď má podobně jako zlato nejvyšší valenci Cu^{III}.

Bylo zkoumáno, možno-li i zásaditým permanganátem na vyšší stupeň Cu^{II} za přítomnosti nějaké jiné látky oxydace schopné aspoň částečně oxydovati. K tomu zvolena směs Na_3AsO_3 s $CuSO_4$, kterážto směs má tu vlastnost, že za určitých poměrů mezi oběma látkami nezpůsobuje v ní KOH sraženiny.

Pokus 48.

Směs, obsahující 20 cm^3 n/10 Na_3AsO_3 a 20 cm^3 n/25 $CuSO_4$, rozpouštěna byla v nKOH až do zmizení ssedliny a vlita do nadbytečného permanganátu. Po obvyklé manipulaci (n/10 $\bar{C}$) shledáno, že k oxydaci směsi spotřebováno bylo 31·66 cm^3 n/10 $KMnO_4$, kdežto As_2O_3 samotný potřebuje ku oxydaci 32·36 cm^3 n/10 $KMnO_4$. Nenastala tedy oxydace vyšší než je Cu^{II}.

Pokus 49.

Pokus byl proveden za týchž podmínek jako v pokusu minulém a shledáno, že k oxydaci směsi spotřebováno bylo 32·82 cm^3 n/10 $KMnO_4$, kdežto As_2O_3 sám k oxydaci vyžaduje 32·36 cm^3. Ani zde nebyla Cu^{II} výše oxydována.

Stříbro.

Nejvyšší kysličník stříbra jest Ag_2O_3. Rovněž ten se tvoří působením silných oxydačních činidel. Proveden byl tudíž pokus, získati za podmínek u Cu uvedených oxydací permanganátem v prostředí zásaditém produkt, v němž by bylo Ag vyšší než jednomocné.

Avšak k oxydaci 20 cm^3 n/20 roztoku Ag_2SO_4 (4·6785 g v 1 l) spotřebováno bylo jen 0·69 cm^3 n/10 $KMnO_4$, což je důkazem, že se Ag^I neoxydovalo výše.

Samovolný rozklad permanganátu v zásaditém roztoku.

Přidává-li se k roztoku permanganátu koncentrovaný louh draselnatý, nastává tak zvaná spontánní redukce, tím že roztok zelená vyloučeným manganananem draselnatým dle rovnice

$$2\,KMnO_4 + 2\,KOH = 2\,K_2MnO_4 + H_2O + \tfrac{1}{2}\,O_2$$

Brand a Ramsbottom [28]) nepozorovali při použití 4% roztoku $KMnO_4$ a skoro 20% louhu draselnatého žádného zeleného zabarvení. Dle Sackura a Taegenera [29]) tvoří se však při vaření permanganátu s KOH, jenž je v poměru ku $KMnO_4$ 8-normální, manganát a vyvíjí se kyslík.

Avšak i při nižších temperaturách a při menší koncentraci přítomného KOH nalézá se kyslík v takovémto zásaditém $KMnO_4$ ve stavu napětí, a jestliže z tekutiny neunikne v plynné formě, jest tím vina přílišná pozvolnost reakce (dle autorů „Reaktionträgheit“).

Dle Bodländra [30]) obsahuje každý oxydační prostředek volné atómy kyslíka, které za jistých okolností mohou z roztoku v podobě molekul kyslíka unikati a rozklad tento může pak stejným způsobem dále pokračovati. Bodländer praví:

„Jedes Oxydationsmittel muß also von selbst unter Entwickelung von Sauerstoff zerfallen.“

To platí též o roztocích permanganátu.

Morse, Hopkins a Walker [31]) studovali tento rozklad u kyselých roztoků permanganátu, které v úplně čistém stavu (filtrované) rozkládají se velmi pomalu, ale samovolný rozklad nastává zahříváním, na světle a při vysoké koncentraci. Tento rozklad je ale obzvláště zrychlován, je-li přítomen MnO_2. Uvedení autoři vysvětlují toto zrychlení rozkladu pomocí MnO_2 tím, že se na jeho povrchu kondensují atómy kyslíka, které, jak již dříve řečeno, povstávají samovolným rozkladem permanganátu, čímž nastala na místech těch větší koncentrace, takže se rychleji spojují v molekuly kyslíka a tyto tvoří na povrchu práškovitého kysličníka snadněji bublinky, nežli v homogenním roztoku. Účinkuje tedy MnO_2 jako katalysátor, což není zjev ojedinělý. Je ku př. známo, že se kysličník vodičitý za přítomnosti MnO_2 velmi rychle rozkládá.

Totéž bude platiti asi také o rozkladu permanganátu v roztoku zásaditém působením MnO_2 anebo jeho hydrátu, který se v pokusech v této práci vypsaných při oxydaci permanganátem v různých způsobech redukce s ní souvisejících pravidelně vyloučil.

Aby se seznalo, jaký vliv měl na průběh reakcí mnou studovaných tento katalytický rozklad permanganátu anebo jak veliké množství permanganátu se asi působením MnO_2 mohlo rozložiti, byly podniknuty tyto pokusy:

Nejprve bylo zkoumáno, zda-li a jak dalece se permanganát rozkládá za teploty 60° C u přítomnosti různého množství nKOH, za kteréž teploty byly prováděny veškeré pokusy naší práce, uvedené pod značkou za tepla.

---

[28]) Journ. f. prakt. Chem. **82**, 336 (1910).

[29]) Zeitschr. f. Elektrochem. **16**, 170, 1910.

[30]) G. Bodländer: „Über langsame Verbrennung.“ Ahrensova sbírka, III. svazek, seš. 11 a 12, str. 422.

[31]) Morse, Hopkins a Walker, Amer. Chem. Journ. **18**. 401 (1896); **20**. 251. (1898).

Za tím účelem odměřilo se 20·92 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ a digerováno po přidání množství 1, 2, 4 a 5 *cm*³ nKOH přesně až do dosažení teploty 60° C. Na to byl nerozložený permanganát stanoven n/10 $\bar{O}$ a při tom bylo zjištěno, že se prakticky žádný nerozložil, jelikož diference mezi množstvím n/10 $KMnO_4$ a n/10 $\bar{O}$ obnášely pouze + 0·1, 0·03, — 0·09, — 0·12 *cm*³. Tyto odchylky ($\pm$ 0·10 *cm*³), jež nenasvědčují rozkladu permanganátu, lze vysvětliti chybami pozorovacími a manipulačními.

Na to byly provedeny pokusy, jak účinkuje vyloučený MnO_2 na rozklad zásaditého permanganátu. Nejprve byl připraven působením nadbytečného zásaditého permanganátu na roztok čistého síranu $MnSO_4$ čerstvý hydrát MnO_2, jenž byl dekantací tak vymyt, až se voda permanganátem více nebarvila. Pak odměřeno bylo opět do 4 baniček po 20·92 *cm*³ n/10 $KMnO_4$ a přidáno různé množství nKOH a přibližně totéž množství hydrátu MnO_2, jaké se nám při pokusech průměrně vytvořilo. Dále přidán K_2SO_4, tekutina pozvolna za míchání zahřáta na 60° C, načež byla provedena obvyklá filtrační manipulace, vše za stejných podmínek jako v pokusech dříve vypsaných. Ve filtrátu nalézající se permanganát byl stanoven n/10 $\bar{O}$.

a) Bylo-li užito 2 *cm*³ nKOH, obnášel úbytek 0·38 *cm*³ n/10$KMnO_4$
b) „ „ 4 „ nKOH, „ „ 0·31 „ „
c) „ „ 6 „ nKOH, „ „ 0·42 „ „
d) „ „ 8 „ nKOH „ „ 0·38 „ „

Z těchto pokusů je viděti, že kolísá-li koncentrace KOH v mezích 2 až 8 *cm*³, nejeví se přibývání rozkladu. Dále je viděti, jak veliký je katalytický rozklad $KMnO_4$ při pokusech v předu uvedených a tím se vysvětluje, proč byly získány při titraci Mn nejlepší výsledky, když se při pokusu chladilo ledem. Uvedené diference obnášejí průměrně — 0·37, což násobeno 0·6 (·) = 0·02 *mgr* (·). To by byla korrekce, kterou by bylo u vypsané methody při pokusech za tepla provedených *snad* applikovati, avšak získané výsledky by se tím podstatně nezměnily.

XIX.

Resumé.

Výsledek pokusů v přítomné práci provedených lze stručně zahrnouti takto:

Studováno bylo:

předně, jak účinkuje oxydačně permanganát v prostředí silně zásaditém na různé kationty resp. anionty a jak daleko, t. j. na jaký stupeň se při tom redukuje;

za druhé, jaké jsou produkty této oxydace.

Permanganát může působiti trojím způsobem, při čemž se mangan sedmimocný redukuje buď na mangan čtyřmocný, trojmocný neb dvojmocný. To se dá vyjádřiti 3 známými již schématy:

$$\text{I. } Mn^{VII} = Mn^{II} + 5(\cdot)$$
$$\text{II. } Mn^{VII} = Mn^{III} + 4(\cdot)$$
$$\text{III. } Mn^{VII} = Mn^{IV} + 3(\cdot).$$

Jak z výsledků uvedených pokusů vyplývá, nastává reakce I. nejen při působení $KMnO_4$ při obvyklé titraci v prostředí kyselém, ku př. na železo, kyselinu šťavelovou, atd., nýbrž reakce probíhá z nejhlavnější části, působí-li $KMnO_4$ v prostředí kyselém na tak energické redukční činidlo jako jest kyselina arsenová či její sůl. Při tom probíhá u kyseliny arsenové v kyselém roztoku reakce z malé části i dle II.

Dle schématu II. probíhá reakce u kyseliny šťavelové, je-li nízká teplota anebo nedostatek H_2SO_4 a přidává-li se $KMnO_4$ příliš rychle, dále u kyseliny telluričité v roztoku kyselém, t. j. za přítomnosti volné H_2SO_4. Avšak u kyseliny arsenové probíhá reakce dle II. výhradně i v roztoku zásaditém, když se přítomností elektrolytu převede přítomný $Mn(OH)_3$ v sedlinu a tím se další účinek $KMnO_4$ na tento zamezí. Zůstane-li ale utvořený $Mn(OH)_3$, probíhá pak reakce úplně dle III.

Dle schématu III. probíhá reakce u těchto kationtů či aniontů:

$Mn^{\cdot\cdot}$, $Tl^{\cdot}$, $Ce^{\cdot\cdot\cdot}$, $Pb^{\cdot\cdot}$, $As^{\cdot\cdot\cdot}$ resp. AsO_3''', $Se^{\cdot\cdot}$ resp. SeO_4'', $Te^{\cdot\cdot}$ resp. TeO_3'', $Fe^{\cdot\cdot}$, $Co^{\cdot\cdot}$ a $Ni^{\cdot\cdot}$.

U manganu se tvoří hydrát MnO_2, avšak kyselina arsenová může permanganát redukovati až na Mn_2O_3.

U thallia se tvoří Tl_2O_3 a nastává úplná možná oxydace.

Totéž rovněž se děje u ceria, kde vzniká CeO_2.

U olova však nastává oxydace jen částečná na oxyd, jenž má složení jen o něco vyšší než $Pb_2O_3 = PbO + PbO_2$.

U selénu nastává úplná oxydace na kyselinu selénovou resp. anion SeO_4''.

U telluru rovněž povstává kyselina tellurová resp. anion TeO_4''.

U železa nastává oxydace na hydrát $Fe(OH)_3$.

U niklu jest oxydace v slabě zásaditém prostředí nepatrná a vzniklý oxyd má formuli $Ni_{10}O_{11}$, kdežto při dostatečném nadbytku iontů OH' je produktem oxydace kysličník, blížící se formuli Ni_2O_3.

U kobaltu povstává za přítomnosti dostatečného množství iontů OH' kysličník, obsahující více kyslíku, než odpovídá formuli Co_2O_3.

U praseodymu za přítomnosti ceru, u mědi za přítomnosti arsenu a u stříbra nepovstala oxydace na stupeň vyšší než původní. —

Výsledky v této práci dosažené mají zajímavost hlavně theoretickou, avšak u arsenu a telluru, nalézají-li se tyto v prostředí slabě zásaditém, vypracována byla methoda neobyčejně rychlého a přesného jich stanovení, zakládající se na tom, že v silně zabarveném hnědém kolloidálním roztoku hydrátu manganičitého se dá poznati konec reakce, t. j. přítomnost nejmenšího nadbytku permanganatu malým kapesním spektroskopem. —

Práce provedena byla za vedení prof. dra. Bohuslava Braunera v analyticko-anorganické laboratoři chemického ústavu české university.

XIX.

OBSAH.

	Strana
Úvod	1
Stechiometrické výpočty	3
Mangan	4
Thallium	12
Cér	14
Olovo	16
Arsén	18
Selen	22
Tellur	23
Železo	28
Kobalt	29
Nikl	31
Praseodym	32
Měď	33
Stříbro	33
Samovolný rozklad permanganátu v zásaditém roztoku	33
Resumé	36
Obsah	38

Dodatečné opravy chyb tisku.*)

Str. 4; 4. řádek shora čti: „barva nad sraženinou“
Str. 5; 10. řádek shora: čti: „nedává tato methoda přesných výsledků“.
Str. 7; 10. a 11. řádek zdola čti: „šla jen na 96·4 až 97·6%, dle způsobu výpočtu.“
Str. 13; 16. řádek shora čti: „kyselina šťavelová, jež“
Str. 13; 1. řádek zdola čti: „0·3755 : 0·7230 = 1 : x“
Str. 14; 16. řádek shora čti: „$Ce_2(SO_4)_3$“ a 18. řádek shora „obnáší 712·834 a“
Str. 14; 21. řádek shora čti: „probíhati dle rovnice“
Str. 15; 3. řádek shora čti: „7·85 cm^3“ a 16. řádek zdola „v 25·0 cm^3“ a 15. řádek zdola „$n/10\ Na_2S_2O_3$“
Str. 15; 6. řádek zdola čti: „8 $cm^3\ nKOH$“ a 4. řádek zdola „v 25·0 cm^3 $n/10$ $\overline{O}$“
Str. 16; 2 řádek shora čti: „$Ce_2(SO_4)_3$“ a 7. řádek shora „25·0 cm^3 $n/10$ $\overline{O}$“
Str. 16; 11. řádek shora čti: „$Pb\ (C_2H_3O_2) + 3\,H_2O$“ a 10. řádek zdola „1/20 mol váhy“
Str. 17; 5. řádek shora čti: „odpovídá 1· 21 atomu kyslíka.“, a 6. řádek shora „Pb_2O_2 + 1·21 kyslíka“
Str. 17; 15. řádek shora čti: „5 $cm^3\ n\ KOH$“ a 9. řádek zdola „nalezeného Pb^{IV}, nežli“
Str. 17; 5. řádek zdola čti: „permanganátem v“
Str. 18; 9., 10. a 11. řádek shora čti: „který se později v kyselém roztoku nadbytkem titrovaného $FeSO_4$ i s vyloučenými vyššími kysličníky“
Str. 18; 10. řádek zdola čti: „V tomto oddílu práce byla“
Str. 20; 12. řádek shora čti: „co kolloid zůstal, dalším“
Str. 21; 2. řádek shora čti: „trvalého růžového zbarvení“ a 8. řádek shora: „(9·8 cm^3 $n/10$)“
Str. 21; 19. řádek shora čti: „Nyní vzato do práce“ a 9. řádek zdola „že bylo spotřebováno“
Str. 21; 4. řádek zdola čti: „99 cm^3 $n/10\ Na_2S_2O_3$“.
Str. 22; 2. a 3. řádek shora čti: „v prvé své fási dle rovnice“ a 10. řádek shora „10 cm^3 přesně“
Str. 22; 13. řádek zdola čti: „byla úplná, což“
Str. 22; 7. řádek zdola čti: „v prostředí zásaditém, obdobná“
Str. 23; 6. řádek shora čti: „sedliny a dotitruje se“
Str. 25; 16. řádek shora čti: „permanganátu dle reakčního schéma I.“
Str. 25; 18. řádek shora čti: „Roztok kyseliny telluričité jest“

---

*) Značné množství vyskytnuvších se chyb tisku budiž autorovi, který co nadporučík je vojenskou službou zaneprázdněn, omluveno.

Str. 25; 3. a 2. řádek zdola pod čárou čti: „kyselinu šťavelovou, od množství“

Str. 27; 4. řádek shora čti: „ze dvou byret, umístěných“

Str. 28; 17. řádek shora čti: „zůstala tekutina úplně“ a 20. řádek shora „telluričité na tellurovou“

Str. 29; 20. řádek shora čti: „$2\,MnO_4' + 8\,H_2O$“ a 5. řádek zdola „t. j. 1·5550 *gr.* Je“

Str. 30; 3. řádek shora čti: „6 cm^3 $nKOH$, načež“ a 6. řádek shora „obsaženého v roztoku“

Str. 30; 18. řádek shora čti: „(t. j. 9·7 cm^3 $n/10\,Na_2S_2O_3$)“ a 24. řádek „(8·50 cm^3 $n/10\,Na_2S_2O_3$)“.

Str. 30; 18. řádek shora čti: „místo původních 1·129 (.) z permanganátu“.

Stanovení kyseliny fosforečné způsobem molybdenanovým.

Podávají

Dr. **Rudolf Hac** a Dr. **Karel Všetička.***)

Upozornili jsme dříve [1]) na zajímavý nesouhlas předpokladu dusičné kyseliny nebo dusičnanu ammonatého jako složky jakkoliv isolovaného fosfomolybdenanu ammonatého. Tím jsme byli pobídnuti k podrobnějšímu studiu molybdenanové methody ke stanovení PO_4''', protože i jinak se rozcházejí názory o ní pronešené.

Dle literatury nedávného data jest prohlašována methoda upravená Woyem [2]) za nejpřesnější pracovní způsob, methoda v. Lorenzova [3]) jest oceňována způsobem různým, methoda A. Neumannova [4]) jest založena na chybném theoretickém předpokladu. Z práce Baxter-Griffinovy [5]) jest zřejmo, že chybí dosud plně vědomé názory o způsobu isolace fosfomolybdenanu ammonatého a důsledcích z toho plynoucích.

Část experimentalná.

Za účelem vniknutí do soustavného studia této methody byly sledovány předem způsoby isolace sraženiny, vznikající postupem Woyovým, různými promývacími roztoky. Při tom volen jako fosforečnan o dostatečně spolehlivém stoechiometrickém složení dle různých zkušeností Na (NH_4) HPO_4 . 4 aq.

Úkol byl velice usnadněn tím, že lze užiti jakožto základní promývací kapalinu vodu a to tehdy, bylo-li sráženo za přítomnosti solí ammonatých, zejména v roztocích, obsahujících kromě PO_4''' a MoO_4'' jen NO_3'.

*) Dissertační práce Dra K. Všetičky.

[1]) Věstník král. české společnosti náuk, 1912; č. IV.

[2]) Woy, Chemiker-Zeitung 21 (1897), 442 a 469; viz Gmelin-Kraut-Friedheim.

[3]) v. Lorenz, Landwirtschaftliche Versuchsstationen 55 (1904) 183.

[4]) A. Neumann, Z. f. physiologische Chemie 37 (1902, 03) 115 a 43; 1904, 32.

[5]) Baxter a Griffin. Am. Chem. Journal 34 (1905), 204.

Ammonatá sůl kyseliny fosfomolybdenové, takto vznikající, jest obecně nesnadno rozpustná v kapalinách, neobsahujících prakticky iontů OH′, čemuž jest vyhověno i u vody.

Při tom bylo shodně s dříve známými fakty nalezeno, že přechází srážením dle Woye prakticky veškeren PO_4''' do sedliny, a že lze isolovati promýváním *ca* 18° vodou praeparat, odpovídající formuli $3\,(NH_4)_2O\,.\,P_2O_5\,.\,24\,MoO_3$, nepřihlížeje ke krystalové vodě.

Při srážení 0·05 *g* P_2O_5 (ve formě $Na\,(NH_4)\,HPO_4\,.\,4\,aq$) nalezeno v sedlině:

1. při promytí 180 *cm*³ vody . . . 0·0501 *g* P_2O_5 | methodou
2. „ „ 150 „ „ . . . 0·0499 *g* P_2O_5 | Schmitzovou

3. a 4. Ammoniak vypuzený ze sedliny neutralisoval 8·45 *cm*³ *n*/4 kyseliny; theoreticky pro poměr $3\,(NH_4)_2O : P_2O_5$ vyplývá 8·447 *cm*³ *n*/4 kyseliny.

Přesné, přímé určení MoO_3 pro vyšetření poměru $P_2O_5 : MoO_3$ naráží na samozřejmé obtíže. Přesvědčivše se však, že jest v sedlině obsažen veškerý, do práce vzatý P_2O_5, uchýlili jsme se k prostému stanovení součtu $P_2O_5 + MoO_3$. Tak vyšetřen molekulový poměr $MoO_3 : P_2O_5 = 24·10$ a 24·15 po promytí 180 až 200 *cm*³ vody.

Pro poměrnou nesnadnost určení tohoto poměru jsme považovali tyto výsledky za uspokojivé a pokládali vyloučenou a isolovanou sraženinu za dobře definovanou a vhodnou pro pokusy další. Sraženina byla také vždy mikroskopicky homogenní.

Pro další pokusy, změní-li se jiným způsobem isolace poměr složek fosfomolybdenanu ammonatého, byla volena, jako nejjednodušší případ, dovolující snadné experimentálné řešení, *zředěná kyselina dusičná*, která byla mnohdy doporučována ku promývání fosfomolybdenanu ammonatého.

Chesneau[6]) ji vylučuje, poněvadž dle jeho pokusů sraženinu značně rozpouští.

Baxter a Griffin[7]) sice uvažují o možném jejím chemickém vlivu na fosfomolybdenan, avšak zbavují se své otázky jednoduchým předpokladem, že nemůže tento vliv vlastně existovati, poněvadž vzniká fosfomolybdenan v roztocích, kyselinu dusičnou obsahujících.

Naznačíme předem postup, kterým se řídily obecně naše pokusy.

1. Nebyla určována přímo rozpustnost fosfomolybdenanu ammonatého, nýbrž jen množství přešlé do filtrátu promytím na př. 1000 *cm*³ zkoušené kapaliny.

2. Analysována sraženina i filtrát.

3. Změna složení promývané sedliny byla často sledována acidimetricky.

4. Mimo to byl velmi často žíhán fosfomolybdenan dle návrhu

---

[6]) Chesneau, Revue de Métallurgie 1908, 237.

[7]) viz pozn. 5.

Meinekova[8]) na temně modrou látku, která jest neurčitým redukčním produktem kyseliny fosfomolybdenové, a s níž lze jen pro praktické účely počítati jako s anhydridem této kyseliny.

Meineke tvrdí, že jest sloučenina redukcí vznikající vždy táž a připisuje jí formuli $P_2O_5 . 4 (Mo_6O_{17})$; Auld[9]) jest téhož názoru, ale uvádí vzorec $P_2O_5 . Mo_3O_8 . 21\ MoO_3$. Pokusili jsme se o kontrolu těchto údajů, abychom jich eventuelně jinak využili. Ztrátu redukcí vzniklou stanovil Meineke vážkově tím, že odváženou modrou látku dokonale oxydoval kyselinou dusičnou a potom stanovil P_2O_5 i MoO_3; nadbytek nad 100% (počítáno na modrou látku) udává ztracený kyslík.

Chtěli jsme se z dobrých důvodů vyhnouti přímému stanovení MoO_3 a proto byl učiněn pokus o stanovení hloubky redukce roztokem manganistanu draselnatého. Tímto způsobem nedostával Meineke shodné resultáty, přepočítávav vyšetřenou ztrátu kyslíku na přítomný P_2O_5 a proto jej považoval za nevhodný pro tento účel. Skutečně není takto vyšetřená ztráta kyslíku vždy stejná, ale podařilo se nám dokázati, že chyba neleží v nestejně probíhajícím oxydačním pochodu manganistanem draselnatým, nýbrž v nestejné redukci MoO_3 v různých pokusech. Oxydováno manganistanem draselnatým v alkalickém prostředí za všech příslušných opatrností[10]) a výsledky titrační kontrolovány přímým převodem redukované látky na $P_2O_5 + MoO_3$.

Připraveny odděleně tři různé vzorky modré látky. Výsledky titračního stanovení jsou sestaveny v této tabulce:

Číslo vzorku	Naváženo *g* modré látky	Spotřeba *cm*³ n/10 $KMnO_4$	*cm*³ n/10 $KMnO_4$ přepočtené na 1 *g* modré látky	Odpovídající počet *g O* na 1 *g* modré látky	Maximalní difference v *g O*
1.	0·5011	6·15	12·27	0·0098	0·0003
	0·5065	6·30	12·44	0·0099	
	1·1308	14·25	12·60	0·0101	
	1·2660	15·95	12·60	0·0101	
2.	1·0027	13·40	13·36	0·0107	0·0005
	1·0046	13·60	13·53	0·0108	
	1·0065	13·80	13·71	0·0112	
	3·0054	42·07	14·00	0·0112	
3.	0·6955	19·85	28·54	0·0227	0·0001
	0·9394	26·74	28·46	0·0228	
	1·0979	31·18	28·40	0·0227	

[8]) Meineke, Repertorium d. analyt. Chemie V (1885) 153 a VI (1886) 303 a 325.

[9]) Auld, Chemiker Zeitung, 1912, 1498.

[10]) H. Beckurts, Die Methoden der Massanalyse, 487.

Lze tudíž takto dosíci u téhož praeparátu výsledků shodných. Jednotlivé praeparáty se však vzájemně liší.

Titrační výsledky byly skontrolovány u 3. vzorku vážkově. Modrá látka byla oxydována buď král. lučavkou nebo ammoniakalním roztokem H_2O_2 a vážen součet $P_2O_5 + MoO_3$. Příbytek na váze se shoduje s výsledky nalezenými odměrně.

Před oxydací:	*Po oxydaci:*	*1 g látky spotřeboval k oxydaci:*
0·9797 *g*	1·0018 *g*	0.0225 *g O*
0·9140 „	0·9352 „	0.0231 „ „

Dále byl určen stupeň redukce v sedlinách srážených z určitého množství kyseliny fosforečné; stupeň redukce jest takřka stejný pro různá absolutní množství žíhaného fosfomolybdenanu, čili, není úměrný přítomnému množství P_2O_5. Zároveň jest zřejmo, proč může býti ztráta redukcí vznikající, prakticky přehlížena.

Sráženo *g* P_2O_5	Naváženo *g* vyžíhané sedliny	Vypočtený P_2O_5 z poměru P_2O_5:24 MoO_3	K oxydaci cm^3 n/10 $KMnO_4$	Ztráta redukcí v *g O*	Ztrátě kyslíku odpovídající P_2O_5
0·05	1·2669	0·0499(8)	4·99(8)	0·0039	0·00015
0·04	1·0142	0·0400(2)	4·14	0·0033	0·00013
0·02	0·4985	0·0196(7)	3·55	0·0028	0·00011
0·02	0·5036	0·0198(7)	2·79	0·0022	0·00008

Hluboko se redukuje fosfomolybdenan žíháním za nepřístupu vzduchu, na př. v proudu kysličníku uhličitého; spotřeba $KMnO_4$ na 1 *g* vzniklé látky jest potom velice značná (5ti i vícenásobná, než byla až dosud uvedena). Takto vyžíhaná sedlina, po vychladnutí v proudu CO_2, oxyduje se již za obyčejné teploty vzduchem, takže si lze snadno představiti, že nelze žíháním na vzduchu docíliti redukci stejnoměrnou.

Byl měřen také dusík, vznikající oxydací ammoniaku při žíhání fosfomolybdenanu v proudu CO_2 a srovnáno jeho množství se spotřebou kyslíku, potřebného k oxydaci vzniklého redukčního produktu. Nelze se celkem diviti, že přes opatrnou práci nebylo dosaženo při pokusech úplné shody relativné, a že bylo nacházeno dusíku vždy méně, než by se dalo souditi ze spotřeby $KMnO_4$.

Domníváme se, že bylo zapotřebí uvésti poněkud obšírněji tyto pokusy, které rozřešily nesprávné názory starší. Byla tím také nalezena vhodná pomůcka pro další práci.

Na to přistoupeno k vyšetření poměrů při *promývání zředěnou kyselinou dusičnou.*

a) Ve filtrátu určen poměr $P_2O_5 : MoO_3$. Při tom pracováno s fosfomolybdenanem sraženým z 0·05 *g* P_2O_5, zbaveným před promýváním dusičnou kyselinou matečného roztoku vodou.

1. pokus. Zbytek po odpaření filtrátu a vyžíhání vážil 0·0334 *g* a nalezeno v něm 0·0314 *g* MoO_3,[11]) takže molekularný poměr $MoO_3 : P_2O_5 = 23{\cdot}5$. Promytý fosfomolybdenan vyžíhán dle Meineka a stanovena výše uvedeným titračním způsobem ztráta kyslíku.

Součet: váha vyžíhaného fosfomolybdenanu ..... 1·22945 *g*
ztráta redukcí ..... 0·00156 „
vyžíhaný výparek filtrátu ..... 0·03340 „

veškerý anhydrid vzniklé kyseliny fosfomolydenové... 1·2647(1) *g* odpovídá 0·0499 *g* P_2O_5, na místě sražených 0·05 *g*.

2. pokus: Z filtrátu resultovalo 0·0268 *g* $P_2O_5 + MoO_3$, které obsahovaly 0·0260 *g* MoO_3; poměr $MoO_3 : P_2O_5 = 24{\cdot}2$.

Váha vyžíhaného fosfomolybdenanu ..... 1.2306 *g*
ztráta redukcí ..... 0·0030 „
do filtrátu přešlo ..... 0·0268 „

veškerý anhydrid vzniklé kys. fosfomolybdenové .... 1·2604 *g* odpovídá 0·0497 *g* P_2O_5, na místě sražených 0·05 *g*.

3. pokus: Do filtrátu přešlo 0·0186 *g* $P_2O_5 + MoO_3$, které by odpovídaly za předpokladu, že jde o sloučeninu $P_2O_5 . 24\,MoO_3$, 0·0007(8) *g* P_2O_5. Z toho připadalo na MoO_3 0·0181 *g*, takže vyplývá poměr $MoO_3 : P_2O_5 = 24{\cdot}3$.

Po stanovení MoO_3 určen ještě ve filtrátu po MoS_3 P_2O_5 dle v. Lorenze, při čemž naváženo 0·0198.*g* dle Meineka vyžíhané sraženiny, které za těchto okolností odpovídají 0·0007(2) *g* P_2O_5.

Těmito pokusy se dokázalo, že přechází P_2O_5 a MoO_3 do roztoku v tomtéž poměru, který charakterisuje příslušnou kyselinu fosfomolybdenovou.

b) *Poměr složek v promytém fosfomolybdenanu.* Poměr $P_2O_5 : MoO_3$ jest dle předcházejících pokusů nezměněn. Značně se však mění poměr $(NH_4)_2O$. Pravidelně jest množství $(NH_4)O$ v sedlině menší, neodpovídající poměru $3\,(NH_4)_2O . P_2O_5 . 24\,MoO_3 . (NH_4)_2O$ určován přímo v promytém fosfomolybdenanu a přešlý do roztoku počítán z difference proti množství theoreticky možnému. Tyto difference jsou udány v připojené tabulce jako již dříve v *cm*³ n/4 kyseliny.

Sraženo P_2O_5		% HNO_3 k promývání	$(NH_4)_2O$ ve filtrátu v *cm*³ n/4 kys.	*g* MoO_3 ve filtrátu	Množství zředěné kyseliny užité k promytí
Sráženo vždy 0·05 *g* P_2O_5	1.	1·0	2·57	0·0046	Po zbavení matečného roztoku vodou promyto vždy 250 *cm*³ kyseliny.
	2.	2·8	2·33	0·0050	
	3.	7·1	2·59	0·0265	
	4.	7·1	—	0·0300	
	5.	7·1	2·86	0·0425	
	6.	12·0	2·71	0·0545	

[11]) *Mo* vyloučen jako MoS_3 a tento žíháním převeden v MoO_3.

Theoreticky odpovídá $(NH_4)_2O$ ve sraženém fosfomolybdenanu za těchto okolností 8·447 *cm*³ n/4 kyseliny.

Uvažujme zvláště na př. o příkladu č. 6,, kdy přešlo do filtrátu $(NH_4)_2O$, odpovídající 2·71 *cm*³ n/4 kyseliny a při tom 0·0545 *g* MoO_3.

Ve sraženém fosfomolybdenanu odpovídá 8·447 *cm*³ n/4 kyseliny 1·2164 *g* MoO_3; kdyby přecházel do filtrátu $(NH_4)_2O$ v poměru 3 $(NH_4)_2O$: 24 MoO_3, odpovídalo by přešlému $(NH_4)_2O$ 0·3902 *g* MoO_3 ve filtrátu, kdež ho však nalezeno pouze 0·0545 *g*.

V ostatních příkladech jest tento rozdíl ještě význačnější. Zředěná dusičná kyselina tudíž nejen značně fosfomolybdenan rozpouští, nýbrž i mimo to složení jeho mění.

Z ubývání $(NH_4)_2O$ v sedlině při nepoměrně malé ztrátě MoO_3 dá se souditi na vznik kyselejší soli, což lze sledovati i acidimetricky. Určení acidity není sice v tomto případě příliš přesné, avšak nalezeny proti vodou promytému fosfomolybdenanu difference, které nelze vykládati experimentálními chybami, a které se přidružují k nálezům výše uvedeným.

Pro fosfomolybdenan 3 $(NH_4)_2O$. P_2O_5 . 24 MoO_3 platí poměr P_2O_5 : 46 NaOH. U sedlin promytých různě koncentrovanou dusičnou kyselinou (a potom do ztráty acidity vodou) byl zjištěn poměr P_2O_5 : NaOH = 47·03 až 48·04.

Acidita promyté sedliny jest i v souvislosti s množstvím $(NH_4)_2O$, přešlým do filtrátu, což bylo také přímo zjištěno.

Přepočte-li se do roztoku přešlý $(NH_4)_2O$ vzhledem k P_2O_5, lze pozorovati, že se blíží empirické složení sedliny promyté dusičnou kyselinou, theoretickému předpokladu 2 $(NH_4)_2O$. H_2O . P_2O_5 . 24 MoO_3, jak plyne z této tabulky:

Sraženo *g* P_2O_5	Promyto 250 *cm*³ HNO_3 %	NH_3 neutralisoval *cm*³ n/4 kyseliny	Poměr $(NH_4)_2O$: P_2O_5
Sráženo vždy 0·05 *g* P_2O_5	0·25	8·02	2·84
	1·00	6·20	2·20
	1·50	6·80	2·41
	1·50	6·59	2·33
	2·80	6·12	2·17
	5·00	6·10	2·16
	7·00	5·86	2·08
	8·00	5·98	2·12
	10·00	5·97	2·12
	12·00	5·74	2·04
	14·00	5·89	2·09

Připravovati sůl uvedeného vzorce nedařilo se neutralisací kyseliny fosfomolybdenové. Zdá se však a později bude blíže ukázáno, že lze připraviti směs tohoto kyselejšího fosfomolybdatu s t. zv. normalným, srážením podle Baxtera a Griffina. Tito sice tvrdí, že sloučenina jimi připravená má skutečně zmíněné složení, ale nutno podotknouti, že promývali před analysí sedlinu zředěnou kyselinou dusičnou.

V základě jde tudíž o process:

$$(NH_4)_3\,PO_4 \,.\, 12\,MoO_3 + H^{\cdot} \rightleftarrows (NH_4)_2\,HPO_4 \,.\, 12\,MoO_3 + \dot{N}H_4^{\cdot},$$

závislý na koncentraci $H^{\cdot}$, ale současně i na koncentraci $NH_4^{\cdot}$.

Proto se dospěje k témuž rovnovážnému stavu i užitím jiné kyseliny, na př. kyseliny solné, což jsme i číselně sledovali.

Z téhož schematu pak vyplývá, že se nezmění poměr složek ve vyloučeném fosfomolybdenanu, bude-li promýváno zředěnou dusičnou kyselinou, v níž byl rozpuštěn ještě dusičnan ammonatý. Ostatně již dávno bylo empiricky zjištěno, že se tento roztok hodí výborně k promývání fosfomolybdenanu ammonatého, jde-li o vážení produktu, získaného mírným žíháním.

Srovnali jsme množství P_2O_5 přešlá do filtrátu promytím fosfomolybdenanu ammonatého 1000 *cm*³ vody a 1000 *cm*³ roztoku, obsahujícího

a) 0·1% $NH_4\,NO_3$ a 0·05% HNO_3, *b*) 5% $NH_4\,NO_3$ a 1% HNO_3.

Pro 100 *cm*³ promývacích kapalin nalezena tato čísla:

1. voda : 0·00006 *g* P_2O_5
2. roztok *a*): 0·00004 *g* P_2O_5; roztok *b*): 0·00005 *g* P_2O_5,

tudíž hodnoty prakticky identické.

Tyto roztoky jsou výhodné i zvláště proto, že při promývání neprocházejí ani po dlouhé době kalné filtraty.[12])

Z toho dále plyne, že nemohou sloužiti jako promývací kapaliny roztoky na methyloranž zneutralisovaných solí ammonatých. Shodně lze vyčísti z literatury, že takové roztoky fosfomolybdenan značně rozpouštějí. Stačí je však jen nepatrně okyseliti, aby rozpustnost fosfomolybdenanu klesla na dříve uvedené hodnoty.

Zneutralisované roztoky solí ammonatých však mají ještě jeden vliv. Na př. F. Hundeshagen[13]) tvrdí, že nahražuje $NH_4\,NO_3$ ve fosfomolybdenanu volně vázanou HNO_3, takže vzniká sloučenina $(NH_3)\,PO_4 \,.\, 12\,MoO_3 \,.\, 2\,NH_4\,NO_3 \,.\, H_2O$. Tento údaj domnívá se potvrzovati A. Neumann.[14]) P. Artmann[15]) nalezl po promytí fosfomolyb-

---

[12]) P. Artmann (Z. f. anal. Ch. *49* (1910), str. 21) tvrdí, že takové filtráty neobsahují kyselinu fosforečnou, což však nesouhlasí s našimi zkušenostmi.

[13]) F. Hundeshagen, Z. f. anal. Chemie 28 (1889) 141.

[14]) A. Neumann, viz pozn. 4.

[15]) P. Artmann, viz pozn. 12.

denanu roztokem NH_4NO_3 a po té vodou větší množství $(NH_4)_2O$ v poměru k P_2O_5.

Baxter a Griffin[16]) mohli převésti za vyšší teploty svůj kyselejší fosfomolybdenan roztoky solí ammonatých na t. zv. normalný, což souhlasí ostatně s výše uvedeným reakčním schematem.

V našich pokusech užito 5ti a 15ti%-ního roztoku NH_4NO_3, zneutralisovaného na methyloranž n/10 NH_3. Tyto roztoky rozpouštějí fosfomolybdenan značně (silněji roztok koncentrovanější), při čemž přechází P_2O_5 a MoO_3 do roztoku v poměru prakticky rovném 1 : 24.

V promyté sraženině (po dalším promytí vodou) zjištěny tyto poměry $(NH_4)_2O : P_2O_5$:

roztok 5%-ní.....3·05 : 1
roztok 15%-ní.....3·20 : 1

P. Artmann nalezl u 15%-ního roztoku poměr 3·21 : 1.

O jiných promývacích roztocích a kapalinách podotýkáme toto. K promývání pro účely acidimetrické byl navržen také *roztok* KNO_3. Bylo již dávno známo, že se takto nahražuje částečně ve fosfomolybdenanu $(NH_4)_2O$ K_2O. Teprve Artmann[17]) poukázal také na jeho značnější rozpouštěcí mohutnost. K tomu připojujeme, že se i acidita promyté sedliny poněkud snižuje.

Alkohol byl užíván při promývání k vytěsnění vody ze sedliny, šlo-li o vážení její jako soli ammonaté. Zředěný alkohol rozpouští, zejména za tepla i NH_4NO_3. Raben[18]) promývá při své modifikované methodě Woyově teplým, 75%-ním líhem.

Promýváním fosfomolybdenanu z 0·05 *g* P_2O_5 250 *cm*³ tohoto líhu přešlo nám do 100 *cm*³ filtrátu 0·00006 *g* P_2O_5.

Na základě těchto zkušeností lze snadno posouditi návrhy různého kombinovaného promývání i některé důležité práce starší.

Handy[19]) promývá nejprve 1%-ní HNO_3 a na to 1%-ním KNO_3; Wdowiszewski[20]) 15%-ním NH_4NO_3 a potom vodou; Manby[21]) 7%-ní HNO_3 a na to 3%-ním KNO_3, což činí Fairbanks[22]) s týmiž, ale 10%-ními roztoky. Kilgore[23]) po dekantaci 10%-ní HNO_3 promývá 3%-ním NH_4NO_3 (resp. KNO_3) a potom vodou. Ohly[24]) 2%-ní HNO_3 a potom 2-%ním KNO_3.

---

[16]) Baxter a Griffin, viz pozn. 5.
[17]) P. Artmann, viz pozn. 12.
[18]) Raben, Z. für anal. Chemie. *47*, 546 (1908).
[19]) Handy, Chem. News, 66 (1892), 324.
[20]) Wdowiszewski, Chem. Centralblatt, 1892, II, 56.
[21]) Manby, Chem. Centralblatt. 1892, II, 267.
[22]) Fairbanks, Chem. Centralblatt, 1896, II, 878.
[23]) Kilgore, Chem. Centralblatt, 1894, II, 1018 a 1896, I, 459.
[24]) Ohly, Chem. Centralblatt, 1897, II, 1088 a 1898, I, 141.

Tyto způsoby promývání nelze doporučiti, i kdyby nastávaly skutečně příznivé kompensace vlivu jednotlivých roztoků.

Dietrich[25]) se pokoušel o nepřímé stanovení kyseliny fosforečné na základě stanovení $(NH_4)_2O$ ve fosfomolybdenanu ammonatém. Předpokládal dle dřívější literatury, že pochází nekonstantní váha sedliny od strženého MoO_3, že však zůstává $(NH_4)_2O$ vždy ve stálém poměru k P_2O_5. Při promývání zředěnou kyselinou dusičnou (50 objemů vody a 1 objem kyseliny konc.) pozoroval, že má promývání značný vliv na výsledky. Upozorňuje, že nesmí býti promýváno ani málo, zůstala by matečná tekutina v sedlině, ani mnoho, poněvadž se potom uplatňuje již rozpustnost sedliny. Doporučil proto plniti filtr při promývání 6 až 8-kráte.

König[26]) tento způsob kontroloval a promýval 10%-ní HNO_3 6 až 7-kráte. Výsledky byly stále nízké, což ho vedlo k závěru, že jest poměr $(NH_4)_2O : P_2O_5$ ve fosfomolybdenanu 2 : 1 a ne jak bylo dříve uváděno 3 : 1. Tutéž chybu činí Morell.[27])

F. Hundeshagen[28]) uvádí ve své rozsáhlé práci, že nemohl nalézti destillační methodou shodné výsledky při stanovení $(NH_4)_2O$. Nepátral však po příčině chyb, jež jsou nyní vysvětleny tím, že promýval analysované sedliny 5%-ní HNO_3. Tím je z části i vysvětleno stoupnutí acidity jeho praeparatů. Hundeshagen udává zvýšení acidity o 4 mol. NaOH (počítáno na P_2O_5), avšak podotýká sám, že mohly míti sedliny ještě něco kyseliny dusičné i po sušení nad pevným NaOH. Pro uvedenou již sloučeninu $(NH_4)_3PO_4 . 12\,MoO_3 . 2\,NH_4NO_3 . H_2O$ nepodává jiných dokladů než klesnutí acidity. Přímé stanovení kyseliny dusičné, námi provedené, však vedlo k výsledku negativnímu. A. Neumann[29]) a P. Artmann[30]) domněle potvrzují údaje Hundeshagenovy. A. Neumannovi se podařilo vyloučiti sedlinu, která spotřebovala k neutralisaci 56 mol. NaOH (počítáno na P_2O_5). Spoléhal na Hundeshagenovo tvrzení, že lze za jakýchkoliv podmínek vyloučiti jen sloučeninu $(NH_4)_3PO_4 . 12\,MoO_3$ a domníval se proto, že potvrdil Hundeshagenův názor o vázané HNO_3 (resp. NH_4NO_3). Pracoval však za přítomnosti kyseliny sírové a tu jsou, jak bude později ukázáno, poměry jiné. P. Artmann usuzuje na potvrzení vzorce $(NH_4)_3PO_4 . 12\,MoO_3 . 2\,NH_4NO_3 . H_2O$ na základě zvýšeného množství $(NH_4)_2O$ v sedlině po promývání NH_4NO_3. Důkazem proti tomu jest přímé stanovení HNO_3 a snížení acidity, která by odpovídala při titraci za chladu zase jen 46 mol. NaOH na P_2O_5.

Baxter a Griffin si počínali jako König nebo Hundeshagen.

---

[25]) Dietrich, Z. f. analyt. Chemie 5 (1866), 45.
[26]) König, Landw. Versuchsstationen 26 (1881) 360.
[27]) Morell, Jahres Berichte. *1875*, 930.
[28]) F. Hundeshagen, viz pozn. 13.
[29]) A. Neumann, viz pozn. 4.
[30]) P. Artmann, viz pozn. 12.

Má tudíž volba promývacích roztoků značný význam. Jedině vodou a dusičnou kyselinou okyseleným roztokem NH_4NO_3 lze vypraeparovati při stejném způsobu srážení sedliny stejného empirického složení.

Praeparáty fosfomolybdenové, získané jinými způsoby srážení.

Po vyšetření podmínek správné isolace fosfomolybdenanu ammonatého šlo o prostudování podmínek majících vliv jednak na kvantitativné srážení, jednak na homogennost sedlin za různých okolností. O všech eventualitách bylo již přirozeně dávno uvažováno (zejména Chesneauem[21]) ai nověji P. Artmannem), avšak přece bylo nutno tyto otázky podrobit alespoň částečné revisi.

Autoři různých způsobů pracovních se řídili bezděčně důsledky plynoucími z těchto dvou schemat reakčních:

$$a)\ 12\,H_2MoO_4 + H_3PO_4 + 3\,NH_4NO_3 + x\,HNO_3 \rightleftarrows (NH_4)_3PO_4 \,.\, 12\,MoO_3 + (3+x)\,HNO_3 + 12\,H_2O,$$

$$b)\ 2\,NH_4NO_3 + x\,H_2MoO_4 + y\,HNO_3 \rightleftarrows (NH_4)_2O \,.\, x\,MoO_3 + (y+2)\,HNO_3 + (x-1)\,H_2O,$$

z nichž schema druhé naznačuje vznik málo rozpustných molybdenanů ammonatých.

Dosažení rovnovážného stavu v roztocích, obsahujících komponenty obou rovnic jest velice závislé na vznikání přesycených roztoků, rušících se jednak zvýšenou teplotou, jednak účinkem mechanickým.

Nesnadno rozpustné, krystallické, kyselé molybdenany ammonaté se mnohdy vylučují s fosfomolybdenanem; zejména po vyloučení fosfomolybdenanu se mohou uplatniti reakce dle schematu *b*).

Na základě tohoto lze předvídati, že se nevyloučí soli typu $(NH_4)_2O.\ x\ MoO_3$ tím spíše, čím bude za konstantní koncentrace MoO_4'' vyšší koncentrace $H^{\cdot}$.

Předem bylo zapotřebí se orientovati o podmínkách vzniku těchto solí v roztocích, neobsahujících PO_4''' a to zejména u roztoků Woyových.

Smíchají-li se Woyovy roztoky tak, jakoby měla býti srážena 0·1 *g* P_2O_5 (za horka) vylučují se brzy po smíchání roztoků snopky jehličkovitých krystalů. Po 12ti hodinách se jich vylučuje značné množství. Tak naváženo po této době 3.6 *g* látky mající *ca* 50 % MoO_3.

Při míchání téhož množství roztoků při teplotě kolem 20° se vyloučilo po půl hodinovém silném míchání velké množství bílé, krystalické sraženiny.

Dobře odsátá sedlina byla rychle vysušena na porovitém talíři, jedna část vyžíhána na MoO_3 a v jiné stanoven $(NH_4)_2O$. Zbaviti sedlinu matečného roztoku nějakou promývací kapalinou není možno.

---

[21]) Chesneau, viz pozn. 6.

Poměr složek v takto za nízké teploty připravených solích jest přibližně $(NH_4)_2O : 7\,MoO_3$. Výsledky analys tří různých praeparátů:

	1.	2.	3.
NH_3	1·93%	1·97%	1·89%
MoO_3	60·19%	59·94%	58·99%
H_2O	37·91%	38·09%	40·03%
$(NH_4)_2O : MoO_3$	1 : 7·38	1 : 7·18	1 : 7·24

Bylo-li pracováno blízko bodu varu, vylučovala se sedlina bohatší na MoO_3, mající zároveň méně vody. Také krystallový tvar byl různý od tvaru sedlin za obyčejné teploty vyloučených. Vznikají krásné, šestiboké, rovně ukončené hranoly, jež se zhusta po dvou pronikají. Velikost jejich jest závislá na rychlosti vylučování.

Výsledky analys dvou rozdílných praeparátů:

	1.	2.
NH_3	1·85%	1·85%
MoO_3	84·30%	81·55%
H_2O	13·84%	16·59%
$(NH_4)_2O : MoO_3$	1 : 10·72	1 : 10·40

Zajímavo jest, že se vylučují z roztoků Woyových, za obyčejné teploty smíchaných, ale klidně stojících krystally, podobné tvarem krystalovým látce z chladných roztoků získané mícháním, avšak chemicky podobné látce za horka vymíchané.

Tak nalezeno:

NH_3..... 1·74%
MoO_3 .....74·05%
H_2O .....24·21%
$(NH_4)_2O : MoO_3 = 1 : 10$

Později bylo sledováno vylučování nesnadno rozpustných kyselých molybdenanů ammonatých jen kvalitativně, bez ohledu na jejich složení, jež má pro tuto práci jen podřízený význam. Zkoušeny tedy roztoky o různé vzájemné koncentraci H_2MoO_4, NH_4NO_3 a HNO_3, aby byly vyšetřeny meze, kdy se ani po dlouhé době ony soli nevylučují.

Při pokusech bylo napodobeno srážení kyseliny fosforečné a dbáno opatrností jednak známých, jednak vyčtených z uvedených reakčních schemat.

50 cm^3 roztoku, obsahujícího známé množství HNO_3 a NH_4NO_3 bylo zahřato k varu a k němu přidáván po kapkách a za stálého míchání roztok molybdenanu ammonatého, obsahující určité množství NH_4NO_3.

Pozorována orientačně rychlost vylučování kyselých molybdenanů ammonatých.

Aby měly smíšené roztoky reakční stejný objem a bylo v nich docíleno různého molekularního poměru $MoO_3 : (NH_4) : HNO_3$, musily býti upraveny roztoky molybdenanu ammonatého různých koncentrací. V každém byl však poměr $MoO_3 : (NH_4) = 1 : 1$. V tabulce jest uvedeno složení smíšením vzniklých roztoků molekularným poměrem $MoO_3 : (NH_4) : HNO_3$ při stejném objemu (219 cm^3, t. j. objemu odpovídajícímu srážení 0.1 g P_2O_5 dle Woye). Roztoky smíchány vždy za horka.

Roztok obsahoval $MoO_3 : (NH_4) : HNO_3$	Doba, po které se počala sraženina vylučovati
1 : 5 : 5	1 h. 45 min.
1 : 5 : 10	ani za 24 hodiny
1 : 10 : 5	1 h.
1 : 10 : 10	nesrazilo se nic
1 : 5 : 8	ani za 24 hodiny
1 : 2·5 : 5	,, ,, ,, ,,
1 : 20 : 10	,, ,, ,, ,,
2 : 5 : 10	ihned
2 : 21 : 20	,,
3 : 1 : 10	,,
3 : 10 : 30	ani po 48 hodinách
4 : 1 : 5	ihned
4 : 10 : 40	ani po 48 hodinách
4 : 25 : 50	hned se zkalilo
4 : 50 : 50	silně se zkalilo

Jest patrno, že vylučování kyselých molybdenanů ammonatých závisí hlavně na poměru $MoO_3 : HNO_3$.

Tím byly vyšetřeny zhruba meze koncentrací, v nichž se dá očekávati, že budou příznivé podmínky ke stanovení P_2O_5, které provedeno shodným způsobem, jako bylo dříve pracováno bez P_2O_5. Sráženo jen jednou, filtrováno po ½ hodině, promýváno roztokem NH_4NO_3, okyseleným dusičnou kyselinou. Sedliny žíhány dle Meineka, k váze vyžíhané sedliny přičtena ztráta vzniklá redukcí. Filtráty zkoušeny, bylo-li srážení kvantitativné. V připojené tabulce vypočten P_2O_5 za předpokladu, že jde o $P_2O_5 . 24\ MoO_3$.

Pracováno tak, aby matečný roztok po vyloučení fosfomolybdenanu měl vhodné složení, za něhož nelze dle předcházejících pokusů očekávati vylučování kyselých molybdenanů ammonatých.

XX.

Sraženo g P_2O_5	Poměr $MoO_3 : (NH_4) : HNO_3$ v roztoku po srážení	Váha vyžíhané sedliny + ztráta redukcí	Vypočtený P_2O_5 f = 0·03946	Poznámka
0·05	1 : 10 : 8	1·2727	0·0502	
	1 : 5 : 10	1·2725	0·0502	
	1 : 10 : 8	1·2701	0·0501	
	1 : 5 : 10	1·2712	0·0501	
	1 : 5 : 15	1·2626	0·0498*)	*) nebylo kvantitativně vyloučeno
0·001	1 : 10 : 8	0·0268	0·0010	
	1 : 8 : 10	0·0257	0·0010	
	1 : 10 : 15	0·0260	0·0010	
0·05	3 : 10 : 30	1·2687	0·0500	
0·0012	3 : 10 : 30	0·0312	0·0012	
0·05	4 : 10 : 40	1·2663	0·0500	

Těmito pokusy jest prokázáno, že lze při práci s fosforečňanem sodnato-ammonatým dosáhnouti i jednoduchým srážením sedliny stálého složení alespoň v téže míře jako srážením dvojnásobným. Totéž bylo již potvrzeno P. Artmannem. Chesneau dává přednost srážení dvojnásobnému, ale uvádí o něm, že se jím nedosáhne žádoucího účele, nevyloučila-li se již prvním srážením sedlina dostatečně prostá kyselých molybdenanů ammonatých.

Dobrých výsledků při dvojnásobném srážení Woyově lze dosíci pouze srážením 0·01 až 0·1 g P_2O_5. Pomalou neutralisací ammoniakalného roztoku fosfomolybdenanu nastávají vhodné podmínky pro vylučování molybdenanů kyselých, takže je někdy dokonce možno, že mají sedliny vyšší váhu než by odpovídalo sráženému P_2O_5 přes to, že nebylo vyloučení kvantitativné. To se může státi při značnějším množství P_2O_5. Sráží-li se však málo P_2O_5 (*ca* 0·001 g) nestačí nízká koncentrace H_2MoO_4 k dokonalému vyloučení; proto přidává Chesneau po okyselení ammoniakalného roztoku další soluci molybdenovou.

Správnější by rozhodně bylo přidávání ammoniakalného roztoku fosfomolybdenanu do kyseliny.

Na základě těchto úvah bylo druhé srážení při methodě Woyově modifikováno. Při určování 0·01 až 0·1 g P_2O_5 byla k okyselení potřebná kyselina dusičná vlita do ammoniakalního roztoku fosfomolybdenanu rychle a chladná. Tím mělo býti dosaženo co možná rychle potřebného poměru $MoO_3 : HNO_3$ a mimo to schlazení roztoku, aby bylo zabráněno srážení kyselých molybdenanů.

Při určování malých množství (*ca* 0·001 *g* P_2O_5) bylo pracováno stejně, ale zmenšen objem a tím zvýšena při stejných roztocích koncentrace H_2MoO_4.

Vliv HCl, HF, H_2SO_4, H_2SiO_3, solí železitých a organických oxykyselin na složení fosfomolybdenanu ammonatého.

Při studiu příslušné literatury jest nutno uvažovati, zda-li měl autor na mysli jen úplné vyloučení kyseliny fosforečné bez ohledu na složení fosfomolybdenanu, nebo vylučování sedliny konstantního složení, vhodné pro methody přímé.

HCl. O vlivu HCl se názory úplně rozcházejí. Uelmans[32]) myslí, že jest přítomnost HCl závadná; Fresenius[33]) a Hundeshagen[34]) tvrdí opak. Že nesmí býti při stanovení P v železe přítomny chloridy dokazuje Lucas[35]) a Woy.[36])

Revisí této otázky bylo zjištěno, že v roztocích, obsahujících společně HCl a HNO_3 nelze dle předpisu Woyova sraziti kyselinu fosforečnou kvantitativně, čehož lze dosáhnouti dosti dobře v roztocích, obsahujících pouze HCl a chloridy. Kyselina solná však působí za stejné koncentrace jako HNO_3 daleko rušivěji na srážení než pouhá HNO_3.

Pokusy provedeny s roztoky Woyovými, v nichž nahražen NH_4NO_3 chloridem ammonatým a dusičná kyselina chlorovodíkem.

Výsledky byly tyto:

Sráženo *g* P_2O_5	Váha modré látky	Vypočtený P_2O_5 ($P_2O_5:MoO_3=1:24$)	Difference
0·05	1·2649	0·0499	— 0·0001
0·02	0·5062	0·0199(7)	— 0·0001
0·001	0·0192	0·0008	— 0·0002

Že zabraňuje směs chloridů s dusičňany srážení, dokazují pokusy.

Sráženo vždy 0·02 *g* P_2O_5:

1. $HNO_3 + NH_4Cl$ . . . . . .nalezeno 0·01899 *g* P_2O_5
2. $HCl + NH_4NO_3$ . . . . . „ 0·01933 „ „
3. $(HNO_3 + HCl) + (NH_4NO_3 + NH_4Cl)$ „ 0·01967 „ „

---

[32]) Uelmans, Dingl. Polyt. J. *218* (1895), 492.
[33]) Fresenius, Z. für anal. Ch. *3* (1864), 446.
[34]) Hundeshagen, viz pozn. 13.
[35]) Lucas, Chem. Centralblatt 1897, 189.
[36]) Woy, viz pozn. 2.

Ve všech srážených roztocích byla koncentrace solí ammonatých a acidita stejná. Nicméně však tyto výsledky naznačují také, že mohly vzniknouti uvedené rozdílné názory dle poměrů, za nichž bylo pracováno.

HF. Za přítomnosti fluoridů nelze srážeti kyselinu fosforečnou, neboť volná kyselina fosfomolybdenan úplně rozpouští.

H_2SO_4. Dle souhlasných literarních údajů zvolňuje kyselina sírová jak vylučování fosfomolybdenanu tak i nesnadno rozpustných kyselých molybdenanů ammonatých. Při poměru $MoO_3 : H_2SO_4$, ekvivalentním $MoO_3 : HNO_3$, za něhož se tyto soli vylučovaly, buď se úplně nevyloučily nebo až teprve za mnohem delší dobu. Obecně se dá konstatovati, že jest ke kvantitativnému vyloučení P_2O_5 potřebí vyšší koncentrace H_2MoO_4 než v roztocích dusičňanových.

Preparáty fosfomolybdenanů, vyloučené za různých poměrných koncentrací vykazovaly poměr $MoO_3 : P_2O_5 = 25{\cdot}01$ až $25{\cdot}67$, takže jest zřejmo, že jest nutno stanoviti kyselinu fosforečnou za přítomnosti této kyseliny specialní methodou.

Sedliny takto sražené a isolované roztokem dusičňanu ammonatého, okyseleným kyselinou dusičnou, obsahovaly SO_3 a to různé množství dle toho, za jakých podmínek bylo pracováno.

H_2SiO_3. O H_2SiO_3 jest z literatury známo, že je ztrhována do sedliny fosfomolybdenové buď mechanicky nebo jako silikomolybdenan ammonatý. Malého množství křemičité kyseliny není zapotřebí se obávati, větší mnozstvi nutno před sražením odstraniti. Ve fosfomolybdenanech, sražených z roztoků obsahujících křemičitou kyselinu lze skoro vždy dokázati kyselinu křemičitou. Výjimku činí sedliny sražené dle Lorenze, patrně následkem vysoké acidity a velké koncentrace MoO_3, což dokazují částečně tyto pokusy.

Roztok složení 1 MoO_3 : 5 (NH_4) : 5 HNO_3 obsahoval $0{\cdot}02$ g P_2O_5 a $1{\cdot}97\,g$ Na_2SiO_3. Vyžíhaná sedlina vážila $0{\cdot}5591\,g$ místo theoreticky očekávané $0{\cdot}5068\,g$; po zvýšení acidity (1 MoO_3 : 5 NH_4NO_3 : 10 HNO_3) nalezeno $0.5149\,g$, při čemž byla fosforečná kyselina kvantitativně vyloučena.

Klesá tudíž množství zadržené H_2SiO_3 se stoupající aciditou.

Názory o tom, zda-li je nutno odstraňovati H_2SiO_3 před srážením se značně různí, avšak opět se dá souditi, že rozpory vznikly různým poměrem koncentrací sražených roztoků.

Soli železité. Také soli železité zvolňují resp. úplně zamezují srážení fosfomolybdenanu. Prvý upozornil na tento vliv Städeler.[37]) Přehlédli-li pozdější analytikové tento vliv stalo se to proto, že pracovali za podmínek, jež tomu vlivu čelily. Tak na př. Fresenius[38]) praví, že nemá $FeCl_3$ vlivu na srážení, ale pracuje se solucí, obsahující 5 % MoO_3

[37]) Städeler, J. für prakt. Ch. 77, 248.
[38]) Fresenius, viz pozn. 33.

a nechává státi dlouhou dobu (6 hodin) při 60° C a potom 12 až 15 hodin za teploty obyčejné. König,[39]) Aghte,[40]) Stünkel-Wetzke a Wagner[41]) upozorňují na vliv železitých solí.

Železo však bývá strhováno také do sedliny, okolnost nepříznivá zvláště pro methody kombinované (molybdenanová-hořečnatá).

Aby tuto závadu odstranili, navrhují Williers a Borg[42]) a Jüptner[43]) srážení za přítomnosti kyseliny vinné. Carnot[44]) doporučuje dvojí srážení, jež prováděl již Cairus.[45]) Woy[46]) poznamenává, že $FeCl_3$ způsobuje neúplné srážení. Jako nutný požadavek pro srážení P_2O_5 z roztoků železitých uvádí Pellet[47]) vysokou teplotu.

Podrobně se zabýval těmito zjevy Chesneau.[48]) Teprve z jeho práce je dokonale patrno, že se škodlivý účinek železitých solí musí paralysovati přebytkem H_2MoO_4, což potvrzuje po něm také Artmann.[49])

Pozorovali jsme, že proti zadržování železa v sedlině velmi působí zvyšovaná acidita roztoků, což zase vyvolává nutně zvýšenou koncentraci H_2MoO_4. Zvláště výhodně to lze pozorovati srovnáním methody Woyovy (kde v sedlině zůstává železa mnoho) a Lorenzovy (poskytující sraženiny železa prosté).

Sedlina sražená podle Artmanna obsahovala železo i po promytí do ztráty reakce na Fe''', neboť nalezeno v sedlinách z 0·05 g P_2O_5 0·0272, 0·0327 a 0·0588 g fosforečňanu železitého. Byla-li však zvýšena acidita (z 5ti cm^3 konc. HNO_3 na 20) a příslušně zvýšena i koncentrace H_2MoO_4 naváženo při stejné práci 0·0029 g. Do sražených roztoků přidáváno vždy 6 g dusičňanu železitého, odpovídajících 1 g Fe.

Organické oxykyseliny. Prakticky jest důležitá kyselina vinná a citronová. Zdržují srážení a jejich vliv lze odstraniti zvýšením koncentrace H_2MoO_4. Zdržují i srážení nesnadno rozpustných kyselých molybdenanů ammonatých, pročež byla užita Lippowitzem[50]) a Jüptnerem[51]) kyselina vinná i k zabránění tohoto škodlivého vlivu. Stejné pokusy s negativním výsledkem podnikl Seyda[52]) s kyselinou citro-

---

[39]) König, viz pozn. 26.
[40]) Aghte, Dingl. Polyt. J. *242*, 133; J. B. 1170 (1881).
[41]) Stünkel-Wetzke a Wagner, Z. f. anal. Chemie, *21* (1882) 353.
[42]) Williers a Borg, Comptes rendus *1893*, 989.
[43]) Jüptner, Z. f. öst. Berg- u. Hüttenwesen 42 (1894) 471.
[44]) Carnot, Chem. Centralblatt 1893, II, 147 a 734.
[45]) Cairus, Dingl. Polyt. J. *225*, 158.
[46]) Woy, viz pozn. 2).
[47]) Pellet, Chem. Centralblatt, 1900, II.
[48]) Chesneau, viz pozn. 6.
[49]) P. Artmann, viz pozn. 12
[50]) Lippowitz, Pogg. Ann. 109 (1860) 135.
[51]) Jüptner, viz pozn. 43).
[52]) Seyda, Chemiker Zeitung *1901*, 759.

novou, kterou zase s výsledkem kladným užili Crispo,[53]) Ledoux,[54]) Graftiau,[55]) Pellet[56]) a Weitch.[57])

O těchto rozporech nelze se vysloviti, nejsou-li známy přesně bližší údaje koncentrací a způsobů pracovních.

Posouzení některých method molybdenanových.

Methoda Woyova.[58])

Woy seskupil na základě dat práce Hundeshagenovy podmínky srážení co možná oekonomicky. O složení sedliny bylo pojednáno již dříve, ovšem fakta uvedená byla zjištěna jen pro 0·05 *g* P_2O_5. Stanovení malých množství kyseliny fosforečné touto methodou jest značně obtížné.

Pracováno přesně dle Woyova předpisu.

Sraženo *g* P_2O_5	Naváženo žíhané sedliny	Vypočtený P_2O_5	difference
0·001 *g*	0·0177	0.0007	— 0·0003
	0·0218	0.0008(6)	— 0·0001(4)
	0·0213	0.0008(4)	— 0·0001(6)

Závadné jest právě druhé srážení. Výsledky lze zlepšiti přidáním většího množství roztoku molybdenanu při prvním srážení a zmenšením objemu (zvětšením koncentrace H_2MoO_4) při srážení druhém.

Ke sražení 0·001 *g* P_2O_5 použito 20 *cm*³ soluce (místo 10ti) a druhé srážení provedeno v 30 *cm*³ roztoku. Okyseleno 20 *cm*³ 3 n HNO_3, aby zůstala acidita táž jak jest předepsáno. Naváženo potom 0·0252 *g* a 0·0238 *g* modré látky, což odpovídá 0·00099 a 0·00094 *g* P_2O_5.

Woyova methoda poskytuje při analyse superfosfatů výsledky shodné s ostatními používanými methodami, což dokázal již Woy.

Veškerou kyselinu fosforečnou v Thomasových moučkách nelze Woyovou methodou spolehlivě stanoviti. Chyba leží tu v přítomnosti železa, jakož i v přítomnosti H_2SO_4. Železo se do sedliny strhuje a za přítomnosti H_2SO_4 nelze vylučovati sedlinu složení $(NH_4)_3PO_4 . 12\,MoO_3$. Protože považuje Woy výsledky dle své methody dosažené za správné

[53]) Crispo, Chem. Centralblatt, 1892, I, 333.
[54]) Ledoux, Stahl u. Eisen 1902 (22), 1243.
[55]) Graftiau, Chem. Centralblatt, 1906, I, 1737.
[56]) Pellet, viz pozn. 47.
[57]) Weitch, Chemisches Centralblatt 1900, 571; 1903, 786; 1896, 1081.
[58]) Woy, pozn. 2.

a difference v porovnání s jinými methodami vysvětluje jejich nepřípustností, upravili jsme směs z látek P_2O_5 prostých tak, aby se podobala složením Thomasově moučce. Určité množství P_2O_5 bylo pak přidáno jako $Na(NH_4)HPO_4 . 4\,aq$. Směs byla vystavena účinku kyseliny sírové tak, jak se to děje při stanovení veškeré kyseliny fosforečné ve struskách.

Upravená směs měla složení: CaO—45%, P_2O_5—18%, SiO_2—20%, Fe_2O_3—3%, FeO—10%, Mg O—4%.

Dle Woye vzato do práce 50 *cm*³ filtrátu, odpovídajících 0·0900 *g* P_2O_5. Po 17tihodinovém stání nalezeno pouze 0.0877 *g* P_2O_5 a z filtrátu se vyloučila po nějaké době nová sedlina, jež vážila po vyžíhání 0·0444 *g* (přepočteno dle Woye) t. j. 0·00179 *g* P_2O_5. Avšak veškerá kyselina fosforečná ještě nebyla kvantitativně vyloučena.

Současně provedeno stanovení dle Lorenze:

15 *cm*³ roztoku odpovídalo 0·0270 *g* P_2O_5.

Nalezeno 1. 0·0272 *g* a 2. 0·0271 *g* P_2O_5.

Methoda Woyova se tudíž k analyse Thomasových mouček nehodí.

Woyova methoda jest hrubě kompensační. Sklon k výsledkům vysokým při stanovení většího množství P_2O_5 jest zejména kompensován redukcí sedliny žíháním. Hodí se k analyse roztoků fosforečnanů alkalií a alkalických zemin.

Methoda Baxter-Griffinova.[59])

Liší se od jiných method tím, že se připouští srážený fosforečnan po kapkách do soluce molybdenové o značné koncentraci H_2MoO_4 a značné aciditě. Sráží se za chladu a stálého míchání. Přihlédneme-li blíže k podrobnostem, vidíme, že podmínky pro vyloučení kyselých molybdenanů jsou neobyčejně nepříznivé. Ammonatou solí jest zde pouze molybdenan ammonatý, z něhož byla připravena soluce. K úplnému sražení P_2O_5 přispívá vysoká koncentrace H_2MoO_4 a dlouhá doba stání (16—18 hodin).

Baxter a Griffin tvrdí, že se sráží dle jejich methody $(NH_4)_2HPO_4 . 12\,MoO_3$, neboť to zjistili přímým stanovením acidity i $(NH_4)_2O$.

Přesvědčili jsme se, že jest poměr $MoO_3 : P_2O_5$ blízký 24. Dále jsme nalezli skutečně zvýšenou aciditu i snížený obsah $(NH_4)_2O$ proti $(NH_4)_3PO_4 . 12\,MoO_3$, ale ne tak dalece, aby čísla odpovídala výše uvedené formuli. Vysvětlení jest však snadné, uvážíme-li, že autoři promývali sedliny před analysí zředěnou kyselinou dusičnou.

V našich pokusech o stanovení $(NH_4)_2O$ a acidity, kde bylo nutno promývati vodou, byla určena fosforečná kyselina přešlá do filtrátu a byl brán na ni zřetel při výpočtu výsledku.

---

[59]) Baxter a Griffin, viz pozn. 5.

a) Stanovení poměru $MoO_3 : P_2O_5$. 1. 0·1 *g* P_2O_5 sraženo 100 cm^3 soluce a po 16ti hodinách filtrováno. Váha vyžíhané sedliny 2·5319 *g*, ztráta redukcí 0·0066 *g*, takže 0·1 *g* P_2O_5 odpovídá 2·4385 *g* MoO_3, z čehož $MoO_3 : P_2O_5 = 24·04$.

2. $MoO_3 : P_2O_5 = 24·14$; 3. $MoO_3 : P_2O_5 = 24·19$. V druhém případě filtrováno po 18ti hodinách, ve 3. po 24 hodinách.

b) Stanovení poměru $(NH_4)_2O : P_2O_5$. 1. Nalezeno 2·71, 2. 2·71.

c) Acidita. 1. $NaOH : P_2O_5 = 46·75$ 2. 46·96.

Těmito pokusy je ukázáno, že tu jde o směs t. zv. soli normalné se solí kyselejší. Pro praktické účely jsme tuto methodu nepoužili.

Methoda A. Neumannova.[60])

Methoda jest acidimetrická a to jest titrováno za horka, čímž jest poměr $P_2O_5 : NaOH$ příznivější. Methoda byla navržena pro stanovení P v látkách organických, jež byly k tomu cíli spalovány směsi H_2SO_4 a HNO_3. Srážené roztoky jsou tudíž silně kyselé, a aby mohl sraziti P_2O_5 kvantitativně, přidává Neumann dusičnanu ammonatého tolik, aby měl roztok po srážení 5% NH_4NO_3 a sráží 10 %-ním roztokem molybdenanu ammonatého.

Sražený roztok obsahuje značně kyseliny sírové a sedlina z takového roztoku vyloučená má poměr $MoO_3 : P_2O_5$ vyšší než sražená jen z roztoku dusičnanového. Nalezli jsme, že průměrné složení této sedliny odpovídá nejlépe formulaci: $3·33\ (NH_4)_2O \,.\, P_2O_5 \,.\, 25·50\ MoO_3$, při čemž není přihlíženo ještě k obsaženému SO_3.

K neutralisaci sedliny tohoto složení by se spotřebovalo po vyvaření ammoniaku o 3·67 mol. Na OH více než při sedlině $3\ (NH_4)_2O \,.\, P_2O_5 \,.\, 24\ MoO_3$, což by skoro odpovídalo předpokládaným (volně vázaným) 4 mol. HNO_3 dle Hundeshagena.

Stanovením acidity, zejména malého množství vzniklého fosfomolybdenanu nelze tento rozdíl postřehnouti. Proto není toto stanovení acidity potvrzením zmíněného předpokladu.

Analyse sedlin:

Sráženo *g* P_2O_5	Vyžíhaná sedlina + ztráta redukcí	$\frac{MoO_3}{P_2O_5}$	$\frac{(NH_4)_2O}{P_2O_5}$
0·05	1·3438	25·51	—
0·04	1·0307	25·41	—
0·02	0·5381	25·54	—
0·03	—	—	3·33
0·0397	—	—	3·35

[60]) A. Neumann, viz pozn. 4.

Výsledky jsou jen přibližné, neboť v sedlině z 0·05 *g* P_2O_2 jest obsaženo dle našich stanovení 0·0044 *g* SO_3, o kterém nebylo prokázáno, zda-li všechen při žíhání vytěkal. Poměr všech složek jest značně stálý a v tom spočívá zásluha Neumannova, že nalezl vhodný praktický způsob pro srážení P_2O_5 za přítomnosti H_2SO_4.

Methoda Lorenzova.[61])

Lorenz upravil methodu tak, aby bylo možno srážeti kyselinu fosforečnou i z roztoků, obsahujících látky, jež srážení obyčejně ruší. Pozoroval nepřípustnost methody Meinekovy a Woyovy za přítomnosti značnějšího množství H_2SO_4 a proto hleděl vypracovati přidáním H_2SO_4 a $(NH_4)_2SO_4$ do své soluce methodu co možná universalní. Aby se vyhnul nejistotám plynoucím z neznámé redukce při žíhání, váží sedlinu jako ammonatou sůl. Promývá sedlinu po promytí 2%ním roztokem dusičnanu ammonatého, okyseleným slabě dusičnou kyselinou, nejprve 96%-ním líhem, potom etherem a suší půl hodiny ve vakuu (300—200 *mm* rtuťového sloupce).

Sráží tak, že do roztoku fosforečnanu, obsahujícího 16 *g* HNO_3 a 1 *cm*³ H_2SO_4 (h = 1·84), objemu 50 *cm*³ a zahřatého k varu přilije stejný objem chladné soluce.

Slitím obou roztoků se vyrovná teplota asi na 50° C, čímž se zabezpečuje před vyloučením kyselých molybdenanů. Z našich dřívějších pokusů jest však patrno, že jest tato obava při vysoké aciditě jeho soluce dosti bezpodstatná.

Některé výsledky touto methodou nalezené:

Sráženo *g* P_2O_5 ($Na(NH_4)HPO_4 . 4\,aq$)	Váha sedliny	Vypočtený P_2O_5	Difference
0·02795	0·8524	0·02808	+ 0·00013
0·03474	1·0586	0·03488	+ 0.00014
0·01822	0·5562	0·01833	+ 0.00011
0·01761	0·5361	0·01766	— 0.00005
0·02450	0·7359	0·02420	— 0.0003

Složení sedliny. a) $(NH_4)_2O : P_2O_5$.

1. Sraženo 0·04 *g* P_2O_5 $(NH_4)_2O : P_2O_5 = 3·22$
2. „ 0·03 „ „ „ „ „ = 3·28
3. „ 0·02 „ „ „ „ „ = 3·23

[61]) v. Lorenz, viz pozn. 3.

b) $MoO_3 : P_2O_5$.

1. Sraženo 0·04 *g* P_2O_5 $MoO_3 : P_2O_5 = 26·54$
2. „ 0·03 „ „ „ „ = 26·51
3. „ 0·02 „ „ „ „ = 26·39
4. „ 0·04 „ „ „ „ = 26·45

Ve výsledcích jest patrno jisté kolísání, které však nemá patrného vlivu při určování malého množství P_2O_5.

c) Stanovení acidity potvrzuje správnost takto vyšetřených poměrů.

1. Sráženo 0·04 *g* P_2O_5 $NaOH : P_2O_5 = 49·69$
2. „ 0·03 „ „ „ „ = 50·48
3. „ 0·02 „ „ „ „ = 50·75

Průměrná čísla vyjadřují poměrné složení: $P_2O_5 : 3·25\ (NH_4)_2O :$ $: 26·42\ MoO_3$, při čemž zase nebrán zřetel k SO_3, jehož bylo v sedlině sražené z 0·05 *g* P_2O_5 0·0068 až 0·0070 *g*.

Acidita pokusně nalezená jest vyjádřena poměrem $NaOH : P_2O_5 = 50·31$,
vypočtená dle průměrného složení výše uvedeného $= 50·35$.

Lorenzova methoda jest zvláště výhodná ke stanovení malého množství kyseliny fosforečné. Poznatek, že sedliny takto získané nezadržují železité sloučeniny, vedl k pokusu o stanovení P v železe touto methodou.

Informační pokusy byly provedeny s roztoky o známém množství P, do nichž přidáván dusičnan železitý, jehož 24 *g* (což odpovídá 4 *g* Fe) obsahovalo 0·00031 *g* P.

Sráženo *g* P	Naváženo *g* sedliny	P po odečtení 0·00031 *g* z 24 *g* $Fe(NO_3)_3$	Před filtrací stálo
0·0002	0·0375	0·0002	23 hodiny
0·0002	0·0369	0·0002	5½ „
0·0020	0·1616	0·0020	24 „
0·0020	0·1620	0·0020	1½ „
0·0040	0·2998	0.0040	16 hodin
0·0060	0·4468	0.0061	20 „

O analysi ocelí a jiných druhů technického železa bude pojednáno zvláště.

K analysi hnojiv fosforečných bychom však tuto methodu skoro nedoporučovali, poněvadž se musí pracovati s malým množstvím roztoku, získaného z produktů ne vždy zcela homogenních.

Resumé.

Studiem bylo zjištěno:

1. Fosfomolybdenan ammonatý lze analyticky isolovati bezvadně pouze vodou a roztokem dusičňanu ammonatého, okyseleným kyselinou dusičnou, v roztocích různé koncentrace.

2. Nelze k témuž cíli užiti zředěnou kyselinu dusičnou. Tato nejen že sraženinu značně rozpouští, nýbrž ji i mění. Vzniká kyselejší fosfomolybdenan, což vedlo často ke sporným náhledům.

3. Dle Meineka vyžíhaný fosfomolybdenan ammonatý není jednotná látka; obsahuje nižší oxydační sloučeniny molybdenu. Stupeň redukce lze však stanoviti methodou oxydační, jež byla za tím účelem vypracována.

4. Při jistém poměru mezi MoO_3 a HNO_3 lze jediným srážením získati sedliny bez značnějšího množství přimíšených kyselých molybdenanů ammonatých.

5. Kombinuje-li se při stanovení kyseliny fosforečné HCl a HNO_3, nelze stanovení bezvadně provésti. Samotná kyselina solná a chloridy nezabraňují srážení, avšak acidita, způsobená kyselinou solnou působí rušivěji na srážení než stejná acidita kyseliny dusičné.

6. Za přítomnosti fluoridů nelze určovati bezpečně kyselinu fosforečnou pro rozpustnost fosfomolybdenanu v HF.

7. Fosfomolybdenan vyloučený za přítomnosti značnějšího množství H_2SO_4 se vyznačuje vyšším poměrem $MoO_3 : P_2O_5$ než vyloučený z roztoků čistě dusičnanových a onen poměr lze za jistých podmínek udržeti prakticky konstantní.

8. Zvýšením acidity a koncentrace H_2MoO_4 lze zameziti znečišťování sedlin sloučeninami železitými, hlinitými a kyselinou křemičitou.

9. Methoda Woyova jest hrubě kompensační a hodí se pouze ke stanovení P_2O_5 v roztocích fosforečnanů alkalií nebo alkalických zemin.

10. Prokázána bezpodstatnost předpokladu sloučeniny $(NH_4)_3PO_4 . 12 MoO_3 . 2 HNO_3$ u methody Neumannovy, která však jinak jest prakticky velmi cenná.

11. Methoda Lorenzova vyhovuje většině theoretických požadavků ze studia vyplynulých. Hodí se zejména ke stanovení malého množství kyseliny fosforečné a může jí býti s prospěchem užito ke stanovení této u přítomnosti velkého množství solí železitých.

Analytická a potravní laboratoř c. k. české vysoké školy technické v Praze.

O johannitu jáchymovském.

Podává Dr. **B. Ježek** v Praze.

Se 4 obr. v textu a jednou tabulkou.

Předloženo dne 7. května 1915.

Velmi vzácný tento minerál byl dosud pouze třikrát podroben studiu mineralogickému a v tom pouze jednou se stránky morfologické. První zkoumání Johnovo (1) 1821 bylo hlavně chemické, a to jen kvalitativní, Haidinger (2) 1830 jediný měřil krystaly johannitu a stanovil některé vlastnosti fysikální a dvě kvantitativní analysy provedl konečně Lindacker (3) 1857. Všechny údaje vlastností johannitu se týkající, jež jsou obsaženy v pozdějších větších učebnicích a různých mineralogických spisech, jsou založeny na zkoumání zmíněných tří badatelů a údaje výskytu se týkající též na zprávách Voglových (3) 1857 v jeho spise o jáchymovských minerálech a krátké zmínce Frenzelově (14) 1874 v seznamu minerálů saských. V době nejnovější studovány byly jen jeho vlastnosti radioaktivní (Bardet (19), Achtner (21).)

Když byl r. 1909 pro mineralogický ústav české university opatřen výborný Goldschmidtův dvojkruhový goniometr vynikající zejména znamenitou optikou, byla mi laskavostí pana dvorního rady prof. Dr. K. Vrby dána možnost měřiti drobounké krystaly johannitu z musejních sbírek a to z kusů, které zajisté již Haidingerovi skytly výzkumný materiál. A právě v té době byly jak sbírky musejní, tak universitní obohaceny, každá jedním vzorkem johannitu ze starých nálezů. Za propůjčení výzkumného materiálu a podporu své práce vzdávám panu dvornímu radovi Dr. K. Vrbovi uctivý dík.

V práci této podávám výsledek svého zkoumání hlavně krystalografického. Bylo úmyslem podrobiti johannit i studiu chemickému, zejména po stránce kvantitativní, ale ze vzácného materiálu mohlo býti získáno sotva 0·1 g čistého johannitu k tomu cíli. Chemickým studiem, zejména též pokusy o umělou výrobu johannitu, zabýval se se vzácnou ochotou přítel Dr. Ant. Šimek, assistent chemického ústavu university v Groningách, jehož práce byly prozatím válkami přerušeny.

Johannit.

První zprávu o johannitu podává John (1) r. 1821, který dostal od horního aktuára F. Pešky jediný exemplář minerálu nalezeného r. 1819 na staré chodbě Dušního díla v dole Eliášově v Jáchymově a považovaného za uranovou slídu. John poznal v pěkně zeleném nerostu na základě kvalitativní zkoušky síran uranu a popsal nový minerál pode jménem „*Uranvitriol*“.

Ve svém popisu uvádí: Pěkně smaragdově zelený minerál, někdy barvou do jablečné zeleni přecházející, vyskytuje se v krystalech, a to v stlačených hranolcích 1 až 3 čárky dlouhých (2—6 *mm*), jež tvoří excentrické druzy. Má za to, že jsou i jiné tvary přítomny (mimo hranol), jež však na svém materiálu nemohl určiti. Minerál průhledný a intensivně skelně lesklý, je-li jablečně zelený, bývá neprůhledný a má menší lesk. Jest kruchý a dá se snadno rozetříti. Na základě kvalitativní zkoušky jest to vodnatý síran uraničitý (schwefelsaures Uranoxydul).

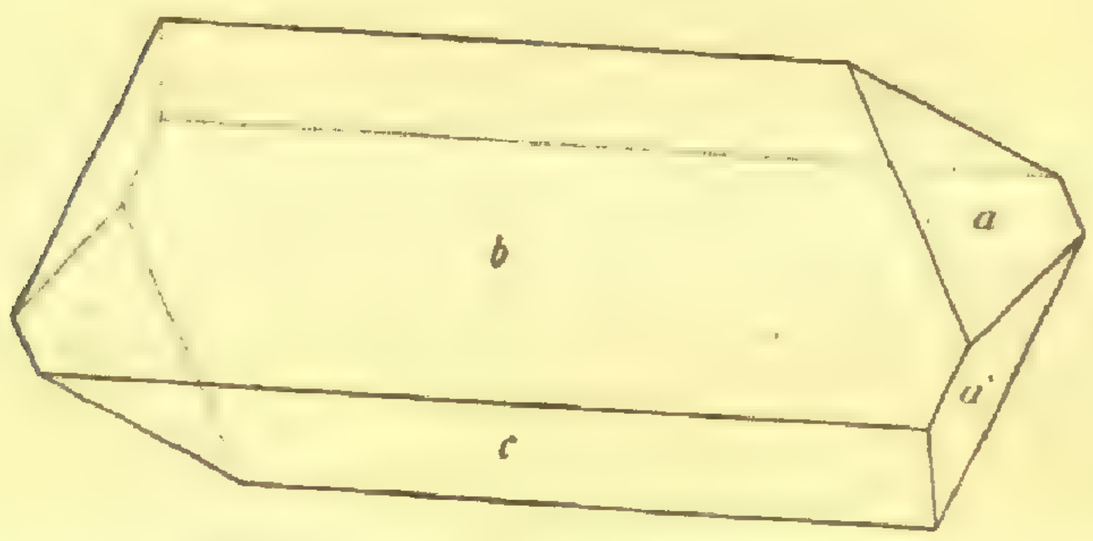
Spolu s Johnovým „*uranvitriolem*“ vyskytoval se žlutý okr uranový (basisches schwefelsaures Uranoxyd) a sádrovec v jemných jehličkách.

Většina kusů z prvního nálezu přišla asi do znamenité sbírky zmíněného aktuára Pešky v Jáchymově, jež r. 1827 byla hrabětem Kašparem Sternbergem koupena pro Museum král. Českého; vzácný nerost byl Haidingerem důkladněji prozkoumán zejména po stránce morfologické a fysikální a pojmenován „*johannit*“ na počest arcivévody Jana.

Konečně třetí a poslední údaje na základě vlastního zkoumání pocházejí od Vogla (3) 1857 a Lindackera, jehož kvantitativní analysy Vogl podrobně podává.

Vlastnosti morfologické.

Johannit jest jednoklonný, jak již uvádí Haidinger (1) (hemiprismatisch) a Mohs-Zippe (8) (hemiorthotyp).



Obr. 1.

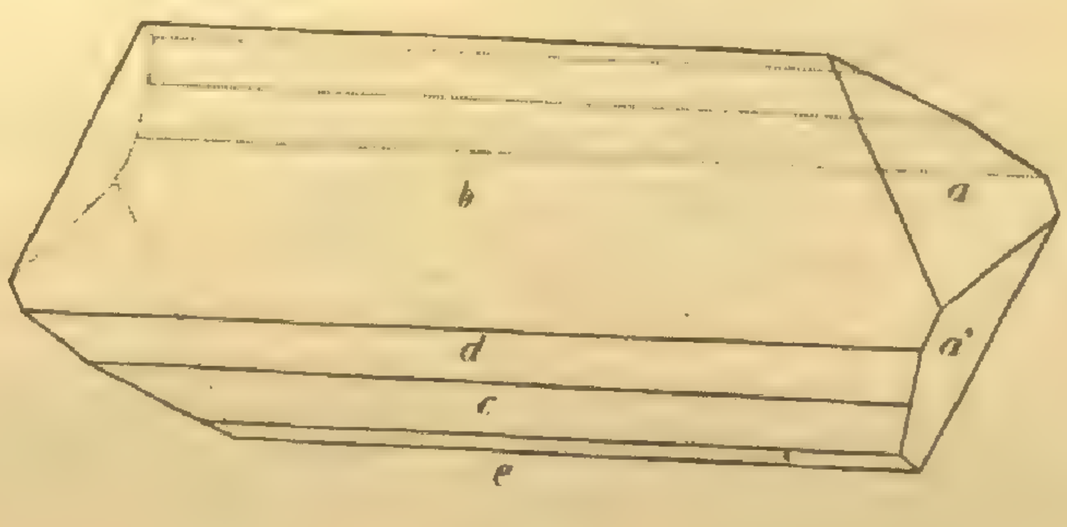
Krystalky jsou vždy velmi malé, což poznamenává i Haidinger na omluvu toho, že nevypočítal ze svých měření základní pyramidy. Jsou vždy sloupcovité nebo tabulkovité a vždy protáhlé ve směru orthodiagonály. Pokud jde o jejich rozměry, byl největší mnou měřený málo přes 1 *mm* dlouhý, většinou byly daleko menší a krystaly, jejichž rozměry uvádí John (1) na 1—3 čárky (2—6 *mm*), byly by pravými obry proti našim. Proto třeba též měření Haidin-

gerova, jež se v některých úhlech s mými velmi dobře shodují, míti za znamenitá, uváží-li se, že byla provedena primitivním goniometrem z počátku 19. století, bez kollimatoru a umělého světelného signálu.

Poměrná přesnost měření Haidingerových je patrná ze srovnání s mými výsledky:

Haidinger měřil:		Výplněk:	Ježek měřil:	
$a : a' =$	111° 00′	69° 00′	$x\,(011) : x\,(01\bar{1}) =$	67° 32′
$a : b$	118 00	62 00	$e\,(102)$	62 00
$a' : c$	87 28	92 32	$a\,(\bar{1}00)$	92 09
$b : c$	128 32	51 28	$a\,(100) : e\,(102)$	52 01
$b : d$	134 05	45 55		
$b : e$	101 15	78 45	$c\,(102) : k\,(11.0.\bar{7})$	78 35

Nejen nepatrné rozměry, ale i hypoparallelní a nepravidelný srůst, nedokonalosti ploch, jako rýhování, zborcení a jiné, ztěžují značně měření prováděné i moderními přístroji. Měření zde podaná byla provedena



Obr. 2.

na Goldschmidtově dvojkruhovém goniometru jednak methodou jednokruhovou, takže byla vždy nějaká dobrá plocha postavena do pólu a měřeny pólové vzdálenosti (ρ) jiných ploch vzhledem k ní, nebo methodou dvojkruhovou. Při této byly plochy pásma orthodiagonálního justovány v ekvátoru, tedy jejich $\rho = 90^0$, a prvním meridiánem učiněno pásmo [100 : 120], v němž skytaly plochy orthopinakoidu (100) znamenité signály a plochy prismatu (120) kontrolu.

Většinou bylo užito optické kombinace signál poněkud zmenšující (norm. pracovní kombinace Gdt. goniometru), jen v několika málo případech mohlo býti měřeno při zvětšení signálu a někdy bylo dokonce třeba signál zvláštním opatřením zmenšiti ještě více, než původní vypravení goniometru dovolovalo. Při prohlížení krystalů a pátrání po drobných plochách konal dobré služby pomocný přístroj k prohlédnutí krystalu při dvojkruhovém měření.[1])

Pokud jde o elementy krystalografické, jsou všechny dosavadní daje založeny na jediném měření Haidingerově. Pro orientaci

[1]) B. Ježek. Eine Hilfsvorrichtung zum Absuchen des Krystalles bei zweikreisiger Messung, Z. f. Kryst., 1914, (54), p. 548.

Mohs-Zippeovu[1]) a Millerovu[2]) jsou z oněch měření vypočtené elementy:

$$a : b : c$$
$$1{\cdot}46 : 1 : 2{\cdot}04$$
$$\beta = 94^{0}\,31'.$$

Goldschmidt přijímá postavení Haidingerovo s elementy:

$$a : b : c$$
$$2{\cdot}04 : 1 : 1{\cdot}46$$
$$\beta = 94^{0}\,31'.$$

Na základě dobrých měření ploch, jež odpovídají v postavení:

Haidinger-Gdtově:	Ježkově:	Měřeno:	Počet ploch:
(100) : (110)	a (100) : n (120)	$= 64^{0}\,29'$	6
(011) : (01$\bar{1}$)	x (011) : x (01$\bar{1}$)	$67^{0}\,32'$	6
(011) : (101)	x (011) : e (102)	$62^{0}\,00'$	8

vypočetl jsem elementy[3]) johannitu:

$$a : b : c$$
$$1{\cdot}0527 : 1 : 1{\cdot}395$$
$$\beta = 95^{0}\,42'$$

Měřením 12 dosti dobrých, ale většinou velmi malých krystalů zjištěno bylo celkem 10 tvarů, z nichž jsou tvary hvězdičkou označené pro johannit nové:

$a\,\{100\}\,\infty\,0$ $\quad$ $d\,\{201\}^{*}\,20$ $\quad$ $p\,\{124\}^{*}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}$

$c\,\{001\}^{*}\,0$ $\quad$ $f\,\{15\,.\,0\,.\,8\}^{*}\,\frac{15}{8}\,0$ $\quad$ $r\,\{10\,.\,2\,.\,5\}\,2\,\frac{2}{5}$.

$n\,\{120\}^{*}\,\infty\,2$ $\quad$ $e\,\{102\}\,\frac{1}{2}\,0$

$x\,\{011\}\,01$ $\quad$ $k\,\{\bar{1}\bar{1}\,.\,0\,.\,7\}\,-\frac{11}{7}\,9$

K označení tvarů užil jsem nové signatury, protože starší neodpovídají novějším zvyklostem a beztak postrádají jednotnosti, a uvádím

---

[1]) Mohs-Zippe dává: Abweichung der Axe in der Ebene der längeren Diagonale $= 4^{0}\,20'$ (chybně místo $4^{0}\,31'$), a pak: (*a*) P + ∞ $= 69^{0}\,00'$, (*b*) Pr $= 38^{0}\,32'$.

[2]) Miller: 101 : 100 $= 34^{0}\,01'$; 111 : 010 $= 41^{0}\,13'$; 101 : 001 $= 51'\,28'$.

[3]) Pro orientaci Haidingerovu a Goldschmidtovu jest poloosa *a* dvojnásobná a elementy z nového měření tedy:

$$a : b : c$$
$$2{\cdot}1054 : 1 : 1{\cdot}395$$
$$\beta = 95^{0}\,42'.$$

dále *transformační symboly* a pak k rychlé orientaci *srovnání v postavcních různých auktorů*:

Transformace.

Mohs-Zippe. 1839. Hausmann. 1847. Miller. 1852.	Goldschmidt. 1897.	Ježek. 1915.
$\boldsymbol{p\,q}$	$\frac{1}{p}\,\frac{q}{p}$	$\frac{1}{2p}\,\frac{q}{p}$
$\frac{1}{p}\,\frac{q}{p}$	$\boldsymbol{p\,q}$	$\frac{p}{2}\,q$
$\frac{1}{2p}\,\frac{q}{2p}$	$2p\,q$	$\boldsymbol{p\,q}$

Postavení různých auktorův.

Haidinger 1830	Mohs-Zippe. 1839.	Miller. 1852.	Goldschmidt. 1897.	Ježek. 1915.
Jako u Goldschmidta	$a : b : c$ 1·46 : 1 : 2·04 $\beta = 94^0\,31'$		$a : b : c$ 2·04 : 1 : 1·46 $\beta = 94^0\,31'$	$a : b : c$ 1·0527 : 1 : 1·395 $\beta = 95^0\,42'$
a	a (P + ∞) (110)	m (110)	m (011) 01	x (011) 01
b	b (P̆r) (101)	e (101)	e (101) 10	e (102) $\frac{1}{2}$ 0
c	c (P — ∞) (001)	c (001)	c (100) ∞0	a (100) ∞ 0
d	$d\left(\frac{\breve{P}r - n}{2}\right)$	u		
e	$e\left(-\frac{\breve{P}r - n'}{2}\right)$	v (7 . 0 . 22)	$(\bar{2}\bar{2}\,.\,0\,.\,7) - \frac{22}{7}0$	$k\,(\bar{1}\bar{1}\,.\,0\,.\,7) - \frac{11}{7}0$
	(P̄r + ∞) (010) (Theilbarkeit)	b (010) (Cleavage)	b (010) 0∞	(010)
	(100)		(001) 0	c (001) 0
	(011)		(110) ∞	n (120) ∞2
	(104)		(401) 40	d (201) 20
	(4 . 0 . 15)		(15 . 0 . 4) $\frac{15}{4}$0	f (15 . 0 . 8) $\frac{15}{8}$0
	(211)		(112) $\frac{1}{2}$	p (124) $\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}$
	(5 . 2 . 20)		(20 . 2 . 5) $4\frac{2}{5}$	r (10 . 2 . 5) $2\frac{2}{5}$

Přehled měření jednokruhových.

		Vypočteno:	Měřeno:	Počet hran:
a (100)	*c* (001)	84⁰ 18′	84⁰ 30′	12
	e (102)	51 56	52 01	12
	d (201)	19 54	19 42	2
	x (011)	86 50	86 51	3
	n (120)	—	64 29 *	6
a ($\bar{1}$00)	*c* (001)	93 10	93 13	5
	k ($\bar{1}\bar{1}$. 0 . 7)	26 39	26 40	6
c (001)	*e* (102)	32 22	32 17	3
	f (15 . 0 . 8)	63 14	63 11	2
x (011)	*x* (01$\bar{1}$)	—	67 32 *	6
	n 120)	39 17	38 27	6
	n ($\bar{1}$20)	43 24	44 23	8
	e (102)	—	62 00 *	8
	k ($\bar{1}\bar{1}$. 0 . 7)	78 32	78 36	5
e (102)	*f* (15 . 0 . 8)	30 52	30 53	5
	k (1$\bar{1}$. 0 . 7)	101 24	101 26	5
	k (11 . 0 . $\bar{7}$)	78 36	78 40	3
n (120)	*n* ($\bar{1}$20)	51 02	51 23	2
	e (102)	74 36	73 35	6
p (124)	*x* (011)	25 49	25 52	2
	e (102)	36 11	36 29	2
	n ($\bar{1}$20)	69 13	70 09	2

Přehled měření dvojkruhových.

V rovníku pásmo orthodiagonální (001 : 100), první poledník (100 : 120).

Čís.	Signatura	Gdt.	Miller	Vypočteno φ	Vypočteno ρ	Měřeno φ	Měřeno ρ	Počet ploch
1	*a*	∞ 0	100	0⁰ 00′	90⁰ 00′	0⁰ 00′	90⁰ 00′	12
2	*d*	20	201	19 54	90 00	19 42		2
3	*f*	$\frac{15}{8}$ 0	15.0.8	21 03	90 00			
4	*e*	$\frac{1}{2}$ 0	102	51 56	90 00	52 02		12
5	*c*	0	001	84 18	90 00	84 30		12
6	*k*	$-\frac{11}{7}$ 0	$\bar{1}\bar{1}$.0.7	26 39	90 00	26 37		8
7	*n*	∞ 2	120	0 00	25 31		25⁰ 38′	12
8	*x*	01	011	84 18	33 46	83 41	33 46	10
9	*p*	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$	124	66 36	57 22	65 58	57 09	10
10	*r*	$2\frac{2}{5}$	10.2.5	19 54	79 15	20 43	79 09	2

Hodnoty měřené souhlasí poměrně dosti dobře s vypočtenými. Při měřeních jednokruhových vykazovaly hlavně úklony hranolu (120) k některým jiným tvarům větší úchylky, až do 1° jdoucí, a z přehledu měření dvojkruhových je viděti, že byly větší rozdíly jen ve φ a i tu dosáhly jen v jednom případu 49′.

Krystaly johannitu jsou vždy dle orthodiagonály protáhlé a nejčastěji tabulkovité dle *e* (102), jak již Haidinger ve svých dvou figurách (obr. 1. a 2. na str. 2 a 3 tohoto pojednání) naznačil. Řídčeji bývají plochy tvaru *e* (102) menší a pak mají krystalky vzhled tlustších sloupců průřezu přibližně ellipsovitého.

V pásmu orthodiagonálním reflektovaly nejlepší signály vždy téměř nejrozsáhlejší plochy tvaru *e* (102), pak výborně i plochy *a* (100), vždy užší, a konečně i úzké, až jen čárkovitě vyvinuté plochy *k* ($\bar{1}\bar{1}$. 0 . 7). Celé toto pásmo skytalo často skoro nepřetržitou řadu reflexů buď dobře v pásmu ležících nebo místy vychýlených, šlo-li o hypoparallelní srůst krystalků, jež nebylo dobře možno od sebe odděliti, nebo o poněkud nepravidelné rýhování podmíněné snad translací. Přec však bylo možno i v takových případech krystal s $\rho = 90^0$ dobře justovati a reflexy signálů důležitých a lupou jako jednotné určitelných ploch isolovati. Proto bylo použito této posice (pásmo orthodiagonální v ekvátoru) při měřeních dvojkruhových.

Krystaly narostlé a často v růžicovité skupiny kolem jednoho bodu seskupené jsou krystalonomickými plochami vždy jen na jednom konci orthodiagonály zakončeny. Nejčastěji jsou to plochy klinodomatu *x* (011) a hranolu *n* (120), jež bývají velmi často skoro stejně rozsáhlé. Převládá-li některý z těchto tvarů, bývá to obyčejně *x* (011). Plochy obou zmíněných tvarů reflektovaly často velmi dobře, plochy *x* (011) někdy stejně dobře, jako nejlepší plochy tvaru *e* (102). Na zakončení krystalů na konci orthodiagonály měly často podíl též plochy pyramidy *p* (124), jež někdy reflektovaly signál velmi dobře, a u jednoho krystalu tvořily zakončení pouze plochy pyramid, *p* (124) a jen jednou zjištěné *r* (10 . 2 . 5).

Zvětšeného signálu mohlo býti použito u ploch tvarů *e* (102), *a* (100), *x* (011), *n* (120) i *p* (124), a pořadí tu uvedené platí i pro celkovou jakost ploch zmíněných tvarů.

Ku konci připojuji tabulku úhlů a hodnot dvojkruhových. (Viz str. následující.)

Vlastnosti fysikálni.

Zkoumání vlastností fysikálních bylo provedeno jen při předběžných pracích a měřeních v r. 1912 konaných a ponecháno jich důkladné studium době pozdější v naději, že bude možno provésti kvantitativní analysu a snad že se podaří výrobou umělého johannitu získati krystaly větší, materiál vhodnější.

Johannit.

Jednoklonný.

$a = 1{\cdot}0527$	$lg\ a = 0{\cdot}0223046$	$lg\ a_0 = 9{\cdot}8777304$	$lg\ p_0 = 0{\cdot}1546821$	$a_0 = 0{\cdot}75462$	$p_0 = 1{\cdot}42785$
$c = 1{\cdot}3950$	$lg\ c = 0{\cdot}1445742$	$lg\ b_0 = 0{\cdot}8554258$	$lg\ q_0 = 0{\cdot}1748340$	$b_0 = 0{\cdot}71685$	$q_0 = 1{\cdot}49566$
$\left.\begin{matrix}\mu = \\ 180 - \beta\end{matrix}\right\}$ 84° 18′	$\left.\begin{matrix}lg\ h = \\ lg\ sin\ \mu\end{matrix}\right\}$ 9·9978473	$\left.\begin{matrix}lg\ e = \\ lg\ cos\ \mu\end{matrix}\right\}$ 8·9970356	$lg\ \frac{p_0}{q_0} = 9{\cdot}9798481$	$h = 0{\cdot}99505$	$e = 0{\cdot}09932$

Čís.	Sign.	Gdt.	Miller	Naumann	φ	ρ	ξ_0	η_0	ξ	η	x' Prismata) $(x:y)$	y'	d' $= tg\ \rho$
1	c	0	001	0 P	90° 00	5° 42	5° 42	0° 00	5° 42	0° 00	0·0998	0	0·0998
2	a	∞ 0	100	∞ P ∞	90 00	90 00	90 00	0 00	90 00	0 00	∞	0	∞
3	x	01	011	P ∞	3 48	56 25	5 42	56 21	3 10	56 14	0·0998	1·5027	1·5061
4	n	∞ 2	120	∞ P 2	25 31	90 00	90 00	90 00	25 31	64 29			∞
5	d	20	201	— 2 P ∞	90 00	70 06	70 06	0 00	70 06	0 00	2·7625	0	2·7625
6	f	$\frac{15}{8}$ 0	15 . 0 . 8	$-\frac{15}{8}$ P ∞	90 00	68 57	68 57	0 00	68 57	0 00	2·5984	0	2·5984
7	e	$\frac{1}{2}$ 0	102	$-\frac{1}{2}$ P ∞	90 00	38 04	38 04	0 00	38 04	0 00	0·7831	0	0·7831
8	k	$-\frac{11}{7}$ 0	II . 0 . 7	$\frac{11}{7}$ P ∞	90 00	63 21	63 21	0 00	63 21	0 00	1·9926	0	1·9926
9	p	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$	124	$-\frac{1}{2}$ P 2	31 48	39 23	23 24	34 54	19 32	32 38	0·4327	0·6976	0·8209
10	r	$2\frac{2}{5}$	10 . 2 . 5	2 P 5	78 35	70 28	70 06	29 09	67 29	10 45	2·7625	0·5579	2·8187

Práce, jak zde jest předložena, byla dokončena ve válečné době za krátké dovolené koncem dubna a začátkem května 1915 auktoru k zotavení povolené, a nebylo času dříve získané výsledky přezkoušeti a důkladnějších nabýti.

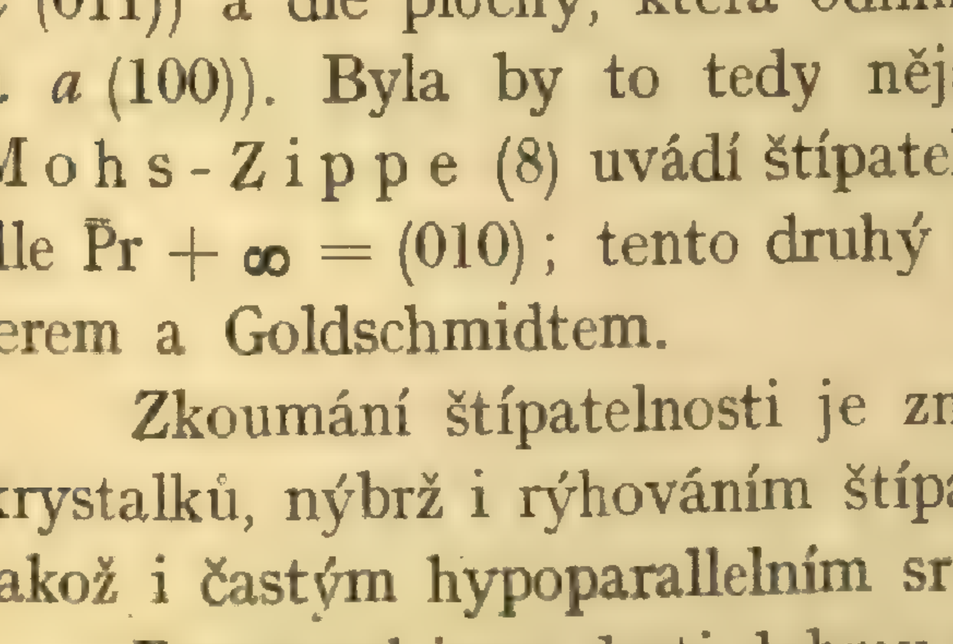
Hustota johannitu byla stanovena třikrát suspensí v jodmethylenu, jehož hustota k tomu právě postačila, na $h = 3{\cdot}307$ při 20° C. — H a i d i n g e r (2) stanovil hustotu zajisté pyknometrem a uvádí pro 16° C číslo $h = 3{\cdot}191$, tedy o více než 0·1 méně než mnou velmi přesně stanoveno, což je srovnáním přesnosti methody pyknometrické při zajisté nepatrném množství zkoumaného materiálu s přesností methody suspensní snadno vysvětlitelno.

Tvrdost jest buď stejná jako tvrdost soli kamenné, tedy $t = 2$, nebo snad o něco vyšší, protože je možno rýpati sůl, ne pak vápenec, kdežto je rýpání johannitu pro nepatrné rozměry jeho krystalků téměř vyloučeno. H a i d i n g e r (2) uvádí $t = 2 — 2\frac{1}{2}$.

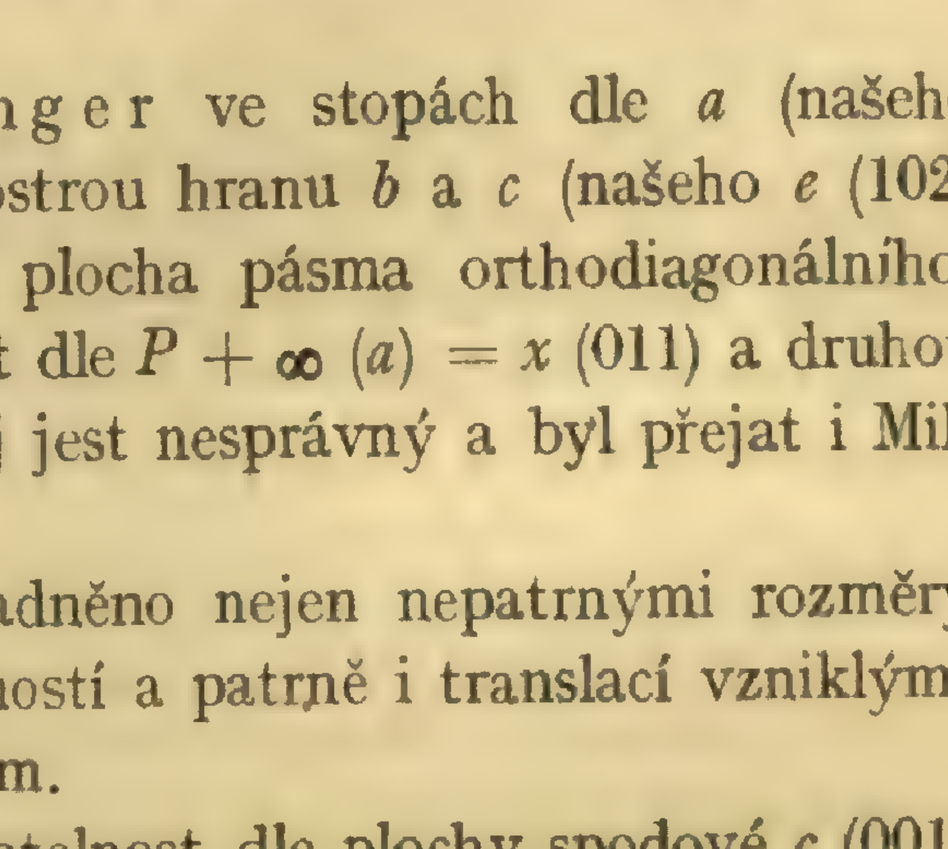
Štípatelnost pozoroval H a i d i n g e r ve stopách dle *a* (našeho *x* (011)) a dle plochy, která odnímá ostrou hranu *b* a *c* (našeho *e* (102) a *a* (100)). Byla by to tedy nějaká plocha pásma orthodiagonálního. M o h s - Z i p p e (8) uvádí štípatelnost dle $P + \infty$ (*a*) = *x* (011) a druhou dle $Pr + \infty$ = (010); tento druhý údaj jest nesprávný a byl přejat i Millerem a Goldschmidtem.

Zkoumání štípatelnosti je znesnadněno nejen nepatrnými rozměry krystalků, nýbrž i rýhováním štípatelností a patrně i translací vzniklým, jakož i častým hypoparallelním srůstem.

Pozoroval jsem dosti dobrou štípatelnost dle plochy spodové *c* (001) a dle *x* (011), rýhování je naznačeno na přiloženém obrazci (obr. 3.), ve kterém jest plocha nákresu *e* (102).



Obr. 3.



Obr. 4.

V l a s t n o s t i o p t i c k é. *Zhášení i výstup jedné optické osy jsou takové, že nesouhlasí s morfologicky zjištěnou příslušností k soustavě jednoklonné.*

V mikroskopu zjištěn plochou *e* (102) výstup jedné optické osy a při natriovém světle mohlo býti zjištěno, že je rovina optických os uchýlena od orthodiagonály přibližně asi o 10° (obr. 4.).

Při studiu morfologickém byl na tuto okolnost vzat zřetel, příslušnost k soustavě trojklonné však z goniometrických studií není patrná tak, aby mohla být definitivně stanovena.

Proto třeba zatím říci, že *je johannit morfologicky zdánlivě jednoklonný, fysikálně zdánlivě trojklonný*, a ponechati definitivní rozhodnutí době pozdější, kdy se snad zdaří umělá výroba krystalů tohoto vzácného minerálu.

Vlastnosti chemické.

Kvalitativně zkoumán byl johannit již Johnem, který jej měl za vodnatý síran uraničitý: $U(SO_4)_2 . x H_2O$.

Haidinger uvádí jako součásti jeho kysličník uranu a mědi, kysličník sírový a vodu, o složení blíže se nevyslovuje. Slíbená jím analysa Berzeliova (2 p. 10) nebyla nikde uveřejněna a bezpochyby ani provedena.

Kvalitativně chová se johannit při zkoušce *cestou suchou*:

Plamen barví zeleně, v baničce se při mírném zahřívání nemění, při silnějším žíhání ztrácí vodu, nabývá barvy hnědé až skoro černé a dá se pak snadno rozmáčknouti a rozetříti. Na uhlí se průba nadýmá, zapáchá po SO_2 a mění se v tmavohnědou až černou látku s tmavozeleným vrypem. S uhličitanem sodnatým dává na uhlí vyžíhán heparovou reakci a při větším množství průby možno i drobounké kuličky mědi vyredukovati. Perli boraxovou barví pěkně zeleně, v redukčním plameni pak špinavě červeně a činí ji neprůhlednou. Perli fosforečnou barví živě trávově zeleně, nebo opět červeně od mědi (red.).

Je nemnoho ale přece rozpustný i ve studené vodě, v horké snadno se rozpouští, při čemž se vylučují zelené vločky. Úplně rozpouští se ve zředěných kyselinách, roztok v HCl a H_2SO_4 má barvu zelenou, v HNO_3 žlutou. Z roztoku v kyselině dusičné sráží ammoniak oranžovou sraženinu kysličníku uranu a nabývá pak roztok barvy modré.

Mokrou cestou lze vedle Cu, U a SO_3 dokázati též přítomnost Fe.

Lindacker analysoval johannit dvakrát a uvádí jeho chemické složení vzorcem:

$$CuO, SO_3 + 2 (U_3O_4, SO_3) + 4 HO,$$

což bychom nyní psali:

$$CuSO_4 . (UO_2)_3 (SO_4)_2 + 4 H_2O.$$

Čísla vypočtená ze vzorce toho dobře se shodují s daty rozboru:

	Lindackerova analysa		Střední hodnoty Lind. uvedené	Vypočteno
	I.	II.		
U_3O_8	67·63	67·81	67·72	68·28
CuO	6·10	5·88	5·99	6·44
Fe_2O_3	0·23	0·17	0·20	—
SO_3	20·24	19·79	20·02	19·45
H_2O	5·62	5·56	5·59	5·83

Rammelsberg (14) [1]) uvádí střed analys Lindackerových, aniž by stanovil chemický vzorec, a také Groth [2]) vzorce neuvádí.

U johannitu, nerostu tak pěkně krystalovaného, nelze pochybovati o jednotnosti povahy a váhové poměry součástí nalezené analysami Lindackerovými nekolísají mnoho a dobře souhlasí s hodnotami teoretickými, takže mám za to, že jest možno pro tento minerál shora uvedený vzorec přijmouti.

Výskyt johannitu.

První johannit nalezen byl při obnovení staré chodby v Dušním díle (Geistergangbau) dolu Eliášova v Jáchymově r. 1819. Krystalky tvořily druhotný povlak na kusech rudy uranové. S johannitem vyskytoval se tu spolu žlutý okr uranový a sádrovec v jemných jehličkách.

Po tom nalezen byl johannit podruhé a posledně teprve r. 1850 a 1851 a o druhém tomto nálezu podává podrobné zprávy Vogl (3) r. 1857. Následkem stoupnutí cen uranu upotřebením ve sklářství byla znovu vyhledána některá stará díla. Při znovuotevření chodby žíly Flutherovy na štole Barbořině nalezl Vogl na spodku chodby staré úlomky a kusy, z nichž několik mělo na sobě skupiny a růžice johannitu, jehož mnohé krystaly byly povlečeny uranovým okrem. Také Fiedlerova žíla dolu Eliášova byla znovu otevřena a v ní nalezeny druzové dutiny pokryté slabou vrstvou rudy uranové a na ní zvětralé partie mědi a pyritu, jemné krystalky sádrovce, uranový okr a uranový květ. Jediná z těchto druz obsahovala i johannit.

Johannit znám je jistě jen z Jáchymova. Další dva údaje o jeho výskytu jsou nejisté: Frenzel (13) poznamenává ve svém seznamu minerálů saských bez udání literatury a bližších dat o johannitu: „Velmi malé jednoklonné krystalky, ledvinitý a jako nálet; živě trávově zelený. Velmi vzácný, s uranitem, uranovým okrem a sádrovcem v Johanngeorgenstadtu.“ Dana (16) poznamenává ještě (na str. 978): „Reported from the Middletown feldspar quarry by Shepard.“

Mineralogické oddělení Musea král. Českého.

---

[1]) Rammelsberg podotýká o johannitu a některých jiných sloučeninách uranu (Hdb. Minchem. 1875, II., p. 280): „Vorläufig muß man sich wohl jedes Urteils über die chemische Natur dieser aus Uranpecherz hervorgegangener Bildungen enthalten,“ a dále (2. Suppl. 1895, p. 112): „Es wäre unpassend, Formeln für Substanzen zu berechnen, deren einheitliche Natur nicht verbürgt.“

Pro johannit uvádí poměr součástí:

$$SO_3 : RO : H_2O$$
$$1 : 1{\cdot}2 : 1{\cdot}2$$
$$R = UO_2,\ Cu,\ Fe.$$

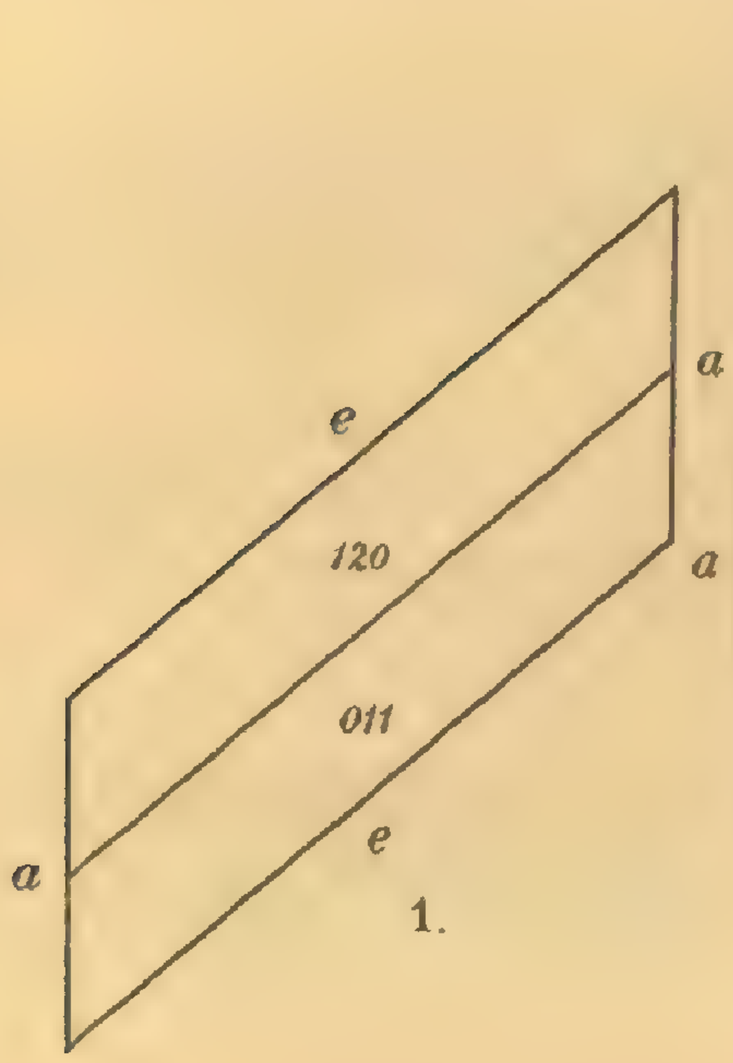
[2]) Groth P., Tabellarische Übersicht der Mineralien, 1898, p. 74, řadě johannit mezi sírany do skupiny vodu obsahujících sloučenin uranu podotýká, že jsou pro tyto minerály (celkem 8) analysami nalezené poměry váhové příliš kolísavé, takže nelze o jejich chemické konstituci nic určitého říci.

LITERATURA.

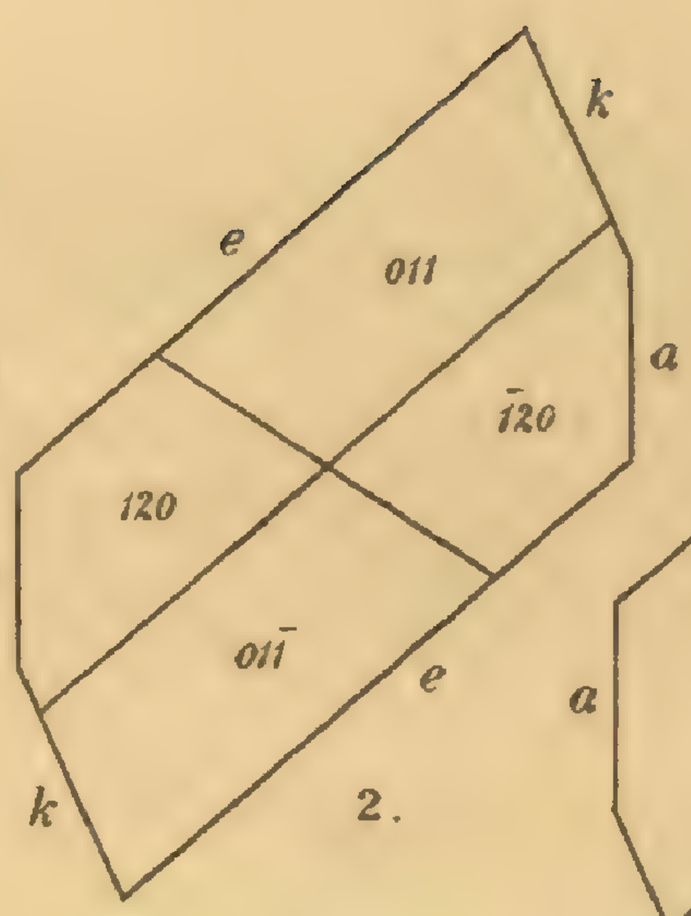
1. John, J. F., Chemische Untersuchung eines natürlichen Uranvitriols (natürliches, schwefelsaures Uranoxydul), Chemische Schriften, VI. Bd., pp. 254—256. — Též v: Leonhardt's min. Taschenbuch, Jahrg. XVI, 1823, 3. Abth., p. 693.
2. Haidinger, W., Über den Johannit, eine neue Spezies des Mineralreiches, Abhdlg. d. böhm. Ges. Wiss., Prag 1830. — Též: Pogg. Ann. d. Phys. u. Chem., XX, 1830, p. 472.
3. Vogl, J. F., Gangverhältnisse und Mineralreichthum Joachimsthals, 1857, pp. 99—108 (s analysami Lindackerovými).
4. Glocker E. F., Handbuch der Mineralogie, 1831, 2, p. 993.
5. Beudant F. S., Traité élémentaire de Minéralogie, 1832.
6. Hartmann C., Lehrbuch der Mineralogie und Geologie, 1835, 1, p. 263.
7. Presl, J. S. Nerostopis čili mineralogia 1837, p. 277.
8. Mohs F., Zippe F. X. M., Leichtfaßliche Anfangsgründe der Naturgeschichte des Mineralreiches, 1839, 2, p. 49.
9. Hausmann J. F. L., Handbuch der Mineralogie, 1847, 2 (2), p. 1208.
10. Miller W. H., Mineralogie, 18228, p. 553.
11. Dufrénoy P. A., Traité de Minéralogie, 1856.
12. Zepharovich V. R. v., Miner. Lex. f. Kais. Österreich, 1859, I., p. 216.
13. Frenzel A., Miner. Lex. f. d. Kön. Sachsen, 1874, p. 160.
14. Rammelsberg C. F., Handbuch d. Mineralchemie, II., 1875, p. 280, a 2. Suppl. 1895, p. 112.
15. Goldschmidt V., Index der Krystallformen, II., 1890, p. 203.
16. Dana J. D., Mineralogie, 1892, p. 978.
17. Wrný A., Pflege d. Min. in Böhmen, 1896, pp. 136, 153, 261.
18. Goldschmidt V., Krystallographische Winkeltabellen, 1897, p. 190.
19. Bardet G., Bull. soc. min. franc. 1904, (27), pp. 63—66.
20. Naumann-Zirkel, Elemente der Mineralogie, 1907, p. 574.
21. Achtner V., (Radioakt.), Nr. 27, Taf. I.

VYSVĚTLENÍ TABULKY.

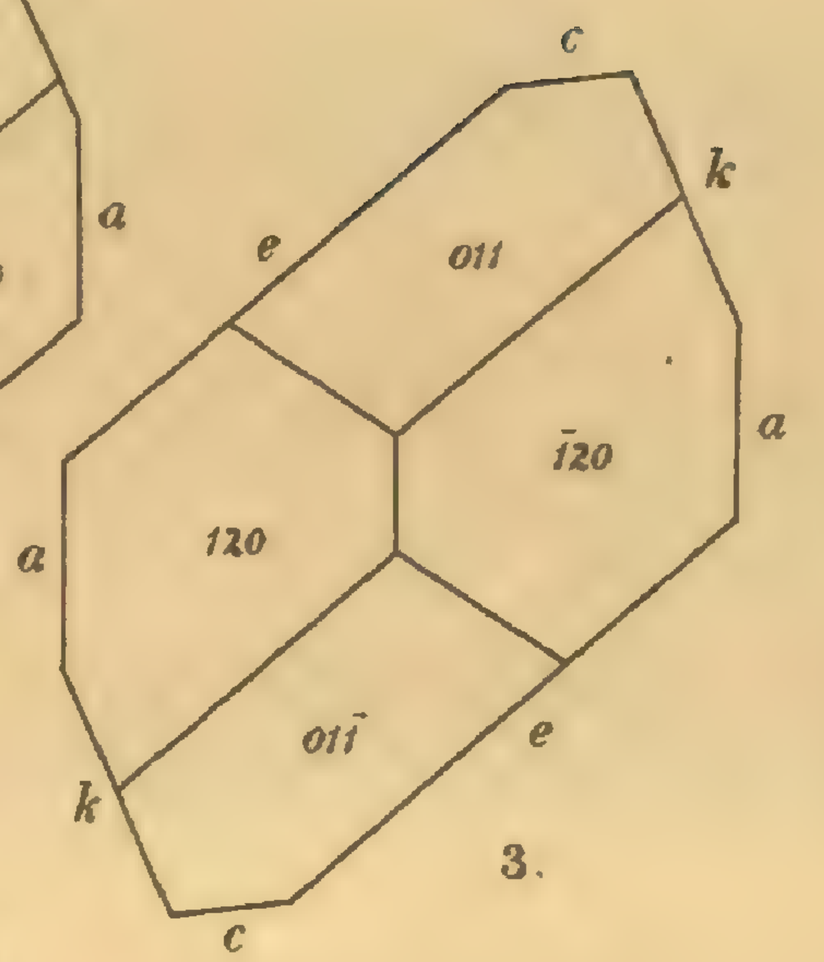
Obr. 1., 2., 3. Nejobyčejnější zakončení johannitu na konci orthodiagonály (v projekci na klinopinakoid).
Obr. 4. Ideální kombinace všech tvarů na konci orthodiagonály se vyskytujících (v projekci na klinopinakoid).
Obr. 5. Stereografická projekce všech tvarů na johannitu nalezených.
Obr. 6. Stereografická projekce pro měření dvojkruhová (na klinopinakoid).
Obr. 7., 8. Nejobyčejnější spojky johannitu.



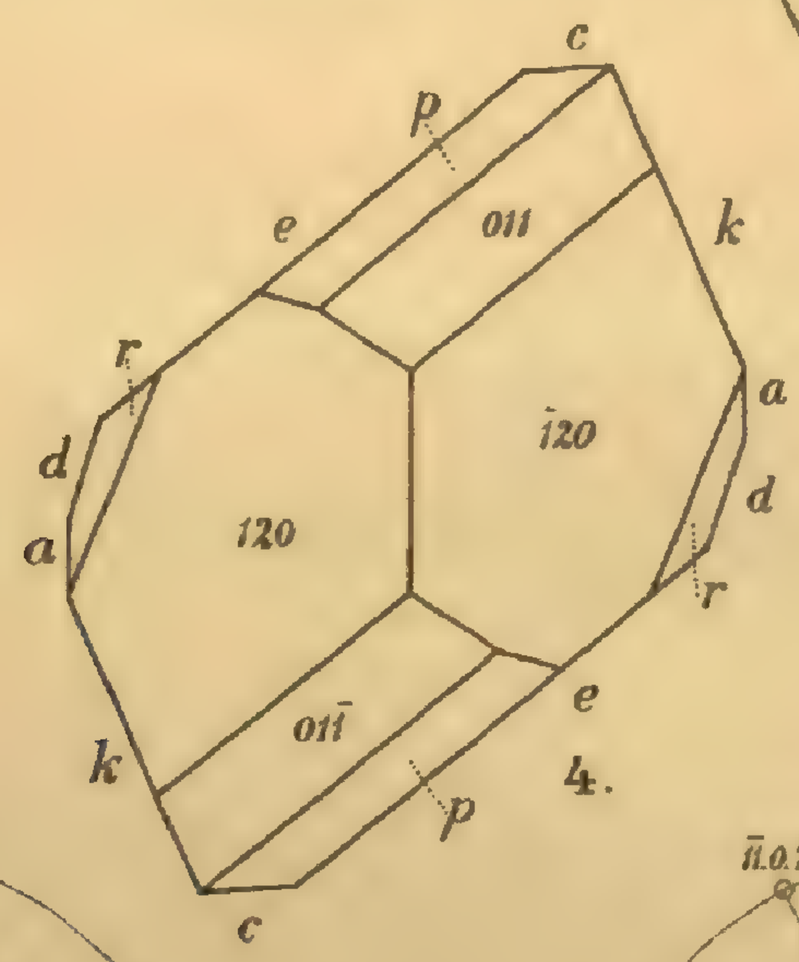
1.



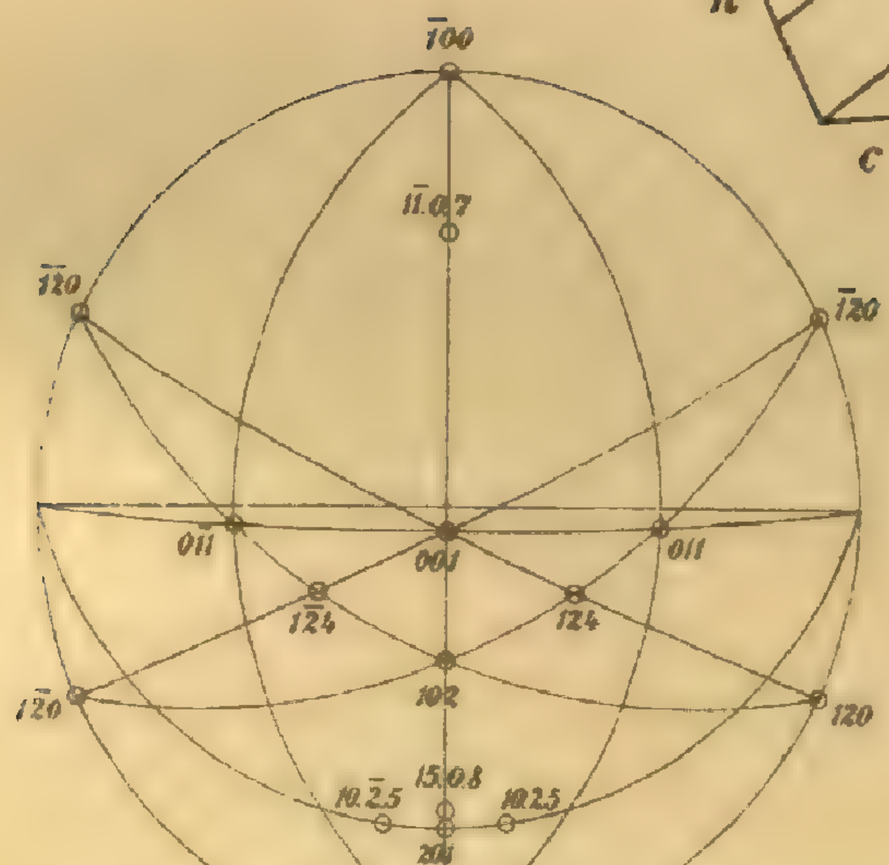
2.



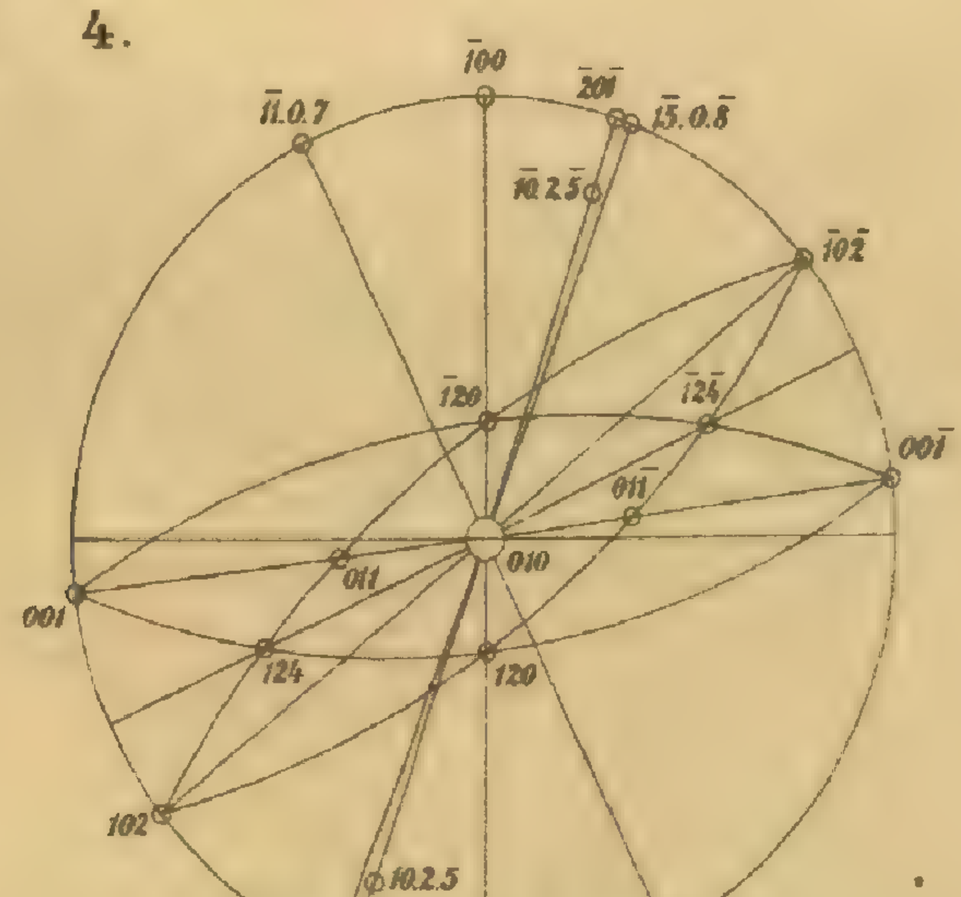
3.



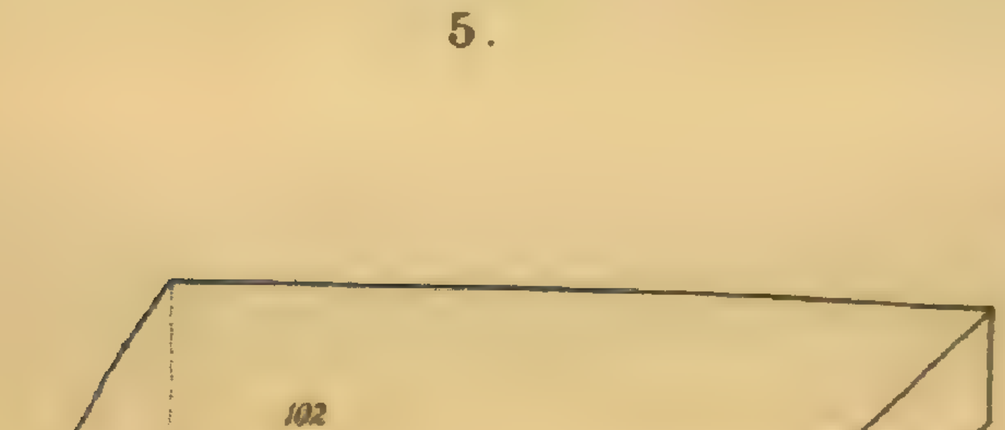
4.



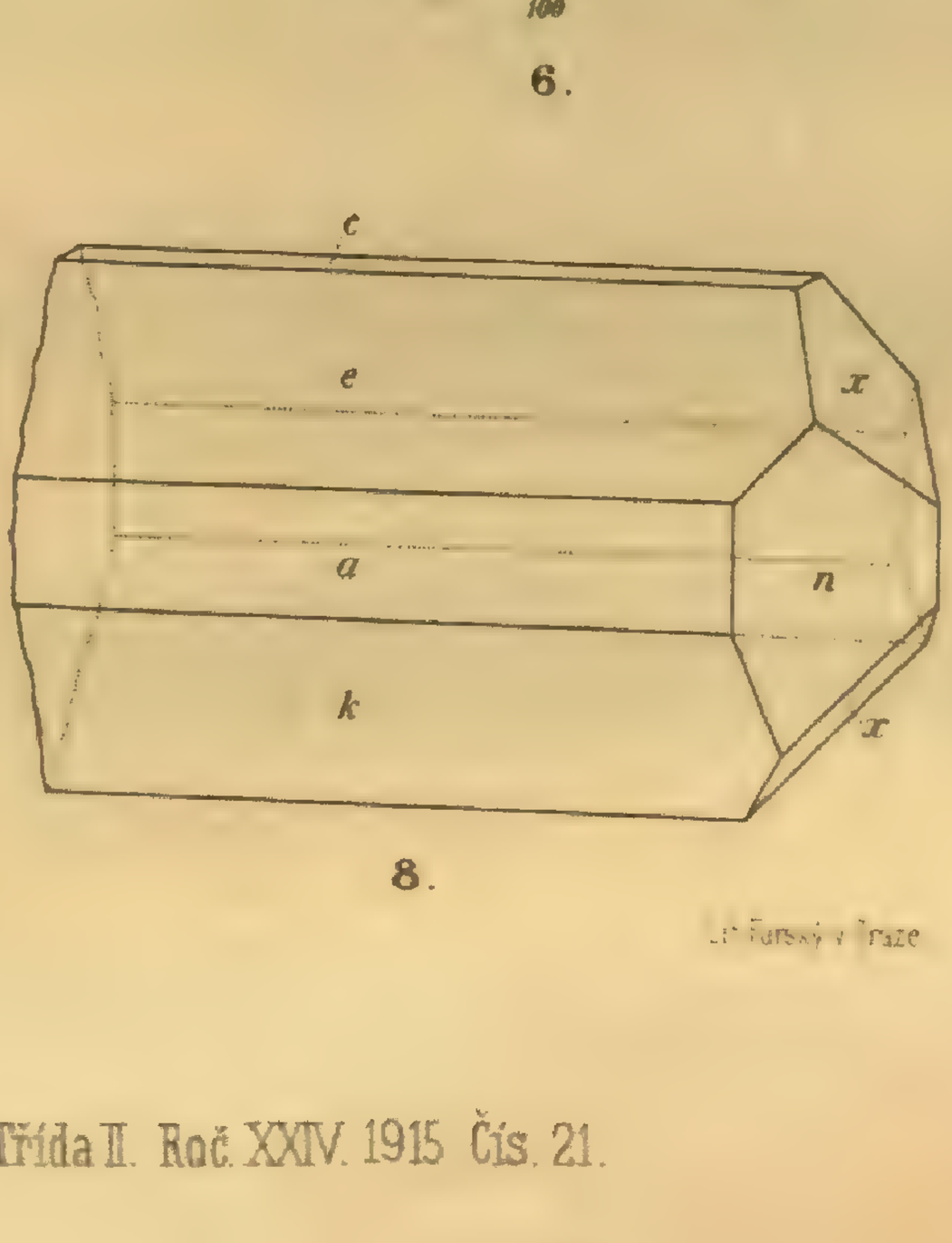
5.



6.



7.



8.

Autorde.

Lit. Ústav v Praze.

Příspěvek ku přímkovým plochám 4. stupně, stanoveným dvěma projektivními involucemi na dvou mimoběžných přímkách.

Napsal

Dr. **Václav Simandl,**
assistent české techniky v Brně.

(Předloženo dne 7. května 1915.)

Uvažujme dvě libovolné mimoběžné přímky *u*, *v* v prostoru, a buďtež bodové řady těchto přímek k sobě přiřazeny tak, že dvojinám dané involuce bodové na přímce *u* odpovídají projektivně dvojiny dané involuce na přímce *v*. Přímky pak, jež procházejí dvěma body dvou k sobě přiřazených dvojin, vyplňují, jak známo,[1]) přímkovou plochu 4. stupně, kde *u*, *v* jsou jejími dvojnými řídicími přímkami, a která má tu vlastnost, že na ní leží ∞^1 sborcených přímkových čtyřstranů. Není tedy zcela obecnou přímkovou plochou 4. stupně se dvěma dvojnými řídicími přímkami, která jest dána obecnou korrespondencí [2, 2] v bodových řadách přímek *u*, *v*, nýbrž takovou, kde tato korrespondence přechází právě v projektivnost dvou involucí. Tato specialisace jest, jak známo, jednoduchou podmínkou, a kdežto obecných přímkových ploch 4. stupně se dvěma dvojnými přímkami existuje ∞^{16}, existuje námi uvažovaných speciálnějších ∞^{15}, jak také snadno lze přímo nahlédnouti. Plochy poslednější speciálnější budeme si označovati jakožto P^4 plochy.

Těmito P^4 plochami budeme se v následujícím zabývati a dokážeme zejména, že P^4 plocha a projektivně zobecněný cylindroid jest jedno a totéž, a že každou P^4 plochu můžeme považovati na ∞^2 způsobů za zobecněný cylindroid. Projektivně zobecněným cylindroidem rozumíme geometrické místo projektivně zobecněných dvojin osových lineárních komplexů

[1]) R. Sturm: Die Gebilde des ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie in synthetischer Behandlung. III. díl. pag. 108—110.

daného svazku komplexového vzhledem ku určité ploše druhého stupně, kterou, ježto tato nám nahrazuje absolutní kružnici v nekonečnu, nazýváme plochou absolutní. O tomto zobecněném cylindroidu jest pojednáno v známé učebnici analytické geometrie Clebsch-Lindemannově, kde též jest stanovena rovnice této plochy.[1]) Dále pak autor této práce v jednom pojednání [2]) zabýval se touto plochou cestou ryze synthetickou. Předložená práce tato o P^4 plochách jest pak jaksi doplněním citovaného právě pojednání, a též zde jest zejména přihlíženo ku obyčejnému cylindroidu neboli ku Plückerově konoidu jakožto ku případu speciálnímu.

1. O význačných sborcených přímkových čtyřstranech a o význačných svazcích ploch 2. stupně vyskytujících se při P^4 plochách.

Na každé přímkové ploše 4. stupně 1. rodu existuje, jak známo,[3]) v přímkách této plochy ∞^1 dvojin t. ř. residuálních neboli spojených involucí. Když přímková plocha 4. stupně jest P^4 plochou tu, jak dokázal Montesano nebo Sturm,[4]) existují na ní dvě residuální involuce té vlastnosti, že čtveřiny jejich samodružných přímek tvoří dva prostorové čtyřstrany a sice, že dvě dvojiny protějších stran čtyřstranu jednoho tvoří vždy dvě dvojiny involuce jedné, když čtyři strany čtyřstranu druhého jsou samodružnými přímkami involuce k první involuci residuální.

Poněvadž v řadě ∞^1 dvojin k sobě residuálních involucí na P^4 existuje pouze jedna dvojina vlastnosti svrchu uvedené, budeme nazývati tuto dvojinu *„význačnou dvojinou residuálních involucí“* a ty dvě involuce *„význačnými involucemi“*. Prostorové pak čtyřstrany samodružných přímek těchto involucí budeme nazývati: *„význačnými čtyřstrany na* P^4“.

Každým z těchto význačných čtyřstranů jest stanoven jeden speciální svazek ploch 2. stupně oním čtyřstranem procházejících. Dva tyto svazky ploch 2. stupně, které si označíme jakožto svazky Σ_1 a Σ_2 budeme nazývati: *prvním a druhým význačným svazkem ploch 2. stupně při* P^4 *ploše.*

Dokážeme nyní věty:

Plocha P^4 *jest polárně invariantní vzhledem ku každé ploše 2. stupně každého ze dvou při této ploše se vyskytujících význačných svazků. Dvojiny přímek každé ze dvou význačných involucí na* P^4 *jsou dvojinami konjugovaných polár každé plochy 2. stupně toho význačného svazku, při jehož zá-*

---

[1]) Clebsch-Lindemann: Vorlesungen über Geometrie. II. díl, první část pag. 348—350.

[2]) O zobecněném cylindroidu. Rozpravy České Akademie II. třída, roč. XXIII. číslo 12.

[3]) R. Sturm: zde již cit. „Liniengeometrie“, III. pag. 108, kde užito jest názvu „spojených involucí, kdežto týž ve své knize: „Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften“ užívá názvu „residuálních involucí“, kteréhožto názvu též se zde přidržíme.

[4]) R. Sturm: Liniengeometrie III. odst. 591, pag. 110.

kladním čtyřstranu přímky tohoto čtyřstranu jsou 4 samodružnými přímkami zmíněné involuce.

Libovolná obyčejná involuce přímková na P^4 stanoví na každé řídicí přímce této plochy involutorní korrespondenci [2], neboť každým bodem řídicí přímky procházejí dvě povrchové přímky plochy, z nichž každé odpovídá v uvažované involuci zase jedna přímka, která stanoví na řídicí přímce bod. Tedy každému bodu přísluší dva body, involutornost pak takto stanovené korrespondence jest přímo patrna.

Buďtež:

$$p_{11},\ p_{21};\quad q_{11},\ q_{21}$$
$$m_{11},\ m_{12};\quad n_{11},\ n_{12}$$

dvojinami protějších stran dvou význačných čtyřstranů na P^4 a postupně jsou tyto čtveřiny přímkové čtveřinami samodružných přímek první a druhé význačné involuce na P^4.

Uvažujme první význačnou involuci a involutorní korrespondenci [2, 2], kterou tato vytíná na kterékoli z dvou přímek řídicích. Korrespondence ta má 6 rozvětvovacích resp. dvojných bodů. Jsou to totiž dva body, které vytínají přímky m_{11}, m_{12} resp. n_{11}, n_{12} počítané jednoduše, a dva body, které vytínají přímky q_{11}, q_{21} počítané dvojnásobně. Víme však, že involutorní korrespondence [2, 2] má 4 rozvětvovací resp. dvojné body a, má-li jich více, že má jich nekonečně mnoho. Pak dospíváme však na každé řídicí přímce k obyčejné involuci quadratické, kde každou dvojinu bodovou lze považovati za bod rozvětvovací a jemu odpovídající bod dvojný. Body M_u, N_u resp. M_v, N_v, které na řídicích přímkách u, v vytínají přímky m_{11}, m_{12} resp. n_{11}, n_{12}, jsou pak samodružnými body těchto involucí. Lze též snadno nahlédnouti, že v každém tomto bodě splývají vždy dva ze čtyř samodružných bodů shora uvažované involutorní korrespondence [2].

Z toho vidíme, že ku libovolné přímce k_{11} naší plochy P^4 sestrojíme dle první význačné involuce přidruženou přímku k_{12}, když ku bodům K_u a K_v, které přímka k_{11} na u, v stanoví, sestrojíme body K_u' a K_v' dle rovnic:

$$(K_u,\ K_u',\ M_u,\ N_u) = -1, \quad (K_v,\ K_v',\ M_v,\ N_v) = -1.$$

Zároveň pak jest patrno, že k_{11} a k_{12} jsou dvojinou konjugovaných polár ku kterékoli ploše 2. stupně speciálního svazku o základním prvním význačném čtyřstranu m_{11}, m_{12}, n_{11}, n_{12}. Význačný svazek o tomto základním čtyřstranu budiž svazek Σ_1.

Zcela analogicky bychom dospěli od téže přímky k_{11} ku přímce k_{21} plochy P^4, když bychom vzali v úvahu druhou význačnou involuci na P^4, resp. druhý význačný svazek ploch 2. stupně, svazek Σ_2 o základním druhém význačném čtyřstranu p_{11}, p_{21}, q_{11}, q_{21}.

Tím jest tedy věta svrchu uvedená dokázána. Zároveň však dospíváme ku vzájemné zvláštní poloze našich dvou význačných čtyřstranů,

která se jeví tím, že čtyřikrát dvě dvojiny přímek těchto čtyřstranů mají hyperboloidickou polohu a harmonicky se oddělují, totiž vždy dvě dvojiny přímek:

$$\begin{aligned} &p_{11},\ p_{21};\quad m_{11},\ m_{12};\\ &p_{12},\ p_{21};\quad n_{11},\ n_{12};\\ &q_{11},\ q_{21};\quad m_{11},\ m_{12};\\ &q_{11},\ q_{21};\quad n_{11},\ n_{12}. \end{aligned}$$

Dva prostorové čtyřstrany v takovéto zvláštní vzájemné poloze budeme nazývati *dvěma prostorovými čtyřstrany v harmonické poloze*. Tedy:

Dva význačné čtyřstrany na P^4 *ploše jsou v harmonické poloze.*

Dva prostorové čtyřstrany v harmonické poloze stačí definovati jakožto dva čtyřstrany, při nichž kterékoli dvě protější strany jednoho s kterýmikoli dvěma protějšími stranami druhého tvoří hyperboloidickou čtveřinu přímek a oddělují se navzájem harmonicky. Z této definice již vyplývá ta vlastnost těchto čtyřstranů, že mají společné diagonály. Sestrojíme-li si totiž diagonály u, v čtyřstranu p_{11}, p_{21}, q_{11}, q_{21}, tu lze tyto diagonály považovati za dvě společné přímky dvou přímkových hyperboloidových řad obsažených v lineární kongruenci o řídicích přímkách m_{11}, m_{12}, totiž těch přímkových řad, jež jsou řídicími řadami hyperboloidových řad stanovených vždy 4 přímkami: p_{11}, p_{21}, m_{11}, m_{12} a q_{11}, q_{21}, m_{11}, m_{12}. Tedy protínají diagonály u, v dvě protější strany m_{11}, m_{12} druhého čtyřstranu, a zcela analogicky by se dokázalo, že protínají též protější strany n_{11}, n_{12}.

2. Zobecněný cylindroid a P^4 plocha jest jedno a totéž.

Uvažujme libovolnou plochu 2. stupně H_1^2 prvního význačného svazku Σ_1 příslušného ploše P^4 a libovolnou dvojinu přímkovou x_2, y_2 druhé význačné involuce na P^4, stanovené patrně dvěma dvojinami protějších stran p_{11}, p_{21} a q_{11}, q_{21} druhého význačného čtyřstranu na této ploše. O dvou residuálních involucích na přímkových plochách 4. stupně rodu 1. jest však známo, že kterákoli dvojina involuce jedné leží vždy s kteroukoli dvojinou involuce druhé na určitém hyperboloidu.[1]) Naše dvě význačné involuce jsou však, jak jsme ukázali, dvojinou residuálních involucí, a tvoří tudíž kterákoli přímková dvojina x_1, y_1 první význačné involuce s kteroukoli přímkovou dvojinou x_2, y_2 druhé význačné involuce hyperboloidickou čtveřinu přímek. Mimo to však každá dvojina x_1, y_1 jakožto dvojina první význačné involuce jest dvojinou konjugovaných polár každého hyperboloidu H_1^2 procházejícího prvním význačným čtyřstranem, jak jsme byli v předešlém odstavci ukázali. Plochu P^4 lze tedy definovati jakožto geometrické místo dvojin konjugovaných polár x_1, y_1

[1]) R. Sturm: Liniengeometrie, III. díl, pag. 108.

plochy 2. stupně H_1^2, tvořících současně hyperboloidickou čtveřinu s dvěma přímkami x_2, y_2.

Tak jsme definovali t. ř. „zobecněný cylindroid“ v zmíněné zde již práci: „O zobecněném cylindroidu“. Přímky x_2, y_2 byly tam označeny m, n a plocha H_1^2 byla tam t. ř. absolutní plochou $\mathfrak{A}^2$. Vidíme tedy, že každou P^4 plochu lze považovati za zobecněný cylindroid. Dospíváme pak týmže způsobem ku téže P^4 ploše od kterékoli z ∞^1 přímkových dvojin x_2, y_2 a od kterékoli z ∞^1 ploch 2. stupně H_1^2. Kdybychom v úvahách předešlých navzájem zaměnili první a druhou význačnou involuci, tu bychom ku téže P^4 ploše dospěli zase týmže způsobem od kterékoli přímkové dvojiny x_1, y_1 první význačné involuce a od kterékoli plochy 2. stupně H_2^2 druhého význačného svazku ploch 2. stupně Σ_2.

Že naopak každý zobecněný cylindroid jest P^4 plochou, jest patrno z existence sborceného přímkového čtyřstranu, který jest částí proniku zobecněného cylindroidu s absolutní plochou $\mathfrak{A}^2$ (viz str. 9 pojednání: „O zobecněném cylindroidu“). Jest totiž známo (R. Sturm: Liniengeometrie III. pag. 108), že obecná přímková plocha 4. stupně rodu 1 stává se P^4 plochou, čili že obsahuje ∞^1 sborcených přímkových čtyřstranů, když obsahuje jediný takový čtyřstran. Jest tedy zobecněný cylindroid a P^4 plocha jedno a totéž. Též dvě význačné involuce na P^4 zde zmíněné jsme již uvažovali v pojednání „O zobecněném cylindroidu“, a též jako „význačné involuce“ označili. Že *obě* tyto involuce jsou involucemi konjugovaných polár ku určitým plochám 2. stupně, tam seznáno nebylo.

Ukážeme, kterak dospějeme ku množství ∞^{15} všech P^4 ploch, když je vytvořujeme jakožto zobecněné cylindroidy dané absolutní plochou $\mathfrak{A}^2$ a libovolnou přímkovou dvojinou m, n. Absolutních ploch $\mathfrak{A}^2$ existuje ∞^9 a libovolných přímkových dvojin m, n, které s $\mathfrak{A}^2$ zobecněný cylindroid stanoví, existuje ∞^8. Přicházíme tudíž ku množství ∞^{17}. Množství to však nutno snížiti o 2, když uvážíme, že ku témuž zobecněnému cylindroidu dospíváme, když $\mathfrak{A}^2$ nahradíme kteroukoli plochou 2. stupně z ∞^1 ploch procházejících prvním nebo druhým význačným čtyřstranem na P^4 a dvojinu m, n kteroukoli dvojinou z ∞^1 přímkových dvojin druhé nebo první význačné involuce na P^4. Vidíme tedy, že zobecněných cylindroidů existuje ∞^{15}.

Výsledky naše lze vysloviti větou:

Zobecněný cylindroid a P^4 plocha jsou jedno a totéž. Každou P^4 plochu lze považovati na ∞^2 způsobů za zobecněný cylindroid.

3. Applikace předchozích úvah na Plückerův konoid.

Plückerův konoid K^3 lze považovati za speciální případ P^4 plochy, když k němu vezmeme v úvahu ještě rovinu nekonečně vzdálenou. Dospíváme pak ku Plückerově konoidu jakožto ku P^4 ploše způsobem následujícím.

Na libovolné přímce o myslíme si parabolickou involuci o splývajících samodružných bodech v nekonečně vzdáleném bodě O_∞ přímky o. Mimo to pak na přímce o'_∞ nekonečně vzdálené roviny, kterou v této rovině vytíná rovina kolmá ku přímce o, myslíme si kteroukoli z ∞^1 involucí, jež jako jednu svou dvojinu bodovou obsahují absolutní kruhové body J_∞, J'_∞, jež na přímce o'_∞ absolutní kulová kružnice vytíná. Jest to patrně libovolná z ∞^1 involucí, jejichž samodružné body jsou vyťaty kterýmikoli dvěma k sobě kolmými, přímku o kolmo protínajícími, paprsky. Přiřadíme-li nyní dvojiny parabolické involuce na přímce o projektivně ku dvojinám kterékoli z uvažovaných ∞^1 involucí na přímce o'_∞, kteroukoli z těch ∞^2 projektivností, při kterých splývajícím dvěma bodům v O_∞ na o odpovídají imaginárné kruhové body J_∞ a J'_∞ na o'_∞, tu jest patrno, že výtvorem takovouto projektivností přiřazených dvou involucí jest Plückerův konoid. Zároveň tím vychází, že k libovolné přímce o, jakožto ose konoidu Plückerova přísluší ∞^3 takovýchto konoidů.

Všimněme si nyní význačných involucí na Plückerově konoidu. První význačnou involuci tvoří dvojiny přímek od středu konoidu stejně vzdálených a ležících v rovinách osou konoidu proložených, které svírají stejné úhly s oběma k sobě kolmými přímkami konoidu středem jeho procházejícími. Druhou pak význačnou involuci tvoří dvojiny přímek sestávající z kterékoli přímky konoidu a přímky k ní kolmé v rovině nekonečně vzdálené. Jsou to zároveň dvojiny konjugovaných polár imaginárné kulové kružnice v nekonečnu. (Srv. článek: O zobecněném cylindroidu pag. 6 a 7.) Všimněme si nejprve první význačné involuce.

První význačný čtyřstran, jak z úvah předešlých obecných jest patrno, tvoří při konoidu K^3 jeho kolmé přímky r, s středem jeho procházející a dvě přímky s'_∞, r'_∞ v nekonečně vzdálené rovině, které tam vytínají roviny proložené osou konoidu a přímkami r, s. Speciální svazek Σ^1 ploch 2. stupně přímkami prostorového čtyřstranu r, r'_∞, s, s'_∞ procházejících obsahuje pak vesměs orthogonální hyperbolické paraboloidy. Čili jest to svazek orthogonálních hyperbolických paraboloidů o společných vrcholových přímkách r, s. Můžeme tedy vysloviti, jako speciální případ věty odvozené v 1. odstavci této práce, větu:

Plückerův konoid jest polárně invariantním vzhledem ku každému orthogonálnímu hyperbolickému paraboloidu, jehož vrcholovými přímkami jsou povrchové přímky procházející středem konoidu. Přímkové dvojiny první význačné involuce na Plückerově konoidu jsou pak dvojinami konjugovaných polár vzhledem ku kterémukoli orthogonálnímu paraboloidu vytčeného svazku.

Jedním ze svazku těchto ∞^1 orthogonálních paraboloidů jest též t. ř. fokální paraboloid příslušný danému Plückerovu konoidu. Pojem fokálního paraboloidu zavedl S. Jolles,[1]) který mimo jiné též ukázal,

[1]) viz Reye: Geometrie der Lage, II. 4. vydání pag. 289 a násl.

že vzhledem ku tomuto paraboloidu jest jemu příslušný Plückerův konoid polárně invariantním.[1])

Z předchozích úvah obecnějších o totožnosti P^4 ploch a zobecněných cylindroidů vyplývá, že Plückerův konoid lze též uvažovati jako geometrické místo projektivně zobecněných dvojin osových lineárních komplexů určitého svazku, když kterýkoli orthogonální hyperbolický paraboloid z uvedeného svazku těchto ploch považujeme za plochu absolutní. Svazek těchto lineárních komplexů musí míti patrně základní lineární kongruenci o řídicích přímkách, které tvoří dvojinu druhé význačné involuce na Plückerově konoidu, musí to býti tudíž svazek souosých lineárních komplexů, jejichž společná osa protíná kolmo osu společnou všem orthogonálním paraboloidům svazku Σ_1.

Úvahám těmto lze dáti též následující formu. Uvažujeme-li dvě libovolné přímky x_2, $y_{2\infty}$ druhé význačné involuce na konoidu Plückerově K^3, a hledáme-li geometrické místo přímkových dvojin x_1, y_1, které současně s x_2, $y_{2\infty}$ leží na hyperboloidu, a které současně jsou dvojinami konjugovaných polár některého orthogonálního paraboloidu našeho svazku Σ_1, tu přicházíme zase ku konoidu K^3. Ježto hyperboloidická čtveřina přímková x_1, y_1, x_2, $y_{2\infty}$ tvoří čtveřinu přímek orthogonálního paraboloidu, jehož jednou vrcholovou přímkou jest patrně x_2, tu můžeme vysloviti větu:

Dán-li jest orthogonální paraboloid a libovolná přímka x, která kolmo protíná jeho osu, tu geometrické místo dvojin konjugovaných polár tohoto paraboloidu, které současně leží na nějakém orthogonálním paraboloidu o vrcholové přímce x, jest konoid Plückerův.

Z úvah předešlých jest patrno, že tímto způsobem dospějeme ku každému Plückerovu konoidu a sice na ∞^2 způsobů. Lze totiž kombinovati ∞^1 orthogonálních paraboloidů majících povrchové přímky jdoucí středem konoidu za vrcholové přímky a ∞^1 přímek konoidu na ∞^2 způsobů. Tím též dospíváme ku známému množství všech ∞^7 Plückerových konoidů. Orthogonálních hyperbolických paraboloidů existuje patrně vůbec ∞^7, a přímek x, které protínají kolmo osu určitého z těchto paraboloidů, existuje ∞^2. Dostali bychom tudíž množství $\infty^{7+2} = \infty^9$ Plückerových konoidů, které však z důvodů uvedených nutno snížiti o dvě.

Všimněme si nyní druhého význačného čtyřstranu na Plückerově konoidu K^3. Diagonálami tohoto čtyřstranu jsou osa konoidu o a přímka k ní kolmá o'_∞ v rovině nekonečně vzdálené se nacházející. Dvě a dvě vedlejší strany tohoto čtyřstranu splývají, a jsou to isotropické přímky i_∞ a i'_∞ v nekonečně vzdálené rovině procházející nekonečně vzdáleným bodem O_∞ osy o. Označme si dále J_∞ a J'_∞ jakožto body isotropických přímek i_∞ a i'_∞, které leží na přímce o'_∞.

Plochy 2. stupně naším takto degenerovaným druhým význačným čtyřstranem procházející budou vesměs singulárními. Především bude

[1]) S. Jolles: Fokaltheorie der linearen Strahlenkongruenzen. Mathematische Annalen Bd. 63. pag. 376.

to řada kuželoseček v rovině nekonečně vzdálené, které se dotýkají isotropických přímek i_∞, i'_∞ v bodech J_∞, J'_∞, čili souhrn soustředných kružnic o středu O_∞. Dále bude ku svazku Σ_2 našich ploch 2. stupně náležeti svazek všech kuželů 2. stupně, které mají společný vrchol O_∞ a které se dotýkají podél isotropických přímek i_∞ a i'_∞ minimálních tečných rovin proložených osou konoidu o. To jest však souhrn všech rotačních válců o společné ose o.

Můžeme tedy vysloviti větu:

Při Plückerově konoidu jakožto P^4 *ploše můžeme za první význačný svazek* Σ_1 *ploch 2. stupně považovati svazek orthogonálních paraboloidů procházejících kolmými přímkami středem konoidu procházejícími jakožto svými společnými přímkami vrcholovými. Za druhý pak význačný svazek* Σ_2 *ploch 2. stupně můžeme považovati souhrn všech soustředných kružnic v rovině nekonečně vzdálené, o středu, který tam osa konoidu vytíná, a dále souhrn všech rotačních válců, jichž společnou osou jest osa konoidu.*

4. Vytvoření P^4 ploch ze dvou projektivních svazků ploch 2. stupně.

Uvažujme kteroukoliv plochu 2. stupně H_1^2 prvního význačného svazku Σ_1 příslušného naší P^4 ploše. Plochy P^4 a H_1^2 se pronikají v prostorové křivce 8. stupně, která se rozpadá v prostorový čtyřstran m_{11}, m_{12}, n_{11}, n_{12}, první to význačný čtyřstran na P^4 ploše, a určitou prostorovou křivku 4. stupně 1. druhu, kterou si označíme p^4. Na této křivce p^4 vytínají patrně přímkové dvojiny x_2, y_2 druhé význačné involuce určitou involutorní korrespondenci [2, 2]. Obdržíme tak ∞^1 bodových čtveřin na p^4 a vždy jejich 6 spojnic leží na určité přímkové ploše, která jest 6. stupně, jak jsme ukázali v citované zde již práci „O zobecněném cylindroidu“ na str. 8. a 9. Ku takto vzniklé přímkové ploše 6. stupně náleží patrně též plocha P^4, zbývající část jest tedy plocha 2. stupně. Tuto plochu 2. stupně možno považovati za souhrn ∞^1 prostorových čtyřstranů, jejichž vrcholy jsou na ploše H_1^2 ∞^1 přímkovými dvojinami x_2, y_2 druhé význačné involuce na P^4. Jsou tedy přímkové dvojiny x_2, y_2 dvojinami konjugovaných polár naší plochy 2. stupně, zejména pak prochází tato plocha 4 přímkami p_{11}, p_{21}, q_{11}, q_{21} druhého význačného čtyřstranu, jelikož tyto jsou samodružnými přímkami involuce dvojin x_2, y_2. Vidíme tudíž, že plochu tu možno označiti jakožto plochu H_2^2 náležející druhému význačnému svazku Σ_2.

Zcela analogicky jsme mohli uvažovati místo plochy H_1^2 svazku Σ_1 kteroukoli plochu H_2^2 svazku Σ_2, a místo druhé význačné involuce první význačnou involuci, a byli bychom dospěli ku zcela analogickým výsledkům.

I můžeme vysloviti větu:

Protneme-li libovolnou plochu 2. stupně H_1^2, *procházející jedním význačným čtyřstranem na ploše* P^4, *všemi dvojinami přímek té význačné*

involuce na P^4, *jejímiž dvěma dvojinami jsou dvě a dvě protější strany zmíněného čtyřstranu, tu obdržíme na* H_1^2 ∞^1 *čtveřin bodových, jež stanoví* ∞^1 *sborcených čtyřstranů. Považujeme-li přímkové dvojiny uvažované involuce za diagonály těchto čtyřstranů, tu jejich strany leží opět na určité ploše 2. stupně* H_2^2, *která prochází pak druhým význačným čtyřstranem na ploše* P^4.

Z předešlého vidíme, že určité ploše H_1^2 význačného svazku Σ_1 odpovídá určitá plocha H_2^2 význačného svazku Σ_2 tak, že tyto dvě plochy se protínají v určité prostorové křivce 4. stupně 1. druhu p^4, která současně leží na naší P^4 ploše.

Jako jsme od plochy H_1^2 dospěli ku ploše H_2^2, tak bychom zase dospěli od plochy H_2^2 ku téže ploše H_1^2, když bychom místo přímkových dvojin x_2, y_2 druhé význačné involuce uvažovali dvojiny x_1, y_1 první význačné involuce na P^4. Neboť H_2^2 protíná P^4 též v křivce p^4, a dospíváme pak ku ploše H_1^2 stanovené touto křivkou p^4 a prvním význačným čtyřstranem m_{11}, m_{12}, n_{11}, n_{12}.

Patrno jest z toho tedy, že přiřazení hyperboloidů H_1^2 prvního význačného svazku hyperboloidům H_2^2 druhého význačného svazku Σ_2 jest projektivní, a že tedy můžeme vysloviti větu:

Každou P^4 *plochu možno si mysliti vytvořenu jako geometrické místo* ∞^1 *prostorových křivek 4. stupně 1. druhu, ve kterých se pronikají vždy dvě korrespondující plochy 2. stupně určitou projektivností k sobě přiřazených obou při ploše* P^4 *se vyskytujících význačných svazků* Σ_1 a Σ_2.

Hledejme nyní podmínku, jakou projektivnost svazků Σ_1 a Σ_2 musí býti, aby nám způsobem právě uvedeným definovala každou P^4 plochu.

Vezměme v úvahu dva libovolné sborcené čtyřstrany v harmonické poloze se nacházející, to jest, jak jsme v 1. odstavci této práce ukázali, takové dva čtyřstrany, při nichž vždy dvě protější strany jednoho oddělují harmonicky vždy dvě protější strany druhého. Buďtež u, v společnými diagonálami těchto čtyřstranů a buďtež

$$m, m'; n, n' \quad \text{a} \quad p, p'; q, q'$$

dvojinami protějších stran těchto čtyřstranů tak, že dvojiny přímek:

$$m, n'; m', n; \quad p, q'; p', q$$

se protínají na diagonále u a dvojiny přímek:

$$m, n; m', n'; \quad p, q, p', q'$$

se protínají na diagonále v.

Ve speciálním svazku Σ_1 ploch 2. stupně procházejících prvním z našich dvou sborcených čtyřstranů máme dvě singulární neboli degene-

rované plochy, které tvoří dvě dvojiny rovin o průsečnicích u resp. v, totiž dvojiny:

$$(m, n), (m', n'); \quad (m, n'), (m', n),$$

kdež význam užité symboliky jest patrný.

Podobně ve svazku Σ_2 máme dvě dvojiny rovin:

$$(p, q), (p', q'); \quad (p, q'), (p', q),$$

jejichž průsečnicemi jsou zase u, resp. v.

Lze nyní ukázati, že každá z ∞^1 projektivností svazků Σ_1 a Σ_2, při kterých si projektivně odpovídají vždy dvě degenerující plochy:

$$[(m, n), (m', n')]; \quad [(p, q), (p', q')]$$
$$[(m, n'), (m', n)]; \quad [(p, q'), (p', q)]$$

vedě ku určité P^4 ploše.

Že hledaným geometrickým místem jest plocha 4. stupně, jest patrno z toho, že jest to výtvor dvou projektivních svazků ploch stupně druhého. Jest to však plocha přímková, neboť z hořeního přiřazení dvou dvojin degenerujících ploch jest patrno, že dvě mimoběžné přímky u, v jsou přímkami dvojnými uvažované plochy. Jest totiž z theorie ploch 4. stupně známo, že když dvojná křivka plochy 4. stupně není rovinnou křivkou, že musí býti tato plocha plochou přímkovou. Plocha ta obsahuje patrně dále též oba přímkové sborcené čtyřstrany, které jsou základními čtyřstrany svazků Σ_1 a Σ_2, jejichž diagonálami jsou dvojné přímky u, v, jež jsou tudíž řídicími přímkami této plochy. Když však obsahuje přímková plocha 4. stupně o dvou řídicích dvojných přímkách jen jeden sborcený přímkový čtyřstran, tak víme, že jest P^4 plochou. Tím jest tedy tvrzení naše dokázáno, a můžeme pak vysloviti větu:

Dány-li dva speciální svazky ploch 2. stupně o dvou v harmonické poloze se nacházejících základních čtyřstranech, a přiřadíme-li plochy těchto svazků projektivně k sobě kteroukoli z ∞^1 projektivností, při kterých dvěma ve dvě roviny degenerujícím plochám jednoho svazku odpovídají projektivně dvě dvojiny rovin druhého svazku, a sice tak, že průsečnice dvou odpovídajících si dvojin jest vždy táž společná diagonála obou základních čtyřstranů, tu geometrickým místem všech ∞^1 prostorových křivek 4. stupně 1. druhu, ve kterých se pronikají vždy dvě naší projektivností přiřazené plochy 2. stupně, jest určitá P^4 plocha.

Zároveň pak vidíme,

že každá P^4 plocha jest na ∞^1 způsobů stanovena dvěma plochami 2. stupně, z nichž každá prochází jedním ze dvou prostorových čtyřstranů, jež se nacházejí v harmonické poloze.

Tímto vytvořením dospíváme zase jednoduše ku množství ∞^{15} P^4 ploch. Existuje totiž ∞^{14} dvojin prostorových čtyřstranů v harmonické poloze a každá z těchto dvojin vede pak ∞^1 různými právě uvažovanými

projektivnostmi speciálních svazků ploch 2. stupně o těchto základních čtyřstranech ku ∞^1 plochám P^4. Jest tudíž těchto ploch skutečně ∞^{15}.

Vidíme pak dále, že všecky ∞^1 plochy P^4, jejichž dvojné přímky jsou diagonálami v harmonické poloze se nacházejících prostorových čtyřstranů, a jež stranami těchto čtyřstranů procházejí, tvoří svazek. Základní křivka 16. stupně tohoto svazku rozpadá se v 8 stran obou v harmonické poloze se nacházejících čtyřstranů a ve dvě společné diagonálné strany těchto, z nichž nutno každou počítati čtyřnásobně.

Dále jest z předešlých úvah patrno, že na každé ploše P^4 existují 2 svazky prostorových křivek 4. stupně 1. druhu, křivky pak každého tohoto svazku procházejí 4 vrcholy jednoho význačného čtyřstranu na P^4 ploše. Jsou totiž svazky těchto křivek vyťaty na P^4 oběma význačnými svazky ploch 2. stupně Σ_1 a Σ_2.

5. Vytvoření konoidu Plückerova projektivními souosými svazky souosých rotačních válců a orthogonálních hyperbolických paraboloidů.

Applikujme nyní předešlé výsledky na vytvoření Plückerova konoidu K^3. Prvním význačným svazkem Σ_1 ploch 2. stupně při konoidu Plückerově jest, jak jsme dříve ukázali, svazek všech ∞^1 orthogonálních paraboloidů, které mají za společné vrcholové přímky povrchové přímky konoidu jeho středem procházející. Druhým pak význačným svazkem Σ_2 jest svazek všech ∞^1 rotačních válců o společné ose *o* konoidu K_3 a soustředné kružnice v rovině nekonečně vzdálené, která však nemají pro naše projektivní vytvoření žádného významu. Projektivnost svazků Σ_1 a Σ_2 musíme dle úvah předešlých, obecnějších voliti tak, aby orthogonálnímu paraboloidu svazku Σ_1 degenerujícímu ve dvě kolmé roviny odpovídal ten válec svazku Σ_2, který se rozpadá ve dvě minimální roviny a, aby orthogonálnímu paraboloidu přecházejícímu ve vrcholovou tečnou rovinu paraboloidů svazku a v nekonečně vzdálenou rovinu, odpovídal rotační válec o nekonečně velikém poloměru, to jest rovina nekonečně vzdálená. Přiřazení třetí dvojiny projektivně si odpovídajících ploch jest pak již libovolné.

Tedy máme ∞^1 projektivností, které vedou ku Plückerovu konoidu a můžeme pak vysloviti větu:

Dán-li svazek Σ_1 orthogonálních hyperbolických paraboloidů majících společné obě přímky vrcholové a svazek Σ_2 s těmito paraboloidy souosých rotačních válců, tu existuje ∞^1 shora blíže uvedených projektivností mezi prvky svazků Σ_1 a Σ_2 takových, že prostorové křivky ležící na dvou projektivně si přiřazených plochách svazků Σ_1 a Σ_2 vyplňují Plückerův konoid.

Naopak lze pak každý Plückerův konoid obdržeti jako takto definované geometrické místo. Každý pak Plückerův konoid lze si mysliti stanoven orthogonálním paraboloidem a s ním souosým rotačním válcem a sice na ∞^1 způsobů.

Zároveň pak z předešlého vyplývá následující vlastnost konoidu Plückerova:

Všecky orthogonální hyperbolické paraboloidy, které obsahují středem Plückerova konoidu procházející povrchové přímky, protínají konoid ještě v prostorových křivkách 4. stupně 1. druhu té vlastnosti, že orthogonálním průmětem jejich do roviny proložené zmíněnými dvěma přímkami konoidu jest svazek soustředných kružnic, jehož středem jest střed konoidu.

6. Jedna věta o P^4 plochách a její applikace na konoid Plückerův.

Vezmeme-li v úvahu souhrn všech ∞^1 lineárních kongruencí, jejichž řídicími přímkami jsou dvojiny první nebo druhé význačné involuce na P^4 ploše, tu dospíváme ku t. ř. projektivně zobecněnému A^2 komplexu.[1]) Budiž pak $\varkappa^2$ komplexový kužel našeho komplexu s libovolného bodu P v prostoru jakožto vrcholu. Tímto bodem P jsou dále stanoveny dvě plochy význačných svazků Σ_1 a Σ_2 plochy P^4. Označme si tyto plochy jako obvykle H_1^2 a H_2^2. Vezměme v úvahu třeba první plochu H_1^2 a uvažujme dále tu význačnou involuci na P^4, jejíž přímkové dvojiny x_1, y_1 jsou zároveň dvojinami konjugovaných polár plochy H_1^2. Pak každá přímka p kužele $\varkappa^2$ protínejž nám přímky x_1, y_1 v bodech X_1, Y_1 a plochu H_1^2 v bodech H_1, H_1' tak, že dostáváme následující harmonický dvojpoměr:

$$(X_1,\ Y_1,\ H_1,\ H_1') = -1.$$

Tento dvojpoměr jest patrně důsledkem toho, že přímky x_1, y_1 jsou dvojinami konjugovaných polár plochy H_1^2.

Právě tak jako jsme uvažovali plochu H_1^2 a význačnou involuci dvojin x_1, y_1 mohli bychom uvažovati plochu H_2^2 a druhou význačnou involuci dvojin přímkových x_2, y_2 na P^4 a byli bychom dospěli ku témuž výsledku. Můžeme pak tedy vysloviti větu:

Vedeme-li s libovolného bodu P v prostoru ku jednotlivým přímkovým dvojinám jedné význačné involuce na P^4 ploše transversály, a sestrojíme-li na každé této transversále bod, který jest harmonický ku bodu P vzhledem ku oběma bodům, jež transversála na obou přímkách dvojiny vytíná, tu geometrické místo těchto čtvrtých harmonických bodů jest prostorová křivka 4. stupně 1. druhu, pro kterou bod P jest bodem dvojným.

Tato křivka se nám jeví, jak z předešlých úvah jest patrno, jako pronik komplexového kužele $\varkappa^2$ s plochou H_1^2, nebo když uvažujeme druhou involuci, máme pronik kužele $\varkappa^2$ s plochou H_2^2.

Applikujme nyní větu vyslovenou pro P^4 plochy na konoid Plückerův. Tu pak obdržíme patrně *dvě* věty, ježto z metrického hlediska obě význačné involuce na Plückerově konoidu jsou zcela různého rázu.

---

[1]) Viz moje pojednání: Příspěvek ku theorii lineárních systémů lineárních komplexů. Rozpravy České Akademie r. 1914. II. tř. č. 15, pag. 16.

Každá z těchto involucí definuje známým způsobem týž quadratický dle Sturma pojmenovany A^2 komplex. V daném libovolném bodě P máme pak zase komplexový kužel $\varkappa^2$ a dvě plochy procházející oběma význačnými čtyřstrany na Plückerově konoidu. Jest to jednak bodem P procházející rotační válec souosy s konoidem, jednak orthogonální paraboloid, jehož vrcholovými přímkami jsou povrchové přímky středem konoidu procházející.

Můžeme tedy vysloviti následující dvě věty, jež lze též snadno přímo dokázati:

Dán-li libovolný bod v prostoru P a vedeme-li tímto bodem kolmice ku všem povrchovým přímkám daného Plückerova konoidu, a naneseme-li vzdálenost bodu P od pat těchto kolmic na tyto kolmice směrem opačným, tu geometrické místo těchto bodů jest prostorová křivka 4. stupně 1. druhu, jejímž orthogonálním průmětem do roviny kolmé ku ose konoidu jest kružnice, jejíž střed leží na ose konoidu.

Dán-li libovolný bod P v prostoru a vedeme-li tímto bodem ku jednotlivým přímkovým dvojinám první význačné involuce na daném Plückerově konoidu transversály, a sestrojíme-li na každé této transversále bod, který jest harmonickým ku bodu P vzhledem ku oběma bodům, jež transversála na obou přímkách dvojiny vytíná, tu geometrické místo těchto čtvrtých harmonických bodů jest prostorová křivka 4. stupně 1. druhu té vlastnosti, že lze jí proložiti orthogonální hyperbolický paraboloid, jehož vrcholovými přímkami jsou povrchové přímky konoidu, jeho středem procházející.

Krystalografie některých sloučenin kyseliny glutaminové a glutiminové

Podává

Dr. **L. Kaplanová** v Praze.

(Se 7 obrazci v textu.)

(Předloženo dne 11. července 1915.)

O *přípravě* sloučenin zde popisovaných sděluje V. Staněk:[1])

Kyselina l-glutiminová byla připravena několikahodinným zahříváním roztoku d-glutaminanu barnatého na 160° C a rozkladem vzniklého l-glutiminanu barnatého kyselinou sírovou; volná kyselina převedena na soli neutralisací uhličitanem příslušné base. Jen soli zinečnaté daly se měřit, soli vápenaté a měďnaté špatně krystalovaly.

Kyselina d-glutaminová byla připravena z odpadních louhů melasových. Z ní zahříváním na 200° C připravena inaktivní kyselina glutiminová a z této opět hydrolysou kyselinami chlorovodíkovou, bromovodíkovou a jodovodíkovou příslušné chlor-, brom- a jodhydráty kyseliny i-glutaminové.

* * *

I.

Halogenhydráty aktivní a racemické kyseliny glutaminové.

Velmi zajímavou skupinu tvoří chlor-, brom- a jodhydráty kyseliny glutaminové aktivní a inaktivní. Morfologicky jsou všechny až na inaktivní jodhydrát rhombicky bipyramidální a isomorfní. Brachydiagonála se mírně zkracuje s rostoucí molekulárnou vahou, jsouc při sloučeninách kyseliny inaktivní vždy o něco málo kratší než při aktivních, kdežto vertikála s rostoucí vahou molekulárnou rychle roste, u inaktivních sloučenin více než u aktivních. Úchylky ty jsou ovšem nepatrné a je možno aspoň částečně

[1]) Listy cukrovarnické 1913, 557.

je uvésti na vrub pozorovacích chyb. Uvádím proto pro obě sloučeniny vždy jen jeden poměr poloos.

Optická orientace je u sloučenin Cl a Br stejná; rovinou os optických je (100), ostrou bisektricí makrodiagonála; dvojlom je positivní. Velikost úhlu os optických roste s molekulárnou vahou, rovněž všecky tři hlavní indexy lomu světelného (γ nejméně). Rozdíly mezi aktivními a inaktivními sloučeninami jsou v těchto konstantách nepatrné.

Také habitus je u všech šesti sloučenin podobný, tabulkový dle (010), jen někdy, zvláště u chlorhydrátu, spíše sloupcový dle vertikály.

Chlorhydrát kyseliny d-glutaminové $C_5H_9NO_4HCl$, rhomb. sfenoidický

$$a : b : c = 0{,}8852 : 1 : 0{,}3866.$$

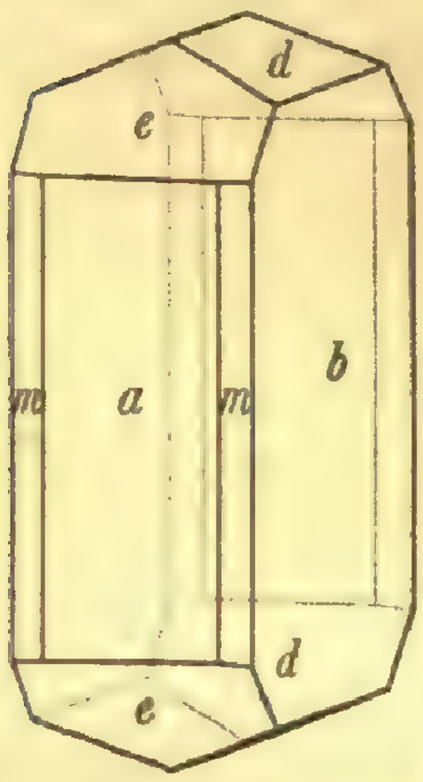
Krystalograficky popsal nejprve Ditscheiner[1]) 1873 sloučeninu připravenou Hlasiwtzem a Habermannem, leč nesprávně; jeho údaje opravil F. Becke[2]) 1880, prozkoumav krystaly připravené Horbaczewským a dokázav isomorfii s bromhydrátem, který Ditscheiner popsal správně. Jeho poměr parametrů

$$a : b : c = 0{,}8873 : 1 : 0{,}3865$$

je téměř totožný s poměrem Artiniho i zde přijatým. Tvary Beckem konstatované jsou *a* (100), *b* (010), *m* (110), *n* (210), *d* (011), *e* (201), *p* (211). Artini[3]) dodal k těmto tvarům ještě *l* (120), *o* (111) a určil podrobněji též vlastnosti optické. Jeho poměr parametrů

$$0{,}8852 : 1 : 0{,}3866$$

přijat i v této práci a poskytuje uspokojivou shodu hodnot měřených i vypočtených.



Obr. 1.

Materiál mnou prozkoumaný nevykazoval tvarů sfenoidických.

$$2\,E_{Na} = 130^0 \text{ ca.}$$
Hustota = 1,525.

**Chlorhydrát kyseliny i-glutaminové* $C_5H_9NO_4 . HCl$, isomorfní s předešlým, poměr parametrů týž. Pozorovala jsem tvary: *b* (010), *a* (100), *m* (110), *d* (011), *e* (201), tedy vývoj mnohem chudší než u sloučeniny aktivní. Krystaly jsou bezbarvé, průhledné vertikální sloupečky (obr. 1.) s dokonalou štěpností dle (100). $2E = 129^0$ ca.

Hustota 1,525.

---

[1]) U Hlasiwtze a Habermanna, Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. Wien 1873 67 (II) 477. Citováno u Grotha, Chem. Krystal. III. 409.

[2]) Tscherm. Min.-petr. Mitt. Neue Folge II. (1880) 181—3.

[3]) Giornale di Mineralogia etc. d. Sansoni, Milán 1891, 2, 35.

Bromhydrát kyseliny d-glutaminové $C_5H_9NO_4 . HBr$, isomorfní s předešlým,

$$a : b : c = 0{,}8784 : 1 : 0{,}4033.$$

Byl popsán již Ditscheinerem,[1]) který uvádí poměr

$$a : b : c : = 0{,}8847 : 1 : 0{,}4007.$$

Tvoří bezbarvé tabulky dle (010) omezené jen tvary

b (010), *m* (110) a *d* (011).

Štěpnost dokonalá dle (100).

Hustota = 1,790.

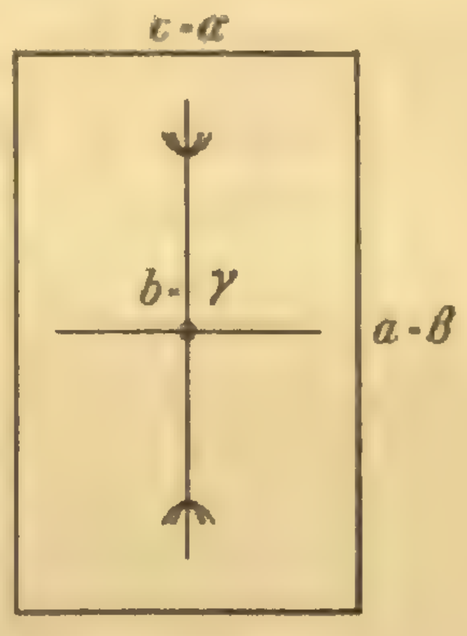
**Bromhydrát kyseliny i-glutaminové* $C_5H_9NO_4 . HBr$, isomorfní s předešlými,

$$a : b : c = 0{,}8784 : 1 : 0{,}4033.$$

Krystaly téhož typu jako při sloučenině aktivní, ale mnohem lépe vyvinuté a s četnějšími tvary. Pozorovala jsem *b* (010), *m* (110), *n* (210), *d* (011), *e* (201).

Štěpnost dokonalá dle (100).

Hustota = 1,814.



Obr. 2.

Souhrn dat o chlorhydrátech a bromhydrátech. Uvádím přehled úhlů a konstanty optické sloučenin Cl a Br;[2]) optická orientace všech 4 sloučenin jest totožná, jakou shledali již Becke a Artini na chlorhydrátu aktivním (obr. 2).

		Chlorhydrát			Bromhydrát		
		akt.	vypočt. (Artini)	inakt.	akt.	vypočt.	inakt.
b : *m*	010 : 110	48° 32′	48° 29′	48° 46′	48° 30′	48° 42′	48° 45′
: *n*	: 210	66 9	66 7½	66 20	— —	— —	— —
a : *n*	100 : 210	23 50	23 52½	23 48	— —	— —	— —
d : *d′*	011 : 0$\bar{1}$1	42 20	42 17	42 24	43 40	43 56	43 56
: *m*	: 110	— —	— —	— —	76 3	75 44	— —
m : *e*	110 : 201	60 32	60 32	— —	— —	— —	*59 27½
e : *e′*	201 : $\bar{2}$01	82 17	82 17	82 28	— —	— —	— —
: *d*	: 011	45 23	45 23	45 31	— —	— —	*46 55

[1]) l. c. (2).

[2]) Optické konstanty stanovil p. prof. Dr. Slavík.

Chlorhydrát	$2\,H_{a\,Na}$[1])	$2\,V_{aNa}$[1])	α_{Na}[2])	β_{Na}[2])	γ_{Na}[2])
akt.	68° 53′	71° 7′	1,551	1,561	1,588
inakt.	69 0	71 23	1,550	1,562	1,588
Bromhydrát					
akt.	78° 58′	80° 21′	1,570	1,582	1,599
inakt.	79 7	80 33	1,570	1,582	1,598.

* *Jodhydrát kyseliny d-glutaminové* $C_5\,H_9\,NO_4\,.\,HJ$.

Isomorfní s předešlými.

$$a : b : c = 0{,}8835 : 1 : 0{,}4318.$$

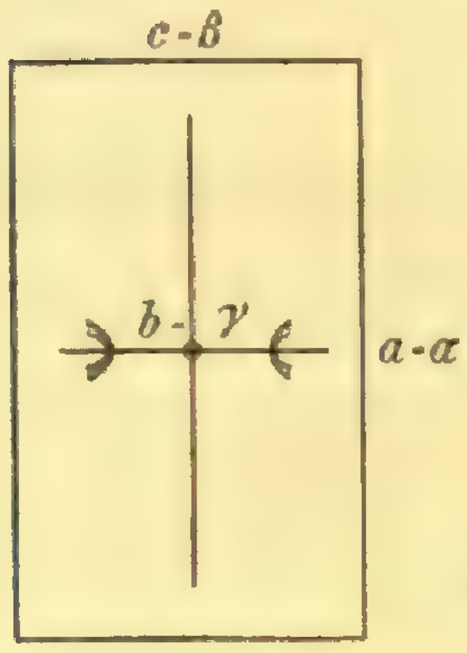
Tvoří drobné bezbarvé tabulky nebo vertikální sloupečky, po nějaké době žloutnoucí.

Tvary: *b* (010) *a* (100) *c* (001) *n* (210) *f* (021).

Úhlové hodnoty:

	Měřeno:	Vypočteno:
b (010) : *m* (110)	*66° 10′	— —
c (001) : *f* (021)	*40 49	— —
a (100) : *n* (210)	23 59	23° 50′
f (021) : *b* (010)	50 2	49 11

Štěpnost nedokonalá podle (100) a (021).



Obr. 3.

Optická orientace (obr. 3.):

$$a = \alpha$$
$$b = \gamma$$
$$c = \beta$$

Dvojlom positivní silný.

Rovina os optických leží odchylně od předešlých sloučenin v (001), ostrou bisektricí jest makrodiagonála.

Úhel os optických určen (v kassiovém oleji o lámavosti $n_{Na} = 1{,}6055$):

$$2\,H_{a\,Na} = 60^0\ 32'.$$

Průměrný lom světelný přibližně = 1,62.

Hustota 1,982.

* *Jodhydrát kyseliny i-glutaminové* $C_5\,H_9\,NO_4\,.\,HJ$.

Trojklonný, avšak velmi blízký v úhlech všem předešlým sloučeninám, krystalujícím kosočtverečně.

Tvoří sloupečky podobné krystalům sloučeniny aktivní, na nichž jsou vyvinuty pouze tvary:

---

[1]) V kassiovém oleji o $n_{Na} = 1{,}6054$.

[2]) Methodou Beckeho ve směsi oleje kassiového a badiánového.

b (010) a (100) n (210) c (001);

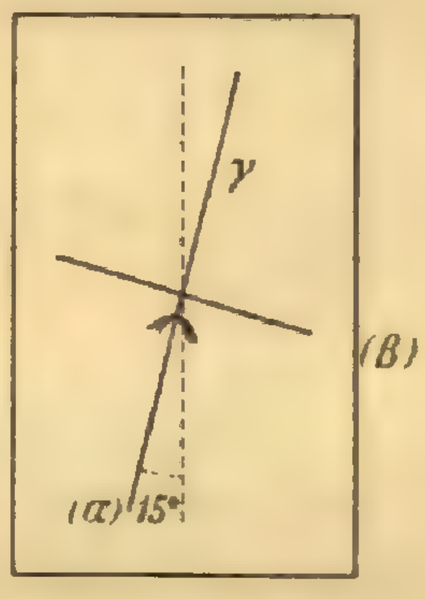
jiné plošky v zakončení mimo c pro svoji nedokonalou jakost a zaoblení jsou neurčitelny.

Bylo možno měřiti pouze:

$$b\ (010) : c\ (001) = 87^0\ 23'$$
$$: n\ (210) = 66^0\ 12'$$
$$a\ (100) : n\ (210) = 23\ \ 56.$$

Úklon prvý byl stanoven z dosti dobré plochy (010) a dobře reflektující štěpné plochy basální; plochy n a a byly velmi nedokonalé. Shoda úhlů ve vertikálním pásmu s jodhydrátem kyseliny aktivní jest v mezích chyb pozorovacích úplná.

Též optická orientace (obr. 4.) svědčí souměrnosti nižší. Na b (010) směr zhášení, který je průmětem roviny os optických, svírá s vertikálou asi 15°; v konvergentním světle je pozorovati šikmý výchoz positivní bisektrice. Na štěpných lupéncích dle c (001) je zhášení v mezích přesnosti rovnoběžné ke hranám s pinakoidy a i b, jež vždy jsou více méně zaobleny, a vychází šikmo jedna osa napříč ku prodloužení lupénků podle osy a. Je tedy rovinou osní příkrá plocha limitně makrodomatická a positivní bisektrix γ leží v této ploše poněkud šikmo k b.



Obr. 4.

Dvojlom je velmi silný positivní.

Průměrná lámavost světelná cca 1,62.

Štěpnost je různá od štěpnosti ostatních členů skupiny — je velmi dokonalá a sleduje směr (001).

Hustota = 2,030.

* * *

Chlorhydráty a bromhydráty kyselin glutaminových jsou příkladem typické pseudoracemie[1]), vykazujice limitní stejnost konstant morfologických i optických a zblížené, u chlorhydrátů stejné hustoty. Tyto případy možno vyložit tak, že inaktivní krystaly jsou směsi obou antipodů (pevné roztoky) analogní isomorfním směsím, anebo submikroskopické srůsty, mimetické směsi, analogie asi orthoklasu-mikroklinu.

U jodhydrátů jsou poměry složitější: Morfologická isomorfie s obdobnými sloučeninami chloru a bromu je zřetelná, optická orientace však odchylná od předešlých. Také poměr mezi sloučeninou aktivní a inaktivní je jiný. Rozdíl v hustotě je mnohem větší. Podle optické orientace a úhlu (010) : (001) je tu rozdíl v soustavě krystalové, ač úhly pásma vertikálního jsou v mezích chyb pozorovacích shodné; jest zde tudíž v optických

[1]) Srovnej hlavně F. St. Kipping a W. J. Pope, Z. Kryst. 1899, 30, 443—47, a Groth, Einleitung i. d. ch. Kryst. (1904), 72—78.

vlastnostech rozdíl podstatný, ne pouze stupňový jako u předešlých sloučenin. Výklad inaktivních krystalů jako směsí nebo submikroskopických srostlic aktivních není tu možný, ježto optická symmetrie sloučeniny aktivní je vyšší než inaktivní, a mimo to jsou všechny pozorované krystaly inaktivní opticky jednotné, bez anomalií.

Jodhydráty jsou tedy k sobě v poměru racemie, a zároveň — pokud dosavadní neúplná pozorování dovolují souditi — jedním z krajních případů zblížení mezi krystalovým tvarem inaktivní sloučeniny a aktivní, od ni fysikálně podstatně různé.

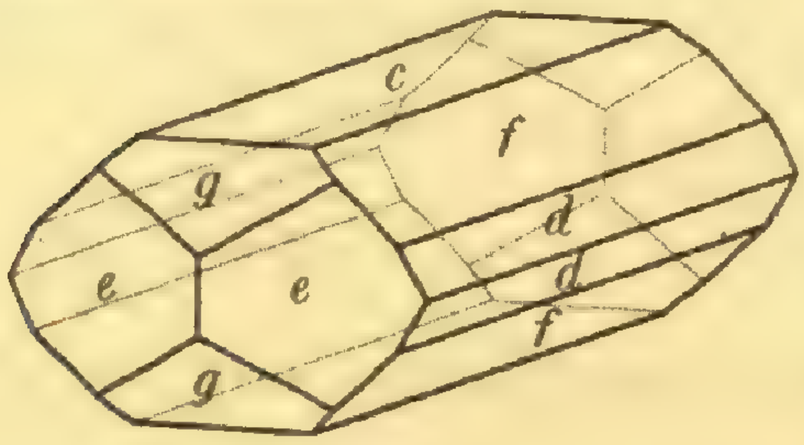
II.

Kyselina l-glutiminová $C_5 H_7 NO_3$.

Rhomb. bisfenoidická,

$$a : b : c = 1{,}5034 : 1 : 1{,}6292.$$

Chemicky byla studována Menozzim a Apianim[1]), nověji Staňkem[2]); krystalograficky popsal ji Artini; uvádí se pod starším názvem kyseliny pyroglutaminové. Dle udání Artiniho je rhombicky bisfenoidická. Pozoroval tvary *a* (100) *c* (001) *e* (310) *d* (011). *f* (012) *g* (101); neuvádí však úhlů.



Obr. 5.

Krystaly, jež jsem měla k disposici, byly dosti veliké, bezbarvé, sloupcovité dle brachydiagonály, někdy zároveň složtělé poněkud dle base. (Obr. 5.) Plochami nejbohatší je pásmo brachydiagonální. Mimo tvary pozorované Artinim, s výjimkou *a* (100), zjistila jsem ještě prisma *n* (210), které však pro nedokonalý vývoj ploch mohlo být identifikováno jen na základě symbolů pásmových.

Uvádím některé úhly:

		Vypočteno	Měřeno
$c : g$	001 : 101	47° 18¼′	47° 13′
$: d$	: 011	58 27⅔	58 34
$: f$	: 012	39 40	39 16½
$e : e$	310 : 3$\bar{1}$0	53 14	53 7
$: f$	: 012	73 33	73 30

Štěpnost je dokonalá dle (100) a (310), jak uvádí již Artini, a dle (001); dvojlom positivní, rovinou os optických je (010).

Hustota = 1,455.

---

[1]) Rendic. Accad. Lincei, Řím 1891, I, 33.

[2]) Zprávy výzk. stan. cukrov. v Praze č. CCXXXIII. Listy cukrovarské 1913 str. 557.

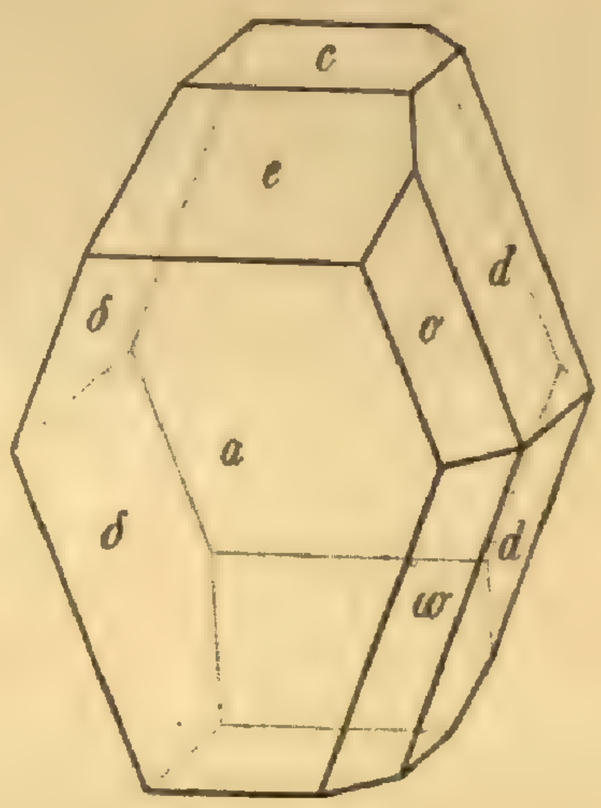
III.

*Levoglutiminan zinečnatý $Zn(C_5H_6NO_3)_2 . 2H_2O$.

Monokl. sfenoidický,

$$a : b : c = 1{,}2979 : 1 : 2{,}2929, \quad \beta = 81^0\ 50'$$

Krystaly bezbarvé, dosti dobře vyvinuté, jsou dvojího typu, obojí zřetelně sfenoidické. Jednak jsou to krátké tlusté sloupce, na volném konci s tvary (011) ($0\bar{1}1$) (102); narostlý konec bývá zakončen dokonale štěpnou basí. Druhý typ jsou tlusté tabulky dle *a* (100) (obr. 6.); na pravém konci orthodiagonály jsou obě základní pyramidy *o* (111) a ω ($\bar{1}11$), klinodoma *d* (011) v podobě dlouhých úzkých plošek, na levém toliko δ ($0\bar{1}1$).



Obr. 6.

Všechny pozorované tvary jsou tedy *a* (100), *c* (001), *e* (102), *d* (011), δ ($0\bar{1}1$), *o* (111), ω ($\bar{1}11$).

Pozorované úhly:

		Vypočteno:	Měřeno:
c : *d*	001 : 011	66° 13⅓′	66° 24′
: *e*	: 102	37 35	37 38
: *a*	: 100	—	*81 50
a : *d*	100 : 011	—	*86 43
: *o*	: 111	52 38	52 10
a : ω	$\bar{1}00 : \bar{1}11$	—	*56 44
e : *d*	102 : 011	71 22	71 59
: *o*	: 111	48 58⅓	48 50

Štípe se dokonale dle *c* (001), orthodiagonála ve štěpných lupéncích je směrem positivním, rovněž na *a* (100); na *d* (011) svírá opticky negativní směr zhášení ∢ 24° s hranou (011) : (100) v jejím ostrém úhlu se štěpnými trhlinami podle (001). V konvergentním světle na štěpných lupéncích je patrno, že rovina os optických leží v rovině kolmé ke klinopinakoidu; negativní bisektrix dosti velikého úhlu os optických vychází značně šikmo. Z toho plyne optická orientace:

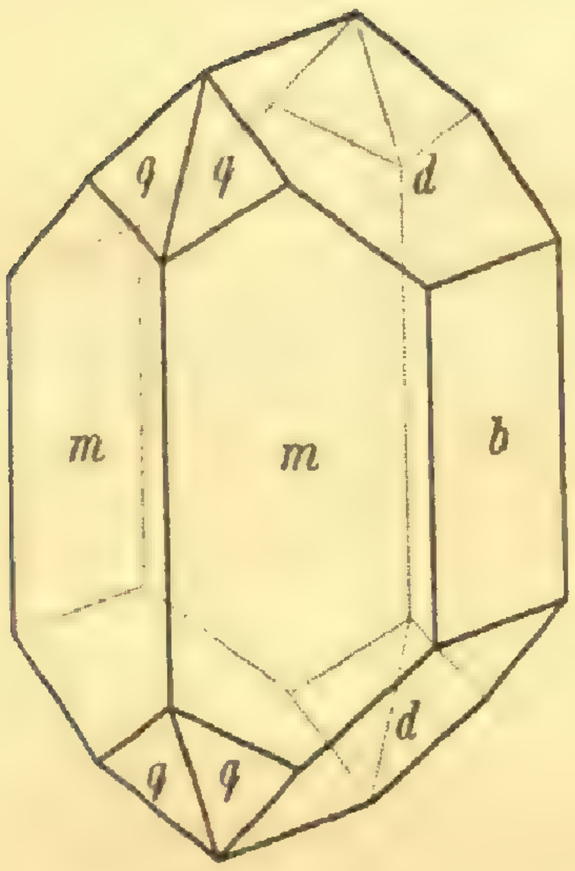
$b = \gamma$
$c : \alpha = 25\frac{1}{2}^0$ cca na (010) v ostrém úhlu β (vypočt.)
$a : \beta = 33\frac{1}{2}$ „ „ „ „ tupém „ „

Dvojlom je negativní.

Hustota = 1,727.

IV.

*I-glutiminan zinečnatý $Zn(C_5H_6NO_3)_2 . 2H_2O$.



Obr. 7.

Rhombický bipyramidální,

$$a : b : c = 0{,}7696 : 1 : 0{,}8941.$$

Tvoří drobné bezbarvé sloupečky s převládajícím základním hranolem a brachydomatem (obr. 7.); vzácnější je typ, který má tytéž tvary, ale je tabulkový dle *b* (010), maje hranol vyvinut menšími a pyramidy zcela drobnými ploškami.

Pozorovány byly jen čtyři tvary: *b* (010), *m* (110), *a* (011) a *q* (311).

		Vypočteno:	Měřeno:
b : *m*	010 : 110	—	*52° 25′
: *d*	: 011	—	*48° 1[illegible]
m : *d*	110 : 011	66° 1′	66 11
: *q*	: 311	27 40½	27 32
d : *q*	011 : 311	87 42⅓	87 42

Štěpnost dle *d* (011) je dosti dokonalá, dvojlom silný negativní, rovinou os optických je (100).

$$a = \beta$$
$$b = \alpha$$
$$c = \gamma$$

Hustota: 1,677.

* * *

Všechny sloučeniny zde popsané připravil správce výzkumné stanice cukrovarnické v Praze pan V. Staněk, jemuž za poskytnutí materiálu náleží můj srdečný dík. Sloučeniny označené * jsou nové. Panu prof. Dru. F. Slavíkovi děkuji upřímně za ochotu, s níž po mém odchodu z Prahy určil optické konstanty, uvedené v tabulce na str. 3.

Mineralogický ústav české university.

Studie o inaktivaci fotosynthetické assimilace a tvorby chlorofyllu.

Část V. a VI.[1])

S dvěma tabulkami a 11 obrazy v textu.

Napsal **Dr. Jaroslav Peklo.**

(Předloženo dne 16. října 1914.)

Část V.

Dědičnost panašování a vztahy její k nálezům cytologickým.

Poměry dědičnosti u rostlin panašovaných jsou již dosti důkladně probadány. V některých případech stalo se tak v souvislosti s podrobným ohledáním rostlin a tu stanoveny takové anatomické podrobnosti, že není odtud daleko do eruování hmotné povahy příčiny panašování. Tu ovšem cytologické nálezy, jež byly učiněny referentem v albikátních protoplastech, mohly by míti také jakousi důležitost i je nezbytno, aby byla učiněna krátká exkurse do literatury, jež týká se dědičnosti panašování. Budiž ovšem hned na počátku vytčeno, že jest nutno činiti přesný rozdíl mezi přímým přenášením či lépe řečeno předáváním „viru“ panašovacího při dědění panašování (t. zv. mechanické dědění) a mezi zjevy pravé dědičnosti, kdy vyměňují se mezi potomstvo určitých rostlin gény,[2]) faktory vlastností účastněných při panašování. Přirozeně panašování infekční tvoří kategorii pro sebe, u které jedná se o předávání „viru“ jen vegetativní a nikoli — dle našich dosavadních vědomostí — pomocí sexu i nebude o něm v následujících partiích práce uvažováno.

B a u r o v i[1]) vděčíme za podrobné zpracování anatomických poměrů bíle panašovaných *Pelargonií*. Resultáty jeho mohly by býti základem pro podobné práce také u jiných forem panašování a mohly by dle mínění

[1]) Část IV. „Etiologie panašování“ obsažena je v č. 10., ročníku XXIV. druhé třídy Rozprav Akademie.

[2]) Po úradě s filologem užívá referent feminina „géna“ místo neutra resp. maskulina „gen“ (dle německého „Das Gen“), jelikož svědčí více duchu českého jazyka.

referentova vésti také u těchto k tomu, že bychom se přiblížili i zde k poznání příčiny albikace. Baur stanovil po prvé ve svých pracích, že lokalisované panašování *Pelargonií* již ve vegetačním vrcholu se zakládá. Jestliže jest na př. toliko sektorielně omezená část rostliny albikátní (listy, větévky atd. na př. na $^1/_4$ objemu lodyhy a v téže linii nad sebou stojící), že již základy těchto orgánů, jak se v dotčené úzce vymezené partii na veget. vrcholu vyvíjejí, jsou albikátní, takže albikace vývojem dalším se jen rozvíjí. Při tomto sektorielním panašování jsou listy, jež stojí v albikátních sektorech, úplně v celém rozsahu svých pletiv zbělené. Při tak zv. „periklinálním" panašování naproti tomu toliko pokožka resp. několik málo podpokožkových pletiv jest albikátní, takže střed čepele nanejvýš šedí prosvítá, kraj však je úplně bílý. (Poměr barev může býti ovšem i opačný.) Tu pak se ukazuje, že vegetační vrchol povlečen je jednou až několika vrstvami albikátního pletiva, takže již základy postranních orgánů mají periferní své části jinak zbarvené než centrální. Poněvadž pak sexualní ať samčí ať samičí buňky povstávají ze zcela periferních částí vegetačního vrcholu, jest na bíledni, že mohou vzniknouti tímto způsobem i vajíčka i pylová zrna bíle založená. Baur srovnává velmi případně takto strukturované rostliny s „chimérami" Winklerovými t. j. se spojenými transplantací různými, (obyčejně) druhově čistými rostlinami, jejichž vegetační pupeny, zvláštním způsobem ke vzrůstu přivedené, sestávají ze směsi resp. složek pohromadě se vyvíjejících pletiv dotčených rostlin. A domnívá se (srovn. Buder[2]) 1914, pg. 117), že i vegetační vrcholy jeho *Pelargonií* jsou složeny ze dvou pletiv genotypicky různých, takže u periklinálních „vnější plášť vegetačního vrcholu, sestávající z druhově čistých buněk jedné specie obklopuje centrální pletivo náležející specii druhé".

Se stanoviska genetického je velmi důležito, že se zde jedná o sippy, jež nemendlují, nýbrž jež vykazují pouhé jakési mechanické dědění. Čistě bělolistá sippa *Pelargonium zonale* je při autogamii úplně konstantní, při křížení pak rostlin bílých a zelených i reciprokém povstávají rostlinky, jež jsou složeny ze zelených a bílých, ostře od sebe ohraničených komplexů pletivných. Dle toho pak, kde, resp. v jak zbarvených komplexech sedí vegetační vrcholy t. j. nachází-li se v komplexu čistě bílém, čistě zeleném či na hranici mezi bílým a zeleným, vyvíjejí se tyto vrcholy dále ve stonky čistě bílé, čistě zelené nebo v exemplary sektorielně v partie zelené a bílé rozdělené. Křížení mezi bílou větví zelené rostliny a rostlinou čistě zelenou přineslo F_1 sestávající z klíčků čistě zelených a zeleno-bíle mramorovaných, křížení mezi zelenými a bělokrajnými i reciprokně klíčky zelené, mramo-

---

[1]) Baur E., Das Wesen und die Erblichkeitsverhältnisse der „Varietates albomarginatae hort." von Pelargonium zonale. (Zeitschrift für induktive Abstammungslehre Bd. I, 1909, pg. 330 seq.)

Týž, Einführung in die experimentelle Vererbungslehre 1911, pg. 159 seq.

[2]) Buder J., Fortschritte auf dem Gebiete der botanischen Physiologie und Vererbungslehre. (Biologen-Kalender 1914, pg. 77 seq.)

rované i bílé. Po skřížení rostlin bělokrajných a čistě bílých objevily se v F_1 klíčky toliko bílé. V základě povstávají dle Baura (1909, pg. 348) bastardi, jež jsou toliko jedním způsobem panašované, a to mramorovaně; čistě zelené a čistě bílé rostliny jsou pak asi toliko extremní případy rozdělení obou druhů zabarvení po rostlinách.

Aby vysvětlil Baur tyto zjevy, vymyslil (1909, pg. 349) hypothesu velice případnou, třebaže ji označuje za předběžnou. Jak bylo řečeno, musí náležeti u periklinálních chimér sexualní descendenti vždy úplně čistě té sippě, jíž jest tvořena v dotčené chiméře právě druhá vrstva buněčná pod povrchem. Oplozená buňka vaječná, povstavší spojením jedné zelené a jedné bílé pohlavní buňky, bude dle toho obsahovati chromatofory dvojí, zelené a bílé. Během té doby, co se differencuje v embryo, rozdělují se chloroplasty docela náhodně po buňkách dceřinných. Jestliže obdrží buňka dceřinná toliko bílé chromatofory, bude míti jen bílou descendenci i povstane bílý mosaikový kousek; obdrží-li jen zelené plastidy, dá původ konstantně zelenému komplexu. Buňky s obojími chromatofory budou moci později štěpiti. Jestliže se to stane již při jednom z prvních dělení, takže ty buňky, z nichž později vzniknou kotyledony a vegetační vrchol, obdrží jen zelené chromatofory, pak povstanou bastardi, kteří jsou na zdání zelenými, v opačném případě na zdání čistě bílými. Po větším počtu dělení buněčných musí ovšem těch buněk, jež budou míti dvojí chromatofory, percentuelně rychle ubývati a zbudou buňky jen s jedním druhem chromatoforů. (Takovéto zjevy vskutku lze na mladých rostlinách zjistiti.) Jak viděti, obsahuje hypothesa Baurova jen jeden předpoklad, který by bylo potřebí širším ohledáním cytologickým dotvrditi, totiž ten, že oplozené vaječné buňky, jež povstaly spojením jedné bílé a jedné zelené buňky, obsahují chloroplasty bílé i zelené. Nicméně jsou pro tento předpoklad zaručené doklady, nehledíc k tomu, že pylová zrnka na př. konifer obsahují hojně škrobu uloženého v leukoplastech, nalezl Lidforss i v pylových vacích u některých rostlin sezelenávající plastidy. Němec[1]) pak líčí zúrodnění u *Gagea lutea* tak, že ze synergidy pronikne jedno jádro do buňky vaječné, táhnouc za sebou proud husté, homogenní plasmy. Plasma tato dá se dobře rozeznati od cytoplasmy buňky vaječné. Mohli bychom ji považovati za samčí cytoplasmu a třeba nebyla ostře ohraničena oproti ostatní cytoplasmě, „dává přece možnost, aby do vaječné buňky vnikly vedle *jádra též jiné živé součásti ze samčí buňky pocházející, tak na př. plastidy; uvádím to proto, že se otázka tato stala aktuální studiemi o zúrodnění a křížení rostlin panašovaných.* Tato hustá plasma dá se ještě po nějakou dobu kolem vaječného jádra po jeho splynutí s jádrem samčím pozorovati, ale již během přípravy k prvnímu dělení embryonalnímu hranice její oproti ostatní plasmě mizí. Bezpochyby se s ní mísí.“ Faktum toto tedy nemluví proti hypothese Baurově, pokud pak tyto věci byly cytologicky

[1]) Němec B., Zúrodnění u křivatce. (Rozpravy České Akademie 1912, třída II.)

zkoumány, vychází z nich, že zcela dobře možno počítati s tím, že při oplození „dvojbarevném“ nadchází kombinování dvou různě zbarvených chloroplastů. Možno tedy se domnívati, že z bílých krajů vegetačního vrcholu pocházející pylová zrna mohou při oplozování přenášeti panašování (komplikovanější jsou případy, kde jsou bastardovány bílé sippy *Pelargoniové* s aureovými. Zde objevují se kombinace mezi nemendlováním a mendlováním a dle Baura (Einführung, pg. 167) závisí zjevy tyto jednak od toho, že vystupuje zde schopnost chromatoforů zelené barvivo produkovati, kterážto schopnost závisí od určitých mendlujících jednotek, jednak určité kvality — na př. poruchy struktur — chloroplastů).

Baurovu periklinálnímu *Pelargoniu* morfologicky i anatomicky úplně odpovídá jeden exemplář *Plantago media*, jejž našel referent na jednom jetelišti na podzim 1914 a jenž projevuje se i v kultuře překrásně periklinálně bíle panašovaným. (Srovnej text. fotografii Pl. 1.) V zimě téhož roku objevil se („vegetativně vyštěpil“) na hlavním jeho kořenu čistě zelený adventivní prýt (Pl. 2, při A). Cytologicky této „chiméry“ referent ještě neprohledal.

Pl 1.

Pl. 2.

Z další literatury, jež týká se podobných zjevů, budiž uvedena Corrensova *Mirabilis Jalapa albomaculata*[1]) (1909, pg. 320). Listy její jsou nepravidelně bíle skvrnité a sice ve všech možných kvantech obou

[1]) Correns C., Vererbungsversuche mit blaß(gelb)grünen und buntblättrigen Sippen bei Mirabilis Jalapa, Urtica pilulifera und Lunaria annua. (Zeitschrift für indukt. Abst., I, 1909, pg. 291 seq.).

barev, takže někdy jsou až bílé s nepatrným množstvím zeleni, jindy téměř úplně zelené s malými, bílými skvrnkami, ba přicházejí i listy a jednotlivé větve čistě jednobarvé. Také tato vlastnost nemendluje. Oproti *Pelargoniím* jeví se zde ten rozdíl, že jest dědičná jen po matce. Semenáčky jsou dle stupně albikace mateřského místa, na němž nacházely se buňky vaječné, bílé až zelené; bílé ovšem odumírají, zelené dávají jen zelené potomstvo. Křížení pak typica ♀ × *albomaculata* ♂ jak v F_1 tak v F_2 dalo původ čistě zeleným rostlinám, bastardi však mezi *maculata* ♀ × typica ♂ byli bílí. Ukázalo se zde tedy čisté dědění toliko po matce, pyl není nositelem „viru". Případů podobných dalo by se shledati zajisté více, Baurovo[1]) na př. (1910, pg. 99) albomakulatní *Antirrhinum maius*, snad také jedna pestrá forma *Primula sinensis* sem náleží. Zajímavo je, že jedna sippa od *Melandrium* Shullova[2]) (1913, pg. 60), bíle mramorovaná a též nemendlující, nýbrž jen s dědičností po matce, byla periklinálně i sektoriálně „chimerická". Jiná však sippa od *Melandrium*, již zove „aureová" (l. c. pag. 67: „die Blätter dieser Pflanze zeigten gelbe Flecken, die meisten waren klein und rundlich; nur vereinzelt war ein halbes Blatt verfärbt"), chovala se jinak, ačkoliv také nemendlovala. Dala se částečně srovnati s bělokrajným *Pelargonium zonale* Baurovým, lišíc se od něho jen tím, že descendenti křížení byli jen z části chlorofyllu prosti, jestliže obě dvě sexuální buňky pocházely z květů „aureově" zbarvených rostlin. Shull však také uvažuje o tom, zda nemohlo by se zde jednati o případ choroby infekční, která by se lišila od *Abutilonů* a infekčních *Liguster* tím, že by se přenášela na jednu část descendence jak pomocí buněk vaječných tak pylem. Pro infekční původ její svědčí dle Shulla několik úkazů: Okrouhlé skvrny, jež se objevují na listech původních aureových rostlin, jsou v prostředku sytě žlutými, ke kraji jeví se zelenějšími, takže jsou to ponenáhlé přechody od pletiv žlutých k normálním. „Dies spricht für ein „Virus" oder desgleichen, das sich von einer Zelle aus excentrisch ausbreitet." Ve středu těchto skvrn objevují se žluté a hnědé pigmenty, velmi pravděpodobně rozkladné produkty chlorofyllu. Ty četné různé formy, ve kterých se objevuje „aureové" panašování netoliko u různých individuí *Melandria* nýbrž i často u jednoho a téhož exempláru, jsou také lehčeji vysvětlitelné, jedná-li se o infekci. Shull resumuje, že se v těchto případech nejedná o žádné pravé dědění. „Ich glaube, daß wir es bei den grünen weißen Chimären und bei den Marmorierungen von chlorinomaculata und aurea-Sippen nur mit pathologischen Erscheinungen zu tun haben" (l. c., pg. 76). Čtenář vzpomene

---

[1]) Baur E., Untersuchungen über die Vererbung von Chromatophorenmerkmalen bei Melandrium, Antirrhinum und Aquilegia. (Zeitschrift für induktive Abst. IV, 1910, pg. 81 seq.)

[2]) Shull G. H., Über die Vererbung der Blattfarbe bei Melandrium. (Berichte d. deutschen bot. Gesellschaft, Generalversammlungsheft 1913 [1914], pg. 40 seq.)

snad sobě, že ve skvrnách listů *Farfugia*, jimž se naše rostlina podobá, jak se zdá, aureovému *Melandriu* Shullovu, referent nalezl jakousi houbu. Že v mladých skvrnách bylo jí po sporu, takže bylo mnohdy velmi těžko ji nalézti, že však byly nalezeny případy, kdy pletivo ji chovající bylo již z části porušené a že tehdy objevovala se zde houba ve značném množství. Dědičnost nebylo sice možno referentovi u *Farfugia* dosud studovati, ani jak řečeno, je-li tato forma panašování transplantací přenosnou. Myslí však, že u Shullova *Melandria* mohlo by se také jednati o rostlinu, jejíž albikátní protoplasty chovaly by nějakou houbu a jejíž albikace příčinou by tato houba mohla býti.

Pelargonium. Cytologickými poměry u této rostliny nemohl se dosud referent blíže obírati, jen ku předběžné informaci sloužilo mu několik řezů z periklinálně chimerického *zonale*. Také cytologie *Brassiky*, jež, jak již bylo uvedeno, aspoň v určité době roční jeví se periklinálně chimericky stavěna, nebyla jím podrobněji studována po té stránce, nenachází-li se také v albikátních listech jejích nějaká houba. Albikátní však cukrovka snad mohla by býti srovnána aspoň do jisté míry s *Pelargoniem* Baurovým, třeba že ani u ní nejsou poměry dědičnosti známy. A naopak *Pelargonium* zase mohlo by býti srovnáno s *Betou*. Neboť albikace u této poslední rostliny zhusta vystupovala přesně lokalisovaná, objevovaly se pěkné sektory, jindy pak, jmenovitě tenkráte, když větší část koruny byla panašovaná, zhusta objevovaly se v bílých větším díle listech střední partie zelené, při čemž ukazovalo se na průřezu, že jsou listy tyto periklinálně stavěny. Sem patří ostatně také ony šedivé skvrny na zelených listech, jež byly tvořeny po obou stranách čepelí albikátními pletivy. Co však dle mínění referentova velice upomíná na poměry u *Pelargonií*, jest, že právě v mladých orgánech — svinutých ještě, mladoučkých, jen několik málo centimetrů velkých lístcích — nalezeny byly karakteristické elementy, jež scházely — aspoň ve větší míře — v listech dospělých, takže je na snadě domněnka, že účastnily se asi differencování mladých orgánů listových, jak vyvíjely se z vegetačních vrcholů. Bylo pak nalezeno, že v těchto mladých lístcích chová se houba ona v celku dosti skromně, nenaplňujíc buněk pletivných ani jich neporušujíc valně, takže působení její — na př. vylučování nějakých enzymů — mohlo býti dosti lokalisované. Naopak shledal Baur, že u *Pelargonia* jsou poměry takové, že albikátní jedna buňka vegetačního vrcholu může dáti původ celé serii nad sebou probíhajících buněk, tedy ostře omezené řadě buněčné. To by bylo dle mínění referentova vysvětlitelno, jestliže by byl usídlen v oné mateřské buňce nějaký element plísňový v určitém počtu orgánů i o zcela slabých potencích enzymatických. Jestliže by se tato houba rozmnožovala velmi pomalu, takže by nerozlézala se do sousedních buněk, nýbrž toliko dělením dostávala se do buněk dceřinných, nemajíc po případě schopnosti rozpouštěti blány buněčné zdřevnatělé, pak mohla by býti vysvětlena lokalisace sektoriální i periklinální. Obě povstávaly by tím, že za normálních okol-

ností objevovala by se houba jen v těch částech pletivných, v něž rozdělilo by se několik buněk primárně jí infikovaných. Při tomto rozšiřování mohly by hráti jistou úlohu svazky cévní, v jichž některých pletivech by houba tato byla s to se rozrůstati a při differencování nových orgánů postranních z vegetačního vrcholu ze starých svazků cévních do nových přecházeti. Neboť vskutku u „aureových" listů *Sambucus canadensis* — kteréžto panašování ovšem od řepného je velmi pravděpodobně a od *Pelargoniového* zcela jistě rozdílno — referent zcela bezpečně v některých svazcích cevních houbu zjistil (cukrovka nebyla po této stránce referentem studována). Od těchto svazků cévních mohl by se šířiti do jisté vzdálenosti účinek některých jejích enzymů právě tak jako ve vegetačních vrcholech a zakládajících se z nich zcela mladých listech účinek těchto látek jen na zcela určitou vzdálenost od hyf mohl by vycházeti, do kteréžto vzdálenosti pak by byly differencovány chloroplasty nedostatečně zbarvené, struktur abnormních. (Naopak některá pletiva jiná svazků cévních, na př. sklerenchymy, mohla by býti pro houbu neproniknutelnými, — odtud snad omezující vliv svazků cévních, „nervi limitantes"). Zjevy při bastardování albikátních *Pelargonií* chimerických dle B a u r a velmi pěkně se dají vysvětliti, přijmeme-li, že již vaječná buňka i buňka pylová jsou nositeli chorých albikátních chloroplastů. Jest však velmi dobře myslitelno, že albikace tato povstává lokálně působením nějakého agens, které se v těchto rozmnožovacích buňkách může nacházeti. Referentovi pak zdá se zcela možným, že jak ve vaječných tak v pylových buňkách — v některých případech — může býti přítomna nějaká houba (co se týče rozměrů, vzpomeňme na *Chytridiaceae*, které mohou napadati nepatrné buňky řasové, zrna pylová, ba i dokonce plísňová vlákna!) ovšem skrovných rozměrů i také účinků, jichžto vlivem právě povstávají albikátní chloroplasty těchto zárodečných buněk, kteréžto albikátní chloroplasty jsou pak mechanicky rozdělovány po buňkách. Podle toho pak, co shledal při studiu cytologických poměrů houbu chovajících albikátních protoplastů, v nichž na př. u *Farfugia* a *Sambuku*, ba i mnohdy u řepy, jen ve zcela nepatrném počtu objevovaly se hyfy, takže bylo mnohdy těžko se o nich přesvědčiti a v nichž jistě také účiny jich sekretů nevycházely daleko, dovoloval by si tvrditi, že i ve vaječné buňce na př. *Pelargonia* nebo řepy atd. mohla by se nacházeti houba lokalisovaná svými malými rozměry i pomalým vzrůstem jen na zcela určitou část této buňky; jen okolo ní pak objevovaly by se chloroplasty chlorotické. Jestliže pak houba tato vyznačovala by se jen pomalým vzrůstem, mohlo by se státi, že dceřinná buňka některá z vaječné povstalá nenabyla by jí při dělení, objevila by se jí prostou, načež by pak ovšem asi i většina jejich descendentů neměla vláken houbových. Následek toho by byl, že descendenti tito i celá část pletiv, jež by jimi byla tvořena, byli by zelenými, ostatní části pak bílými. Bylo by vůbec zbytečno rozváděti dále všecky možnosti, které by zde mohly nastati, referent je toho mínění, že s výklady B a u r o v ý m i mohla by se jeho hypothesa úplně

srovnati. V případě jen po matce dědičných panašování mohlo by se jednati o houbové symbiosy, jež pylovými buňkami se nepřenášejí. Albikace infekční mohly by také býti působeny podobnými organismy, jen snad virulentnějšími a schopnými rozrůstati se přes partie, v nichž se byly v embryích nacházely. (Pro plísňovou povahu „viru“ infekčního nesvědčí však příliš nálezy Iwanowski-ho a o přenášení nemoci tabákové *Aphidami*). Lokalisované šíření albikace neinfekční však také mluví pro možnost, že houba jest spíše příčinou tohoto zjevu než bakterium nějaké. Vždyť buňky bakteriové dělením, proudy plasmatickými i autonomním pohybem velmi snadno rozšiřují se s místa na místo a mohou umístiti se po různých částech buňky, jež pak dělíc se všecky své descendenty by jimi podělila. Sektorielní i periklinální panašování bakteriemi vysvětlovati činilo by asi potíže. Ostatně byly bakterie nalézány referentem v pletivech albikátních jen občas a zřídka kdy ve větším počtu. Také Correns[1]) (1909, pg. 339) srovnává dědičnost u albomakulatní *Mirabilis* s dědičností tuberkulosy přímým přenášením bacilla matkou. Rozumí se samo sebou, že výklady tyto nepovažuje referent za přímý důkaz, že by houba jím nalezená působila panašování. Shrnou-li se však všecky okolnosti, považuje autor za velmi pravděpodobné, že u řepy i jiných mendlujících albikací její sekrety jsou příčinou této nemoci a že by tak bylo možno i u *Pelargonií*. Nebylo by třeba dle toho u rostliny poslední sáhati ku vysvětlování pomocí chimér, ačkoli, jak je na bíledni, výklady tyto s chimerami Winklerovými u *Solanum* a jiných rostlin naprosto nemají co činiti.

Co se týče poměrů dědičnosti u jiných druhů panašování, tu může zde býti jmenováno to, co zovou autoři „chlorina“ a „variegata“. Chlorinové sippy, jak již řečeno, vyznačují se od normálně zelených tím, že chovají jak xanthofylly a karotiny, tak i barviva chlorofyllová v menším množství. Rassy variegátní mají na podkladu barvy chlorinové i bledší zelené skvrny s laločnatým nepravidelným ohraničením. Rostliny *chlorinové* jsou úplně konstantní. Při křížení dominuje zeleň a objevuje se typické štěpení dle 3 : 1. Formy *variegátní* nejsou naprosto konstantní; zelená individua, povstalá zvratem, mohou dáti původ i variegatním větvím. Při křížení i zde objevuje se typické mendlování monofaktorielní s recessivitou variegace. Důležito je, že při bastardaci *typica* × *variegata* (i reciprokně), jakož i *chlorina* × *typica* objevují se všecky tři formy barevné vyštěpením v F_2: typická zeleň, chlorina i variegata (Correns 1909, Vererbungsversuche, pg. 305). Snad by to poukazovalo k tomu, že tyto způsoby panašování nejsou od sebe tak příliš odchylné, jak by se zdálo, může-li jedna forma druhou vyštěpiti. Dle Shulla (1914, pag. 46) není ostatně principielního rozdílu ani mezi rassami chlorinovými a aureovými. Correns-

---

[1]) Correns C., Zur Kenntnis der Rolle von Kern und Plasma bei der Vererbung. (Zeitschrift für induktive Abst., 1909, II, pg. 331 seq.)

sova *Lunaria biennis albomarginata* projevuje se při autogamii úplně konstantní a ač podobá se *Pelargoniu*, vykazuje v F_1 dokonalé štěpení dle 3 : 1. Experimentálními studiemi bastardačními (Baur, Correns, Shull) byly pravděpodobně eruovány některé (dědičné) faktory, jež vyvolávají panašování, i byly stanoveny dědičné formule pro určité formy albikace. Jestliže dle Corrense pro *typica* bylo by možno přijímati GVC, pro *variegata* gVC, pro *chlorina* gvC a jestliže na př. Gvc × gvC (zeleň × chlorina) přinášelo bílou barvu, jak ji často pozorujeme v klíčcích, pak by to svědčilo pro to, že se jedná u zmíněných rass albikátních o formy příbuzné. Co jsou ony faktory, jmenovitě nejsou-li nějakou prozatímní naší představou, jež po čase bude rozvržena v řadu podružnějších subfaktorů, o tom nelze se ovšem prozatím vysloviti. Tím méně, se kterou biologickou či chemickou příčinou bylo by možno některý z těchto faktorů identifikovati. Že se bastardačními pokusy jednou dojde ku stanovení faktorů, které se budou krýti na př. s některým činitelem chemickým, který se účastní tvoření barvy květní, je velmi pravdě podobno. V tom případě pak dědění vlohové (genové) asi splyne s mechanickým. Prozatím však je jisto, že žádný z oněch faktorů panašování, jež byli Baur, Correns, Shull stanovili, nemůže býti vztahován snad na nějakou houbu, která eventuelně bude postižena v albikátních protoplastech u zmíněných rostlin. Třebaže u aureového *Sambucu* houba jakási se objevuje, dle způsobu svého vyskytování, jak referent za to má, jest asi příčinou panašování *sambukového* a třebaže je i množství podobností mezi touto formou panašování a formami vylíčenými. Nesmíť býti zapomínáno, že kdekoli nalezne se mendlovské štěpení, že jedná o příčiny — mohlo by býti řečeno — povrchnější zjevu určitého. Vždyť lze i striatní formy květů srovnávati s panašováním dle projevů mendlovské dědičnosti, tedy zjevy, které jsou již tím, že květy postrádají chlorofyllu, naprosto odlišnými od albikátních listů. I zdá se referentovi, že zde, jako i snad v jiných případech, nerepresentují faktory nalezené ani základy resp. geny vlastností, nýbrž protoplasmové podmínky nějaké jich. Podmínky tyto mohou býti v některých případech i vzdálenější povahy, nicméně mohou býti však s určitými vlastnostmi tak kausálně spiaty, že přítomnost jejich resp. nepřítomnost vyvolává na př. tu neb onu modifikaci panašování. Je ostatně pochopitelno, že jedná se v těchto případech toliko o dědičnost jakýchsi disposic k určitým zjevům. Jen tak je možno vysvětliti, že při typických chorobách, výslovně chorobných zjevech některých shledáváme se po bastardaci s typickým mendlovským štěpením. To dle mínění referentova dosvědčuje, že také ony popsané formy panašování mohou býti abnormními zjevy, jež eventuelně houbami nějakými jsou způsobovány, vzdor tomu, že při bastardaci shledáváme se s typickým štěpením dle 1 : 3. A tím více je utvrzován referent v této domněnce, že některé novější práce o vzdornosti obilnin vůči rezům, tedy oproti typické chorobě působené houbami, ukázaly zákonitosti velmi podobné.

Ona typická choroba dle mendlovských zákonů přenosná, o níž byla zmínka učiněna, je t. zv. *sordago*[1]) (Correns 1912).

Objevovala se v kulturách Corrensových u *Mirabilis Jalapa* po řadu let. Listy, jež jí byly napadeny, jevily se od špičky počínajíc jemně světle hnědě kropenaté, též listeny kališní, a sice nejstarší listy nejdříve. Skvrny byly umístěny v jakýchsi prohlubinkách, posléze pak navzájem splývaly. Spodní strana listová zůstávala zdráva. Posléze svinují se listy poněkud na kraji, zůstávají však právě tak dlouho na živu jako listy zdravé. Rostliny trpí očividně nemocí, neboť zůstávají ve vzrůstu za normálními exempláry pozadu, z dáli pak vyhlížejí jako poprášené, špinavé. Odtud jméno. Změny chorobné spočívají v tom, že jednotlivé palisády naduřují, aniž by se při tom prodlužovaly, takže nabývají až trojnásobné šířky. Při tom stlačují sousední buňky tak, až se stávají podobnými pouhým proužkům. Časem dělí se příčnými přehrádkami, posléze však ztrácejí turgor, odumírají a s odumírajícími buňkami pokožky kollabují. Tím povstávají světle hnědé, vkleslé skvrny. Nejnápadněji vystupuje nemoc tato u formy typické, snad asi proto, že hnědé skvrny kontrastují od plně zeleného parenchymu. Jinak objevuje se i u formy *chlorinové* a *variegátní*. Přenosnou infekcí není. Nějakého parasita Correns v buňkách nenalezl. Jest však dědičnou semeny. Při autogamii se ukazuje, že potomstvo sestává z jedné čtvrtiny rostlin sordidních a ze tří čtvrtin normálních. Sordidní exempláry dávají při autogamii původ opět sordidním individuím, zelená individua štěpí jako prve. Jedná se zde tedy o typické monohybridní štěpení, znak „sordida" podmíněn jest jediným genem (génou). Recessivita jeho projevuje se pak do té míry, že stěží lze rozeznati heterozygoty od zelených homozygotů.

Correns vylučuje možnost, že by se jednalo o dědění disposice nemoci, jež by povstávala vždy novou infekcí u každého individua. Co by však bylo příčinou její, dosud nelze říci. Význačné jest v každém případě, že chorý stav není znakem dominantním, jak to pozorujeme skoro bez výminky u dědičných chorob. Co se týče rezů, nalezl Biffen[2]) (1907, 1912), že resistence různých sort pšeničných oproti *Puccinia glumarum*, ačkoli může býti pozměněna do jisté míry jistým způsobem hnojení (tak na př. podporují velice vznik rzivosti mineralní sole + dusičnan, sole ammonaté a superfosfát resp. tyto látky a síran hořečnatý jako hnojivo), jest vlastností dědičnou, jež štěpí při křížení zcela dle zákonů Mendelových. A sice nalezl ji recessivní při křížení sort resistentních a velmi

---

[1]) Correns C., Sordago, eine nach Mendelschen Gesetzen vererbte Krankheit. (Verhandlungen 84. Versammlung deutscher Naturf. und Ärzte. Münster, 1912, pg. 250 seq.)

[2]) Biffen R. H., Studies in the inheritance of disease-resistance. I. (The Journal of agricultural science 1907. Vol. II, pg. 109 seq.)

Týž, Studies in the inheritance of disease resistance II. (Tamtéž, 1912, Vol. IV., pg. 421 seq.)

náchylných a v F_2 typická štěpení dle 3 : 1. Nilsson-Ehle[1]) (1911, pg. 78) konstatoval takovéto jednoduché vztahy také, ale toliko tenkráte, jestliže užil ke křížení extrémně se chovajících variet. Naproti tomu vystoupilo u jeho kříženců, byly-li vzaty za rodiče rassy sobě blízké, co se týče chování oproti rezům, sice také znatelné štěpení, nad to však tvoření nových stupňů mimo hranice rodičů, transgressí. Transgresse tyto jevily se v jak menší tak větší resistenci oproti formám zkříženým. Náležely pak transgresse pravidelným štěpením. Neboť vyštěpování jich dělo se u jistých parcell v F_3 tímtéž způsobem jako v F_2, potomstvo této generace štěpilo na př. opět ve stupně rodičovské i stupně daleko náchylnější, z čehož následuje, že tvoření posledních vždy neustále pokračuje. Že transgressivní stupně náleží pravidelnému štěpení, znamená však, že toto nemůže býti tak jednoduchým, jak Biffen se domnívá, nýbrž že probíhá komplikovanějším způsobem, při nejmenším, že jednoduché štěpení nemůže býti považováno za pravidlo. Ehle se domnívá, že se zde jedná o polyfaktorii, třebaže faktorů by nemusilo býti mnoho.

Z toho podává se závěr, že zjevy dědičnosti této, třebaže příčina její byla mechanická, to jest infekce houbou rezovou, ve většině případů jsou povahy komplikovanější. Zajisté, že tomu tak může býti i u vylíčených případů panašování. Patrně pak u pravidel, jež byla u těchto stanovena, jedná se jen o dědičnost podmínek, event. hereditérních disposic. Analogie s rezy byla by úplnou, kdyby dokázána byla hypothesa Erikssonova, dle níž v některých případech vegetují rezové houby v pletivech obilek. Také Corrensem stanovené čisté štěpení dle 3 : 1 u „*sordaga*“ nevylučuje možnost, že příčina její nemohla by býti na př. povahy parasitérní, třebaže nikoliv obyčejného rázu. Neboť i v tomto případě mohlo by se jednati o to, že pokusy stanovena byla dědičnost podmínek nějakých, jež vybavují, uskutečňují vystoupení této nemoci. Tím méně se referentovi zdá pravděpodobným, že zmíněné případy panašování infekčního musily by býti principielně různými od nemendlujících kategorií albikace. Ale ovšem zdají se býti komplikovány případy první vystupováním hereditérních variací „podmínek“, čehož nepozorujeme u *Pelargonií, albomakulat* atd. Jest možno, že způsobeno jest to tím, že příčina panašování u variegátních forem atd. není tak pevnou, silnou, aby mohla se projeviti za všech okolností. Neboť to právě pozorujeme do značné míry aspoň u albikací nemendlujících. A tak se zdá, že studium bastardačních zjevů u rostlin panašovaných ukazuje k tomu, že budeme moci pomocí ještě intensivnějšího prohloubení jeho poodhaliti fysiologické příčiny panašování mendlujícího.

Shledali jsme, že zjevy dědičnosti, jak se projevují u chlorinových, variegátních a jiných mendlujících sipp albikátních, nikterak nesvědčí proti domněnce, nemohlo-li by se jednati u panašování o působení nějakého symbionta nebo i parasita najmě houbového, třebaže, jak ještě dalšími vý-

[1]) Nilsson-Ehle H., Kreuzungsuntersuchungen an Hafer und Weizen, II. 1911.

klady bude dotvrzeno, sotva snad z venčí infekčně působícího, nýbrž takového snad rázu, jako pozorujeme panašované protoplasty u *Sambuku* osídleny jakýmisi hyfami. Zde šíří se pravděpodobně infekce svazky cévními, i jest možno, že již původní rozprostranění její po těle rostliny dálo se z pramene, jenž nebyl vzdálen původní normální konstituci rostliny. Na druhé straně je očividno, že ta fakta, jež byla stanovena u rostlin nemendlujících, stojí v nejlepší shodě s naší domněnkou o původu panašování, nevybízejí-li přímo, aby byla doplněna hypothesou touto. V následujících řádcích bude uvedeno několik dat, jež týkají se zákonitých změn, které dostavují se po bastardačním oplození u orgánů, o jejichž konstituci dle vší pravděpodobnosti zaslouží se element podobný, jak jsme jej byli shledali u panašování, totiž jakási houba, kteréhožto však orgánu varírování lze pozměniti dle toho, jako pozměňujeme dědičně (bastardací), jak se aspoň zdá, podmínky, které jsou nutné, aby byly realisovány některé jeho znaky a projevy činnosti této houby. Věc týká se t. zv. *xenií*, jak se objevují u obilek cerealií.

Bylo již častěji ukázáno, že také endospermální jádro kopuluje se s jedním jádrem pylového vaku, že nastává zde t. zv. druhé oplození. Prof. Němec nalezl tak na př. *Gagea lutea*,[1]) dle ústního pak jeho sdělení děje se tak také v embryonalném vaku u žita. Nedivno tedy, že t. zv. xenie, zjev to velmi pravděpodobně právě tímto druhým oplozením vybavovaný, tvoření bastardního endospermu i u pšenice lze shledati. Podařilo se jej zde vyvolati nedávno Blaringhemovi[2]) (1913, 1914). Skřížil-li *Triticum monococcum vulgare Desp.* ♀ × *Triticum polonicum L. var. compactum Link.* tu vytvářela semena na místě endospermu rohovitého a „trojbokého“, jaký je karakteristický pro *Triticum monococum* endosperm s konturami zakulacenými a jemně rýhovaný, jaký právě vytvořuje ona kompaktní varieta polské pšenice. Podobně povstaly xenistické tvary mezi obilkami s endospermem kulatým a endospermem nápadně protáhlým. Referentovi podařilo se také vyvolati xenie u pšenice. Skříženy byly za tím účelem následující formy pšeničné:

1. Kubanka ♀ × Extrasquarehead II ♂.
2. Extrasquarehead II. ♀ × kubanka ♂.
3. (Kotte × Grenadier) ♀ × kubanka ♂.
4. Teverson ♀ × kubanka ♂.
5. Solhvete ♀ × kubanka ♂.
6. Širifka Zapotilova ♀ × kubanka ♂.
7. Přesívka jinonická ♀ × Kottegrenadier ♂.
8. Kottegrenadier ♀ × přesívka jinonická ♂ (jař).
9. Přesívka jinonická ♀ (jař) × Grenadier II. ♂.

---

[1]) 1912, pg. 5. česk. separátu.

[2]) Blaringhem L., Phénomènes de xénie chez le Blé. (Comptes Rendues. 1913. T. 156, pg. 802 seq.)

Týž, Sur la production d'hybrides entre l'Engrain et différents Blés cultivés. (Ibidem, 1914, T. 158, pg. 346 seq.).

Křížení bylo provedeno mezi 9.—19. VI. 1913. Ze pšenic *kubanka* je jaří, ostatní sejí se jako ozimy až na přesívku z č. 8 a 9, jež byla jako jař zaseta.

1

3

2

I.

Kubanka, varieta od *Triticum durum*, v ruské provincii zvané Kubanka pěstovaná, má zrna velmi karakteristické podoby. Vyrovnaného, jednotného typu světle žluté barvy (v některých klasech načervenalé), slabě zcvrklá, všecka na hořením polu karakteristicky zašpičatělá, štíhlá až úzká, vůbec

typu nápadného, podlouhlého, jenž poněkud upomíná na žito a jest jen o něco málo širší a ne tak ve špičce embryonové zašpičatěný. Rozměry jednotlivých zrn byly: 8·75 × 3 *cm*, 8·5 × 2·75, 8 — 3, 8 × 3, 8 — 3·25, 8·5 × 3·5, 8·5 × 3·25, 7 × 2·75, 8 × 2·75. Sorta vyniká velkou skelnatostí zrna. (Srovnej text. obr. I, 1.)

Extrasquerehead II. jest sorta svalöfská,[1]) jež byla získána skřížením Extrasquareheadu × Grenadier; na trh přišla r. 1909. Zrna její jsou podlouhlá, široká, hranatá i bachoratá, na obou polech široce zaoblená, kratší i daleko širší než kubanková, velmi škrobnatá. Rozměry 8 × 3·8 *cm*, 8·25 × 4, 7 × 3·8, 8 × 4. (I, 2.)

1
2
3
4

II.

Kotte × *Grenadier* nazývá se kříženec, jenž získán byl ve Svalöfu 1903 mezi pšenicí Kotte (0319) a Grenadier (0501).[2]) Vyznačuje se velkou resistentností oproti žlutému rezu (*Puccinia glumarum*). 1913 vypěstovaná referentem v Praze zrna byla dosti zcvrklá (půda albertovské zahrady je pro obilniny špatná), jinak však protáhlá, ač kratší než u Extrasquareheadu i zvláště oproti kubance, vysoká, baculatá. V celku prostřední velikosti, načervenalá. Rozměry: 7 × 4, 6 × 3, 7 × 4, 7 × 4, 8 × 3·5, 7 × 3·5, 7 × 3·2. (Srovn. II, 1.)

---

[1]) Nilson-Ehle H., Über die Winterweizenarbeiten in Svalöf in den Jahren 1900—1912. (Beiträge zur Pflanzenzucht 1913, pg. 84 separátu.)

Týž, Svalöfs Extra-Squarehead II. (Särtryck ur Sveriges Utsädesförenings Tidskrift 1910, Häfte 3.)

[2]) Nilsson-Ehle, Kreuzungsuntersuchungen etc. II, pg. 57.

Teverson jest sorta skotská, podobná squareheadce; semena načervenalá, nezcvrklá, oválná, hladká, vajíčkovitá, menší než u předešlé sorty: 7 × 3·2, 7 × 3·6, 6·8 × 3·5. (II, 2.)

Solhvete, dánsky Solhvede, Sonnenweizen, „pšenice sluneční" jest překrásná, výnosná, kvalitou mouky však dle českých průmyslníků nevynikající sorta svalöfská, jež byla získána z původní jihošvédské domácí ozimní pšenice a vydána 1911 na trh.[1]) Zrna kratší, oválná, načervenalá: 7 × 4, 7·8 × 4, 7 × 3.

Přesívka jinonická má semena malá, přihranatělá, dosti bílkovitá, načervenalá. Rozměry: 5·5 × 3, 6 × 3·2, 5·5 × 3, 5·5 × 3, 6 × 3, 6 × 2·8; je českého původu.

Sklizeň byla provedena až 18. VIII. 13, poněvadž léto bylo nadmíru studené.

1. Křížená *kubanka* ♀ × *Extrasquarehead* ♂ poskytla řadu semen, jichž rozměry byly: 7·5 × 3·2, 7·5 × 3, 7 × 3, 8 × 3, 8 × 3·5, 7·8 × 3, 6 × 2·2, 7 × 2·5, 6·5 × 3, 7 × 3·2, 7 × 3, 7 × 3, 6·5 × 3·5, 7·5 × 3, 5 × 2·5, 6·8 × 3, 6·5 × 3, 6 × 3, 7 × 3, 6 × 3, 6 × 3, 6·2 × 3, 5·2 × 2. Byla tedy o něco celkem širší, než u matky, nápadně však kratší. Mimo to bylo velmi nápadné u nich, že hoření jejich špička nebyla zužená, jak to pozorujeme u matky, nýbrž rozšířená, široká, buďto přihranatělá nebo zaoblená. Oproti squareheadovým byla však menší, kratší, gracilnějšího typu, také ne tak buclatá, nýbrž někdy i trojhranná. Jako u bastarda často tomu bývá, byla poněkud zcvrklá, barvy pak byla žluté, jen slabounce načervenalé. Intermediérní jejich karakter byl evidentní. (Obr. textový I, 3.)

2. *Extrasq. II.* ♀ × *kubanka* ♂ přinesla toliko jedno zrno. Toto bylo rozměrů 8 × 3 *mm*, protáhlé, dole rozšířené, nahoře zaoblené, žlutozelené. O karakteru křížence nedalo se nic určitějšího říci na základě jediného tohoto zrna.

3. (*Kotte* × *Grenadier*) ♀ × *kubanka* ♂. Semena měla rozměry: 7·2 × 4, 8 × 4, 7 × 4, 6 × 3·5, 6·8 × 3·5, 8 × 4, 7 × 3·5, 7 × 4, 6 × 3·5, 5 × 3·2, 5 × 3·5, 5 × 3, 5 × 3. Barva velmi slabě načervenalá, barvy ale nekubánkové, shora smačklá, plochá, čímž činí někdy dojem protáhlých. Špičky jejich široké. Slabá xenie? (II, 3.)

4. *Teverson* ♀ × *kubanka* ♂. Semena rozměrů: 7 × 3·8, 7 × 4, 7 × 3·8, 7·2 × 4, 7 × 4. Vzhledem svým i barvou načervenalou podobná matce. Některá smačklá. (Text. obr. II, 4.)

5. *Solhvete* ♀ × *kubanka*. Rozměry: 7 × 3·2, 6·8 × 3·5, 6·5 × 3·5, 6 × 4, 6·6 × 4, 4·75 × 3, 11 zrn rozměrů 4·75 × 3, tedy velmi zakrnělých. Tvar, barva i ostatní vlastnosti odpovídají matce.

---

[1]) Nilsson-Ehle H., Berättelse öfver förädlingsarbetena med hösthvete vid Svalöf 1910—1912. (Särtryck ur Sveriges Utsädesförenings Tidskrift 1912, Häfte 6.) Též: Beiträge zur Pflanzenzucht 1913, pg. 84.

6. *Širiſka Zapotilova* ♀ × *kubanka* ♂. 2 semena.

7. *Přesívka Jinonice* ♀ × *Kotte-Grenadier* ♂. Semena oblá, načervenalá, typu přesívky. Rozměr 6 × 3·5.

8. *Kotte-Grenadier* ♀ × *přesívka* ♂: 6·5 × 3, 6 × 3, 7 × 4, 7 — 3·5. Načervenalá, slabě zcvrklá, typu *Kotte-Grenadier*.

9. *Přesívka (jař)* ♀ × *Grenadier* ♂ (ozim.). Typu přesívkového, jen větší (7 × 4·2; k odhadnutí celkového typu by ovšem bylo potřebí více materiálu), značně načervenalá.

Bastardní obilky nebyly anatomovány, nebudou-li jeviti snad anatomických, intermediérních znaků, jež, jak se zdá, mohou se i při exterieuru úplně nebastardním u míšenců objevovati. (Srovn. H o l d e n[1]) 1913, pg. 932). Také H e r i b e r t N i l s s o n[2]) (Zeitschrift 1912, Bd. XIII, pg. 109) nalezl, že míšenci mezi zelenými a žlutými rassami od *Oenothera lamarckiana* i při úplné recessivitě skvrnitosti, v listech čistě zelených nebo nezřetelně žlutě skvrnitých ukazují zřejmá místa, v nichž škrob úplně chybí, jak tomu bývá v partiích zelených: „Es zeigen diese Versuche die Gefahr, die darin liegt, die Dominanz nur nach dem Äußeren der Bastarde zu beurteilen."

Zřejmé již morfologicky a nepochybné xenistické znaky objevily se v jediném případě a to po skřížení *kubanky* ♀ a *Extrasquareheadu* ♂, délka obilek intermedierní mezi oběma rodiči, po otci pak nápadné rozšíření apikálního, proti embryu ležícího polu. Bylo by záhodno studovati příčiny, proč nedošlo k vytvoření xenií také u ostatních sort: zda-li snad nebylo toho příčinou nedostavivší se druhé oplození (ačkoli tato domněnka nezdá se býti příliš pravděpodobna). Poněvadž referent chtěl studovati, zda-li v dalších generacích neobjeví se štěpení mezi sklovitostí endospermu po *kubance* a škrobnatostí, jak je význačná pro otce — s tohoto stanoviska vlastně bylo provedeno křížení — nebyly obilky anatomovány a byly na podzim 1913 — omylem, *kubanka* je jař! — zasety; zimu ovšem nepřetrvaly. Referenta však zajímala ještě jedna okolnost, o které se hleděl křížením poučiti. Jak shledal cytologickým ohledáním u některých travin,[3]) objevuje se zde i v endospermu hojně aleuronových zrnek, jež jsou zplodinou houby, jejíž vlákna z aleuronové vrstvy pronikají do těchto partií. Zdá se vůbec, že i t. zv. lepek endospermový je původu houbového, povstávaje sesliznatěním těchto vláken. I kladl si zde referent otázku: Jaké znaky budou jeviti endospermy xenistické, jmenovitě takové, jež by povstaly křížením rassy o endospermu

---

[1]) H o l d e n R., Anatomy as a Means of Diagnosis of Spontaneous Plant Hybrids. (Science, XXXVIII, 1913, pg. 932.)

[2]) N i l s s o n H e r i b e r t, Die Variabilität der Oenothera Lamarckiana etc. (Zeitschrift f. indukt. Abst. 1912, XIII.)

[3]) P e k l o J a r o s l a v, Über die Zusammensetzung der sogenannten Aleuronschicht. (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, 1913, XXXI, pg. 370 seq.)

sklovitém a rassy s endospermem škrobovitým? (*Extrasquarehead, Kotte-Grenadier*). Sklovitost resp. kližnatost obilek mohla by dle vyloženého souviseti s určitými vlastnostmi endospermální houby, vždyť jest velmi častým zjevem, že mezi bohatostí lepkem a jmenovanými vlastnostmi jsou intimní vztahy. Že by pylem se houba ona přenášela, sice není vyloučeno — v positivním případě snad by se jednalo zde o analogii Baurových kříženců pelargoniových — ale přece nepříliš pravděpodobno; spíše zdá se, že zde houba toliko po matce se přenáší. Jestliže však ale přece dochází k výměně endospermálních karakterů, ku tvoření xenií, pak by spíše jednalo se o kombinování bastardačních podmínek, jež působí na houbu endospermální tak, aby po případě(!) mohla těch znaků nabývati, jež působí sklovitost endospermu, jinak menší sklovitost atd. Se stanoviska fysiologického resp. mykologického jest tato okolnost docela možnou, vždyť jest zcela dobře myslitelno, že by vlivem určitých látek hyfy vyráběly ty a ty gliadiny, v jiném případě menší jich množství, takže tehdy by vznikaly endospermy méně sklovité atd. Za účelem studia této otázky ovšem provede referent ještě další křížení. Ten material, který již byl získán jinými autory, nezdá se mu však mluviti pro nemožnost jeho výkladu. Tak shledal Biaringhem (l. c., 1914), že v jeho xeniích bílek škrobovitý polské pšenice, jejíž pyl byl přenesen na jednozrnku, nahradil rohovitý (asi sklovitý) endosperm této poslední rassy. Zajisté bylo to umožněno tím, že pyl otcův přenesl v matku faktory, jež umožnily buňkám endospermálním konstituovati endosperm toliko škrobovitý, že byly křížením zavedeny zde ty podmínky, za nichž se vytvořilo gliadinů méně, či jiné povahy atd. (O relativní převažování škrobnatosti neb klihovatosti se asi v těchto otázkách nejedná.) I podrobnější data o xeniích nasvědčují tomu, že přenášejí se při kříženích jejich faktory, jež umožňují vystoupení té a té vlastnosti realisujíce podmínky, jichž je potřebí k umožnění jich právě tak, jak to pozorujeme v jiných mendlovských štěpeních. Tak shledal Hus[1]) (1913, pg. 440), že vystupuje při křížení kukuřice s endospermem cukrovým a kukuřic s endospermem voskovým také endosperm rohovité konsistence; zjev tento dá se vysvětliti, přijímáme-li faktor *S*, jenž odpovídá cukrovému endospermu, faktor *W*, jenž působí spolu s faktorem *S* produkuje voskový endosperm a modifikační faktor *H*, jenž kombinuje se s faktory *H* a *S* produkuje endosperm rohovitý. Vskutku štěpení 9 : 4 : 3 kombinací těchto faktorů dalo se úplně vysvětliti. Jedná-li se u *Zey* o přítomnost houby v endospermu a o vliv její na kvalitu tohoto, měli bychom i zde případ faktorů, které event. i dosti vzdáleny jsou pravé příčiny rohovitosti (houby?), která se asi po matce — tedy jaksi nepravě — dědí a jež jsou toliko podmínkami jejího modifikování dle zákonů mendelistických. S tohoto stanoviska chtěl studovati referent, zda také barva aleuronů — aleuronové houby

---

[1]) Hus Henri, The Character of the endosperm of sugar corn. (Science, 1913, XXXVII, pg. 940 seq.)

— u žita neměnila by se křížením (jak ostatně je známo, srovn. Fruwirth,[1]) pg. 233) a nedaly-li by se stanoviti faktory této dědičnosti. I křížil českou novou sortu žita *Saturnus*, jehož obilky bývají krásně modravé (od houby aleuronové i subaleuronových vrstev) se sortou žitnou zvanou *Monstre*, jež bývá více olivová. Než nevedla doposud F_1 generace k žádnému positivnímu resultátu, jelikož difference obou barev asi nejsou příliš značné. Jen bylo pozorováno u *Saturnu*, že přímo po sklizni byly obilky barvy olivové, teprve později že nabyly, snad vysycháním barvy modravé.

V endospermech obilek jedná se o vystupování houby, jež je příčinou, jak se zdá, některých význačných vlastností těchto pletiv. A přece pozorujeme při bastardaci zde štěpení faktorů. Tím méně může nás másti věc tato u rostlin panašovaných a zrazovati od dalšího pátrání, není-li i u jiných rostlin, než u kterých to bylo stanoveno, příčinou albikace houba nějaká. Třebaže podrobnosti mohou zde varírovati.

Panašování je po říši rostlinné neobyčejně rozšířeno, vystupuje zcela všeobecně právě tak, jako jiné semilatentní vlastnosti. U *Oenotheria Lamarckiana* mohl de Vries[2]) pozorovati (Mutationstheorie I, pg. 603), že pestré exempláře vystupují zde v řadách zelených předků téměř každoročně v nejrůznějších kulturních familiích i v elementárních druzích. Také Shull (l. c. pg. 59) pointuje, že mramorování listové lze nalézti téměř u všech rostlin. Na druhé straně nemáme na základě dosavadních zpráv dokladů pro to, že by působeno bylo vnikáním nějakých organismů z venčí, ačkoliv ovšem možnost tato vyloučena není.[3]) Také všecky infekční pokusy (u neinfekčních forem), třebaže není vyčerpána řada jejich možných modifikací, skončily dosud výsledky negativními. Podivuhodné jsou zprávy Nilsson-Ehleho o dědičné variabilitě chlorofyllové vlastnosti u některých cerealií.[4]) U některých rass ječmene a žita shledal, že objevují se klíčky čistě bílé (event. žluté). Tyto klíční rostliny že objevují se ve zcela určitém počtu, vezmeme-li v pozorování potomstvo určitého klasu. V tomže počtu vystupují v tomto potomstvu klíčky čistě zelené a dědičně konstantní. Jiné zelené rostliny že však neustále štěpí v poměru 1 zelená: 2 bílým: 1 bílé. Tyto musí býti dle toho heterozygoty při dominanci zeleně. Již to poukazuje k tomu, že křížením vpravují se v rostliny faktory, jež umožňují vystoupení albikace, jež dle toho musí býti latentně ve všech obilkách „mateřského" klasu abnormity zastoupena. Neboť nad to u rostlin, u nichž

---

[1]) Fruwirth C., Die Züchtung der landwirtschaftlichen Kulturpflanzen, IV. Bd., 1910.

[2]) Hugo de Vries, Die Mutationstheorie. I. Bd. 1901.

[3]) Nálezy referentovy o notorických parasitech jakožto příčinách panašování uveřejněny budou v VI. části této publikace.

[4]) Nilsson-Ehle H., Einige Beobachtungen über erbliche Variationen der Chlorophylleigenschaft bei den Getreidearten. (Zeitschrift für induktive Abstammungslehre IX, 1913, pg. 289 seq.)

jinak je pravidlem autogamie, lze očekávati okamžik, kdy neustálým vyštěpováním vymizí bílé klíčky úplně, a kdy úplně znova musí vystoupiti albikace v homozygotu (a náhodnou heterozygotií dále se přenášeti). Poněvadž pak je nepravděpodobno, dle dřívějších sdělení referentových, u řepy, *Farfugia Sambucu*, že by infekce nějaká zvenčí vyvolala albikaci v takovémto základním exempláru, zdá se vše vésti k tomu, zda již od *semene nepochází ona příčina, jež vyvolává neinfekční panašování*, zda v semeni nejsou i za normálních okolností lokalisovány nějaké „zárodky", jež rozrostouce dále mohly by způsobovati tento zjev. Viděli jsme, že ve třech případech nalezena byla v orgánech panašovaných houba jakási, a že způsob jejího vystupování nasvědčuje tomu, že ona vyvolává albikaci. Jest tedy otázkou, zda by nějaká houba, jež již normálně v semenech přichází, nemohla býti takto působivou. Jest patrno, že možno pomýšleti na houby t. zv. aleuronové, jmenovitě z toho důvodu, že dosti konstantně infikují embryony, a že musíme předpokládati, že za další differenciace rostliny rozrůstají se po jejích hlavních orgánech, jmenovitě z vegetačního vrcholu infikujíce opět nově se tvořící zárodky semenné. Což jestli umožní některé příčiny rozrostění se houby této z vegetačních vrcholů i do základů listů, v nichž pak následkem její přítomnosti nedocházelo by k normálnímu vytvořování chlorofyllu? Vždyť je zcela dobře myslitelno, že houbě této přísluší schopnost secernovati také trypsin, jako dovede vylučovati diastasu, cytasu atd. Neboť u *Chlorell* po působení trypsinu nastávala zcela pěkně ztráta chlorofyllu. Některými cytologickými nálezy domnívá se referent býti oprávněn uvažovati o této možnosti. Bylo již řečeno, že vícekráte shledal na povrchu hyf, jež probíhaly v albikátních protoplastech, perličkovitá jakási tělíska, jež zdála se mu podobnými zrnkům aleuronovým. Zvláště u podzimních „aureových" *Sambuků* vystupovala zrnka tato velmi distinktně. Velké rozšíření aleuronových vrstev, ještě větší pak aleuronových zrnek, jež možná všecka jsou zplodinou podobných plísní, zcela by nasvědčovala podobnému velikému rozšíření panašování. A právě u obilnin daly by se zjevy Ehleovy velmi dobře takto vysvětliti. Vznik ovšem albikace u původního homozygotického exempláru sotva jinak lze vysvětliti než tím, že určité individuum stalo se jaksi homozygoticky bastardním asi tak, jako u normálního exempláru ovsa jedna gameta může nabýti atavistického karakteru „fatuového" a oplozujíc se typickou gametou dáti vznik formě intermediérní.[1])

Možností, že rozrůstáním na nepravá stanoviště dostávající se „aleuronové" houby vyvolávají panašování, ovšem nebyla by úplně vysvětlena etiologie panašování. Neboť právě u obilnin viděti je nejlépe, že jedná se o příčinu, kterou právě nutno stanoviti, to je, že nutno rozřešiti také otázku, proč vlastně nastalo by takovéto rozrůstání a vůbec nevlastní

---

[1]) Nilsson-Ehle H., Über Fälle spontanen Wegfallens eines Hemmungsfaktors beim Hafer. (Zeitschrift für ind. Abst. 1911, V, pg. 2 seq.)

působení aleuronového organismu. Zde musí zasáhnouti ještě další studia. Především bude nutno studovati biologii aleuronových hub v buňkách obilnin i s tohoto hlediska, ovšem pak také daleko větší počet panašovaných rostlin cytologicky prohledati. Rozumí pak se ovšem samo sebou, že výklady o aleuronových houbách jako příčinách panašování pokládá referent za hypothetické. Zajisté že také jiné, semeny přenášené houby mohly by podobně působiti.

Ještě o jedné věci jest nezbytno se informovati. Ani ne snad proto, aby získán byl úplný obraz o důležitosti, jakou má studium cytologie pro četné otázky dědičnosti, nýbrž že pokládá referent za svou povinnost o všech stránkách svého problému přemýšleti, tedy také o zjevech, které by na pohled poněkud odlehlými se zdály, než aby aspoň z části mohly býti pro ně uplatňovány tyto hypothesy.

Johannsen[1]) (1908, 2 seq., 1913, pag. 650 seq.) sděluje, že v jedné garantovaně čisté linii fazolí jeho kultur objevila se jedna rostlina sektorielně panašovaná. Potomstvo semenné bílého úžlabního prýtu, jenž vznikl z tohoto sektoru, bylo úplně bílé. Autor se domnívá, že to byla pupenová mutace, která dala vznik bílému sektoru. Podobně objevily se v potomstvu téže linie *GG* dvě rostliny, jež vyrostly jako exempláře „aureové — chlorinové“ a podržovaly tento znak ve svém potomstvu konstantně. Objevily se zcela bezprostředně a povstaly nejspíše tím způsobem, že předcházejícího roku vystoupila podobná „aureová“ pupenová mutace na jedné části rostliny mateřské, jež asi byla přehlédnuta, vyvinula pak lusky aureové, jež ovšem také vytvořily semena „aureová“. Nejdůležitější v obou případech je okolnost, že jedná se o rostliny, které byly garantovaně homozygotické, takže jsou tyto zjevy považovány Johannsenem za změny mutativní t. j. za bezprostředně, náhle vystupující změny genotypické. Kdyby vskutku bylo garantováno, že mění se zde naprosto genotypus, pak ovšem mohly by býti uváděny případy tyto za doklady skutečných mutací. To, co bylo v předchozích řádkách sděleno, nezdá se však dle mínění referentova mluviti pro úplnou správnost tohoto stanoviska. Jmenovitě sektorielně panašované exempláry řepy mohly by býti srovnávány s případem bílého *Phaseolu Johannsenova* a mohly by zde býti rozvíjeny tytéž otázky, zvláště jakým způsobem vysvětliti u této rostliny vznik sektorielního panašování. Bylo již doloženo u příležitosti vysvětlování vzniku pelargoniových „chimér“, kterak ztráta chlorofyllu u docela málo buněk embryonálních může míti v zápětí vznik celé partie panašované, sektoru i jiného útvaru. Bylo také již ukázáno, že zcela dobře mohlo by vzniknouti takovéto panašování přítomností nějaké, třebaže velmi slabě virulentní a velmi skromně vystupující houby v těchto buňkách. Není daleko tedy odtud k myšlence,

---

[1]) Johannsen W., Über Knospenmutation bei Phaseolus. (Zeitschrift für ind. Abst. 1908, Bd. I, pg. 1 seq.)

Týž, Elemente der exakten Erblichkeitslehre 1913, II. Aufl.

zda nedostala se houba „aleuronová“ do některých buněk embryonálních resp. nerozrostla-li se zde intensivněji než dříve za poměrů normálních a rozrůstajíc dále s vyvíjejícím se vegetačním vrcholem, zda nepůsobila panašování. (Ovšem že mohla stejným způsobem uplatniti se nějaká „cizí“ houba, jež zahostila se již na př. ve vaječné buňce květu.) A analogně nestalo-li se tak i při vzniku Johannsenova bíle sektorielního fazolu. Neboť u rostlin luštinatých nacházíme v dělohách také zrnka aleuronová, a jest jen otázkou dalších prací, zda i zde nenajdou se jich původci — nějaké hyfy. (Bylo by vlastně důležito i ona semena, u nichž se neudává přítomnost aleuronových zrn v endospermech, aspoň ne v takových množstvích, jak to pozorujeme u typických příkladů aleuronových rostlin, prozkoumati s tohoto stanoviska; tak i semena cukrovky a jiných rostlin.) Jestliže by pak byla dokázana přítomnost nějakých hub i v panašovaných fazolech obou typů Johannsenových, pak sotva mohlo by býti považováno vystoupení albikace u těchto rostlin za změnu genotypickou, za čistou mutaci. Jednalo by se zajisté o určité změny ve fysiologii buněk, jež hostí houby jinak restringované, změny, které mohou vystoupiti náhle, z „vnitřních důvodů“, tedy do jisté míry mutativně (əuʌoɪs) zde však údaj Johannsenův, 1909, pg. 6: „Die aurea Form fordert vielmehr Wärme, vielleicht auch mehr Licht, als die Stammform“), kteréžto změny měly by následkem, že houby staly by se virulentnějšími. Takovéto změny mohou se však týkati fysiologie výživy hub těchto, mohou spočívati na př. ve stoupnutí obsahu cukerného buněk sousedících s buňkami „aleuronovými“ (na př. ve vegetačním vrcholu samotném), kteréžto nepatrné změny mohou přivoditi rozrostění se hyf v těchto buňkách, umožniti jich příchod do pletiv dalších a trvalé, ovšem regulované vystupování v pletivech se differencujících, jež následkem jejich přítomnosti nabývají pak znaků albikátních. Nepatrné příčiny mohou míti dalekosáhlé následky v biologii dotčených rostlin. Takovéto malé změny v obsahu buněčném (hypothetické stoupnutí koncentrace cukrů a j.) pak sotva lze pokládati za projevy pravé mutability.

I případy Johannsenovy jsou však jen dalším dokladem toho, že jest nutno počítati při zjevech panašování s četnými podmínkami, které mohou vystupovati eventuelně jako „faktory“ při dědění a které činí náš zjev v této příčině úplně analogním přenášení jiných vlastností, jak již bylo ostatně zmíněno. Johannsen udává, že týmže způsobem, jako sektorielní panašování u *Phaseolu*, to jest bezprostředně a jako jakási pupenová variace vystoupila u téže linie fazolů úzkolistá forma prýtová a patrně sem náležejí také jiné případy t. zv. pupenových variací, náhlé vystupování forem laciniátních, „flore pleno“, sektorů anthocyanových u lísky (de Vries,[1]) Arten, 1912) atd., pokud nejsou vybavovány

[1]) H. de Vries, Arten und Varietäten und ihre Entstehung durch Mutation. (Übersetzt von Klebahn.) 1906.

heterozygotií (o této bude řeč v následující kapitole). I zde jedná se o vystoupení jistých příčin — dle našich dosavadních vědomostí „vnitřních“, — jež způsobují onen abnormní vývoj orgánů. Při našich nepatrných zkušenostech dosavadních o fysiologii buněk vegetačních vrcholů anebo vůbec meristematických částí, jež zakládají orgány, které se mohou zmíněným způsobem abnormně vyvíjeti, zdá se býti ovšem vystoupení takovéto abnormity, zvláště děje-li se náhle, překvapujícím, a jest jen pochopitelno, že zvláštní pojem „mutací“ byl pro ně vyhledán. Oproti panašovaným rostlinám referentovým může se však zde jednati jen o rozdíly stupňovité, takže podaří se snad jednou event. látkovým působením na vývoj vegetačních vrcholů vyvolati tyto zjevy i experimentálně.[1]) S vyvoláváním panašování tímto plánem mohl býti učiněn počátek, kdyby podařilo se pokusně tímto způsobem houbu aleuronovou nebo i jinou, v semeně — embryonu nedestruktivně vystupující, převésti do vyvíjejících se listů a umožniti jí zde vegetování v tomže rozsahu, jak to pozorujeme u mladých albikátních listů cukrovky, mohlo by se jednati o vyvolání dědičných vlastností získaných vnějšími podmínkami.

Skvrnitost listů heterozygotních rostlin.

K a j a n u s[2]) popisuje (1913, pg. 458 seq.) zvláštní případ tvoření jakýchsi hlízek na kořání některých sort *Brassikových*. Vystupovaly — jak ostatně pozorovali již starší autoři — jmenovitě u rostlin bastardních a sice u míšenců mezi různými druhy (tak mezi *Brassica napus* = tuřín a *Br. rapa* = vodnice), nikoli však mezi různými varietami téhož druhu. Tak mívaly dle *Lund* a *Kjaerskou* (K a j a n u s, pg. 441) všecky bastardní exempláře bohatě vyvinuté hlízky, někdy v takovém stupni, že řepa jimi byla téměř pokryta; u většiny exemplářů nacházely se mimo to mezi hlízkami zakrnělé adventivní prýty v menším nebo větším počtu. Také K a j a n u s pozoroval tvoření se vedlejších hlízek u bastardů mezi tuřínem a vodnicí, tolikéž v některých létech u některých bastardů tuřínových. Z rodičů mívaly některé sorty tuřínů hlízky. V každém případě je nápadno, že zvláště bastardace podporovala tvoření se těchto záhadných výtvorů, v nichž nenalezeny ani plísně ani živočišní parasiti.

---

[1]) Sem, jak patrno, spadají do jisté míry také zjevy K l e b s o v y, jak jich docílil jmenovitě experimentováním se *Sempervivy*. Srovn. na př.: „Namentlich in dem Stadium kurz vor und nach der mikroskopischen Anlage von Blüten läßt sich durch bestimmte Außenfaktoren noch ein Eingriff machen, und es gelingt dann, sehr auffallende Veränderungen in dem Blütenbau, Umwandlungen der Kelchblumen, Staub- und Fruchtblätter hervorzurufen.“ (K l e b s, Über das Verhältnis der Außenwelt zur Entwickelung der Pflanzen. Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften. 1913, pg. 25.)

[2]) K a j a n u s B i r g e r, Über die Vererbungsweise gewisser Merkmale der Beta- und Brassica-Rüben. (Zeitschrift für Pflanzenzüchtung 1913, I, pg. 126 seq.)

Referent vyžádal si od K a j a n a (Landskrona, j. Švédsko) několik exemplárů hlízkatých *Brassik*, aby se mohl informovati blíže o věci resp. aby se pokusil o to, nedalo-li by se zasáhnouti experimentálně do řešení otázky o příčině abnormního zjevu tohoto. V hlízkách, které obdržel k prohlédnutí na podzim (viz obr. III), nalezl velké množství dosti velkých bakterií v některých případech, mezi nimi formy, které upomínaly značně rozvětvováním i jinými vlastnostmi na S m i t h o v u species, jež vyvolává známé tumory rostlinné. Isolačními pokusy vypěstil z nich několik druhů.

III.

V kulturách však nacházely se specie, které sporulovaly. Tato okolnost není jistě příznivá výkladu, že by právě tyto formy mohly býti parasity, jež způsobují hlízky, ačkoliv jest otázka, proč by nemohly bakterie sporogenní býti parasitickými resp. symbiotickými. Ale velmi hojným parasitickým resp. symbiotickým bakteriím na obyčejných substrátech chybí schopnost vytvořovati spory, i zdá se referentovi, že kulturami svými zachytil spíše organismy, jež saprofytovaly v hlízkách, než co jiného. Neboť hlízky nemohly býti zkoumány přímo po vyjmutí rostlin ze země, i je možno, že v dužnatém pletivu hlízek, jmenovitě v periferních pletivech jejich nalezly podmínky výživy také saprofyti. *Plasmodiophoru*, *Heteroderu* nebo jiné větší organismy v hlízkách nenašel, tolikéž ne plísně, jež by byly snadněji obyčejnými methodami pozorovacími stanovitelné. Na jaře 1913 zasil pak referent semena, jež mu byl též K a j a n u s zaslal ze svých kultur a sice: 1. Tuřín „Magnum Bonum“, 2. Tuřín „žlutý švédský“, 3. semena z F_2 generace „žlutý švédský ♀ × Magnum bonum ♂“. (Tento

bastard tvořil v kulturách Kajanových malé hlízky [Kajanus 1913, 460].) Spolu s těmito sortami zasety na pozemky albertovské též 4. tuřín „bílý máslovitý“ a 5. vodnice „bílá kulatoplodá“. Jedna část semen bastarda byla sterilisována (po opláchnutí 96%ním alkoholem a vymytí sterilisovanou vodou) jednopromillovým sublimátem po $^3/_4$ hodiny, aby zbavila se zárodků, jež by snad lpěly na povrchu testy, jiná jednoprocentní bromovou vodou, aby odstraněny byly zárodky, které by se nacházely též uvnitř obalu plodního. Tato část semen nevzešla. Při sklizni 29. 9. 13 se ukázalo, že

a) míšenec mezi „žlutým švédským ♀ × Magnum bonum ♂“ sterilisovaný sublimátem poskytl 25 exemplářů bez nádorků, 6 s nádorky. Tyto nacházely se po 1—2 na kořeni, byly ale dosti velké.

b) Téhož míšence nesterilisovaného 25 exemplářů bylo bez nádorů, 2 s jedním značným nádorem.

c) „Žlutý švédský“ tuřín: 25 exempl. bez nádorů, 5 s nádory malinkými, většinou po jednom u každého exempláře.

d) „Magnum bonum“: 25 ex. bez nádorků, 5 exempl. každý s malým nádorem.

e) „Vodnice bílá kul.“: 26 exempl. bez nádorů.

f) „Tuřín bílý“: 27 exempl. bez nádorů, 2 s velmi malými nádory.

V celku nebylo mezi *c*) a *d*) velkého rozdílu, nádory pak byly malé; u *a*) a *b*) byly nádory daleko větší, u *b*) větší než u *c*). Snad tedy byl u křížence jakýsi rozdíl oproti rodičům, ačkoliv — byl-li vůbec — jistě nebyl velký. Že nevytvořilo se vůbec více hlízek u rostlin referentových, k tomu snad přispěla okolnost, že půda albertovská je lehká (půda weibullských pozemků v Landskroně je dosti rašelinná a rašelina podporuje vývoj hlízek.) Ostatně i dle Biffena (cit. dle Batesona[1]) pg. 31) mají podmínky kulturní velkou úlohu při vzniku hlízek. Přímo po sklizni rozřezány některé nádorky i nalezeno v buňkách (pozorováno za živa) jich hojně oválních, trojúhelníkových i rozvětvených, blanou opatřených útvarů, jež velmi pravděpodobně byly deformovanými bakteriemi. V některých místech nalezeny jich celé zoogley, v některých preparátech tyto zoogley sestávaly z bakterií větších, normálního tvaru, ačkoli podobných předešlým. V celku byly bakterie zde patrnější než v mladých nádorech na př. u řepy, jež jsou vyvolávány *Bacterium tumefaciens Smith*. Nicméně, ačkoli se zdá referentovi pravděpodobným, že hlízky jsou původu parasitérního, nepokládá přece svoje nálezy za důkazné. Neboť sliznaté pochvy, které se kol některých svazků cevních rozkládají, mohly by i v mladých hlízkách poskytovati potravy pro bakterie a tyto odtud dostati se do lumin buněčných. Jenom exaktně může se tato otázka řešiti.

Ku srovnání, jak závisí vytvořování bakterielních hlízek od umělé infekce, buďtež zde uvedena některá vyobrazení, jež se týkají *Serradelly*.

---

[1]) Bateson W., Mendels Vererbungstheorien 1914.

Tato rostlina může růsti v dobré zahradní půdě úplně hlízek jsouc prosta (text. obr. IV) a skýtati docela slušný výnos (to dokazuje, že i legumi-

IV.

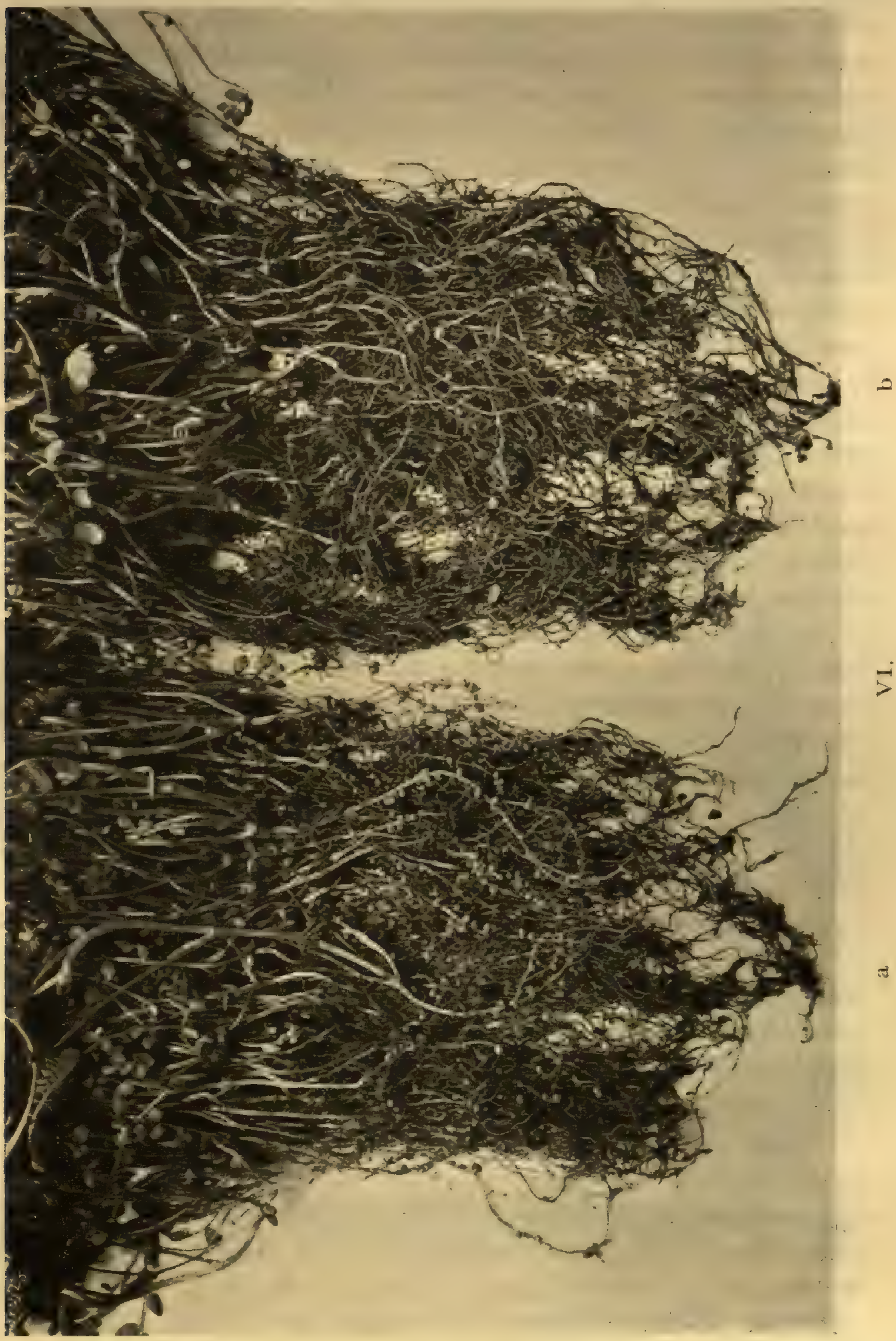
nosová symbiosa může býti významu fakultativního). V jiné, lehké půdě, na př. albertovské, bez infekce tvoří jen málo hlízek a ve vzrůstu zůstává pozadu oproti parcellám infikovaným nitraginem serradellovým, jejichž

Va. Vb.

rostliny vytvořují hlízek přehojně (V a VI, *a*) = infikováno, *b*) = neinfikováno).

Ačkoli kultury referentovy s tuříny neposkytovaly tedy dostatečného poučení o otázce, zda bastardace podporuje vytvořování hlízek — ať z toho

důvodu, že pokusný materiál nebyl nejlépe volen, ať proto, že půda nebyla vhodná pro takové pokusy — všímal si přece referent této věci dále



De Vries nalezl již r. 1901 (Mutationstheorie II., pg. 102), že mezi potomstvem kříženců *Oconothera cruciata varia* × *O. biennis* objevovalo se hojně exemplářů, jež měly listy žlutě skvrnité. Skvrnitost tato uka-

zovala se již při klíčení, při dalším vývoji pokračovala pak zhusta tak, že mnohé rostliny jí braly za své. Dle popisu de Vriesova mohlo se jednati o panašování resp. mramorování, listy jinak zelené jevily větší nebo menší skvrny žluté. Panašovaných rostlin bylo asi 40%, pestrost pak jevila se u žlutých exemplářů dědičnou. Oba rodiče bastardů byli čistě zelenými. Také u jiných křížení objevovaly se klíčky žluté, které po případě brzy odumíraly, tak mezi *O. Hookeri* × *cruciata*, *O. Cockerelli* × *cruciata*[1]) (de Vries 1913, pg. 76), velmi často také mezi *O. Lamarckiana* × *muricata*, *O. biennis Chicago* × *muricata*, *O. Hookeri* × *muricata*, *O. Cockerelli* × *muricata* (ibidem 79). Někdy povstávaly jenom čistě žluté klíčky. Při tom ukazuje se někdy zajímavý zjev, že žlutost pochází od určité rassy. Tak vytvořovala *O. strigosa* jako otec jen zelené potomstvo, byla-li však matkou, byly klíčky žluté a pestré. Tím způsobem poskytlo křížení *O. strigosa* × *muricata* 100 klíčků, které měly téměř bez výjimky žluté kotyledony a brzo odumíraly; dále povstaly 2 rostliny panašované a 2 zelené. Naopak měl v pokusech de Vriesových pyl druhů *O. cruciata*, *muricata* a *Millersi* tu vlastnost, že jím[2]) oplození bastardi z největší části klíčili žlutě. Některé zjevy zdají se však nasvědčovati tomu, že nemusí se ve všech těchto případech jednati o pravé panašování. Neboť také různé vnější okolnosti, jmenovitě, zda-li semena dobře uzrávala, měly velký vliv na projevení se žlutého klíčení. Důležito je ale, že někdy po odkvětení vytvořují se pod inflorescencemi žlutých rostlin postranní větve čistě zelené a zdravé plody produkující (pg. 164). To velmi upomíná na Molischovu — referentovu bílou *Brassiku*, jež po odkvětení, na př. v květnu 1914, vytvořuje listy, jež jsou šmahem zelené.

Jako *O. Lamarckiana* jsou i jiné rostliny de Vriesovy heterozygotické. To však nic nemění na faktu, že právě křížením je žlutá skvrnitost na listech podporována. Ba vlastně tím se zvláštnost tohoto zjevu jen specifikuje. Neboť oproti tomu faktu, že objevuje se panašování také u rostlin nekřížených, jsou tyto případy velmi nápadny tím, že v tak velkém procentu objevuje se toto abnormní zabarvení u klíčních rostlin bastardů. Že pak četné rostliny byly vskutku panašované, že tedy etiologie jejich nebude příliš vzdálena od toho, co referent stanovil pro řepu, *Farfugium* a *Sambucus*, zdá se autorovi rovněž docela pravděpodobno.

Ještě význačnější zjevy objevují se při křížení ostružinníků. Lidforss (cit. dle H. Nilssona, l. c., pg. 106) křížil *Rubus insularis* a *polyanthemus*. Rostliny bastardní měly listy žlutě skvrnité. Sachsova jodová zkouška ukázala, že žluté partie obsahovaly značná množství škrobu, kdežto zelené škrobu byly prosty. I domnívá se Lidforss, že ustupuje ve žlutých partiích produkce diastásy velice do pozadí anebo že zde je omezována amylolytická činnost diastásy na minimum. To pak prý spočívá

---

[1]) H. de Vries, Gruppenweise Artbildung 1913.
[2]) H. de Vries, Gruppenweise Artbildung 1913.

na působení nějakého intracellulárního jedu, kteréžto působení jest podmiňováno tím, že plasma jednoho druhu obsahuje látky, jež jsou proti plasmě druhého druhu jedovatými. Zkrátka nastává dle Lidforsse při křížení oněch dvou druhů jakési otravování. Věc tato byla referentovi velmi podezřelou i pátral po polích řepných, zda by se neobjevilo něco podobného u této rostliny. Neboť u cukrovky vystupuje často heterogamie (Fruwirth, 1910, pg. 368), i mohly by se snadno vyskytnouti exempláry, které byly cizím pylem oplozeny a vlivem tohoto oplození „otráveny" dle výkladů Lidforssových. Ačkoliv věc tuto stěží lze definitivně řešiti jinak než pokusně, nalezeny byly přes to případy, které s hlediska anatomického úplně odpovídají nálezu Lidforssovu. Byly nalezeny řepy, které měly listy v nejlepším rozvoji a buďto úplně nebo do polovic čepele krásně aureově žluté. Při anatomování nalezeno, že žluté části mají chlorofyll více méně rozrušený, v buňkách pak velké množství škrobu. Zelené poloviny těchže listů naopak měly krásný neporušený chlorofyll, se stromatickou strukturou plastidů a jen s malým množstvím škrobu (u cukrovky objevuje se v normálních listech škrob ve větším množství obyčejně jen při krajích čepele). Z předešlých prací[1]) jest referentovi známo, že cukrovka velmi často vytváří velká množství škrobu v kořenu mimo jiné, je-li napadena parasity. Tak lze to pozorovati na př. v bulvách, do jejichž buněk proniká *Phoma.* Přirozeně bylo pátráno tedy tímto směrem. Na preparátech mikrotomových, barvených inversní Němcovou methodou — škrob jevil se v nich intensivně modře zabarven gentianou — *S*-fuchsin beze všech obtíží pozorovacích projevil v buňkách přítomnost jakési houby. Sestávala z dosti tlustých vláken, nepřehrádkovaných, s hustou plasmou, lišila se tedy naprosto od hub panašování — albikace cukrovky, *Sambuku a Farfugia.* Nebyla ve všech buňkách přítomna a také kde se nacházela, nebylo množství její příliš velké. Nicméně nemohlo býti nejmenší pochyby o tom, že přítomností její vyvoláno bylo abnormní tvoření škrobu v buňkách žlutých partií. Zrnka škrobu tohoto ostatně byla většinou t. zv. složená, jak to pozorujeme často v buňkách, jež jsou napadány endofyty. V některých buňkách bylo škrobu méně. Heidenhain s dobarvováním se pro důkaz houby neosvědčil. Jistě tedy ony žluté skvrny byly působeny nějakou houbou. Organismus tento nevystupoval destruktivně v buňkách, také nebylo pozorovati míst, z nichž by do listů vstupoval. Možno, že byly již mladé rostliny jím infikovány, neobjevoval-li se již v semenu. (Vždyť známo jest na př. o *Phomě,* že již v obalech semenných může vegetovati.) O systematickém postavení tohoto organisma nelze ovšem nic bližšího říci.

Pro nás je ovšem nejzajímavější, že lze z tohoto případu usuzovati na to, že i Lidforssovy žluté skvrny na ostružinnících vyvolány byly nějakým parasitem, plísní nebo bakterií, jenž vynucoval si hojné

---

[1]) Literatura uvedena v publikaci referentově: Über stärkehaltige Zuckerrüben. (1909, Zeitschrift für Zuckerindustrie in Böhmen.)

tvoření škrobu v listech. Zcela nepochybně pak bylo umožněno tomuto parasitu vystoupení v listech sbastardováním dvou druhů sobě cizích. Máme zde tedy krásný příklad škodlivých pro rostlinu účinků bastardování. Jak blíže vysvětliti tyto účinky, není jasno. V každém případě zaváděny jsou bastardací v heterozygota podmínky, jichž nebylo u rodičů a jež umožňují vegetování houby v buňkách. Jest možno, že bastardní individua jsou do té míry oslabena vůči houbě, že neodolají její infekci. Tento případ zvláště je důležitý pro zemědělství (mosaiková choroba bakterielní u řepy, rezy, *Ustilago* atd.) jmenovitě pro ta léta, kdy jsou podmínky vhodné pro zvýšené rozmohnutí se mikro- i makroparasitů. Jedná-li se zde o infekce z vnějška či o infekci houbami, jež na př. obaly semennými nebo i embryony samými se děje, na věci nerozhoduje. Hlavní věcí je realisování podmínek, jež mohou vyvolati usídlení se hub ve větší míře v buňkách. Poněvadž pak pylem sotva se může tak širokohyfá houba, jež asi v buňkách nefruktifikuje, vnášeti v jinou rostlinu, naskytá se možnost, že již v mateřském organismu může vegetovati, ale restringovaná ve svém vystupování, takže bez oplození cizím pylem nedošlo by k intensivnějšímu rozšíření jejímu. V tom případě mohli bychom případněji mluviti místo o náchylnosti o „zatížení" individuí rostlinných vzhledem k určité abnormitě. Nepochybný doklad tohoto zjevu máme dle mínění referentova v Ehle-ově bíle štěpících klíčcích u obilnin, u nichž albikace tato je asi způsobována „nerestringovanou" činností nějaké houby, snad semenné. „Zatíženými" jsou v tomto případě exempláry hetezygotické. V jich dědičné formuli zastoupeny jsou beze vší pochyby faktory abnormity albikátní, jsou však latentními či lépe řečeno dominancí učiněny neučinnými právě tak, jako na př. u člověka po řadu generací neobjevuje se určitá, event. chorobná vlastnost, jsouc přítomností jiných faktorů paralysována, až propukne v homozygotovi stejnoznačných faktorů. Právě tak jsou zelení heterozygoti na pohled zdravými, de facto však „zatíženými". V obou však případech štěpení gametové hraje stejnou roli. Ovšem že albikace tato s hlediska referentova byla by zjevem spíše symbiotickým než parasitérním.

Co se pak týče významu, který má vyštěpování bílých klíčků pro praxi, uvádí Johannsen (Zeitschr. I. 1908, pg. 4), že kultivoval rassy ječmenné (pocházející z *Lyngby* a *Tystofte*), u nichž jinak zcela normálně vyhlížející obilky dávaly 30—50% čistě bílých klíčních rostlin. Takové rassy ovšem sotva by mohly býti počítány za výnosné. Referent všímal si tohoto zjevu na podzim 1913 na polích v Čechách a nalezl, že některé osevy žitné měly vskutku dosti značný počet klíčků chlorofyllu prostých. Zdali měl by počet tento význam pro praxi, bylo by žádoucno stanoviti cílevědomými pokusy s různými sortami (česká sorta *Saturnus* v kulturách referentových také tvoří bezchlorofyllové klíčky), kteréžto práce respektovaly by také vztah křížení přirozeného, neúmyslného ke zjevu tomuto atd.

Z vlastních kultur může referent uvésti za doklad panašování vystupující po skřížení křížence mezi žitem *Saturnus* ♀ × *Monstre* ♂. Mezi čet-

nými klíčky objevilo se několik mladých rostlin, jež byly žlutě panašovány. Parasit nějaký na kořání nebo i jinde (zjevnější houba atd.) nebyl shledán, také u obou rodičů nebylo nic podobného nalezeno. Po přesazení zahynuly některé z klíčních panašovaných rostlin, jedna se však udržela a roste stále panašovaně zůstavajíc pozadu oproti normálním, zeleným rostlinám, jež byly s ní současně sety. Jedná se asi o případ analogický de Vriesovým bastardním panašovaným *Oenotherám*. Že příčina panašování u míšenců žitných byla hlouběji založena, pro to svědčí také to, že na polích nalezená letošního jara jedna mladá rostlina žitná, téměř úplně bílá, po přesazení v brzku sezelenala a vyhnala stéblo v době, kdy panašovaný míšenec ještě ani neodnožoval.

Konečně budiž zde učiněna zmínka o tom, že někteří kříženci obilnin objevují se býti velmi často navštěvováni sklerotiemi od *Claviceps purpurea* (Biffen 1912, pg. 426). Konstatoval to po 5 roků v F_2 generaci při křížení pšenice „Rivet wheat" s jinými sortami, na př. Rivet × Red King, Sunbrown × Rivet, Redfive × Rivet i reciprokně, Rivet × Galician. Jenom však variety od *Triticum vulgare* byly schopny vyvolávati tuto chorobu, nikoli však *Triticum polonicum* nebo *Tr. dicoccum*. Biffen neuvádí žádných dat o vzhledu klasů resp. kvítků kříženců. Příčina však infekce houby *claviceps* mohla by býti přes to čistě mechanická, podmíněná karakterem těchto orgánů v F_2 generaci, neboť také u míšenců mezi pšenicí a žitem objevuje se hojně nákaza námelem a sice následkem toho, že bastard nechává své kvítky dlouho otevřeny.[1]) Takže vlastně tento případ do našich úvah, kde myslíme více na chemické či fysiologické vlivy, jež vyvolávají infekci houbovou u kříženců, nespadá.

Z předchozích řádků vysvítá snad s dostatek, že již u cukrovky shledáváme se s abnormními zjevy, které morfologicky zdají se býti sobě velmi příbuzny, etiologií však od sebe se naprosto liší. Mosaiková choroba činí v mladších svých stadiích na pozorovatele dojem, nachází-li se v plném rozvoji, zajímavého panašování. A přece je příčina její (aspoň dle Delacroixe) zcela jiná než u panašování pravého. Tato kategorie pak, jak se zdá, také není jednotnou („cirkulární panašování"); přesně od ní jest lišiti žloutnutí listů, jež provázeno je abnormním vytvářením škrobu a výskytem plísňových parasitů v listech.[2]) Při tom ani zdaleka se nedomnívá autor, že studiemi jeho byla vyčerpána tato otázka, že nevyskýtají se ještě jiné druhy podobných i důležitých abnormit resp. chorob u cukrovky. Toto žloutnutí listů, „Gelbsucht", zajisté že bude nutno znovu zrevidovati. Jako však nesmí býti při zdánlivé shodě různosti přehlíženy,

---

[1]) Fruwirth, l. c. pg. 185.

[2]) Zjev tento nutno čítati mezi nemoci. Nemoc tato mohla by býti pro Čechy novou. Jest otázkou, zda nemá význam cukrovarnický.

tak nechať nejsou zavírány oči před zjevy, které náležejí pod příčiny podobné. U „pravého“ panašování, infekční vyjímajíc, jedná se asi o tuto stránku, pro to svědčí již projevy dědičnosti, jak krátce byly registrovány, jež nikterak nenasvědčují naprosto různým příčinám. Podrobnosti zajisté se různiti budou, se stanoviska systematika mohli bychom snad mluviti zde o „čeledi“ abnormních zjevů i dalších podřízených jejích podskupinách, „prapříčina“ však asi bude se otáčeti kol symbiotické houby, jež byla stanovena pro několik aspoň případů se vší bezpečností. Jako u houbové podstaty aleuronů otvírá se i zde nový problém velkého půvabu, třebaže se stanoviska fysiologického nikoliv nejmenší složitosti.

XXIV.

Část VI. (Dodatek):

Panašování působené notorickými parasity.

Maje sebrána fakta, jež byla sdělena v předcházejících odstavcích, ohlížel se referent po dalších ještě datech, která by nasvědčovala jeho náhledu, že panašování je zjevem, jenž je povahy buďto symbiotické nebo parasitní. Zdálo se mu, že jedním z nejvíce přesvědčivých dokladů pro jeho mínění by musilo býti, kdyby nalezeny byly rostliny typicky panašované, jichžto panašované skvrny by byly shledány v přímé souvislosti s nějakým parasitem. Ovšemže by nemusil ani v tomto případě parasitický organismus vystupovati destruktivně vůči pletivům rostliny hostící, takže i zde mohly by býti vztahy jeho více méně symbiotické. Podařilo se vskutku referentovi získati několik krásných exemplářů rostlin takto differencovaných, o těchto budiž tedy promluveno zde několik slov.

Mezi přečetnými individuy *Anthriscus silvestris*, jež rostla v parku jednoho venkovského zámku, nalezl referent velmi hojné rostliny, jež byly posety žlutými skvrnami. Skvrny tyto byly po listech rozloženy velmi pravidelně dodávajíce rostlinám ozdobného vzezření. Dle vzhledu ničím nelišily se tyto exempláry od rostlin panašovaných a není nejmenšího důvodu, proč by nemohly býti zvány panašovanými. Zároveň bylo toto panašování vyvinuto velmi pěkně sektorielně. Ne sice tak, že by na př. celá jedna polovice listu byla panašovaná, nýbrž části úkrojků jednotlivých jařem byly žlutými a sice v ostře omezených partiích: buďto polovina úkrojku posledního řádu nebo jednotlivé úkrojky celé nebo několik jich v souvislosti, při čemž byly postrannímí nervy distinktně ohraničeny ty části jednotlivých úkrojků, které zůstaly zelenými, prostředkem pak úkrojku probíhajícím svazkem cévním ona polovina, jež nebyla podlehla panašování. Ve žlutých částech jařem listových vyjímaly se tedy partie zelené jako nápadné sektory. Jednotlivé rostliny byly ovšem různým stupněm panašované. Zdá se, že mladší listy byly zelenější, starší žlutší — tak jako by žlutost zachvacovala postupně se stářím větší a větší části úkrojků listových; měv příležitost navštíviti toto stanovisko toliko jednou nechce si však referent činiti definitivního úsudku o této věci. Textový obrázek *c* ukazuje jeden list, jenž byl jen slabě panašovaný, text. obr. *a* části listů silněji panašovaných. Figury z tabulí I. 1 a II. 2 reprodukují listy silně panašované. Na všech těchto obrázcích vystupují nervy, jež

jsou hranicemi panašovaných partií, velmi zřejmě, jsou to pravé „nervi limitantes“ Pantanelliho. Zároveň je viděti (Text *c*, T. = Tabule I_1), že i vřetena jednotlivých listů jsou místy panašovaná, an táhne se žlutý pruh buďto mezi několika jařmy listovými anebo aspoň vzhůru a dolů v místě inserce dvou proti sobě stojících jařem. Někde táhnou se i po osách postranních jařem úzké proužky žluté.

Text a.

Na svrchní straně úkrojků listových nebylo znáti nějaké infekce. Po obrácení listů ukázalo se však ihned, že panašování jest vyvoláváno parasitem, a že tímto původcem není nic jiného než *Peronospora nivea* de By.[1])

Tytéž úkrojky nebo části úkrojků resp. části jařem, jež na svrchní straně listové jevily se žlutými, na spodní straně byly pokryty plstí, jež sestávala z konidionošů této známé *Peronospory* (Tab. II, 1). Plst tato ostře byla omezena na segmenty panašované; i na spodní pak straně byly to svazky cévní, jež tvořily hranice jednotlivých sektorů. Také při mikroskopování nalezen byl tento vztah. Při tom se ukázalo, že i docela slabé nervy jsou mnohdy s to, aby zabránily „přechodu“ panašování na druhou stranu svazku cévního. Jestliže byla na př. mikroskopována spodní strana úkrojku, jenž byl polovinou panašovaný, polovinou zelený, při čemž hranici obou částí tvořil tenký svazek cévní, tu jevila se žlutá část poseta přečetnými konidionoši, jež vynikaly z průduchů, kdežto na zelené rozkládaly se jen velmi nečetné. Nemohlo býti tedy nejmenší pochyby o tom, že svazky cévní zabraňují rozšíření *Peronospory*. Nečinily tak ale zajisté všecky svazky cévní, neboť jinak nebylo by možno vysvětliti, proč toliko části jařem byly žluté, když jak známo, *Peronospory* šíří se nitrem pletiv rostlinných. Ostatně

[1]) Frank B., Krankheiten der Pflanzen, II. Th. 1896, pg. 74.

zdá se referentovi otázka vztahů svazků cévních ku rozšiřování albikace u veškerého panašování poněkud chaotickou. Rozšiřují svazky cévní chorobu toliko na určitou stranu při sektorielním panašování a jakým způsobem, či zabraňují některé elementy jejich rozšíření jeho na druhou resp. děje se zde obojí? Věc žádá podrobného, především anatomického a cytologického ohledání.

Text c.

Na řezech zhotovených ze žlutých částí ukázaly se známé podrobnosti, jaké karakterisují vystupování *Peronospory* v pletivech. Jmenovitě byly zde nápadny hyfy, jež vnikaly silnými, váčkovitě nadouvlými haustoriemi do lumin buněčných *Anthrisku*. Případ tento tedy demonstruje typické panašování vyvolávané známým parasitem. Jest možno, že nalezlo by se více druhů *Peronospor*, jež by byly s to vyvolávati podobné panašování. Tak kreslí Rostrup[1]) listy hrachové, jež jsou napadeny druhem *Pe-*

[1]) Rostrup E., Plantepatologi, 1902, pg. 205.

ronospora Viciae (infikuje také vikev), při čemž infikovaná místa tvoří ostře ohraničené skvrny. Na obrázku pak je dobře viděti, že jednotlivé skvrny prostírají se mezi postranními svazky cévními. Se svrchní strany jevily by se takto infikované listy zajisté mramorovaně panašovanými. Skvrnitost u této *Peronospory* není sice tak distinktně sektorielní jako u *Anthrisku* referentova, nicméně jsou i zde nápadny ostře vymezené arealy a je důležito pro celou theorii panašování, že právě svazky cévní tvoří hranice skvrn infikovaných. U ostatních specií *Peronospor*, jež kreslí Rostrup, nevystupuje ohraničení skvrn tak specificky.

Na tom místě, kde pozoroval referent „panašovací" infekci u *Anthrisku*, byla téměř všecka individua *Anthrisková* infikována *Peronosporou*. Na jiných místech parku zmíněného bylo však takovýchto exemplářů pořídku. Okolí všech těchto rostlin bylo stejné — vlhký parkový podrost — i rozšířila se buďto nákaza zoosporami od jednoho centra nebo tím, že předcházejícího roku vysela se zde semena pocházející od jedné nebo více infikovaných *Peronosporou* touto rostlin. Ať tomu bylo jakkoliv, jisto je, že panašování toto parasitické vystupovalo omezeně. V té době, kdy lokalitu tuto referent navštívil, kvetly teprve rostliny a nemohlo býti stanoveno, zda i základy květů jsou *Peronosporou* infikovány. Kdyby se ukázala tato infekce přenosnou semeny, poskytovala by rostlina naše jistě důležitý příklad panašování. Tím spíše, kdyby také křížením dala se získati nějaká data, jež by vnesla něco světla v zapletené poměry dědičnosti zjevu panašování.

Plody panašovaného tohoto *Anthrisku* vysyty téhož roku, kdy byly sbírány, nevzklíčily, čímž bylo znemožněno studovati přečetné otázky, jež sem spadají. Snad však hodily by se právě podobné rostliny po výtce k experimentálnímu prohloubení studia tohoto.

Jiný případ, jenž sem spadá, shledal referent u *dřišťálu*. Nalezl lokalitu, na níž rostoucí bujné prýty tohoto keře měly četné listy, jež byly zřejmě sektorielně panašované. Na listech jevily se pruhy, jež byly světle zelené, téměř bílé, povrchu poněkud drsného. Velmi zhusta prostoupeny byly tyto pruhy temnějšími poněkud žilkami, jemnými to svazky cévními i poskytovaly obraz jakéhosi jemného mramorování. Mimo to upomínaly poněkud na bělavé skvrny, jaké se objevují na listech obilnin, na nichž později vystupují pustule rezové. Pruhy pak tyto velmi často vystupovaly v nápadných sektorech (text. obr. *b*, T. I. 2), kteréžto sektory byly zřejmě ohraničovány krajem listovým a jedním z postranních dlouhých nervů, při čemž tvořily buď úzký proužek anebo zaujímaly i větší část listu, nebo hlavním svazkem cévním a jedním z postranních atd. Někdy bylo i několik užších proužků rozprostřeno po čepeli listové. Vztahy k nervům vystupují ostatně i na Tab. II. 4 (v prostřed), kde četné z jemných žilek jsou provázeny uzoučkými bílými skvrnkami. I tyto skvrnky vším právem možno označiti za panašování. Keře pak tyto napadeny byly rezem *Puccinia graminis*. Na více listech shledána byla té doby již mladá aecidia. Jelikož aecidia tato ve více případech nalezena byla také na oněch panašovacích

skvrnách (jeden takovýto případ reprodukuje II. 3 při *x* —celý lístek v hořejší části zbělený, aecidium na spodní straně listu — druhý II. 4 (*x*) — list s uzoučkými proužky, aecidium na svrchní straně) — vzbuzeno bylo

Text b.

podezření v referentovi, zda sektorielní panašování toto není vyvoláváno rezem, jenž vystupuje až do doby pozorování latentně, t. j. vázán na lumina buněčná a intercelluláry, aby se teprve později projevil aecidiemi. Mikro-

tomové preparáty dosvědčily pravdivost jeho domněnky: v buňkách sektorů shledáno velké množství houby, jež buďto oplétala buňky karakteristickými pseudoparenchymatickými pletivy, na jiných pak místech z intercellulárů vesílala do lumin buněčných velmi nápadná haustoria, shodující se formou s oněmi, jež jsou popisovány pro haustoria rezů a upomínající zvláště na ty výtvory haustorielní, jež shledal Němec[1]) (1911, tabule) v buňkách listů semenaček řepných napadených rezem *Uromyces*. I je velmi pravděpodobno, že *Puccinia Graminis* vskutku byla rozšířena po pletivech dřišťálu velmi rozsáhle a že i vylíčené sektory byly jí působeny. Dle toho bylo by i toto panašování vyvoláváno houbou parasitickou a sice specií neméně známou než *Peronospora nivea*. Bylo by pak tím zajímavější, kdyby se ukazovalo u dřišťálu pozorovaného každoročně, jsouc formou dědičnou, obdobnou konstantně panašovaným keřům, na př. *Acerovým*. V tom ohledu chybí referentovi další zkušenosti, jmenovitě rozšiřuje-li se nemoc semeny dřišťálovými, transplantací atd. V každém případě však máme zde panašování keřové obdobné panašování na př. lesních. stromů (habrů atd.), jehož příčinu ale podařilo se s velkou pravděpodobností vyšetřiti.

Z uvedených řádků vysvítá, že i škodliví pro rostlinu parasiti mohou vyvolávati typické panašování. Namítal by snad někdo, že to může býti jedna z forem panašování, jež jen vnějškem je shodná s obyčejnými, etiologií však — u těchto neznámou — od nich se liší. Mezi tím však stojí cukrovka, *Farfugium* a *Sambucus* referentovy, u kterýchžto všech tří rostlin shledány v panašovaných částech houby jakési. Byly mimo to stanoveny zjevy, jež stojí v souvislosti s vystupováním panašování i houby u těchto rostlin, dále vztahy ku rozšiřování „viru“ svazky cévními (*Sambucus*) i — u jiných rostlin — isolace panašování nervy listovými. Shody tyto nemohou býti náhodnými a rozhodně svědčí proti tomu, že by u rostlin referentových houbovým organismům nepříslušel nijaký význam. *Anthriscus* i *Berberis* jsou jenom potvrzením těch výkladů, jež rozvinul referent v předcházejících kapitolách. Jen pro mosaikové řepy a snad tabák dle dosavadních zpráv nutno přijímati asi jiné příčiny panašování. Ovšem, že ukazují *Anthriscus* i *Berberis* že nemusí býti ve všech případech houby, jež již normálně jako integrující součást v semeni se vyskýtají (houby aleuronové?) příčinou panašování. Kdyby tomu však vskutku tak nemělo býti, bylo by další, experimentální studium této otázky valně ulehčeno. V každém případě nutno uvážiti, zda i těmito okolnostmi neukazuje se rozdíl mezi panašováním infekčním i neinfekčním. A kdyby získána byla ještě další data o přenosnosti panašování *peronosporového* i rezového, mohla by býti snad objasněna i příčina panašování tak zv. infekčního.

---

[1]) Němec B., Příspěvky k poznání nižších hub II. Haustorie rezu Uromyces Betae. (Rozpravy České Akademie II. tř., 1911, XX.)

XXIV.

Hlavní výsledky části III.—VI. „Studií“:

1. Studována jest mutabilita různých specií rodu Chlorella *v přímé* závislosti na složení substrátu výživného.

2. V kulturách Chlorell velmi pravděpodobně od jednoho individua vedených vyvolává trypsin svými enzymatickými vlastnostmi zbělení resp. panašování. Tím podáván jest zároveň důkaz, že enzymy mohou permeovati do buněk řas.

3. Albikace tato udržuje se po řadu měsíců i po přeočkování na normálný substrát jako nový doklad dědičnosti získaných vlastností resp. trvalých modifikací u mikrobů.

4. „Neinfekční“ panašování cukrovky může býti povahy periklinální i sektoriální.

5. Lze „vyléčiti“ cukrovky jím stížené, tvrdošíjnou formu jeho déle trvajícím etiolováním.

6. Naopak lze experimentálně převésti sektorielní panašování na celý vrchol vegetační.

7. Molischova v zimě panašovaná *Brassica* má vegetační vrchol stavěný periklinálně.

8. V souhlase s tím mohou povstávati z čistě zelených pletiv prýty nepanašované.

9. Naproti tomu může sezelenati periklinální vrchol, poraní-li se podélným zářezem v době, kdy by se byl differencoval panašovaně.

10. Ztráta albikace u *Brassiky* nadchází vůbec jako následek intensivnější činnosti vegetačních vrcholů.

11. V panašované cukrovce, aureovém *Sambucu* a žlutě skvrnitém *Farfugiu* nalezeny v panašovaných částech hyfy jakési symbiotické houby.

12. Vystupování jejich bylo takového rázu, že velmi pravděpodobně jest je pokládati za příčiny těchto neinfekčních forem panašování.

13. Byly nalezeny u jiných rostlin případy panašování vyvolaného typickými parasity houbovými.

14. Johannsenův případ vystoupení albikace určité linie *Phascolu*, autorem za doklad pupenové mutace považovaný, velmi pravděpodobně tohoto významu nemá.

15. Stanovení příčin, za nichž dochází k novému vystoupení ablikace, může míti význam pro vysvětlení vzniku „mutativních" abnormních změn na vegetačních vrcholech.

16. Jest vysvětlováno vystupování žluté skvrnitosti v listech *Rubusových* bastardů Lidforsse, jejichž vznik byl tímto autorem přičítán fysiologickému vlivu bastardace.

17. V souvislosti s vyvoláním panašování u bastardních klíčních rostlin žita a xenií u pšenice diskutován jest význam dosavadních resultátů prací o dědičnosti zjevů panašování pro mendelismus.

Praha, c. k. ústav pro fysiologii rostlin.

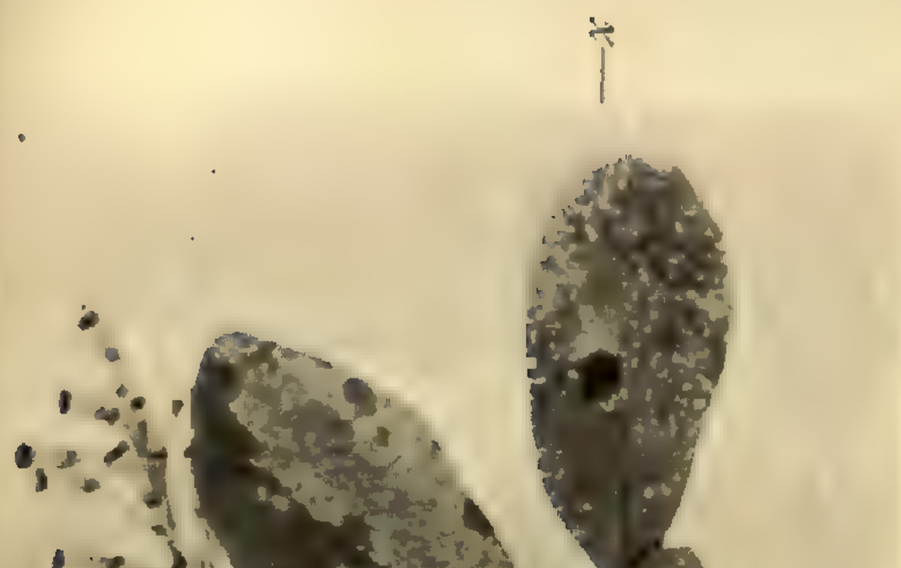
I 2.

I 1.

II 4.

II 2.

II 1.



II 3.

Příspěvek k theorii Hertzových vln na drátech.

(Ze semináře pro theoretickou fysiku české university.)

Napsal

PhC. **K. TEIGE.**

(Předloženo dne 4. června 1915.)

Šíření elektromagnetických vln podél vodivého drátu s ohledem na tloušťku a vodivost drátu poprvé přesně vyšetřil Sommerfeld.[1]) Omezil se však pouze na případ, kdy děj kol osy drátu je úplně symetrický, a mimo to, kdy síla elektrická má jenom složky v rovině meridianové drátu. Za těchto podmínek nalezl pak rovnici, ze které plynula rychlost a útlum vlny. Aby tuto rovnici mohl zjednodušiti, předpokládal dále, jak experimentálně bylo zjištěno, že rychlost této vlny neliší se příliš od rychlosti světelné, a že útlum je malý. Zda mimo toto řešení nemá rovnice pro rychlost a útlum vlny jiného řešení, Sommerfeld nerozhodl. Rovnici pro rychlost a útlum vlny na tři media rozšířil Harms[2]) a zjednodušil ji za předpokladu, že medium vnitřní je nekonečně dobře vodivé, medium pak prostřední že je z dielektrika a velmi tenké.

Řešení Sommerfeldovo v případě vodivého drátu zevšeobecnil Hondros.[3]) Hondros nalézá mimo symetrické vlny Sommerfeldovy také vlny nesymetrické, které mají v cylindrických souřadnicích všech šest složek. V případě pak symetrie tato elektromagnetická vlna se rozpoltí ve vlny dvě, totiž ve vlnu o složkách E_z, E_r, M_φ a ve vlnu o složkách M_z, M_r, E_φ. Prvou vlnu nazývá Hondros vlnou elektrickou, druhou pak vlnou magnetickou. Z toho je viděti, že Sommerfeld a Harms vyšetřovali pouze vlnu elektrickou. Hondros dále nazývá vlnu o malém útlumu a rychlosti blízké rychlosti světla hlavní vlnou, naproti tomu vlnu o velikém útlumu a malé rychlosti vlnou vedlejší. U vodivého drátu pak nalezl, že neexistuje hlavní

[1]) Sommerfeld: Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes. Wied. Ann. *67*, 233. 1899.

[2]) Harms: Elektromagnetische Wellen an einem Draht mit isolierender cylindrischer Hülle. Annalen der Ph. *23*, 44. 1907.

[3]) Hondros: Über elektromagnetische Drahtwellen. Dissertation. Leipzig 1909, též Annalen der Ph. *30*, 905. 1909.

vlna nesymetrická, taktéž, že neexistuje hlavní symetrická vlna magnetická. U symetrické vlny elektrické nalézá mimo řešení Sommerfeldovo také řešení, které vede k vedlejším vlnám. Podobně ukázal, že rovnice pro vlnu magnetickou má řešení, které vede také k vedlejším vlnám.

Avšak tyto vlny, které se šíří hlavně v drátu, jsou velmi tlumeny, a to tím více, čím větší je vodivost drátu. V příkladě, který uvádí Hondros, klesne amplituda této vedlejší vlny symetrické na $\frac{1}{e}$ již na dráze 0·002 *mm*, a rychlost té vlny obnáší 12·5 *km/sec*. Proto je pochopitelno, že experimentálně se vůbec nedají zjistiti.

Mimo dosud uvedené vlny, které nevysílají ani nepřijímají energie z nekonečna, vyšetřuje Hondros také takové vlny, které jsou spojeny s přijímáním nebo vyzařováním energie. Tyto vlny, které v jistých případech se šíří nadsvětelnou rychlostí, tvoří jakési spojité spektrum. Mezi těmi existuje jen zcela určitý počet vln, jichž délka a útlum jsou přesně stanoveny, které však nejsou spojeny se žádným vyzařováním nebo pohlcováním energie. A právě tyto vlny jsou určeny podmínečnou rovnicí pro rychlost a útlum.

Zde rozšiřuji rovnici pro rychlost a útlum nesymetrické vlny na tři media. Zcela jako u dvou medií se tato rovnice v případu symetrie rozpadne v rovnice dvě, v rovnici pro vlnu elektrickou a pro vlnu magnetickou, z nichž první, jak jsme již uvedli, odvodil Harms a diskutoval pro případ, kdy medium vnitřní je nekonečně vodivé. Že v tomto případě rovnice pro rychlost a útlum vlny nemá řešení, které vede k vedlejší vlně, plyne z toho, že vznik vedlejších vln je podmíněn sice velikou, ale přece jen konečnou vodivostí drátu.

Hlavním předmětem této práce je pak případ, kdy jde o válec z dielektrika obklopený tenkou vrstvou kovovou. Za těchto okolností lze zjednodušiti rovnici pro rychlost a útlum hlavní vlny elektrické na tentýž tvar jako v případě Sommerfeldově a Harmsově, totiž na tvar $y \ln y = konst.$ Zajímavé je hlavně to, že v případě, kdy kovová vrstva je velmi tenká, vede řešení k vlně, která se šíří nadsvětelnou rychlostí. Při určité pak tloušťce vrstvy přijdeme k vlně, která se šíří zrovna rychlostí světelnou. Když tloušťka kovové vrstvy ještě vzrůstá, přechází tento případ v případ Sommerfeldův.

Integrace rovnic Maxwellových v cylindrických souřadnicích.

Maxwellovy rovnice v nepřítomnosti náboje mají tvar

$$\frac{\varepsilon}{c}\frac{d\mathfrak{E}}{dt} + \frac{4\pi\varkappa}{c}\mathfrak{E} = rot\,\mathfrak{M},$$

$$\frac{\mu}{c}\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = -rot\,\mathfrak{E},$$

$$div\,\mathfrak{E} = 0, \qquad div\,\mathfrak{M} = 0.$$

Při tom značí:

$\mathfrak{E}$ vektor síly elektrické,
$\mathfrak{M}$ vektor síly magnetické,
ε konstantu dielektrickou,
$\varkappa$ elektrostaticky měřenou vodivost,
μ magnetickou permeabilitu,
c rychlost světla ve vakuu.

Řešení budeme hledati pouze v případě vln časově ryze periodických, kdy tedy není žádný časový útlum. (Ten je různý od útlumu místního, to je zmenšování amplitudy při postupu podél drátu.)

Položíme-li tedy

$$\mathfrak{E} = e^{-i\omega t} . \mathfrak{E}_1, \quad \mathfrak{M} = e^{-i\omega t} . \mathfrak{M}_1,$$

kdež $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ — τ značí periodu kmitovou a jest veličinou reálnou — obdrží Maxwellovy rovnice tvar

$$rot\, \mathfrak{M}_1 = \frac{\mathfrak{E}_1}{c} (-\varepsilon i \omega + 4\pi\varkappa),$$

$$rot\, \mathfrak{E}_1 = \mu i \omega \frac{\mathfrak{M}_1}{c}.$$

Prvou rovnici znásobíme koefficientem σ a přičteme ke druhé, čímž dostaneme

$$c\, rot\, (\mathfrak{E}_1 + \sigma \mathfrak{M}_1) = (-\varepsilon i \omega + 4\pi\varkappa)\, \sigma \mathfrak{E}_1 + \mu i \omega \mathfrak{M}_1.$$

σ určíme rovnicí

$$\sigma = \sqrt{\frac{i\mu\omega}{-\varepsilon i \omega + 4\pi\varkappa}},$$

a zavedeme-li mimo to ještě veličinu h určenou vztahem

$$ch = -\varepsilon i \omega + 4\pi\varkappa,$$

tu mají Maxwellovy rovnice pro vektor $\mathfrak{A} = \mathfrak{E}_1 + \sigma \mathfrak{M}_1$ tvar

$$rot\, \mathfrak{A} = h\sigma \mathfrak{A}.$$

Složky vektoru $\mathfrak{A}$ v souřadnicích cylindrických z, r, φ, hoví tedy rovnicím

$$h\sigma r A_z = \frac{\partial r A_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi},$$

$$h\sigma r A_r = \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial r A_\varphi}{\partial z},$$

$$h\sigma A_\varphi = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}.$$

Substitucí $\mathfrak{A} = e^{i n \varphi} . \mathfrak{B}$, kdež vektor $\mathfrak{B}$ nezávisí již na φ, a n jest číslo celé, obdrží tyto rovnice tvar

$$h \sigma r B_z + i n B_r = \frac{\partial r B_\varphi}{\partial r},$$
$$h \sigma r B_r - i n B_z = - \frac{\partial r B_\varphi}{\partial z}, \qquad (1)$$
$$h \sigma B_\varphi = \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r}.$$

Z toho eliminací B_r a B_φ plyne rovnice pro B_z ve tvaru

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial r} + \left(h^2 \sigma^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) B_z = 0.$$

Rovnici tuto budeme integrovati substitucí $B_z = e^{i p z} . R$, při čemž R pokládáme za funkci jen proměnné r, čímž obdržíme pro R rovnici tvaru

$$\frac{d^2 R}{d r^2} + \frac{1}{r} \frac{d R}{d r} + \left(h^2 \sigma^2 - p^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0. \qquad (2)$$

Při tom jest p obecně komplexní a tvaru

$$p = \frac{2 \pi}{l} + i \alpha, \qquad (3)$$

kdež l značí délku vlny, α koefficient útlumu, jest to veličina podstatně kladná.

Rovnice (2) jest známá rovnice Besselova, její obecný integrál má tvar

$$R = a_1 H_n (r \sqrt{h^2 \sigma^2 - p^2}) + a_2 J_n (i \sqrt{h^2 \sigma^2 - p^2}). \qquad (4)$$

Dosadíme-li nyní do rovnic (1) $B_z = e^{i p z} . R$, plyne po snadném počtu [1])

$$r B_r = \frac{e^{i p z}}{h^2 \sigma^2 - p^2} \left(i n h \sigma R + i p r \frac{d R}{d r} \right),$$
$$r B_\varphi = - \frac{e^{i p z}}{h^2 \sigma^2 - p^2} \left(n p R + h \sigma r \frac{d R}{d r} \right).$$

Složky vektoru $\mathfrak{A} = \mathfrak{E}_1 + \sigma \mathfrak{M}_1$ plynou nyní násobením složek vektoru $\mathfrak{B}$ faktorem $e^{i n \varphi}$, složky vektoru $\mathfrak{E} + \sigma \mathfrak{M}$ pak dalším násobením faktorem $e^{-i \omega t}$. Jest tedy

$$E_z + \sigma M_z = B_z e^{i n \varphi - i \omega t},$$
$$E_r + \sigma M_r = B_r e^{i n \varphi - i \omega t},$$
$$E_\varphi + \sigma M_\varphi = B_\varphi e^{i n \varphi - i \omega t}.$$

Tyto rovnice musí platiti jak pro kladné, tak pro záporné σ. Tato okolnost poskytuje nám možnost odděliti elektrický a magnetický vektor. Je totiž

[1]) Viz na př. R. H. Weber, Elektromagnetische Schwingungen in Metallröhren, Ann. d. Phys. *8*, 721. 1902.

$$E_z + \sigma M_z = B_z(\sigma)\, e^{in\varphi - i\omega t},$$
$$E_z - \sigma M_z = B_z(-\sigma)\, e^{in\varphi - i\omega t},$$

z čehož

$$E_z = \frac{1}{2}\left[B_z(\sigma) + B_z(-\sigma)\right] e^{in\varphi - i\omega t},$$

$$M_z = \frac{1}{2\sigma}\left[B_z(\sigma) - B_z(-\sigma)\right] e^{in\varphi - i\omega t}.$$

Při tom ovšem koefficienty u R v rovnici (4) nutno pokládati za funkce σ. Položíme tedy $a_1 = A_1 + B_1\sigma$, $a_2 = A_2 + B_2\sigma$. Tím dostáváme, píšeme-li ještě

$$r\sqrt{h^2\sigma^2 - p^2} = x, \tag{5}$$

pro složky elektrické a magnetické síly výrazy

$$E_z = \left[A_1 J_n(x) + A_2 H_n(x)\right] e^{-i\omega t + ipz + in\varphi},$$
$$M_z = \left[B_1 J_n(x) + B_2 H_n(x)\right] e^{-i\omega t + ipz + in\varphi},$$

$$F_r = \frac{ir}{x^2}\left[nh\sigma^2\left(B_1 J_n(x) + B_2 H_n(x)\right) + \right.$$
$$\left. + pr\left(A_1\frac{dJ_n(x)}{dr} + A_2\frac{dH_n(x)}{dr}\right)\right] e^{-i\omega t + ipz + in\varphi},$$

$$M_r = \frac{ir}{x^2}\left[nh\left(A_1 J_n(x) + A_2 H_n(x)\right) + \right.$$
$$\left. + pr\left(B_1\frac{dJ_n(x)}{dr} + B_2\frac{dH_n(x)}{dr}\right)\right] e^{-i\omega t + ipz + in\varphi}, \tag{6}$$

$$E_\varphi = -\frac{r}{x^2}\left[np\left(A_1 J_n(x) + A_2 H_n(x)\right) + \right.$$
$$\left. + h\sigma^2 r\left(B_1\frac{dJ_n(x)}{dr} + B_2\frac{dH_n(x)}{dr}\right)\right] e^{-i\omega t + ipz + in\varphi},$$

$$M_\varphi = -\frac{r}{x^2}\left[np\left(\left(B_1 J_n(x) + B_2 H_n(x)\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + hr\left(A_1\frac{dJ_n(x)}{dr} + A_2\frac{dH_n(x)}{dr}\right)\right] e^{-i\omega t + ipz + in\varphi}.$$

Jde-li o styk dvou medií, z nichž každé je charakterisováno v případě vlny určité periody, tedy určitého ω, svým h a σ, tu podmínky na rozhraní vyžadují, aby tangenční složky E_z, M_z; E_φ, M_φ měnily se spojitě při průchodu rozhraním. Tato okolnost umožňuje vypočísti p a tím i délku vlny l, jakož i útlum α, v případě několika medií. V dalším se omezíme pouze na tři media.

Odvození transcendentní rovnice pro p v případě tří medií tvaru souosých válců.

Prvé medium ať sahá z nekonečna až do vzdálenosti ϱ od osy válců; druhé pak od ϱ do r a třetí od r až k ose samé. Každé medium je

charakterisováno svými konstantami ε_i, μ_i, $\varkappa_i$, při čemž index $i = 1, 2, 3$ značí, o které medium se jedná Nejprve jde o to vyšetřiti, které koeffi-cienty A_{1i}, A_{2i}; B_{1i}, B_{2i} odpadnou.

V mediu prvém musí složky elektrické i magnetické síly v nekonečnu vymizeti, jelikož, jak v úvodu řečeno, béřeme v úvahu pouze takové vlny elektromagnetické, které nevysílají ani nepřijímají energie z nekonečna. Energie pouze proudí hlavně v blízkosti vnitřních medií, ve kterých, jsou-li vodivé, se mění částečně v Jouleovo teplo, což podmiňuje útlum vln charakterisovaný koefficientem α v rovnici (3). Jest tedy v případě, že aspoň jedním z medií jest vodič, p jistě komplexní, a stejně i x definované rovnicí (5). Máme pak

$$x = r\sqrt{h^2\sigma^2 - p^2} = r\sqrt{h^2\sigma^2 - \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 + \alpha^2 - 4\frac{\pi}{l}\alpha i}\,;$$

znamení odmocniny budeme vždy voliti tak, aby imaginární část byla kladná. Proto složky vlny elektromagnetické v prvém mediu mohou býti vyjádřeny pouze takovou cylindrickou funkcí, která vymizí pro nekonečně velký argument, jehož imaginární část je kladná. To je pouze první Hankelova funkce, která vymizí exponenciálně; každá jiná cylindrická funkce stává se nekonečnou pro nekonečně velký argument s kladnou imaginární částí. Proto

$A_{11} = B_{11} = 0$, a dále H_n bude značiti první Hankelovu funkci.

O koefficientech v mediu druhém nelze obecně ničeho říci. V mediu třetím musí býti pro $r = 0$ složky elektrické a magnetické síly konečny, a poněvadž pouze funkce $J_n(x)$ zůstává konečnou pro $x = 0$, jest $A_{23} = B_{23} = 0$. Tím nám zůstaly v rovnicích (6) pouze koefficienty A_{21}, B_{21}; A_{12}, B_{12}, A_{22}, B_{22}; A_{13}, B_{13}. Abychom obdrželi rovnici pro p, nutno tyto koefficienty vyloučiti z podmínek platících na rozhraní medií, kde totiž, jak již řečeno, tangenční složky v obou mediích jsou stejné. Indexy n u Besselových funkcí $J_n(x)$ a $H_n(x)$ v dalším vynecháme. Zavedeme-li zkratky

$$\begin{aligned} \varrho\sqrt{h_1^2\sigma_1^2 - p^2} &= x_{\varrho_1}, \quad \varrho\sqrt{h_2^2\sigma_2^2 - p^2} = x_{\varrho_2}, \\ r\sqrt{h_2^2\sigma_2^2 - p^2} &= x_{r_2}, \quad r\sqrt{h_3^2\sigma_3^2 - p^2} = x_{r_3}, \end{aligned} \tag{5'}$$

máme tyto rovnice

a) pro rozhraní media 1 a 2 ve vzdálenosti ϱ

$$A_{21} H(x_{\varrho_1}) = A_{12} J(x_{\varrho_1}) + A_{22} H(x_{\varrho_2}), \tag{7}$$

$$B_{21} H(x_{\varrho_1}) = B_{12} J(x_{\varrho_1}) + B_{22} H(x_{\varrho_2}), \tag{8}$$

$$\frac{1}{x_{\varrho_1}^2}\left[n p A_{21} H(x_{\varrho_1}) + h_1\sigma_1^2\varrho B_{21}\frac{dH(x_{\varrho_1})}{dr}\right] = \frac{1}{x_{\varrho_2}^2}\left[n p\left(A_{12} J(x_{\varrho_2}) + A_{22} H(x_{\varrho_2})\right) + \right.$$

$$\left. + h_2\sigma_2^2\varrho\left(B_{12}\frac{dJ(x_{\varrho_2})}{dr} + B_{22}\frac{dH(x_{\varrho_2})}{dr}\right)\right], \tag{9}$$

$$\frac{1}{x_{\varrho_1}^2}\left[n\,p\,B_{21}H(x_{\varrho_1})+h_1\varrho\,A_{21}\frac{dH(x_{\varrho_1})}{dr}\right]=\frac{1}{x_{\varrho_2}^2}\left[n\,p\,(B_{12}J(x_{\varrho_2})+B_{22}H(x_{\varrho_2}))+\right.$$
$$\left.+h_2\varrho\left(A_{12}\frac{dJ(x_{\varrho_2})}{dr}+A_{22}\frac{dH(x_{\varrho_2})}{dr}\right)\right]. \tag{10}$$

b) pro rozhraní media 2 a 3 ve vzdálenosti r

$$A_{12}J(x_{r_2})+A_{22}H(x_{r_2})=A_{13}J(x_{r_2}), \tag{11}$$

$$B_{12}J(x_{r_2})+B_{22}H(x_{r_2})=B_{13}J(x_{r_2}), \tag{12}$$

$$\frac{1}{x_{r_2}^2}\left[n\,p\left(A_{12}J(x_{r_2})+A_{22}H(x_{r_2})\right)+h_2\sigma_2^2 r\left(B_{12}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}+B_{22}\frac{dH(x_{r_2})}{dr}\right)\right]=$$
$$=\frac{1}{x_{r_2}^2}\left[n\,p\,A_{13}J(x_{r_2})+h_3\sigma_3^2 r\,B_{13}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\right], \tag{13}$$

$$\frac{1}{x_{r_2}^2}\left[n\,p\left(B_{12}J(x_{r_2})+B_{22}H(x_{r_2})\right)+h_2 r\left(A_{12}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}+A_{22}\frac{dH(x_{r_2})}{dr}\right)\right]=$$
$$=\frac{1}{x_{r_2}^2}\left[n\,p\,B_{13}J(x_{r_2})+h_3 r\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\right]. \tag{14}$$

Z rovnic (7) a (8) vyjádříme A_{21} a B_{21}, tyto výrazy pak dosadíme do rovnic (9) a (10), čímž dostaneme

$$n\,p\left(A_{12}J(x_{\varrho_2})+A_{22}H(x_{\varrho_2})\right)\left(\frac{1}{x_{\varrho_1}^2}-\frac{1}{x_{\varrho_2}^2}\right)=B_{12}\left[\frac{h_2\sigma_2^2\varrho}{x_{\varrho_2}^2}\frac{dH(x_{\varrho_2})}{dr}-\frac{h_1\sigma_1^2\varrho}{x_{\varrho_1}^2}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\frac{dH(x_{\varrho_1})}{dr}\frac{J(x_{\varrho_2})}{H(x_{\varrho_1})}\right]+B_{22}\left[\frac{h_2\sigma_2^2\varrho}{x_{\varrho_2}^2}\frac{dH(x_{\varrho_2})}{dr}-\frac{h_1\sigma_1^2\varrho}{x_{\varrho_1}^2}\frac{dH(x_{\varrho_1})}{dr}\frac{H(x_{\varrho_2})}{H(x_{\varrho_1})}\right], \tag{15}$$

$$n\,p\left(B_{12}J(x_{\varrho_2})+B_{22}H(x_{\varrho_2})\right)\left(\frac{1}{x_{\varrho_1}^2}-\frac{1}{x_{\varrho_2}^2}\right)=A_{12}\left[\frac{h_2\varrho}{x_{\varrho_2}^2}\frac{dH(x_{\varrho_2})}{dr}-\right.$$
$$\left.-\frac{h_1\varrho}{x_{\varrho_1}^2}\frac{dH(x_{\varrho_1})}{dr}\frac{J(x_{\varrho_2})}{H(x_{\varrho_1})}\right]+A_{22}\left[\frac{h_2\varrho}{x_{\varrho_2}^2}\frac{dH(x_{\varrho_2})}{dr}-\frac{h_1\varrho}{x_{\varrho_1}^2}\frac{dH(x_{\varrho_1})}{dr}\frac{H(x_{\varrho_2})}{H(x_{\varrho_1})}\right]. \tag{16}$$

Podobně eliminací A_{13}, B_{13} z rovnic (11) a (12) a dosazením do rovnic (13) a (14) plyne

$$n\,p\left(A_{12}J(x_{r_2})+A_{22}H(x_{r_2})\right)\left(\frac{1}{x_{r_2}^2}-\frac{1}{x_{r_3}^2}\right)=B_{12}\left[\frac{h_3\sigma_3^2 r}{x_{r_3}^2}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\frac{J(x_{r_2})}{J(x_{r_3})}-\right.$$
$$\left.-\frac{h_2\sigma_2^2 r}{x_{r_2}^2}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\right]+B_{22}\left[\frac{h_3\sigma_3^2 r}{x_{r_3}^2}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\frac{H(x_{r_2})}{J(x_{r_3})}-\frac{h_2\sigma_2^2 r}{x_{r_2}^2}\frac{dH(x_{r_2})}{dr}\right], \tag{17}$$

$$n\,p\left(B_{12}J(x_{r_2})+B_{22}H(x_{r_2})\right)\left(\frac{1}{x_{r_2}^2}-\frac{1}{x_{r_3}^2}\right)=A_{12}\left[\frac{h_3 r}{x_{r_3}^2}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\frac{J(x_{r_2})}{J(x_{r_3})}-\right.$$
$$\left.-\frac{h_2 r}{x_{r_2}^2}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\right]+A_{22}\left[\frac{h_3 r}{x_{r_3}^2}\frac{dJ(x_{r_2})}{dr}\frac{H(x_{r_2})}{J(x_{r_3})}-\frac{h_2 r}{x_{r_2}^2}\frac{dH(x_{r_2})}{dr}\right]. \tag{18}$$

Konečně pak eliminací A_{12}, A_{22}, B_{12}, B_{22} z rovnic (15) až (18) obdržíme rovnici pro p ve tvaru determinantu, jehož obecná diskusse byla by asi velmi obtížná. Ale v případě vlny symetrické ($n=0$) nastane

zjednodušení, neboť rovnice se rozpadá v rovnice dvě, z nichž prvou lze psáti ve tvaru:

$$\frac{\frac{h_2\,\sigma_2^2}{x_{\varrho_2}}\,J'(x_{\varrho_2})\,H(x_{\varrho_1}) - \frac{h_1\,\sigma_1^2}{x_{\varrho_1}}\,H'(x_{\varrho_1})\,J(x_{\varrho_2})}{\frac{h_2\,\sigma_2^2}{x_{\varrho_2}}\,H'(x_{\varrho_2})\,H(x_{\varrho_1}) - \frac{h_1\,\sigma_1^2}{x_{\varrho_1}}\,H'(x_{\varrho_1})\,H(x_{\varrho_2})} =$$

$$= \frac{\frac{h_3\,\sigma_3^2}{x_{r_2}}\,J'(x_{r_2})\,J(x_{r_2}) - \frac{h_2\,\sigma_2^2}{x_{r_2}}\,J'(x_{r_2})\,J(x_{r_2})}{\frac{h_3\,\sigma_3^2}{x_{r_2}^2}\,J'(x_{r_2})\,H(x_{r_2}) - \frac{h_2\,\sigma_2^2}{x_{r_2}}\,H'(x_{r_2})\,J(x_{r_2})}, \qquad (19)$$

a druhou ve tvaru

$$\frac{\frac{h_2}{x_{\varrho_2}}\,J'(x_{\varrho_2})\,H(x_{\varrho_1}) - \frac{h_1}{x_{\varrho_1}}\,H'(x_{\varrho_1})\,J(x_{\varrho_2})}{\frac{h_2}{x_{\varrho_2}}\,H'(x_{\varrho_2})\,H(x_{\varrho_1}) - \frac{h_1}{x_{\varrho_1}}\,H'(x_{\varrho_1})\,H(x_{\varrho_2})} =$$

$$= \frac{\frac{h_3}{x_{r_2}}\,J'(x_{r_2})\,J(x_{r_2}) - \frac{h_2}{x_{r_2}}\,J'(x_{r_2})\,J(x_{r_2})}{\frac{h_3}{x_{r_2}}\,J'(x_{r_2})\,H(x_{r_2}) - \frac{h_2}{x_{r_2}}\,H'(x_{r_2})\,J(x_{r_2})}. \qquad (19')$$

Z toho plyne: V případě $n \neq 0$ existuje pouze jedna rovnice pro p. Avšak pro $n = 0$ se tato rovnice rozpoltí v rovnice dvě, zcela podobně, jak to odvodil Hondros v případě dvou medií. To je jasno z toho, že se rovnice (7) až (14) pro $n = 0$ rozpadají ve dvě zcela neodvislé serie, jedna z nich má pouze koefficienty A, druhá B. Proto má prvá vlna složky E_z, E_r, M_φ, a je to tak zvaná vlna elektrická, té odpovídá rovnice (19′); druhá vlna má pouze složky M_z, M_r, E_φ, to je vlna magnetická, která odpovídá rovnici (19).

Sommerfeld a po něm Harms zavádějí místo konstant h, σ konstanty k a μ, kdež μ je permeabilita media; tyto konstanty zavedeme i v dalším. Rovnice mezi h, σ a k, μ plynou ze vztahů

$$\sigma = \sqrt{\frac{i\,\mu\,\omega}{-\varepsilon\,\omega\,i + 4\,\pi\,\varkappa}},$$

$$c\,h = -\varepsilon\,i\,\omega + 4\,\pi\,\varkappa = \frac{c^2\,k^2}{i\,\omega\,\mu}.$$

Z toho je

$$\sigma^2 = -\frac{\mu^2\,\omega^2}{k^2\,c^2}, \quad h = \frac{c\,k^2}{i\,\omega\,\mu}, \quad \text{a}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{k_2^2}{\mu_2}}{\frac{k_1^2}{\mu_1}}, \quad \frac{\sigma_2^2\,h_2}{\sigma_1^2\,h_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Dále jest

$$k^2 = \frac{i\,\omega\,\mu}{c^2}\,(4\,\pi\,\varkappa - \varepsilon\,i\,\omega). \tag{20}$$

V případě dielektrika ($\varkappa = 0$) jest tedy

$$k^2 = \frac{\varepsilon\,\mu}{c^2}\,\omega^2 = 4\,\pi^2\,\frac{\varepsilon\,\mu}{c^2\,\tau^2},$$

z čehož

$$k = \frac{2\,\pi}{l_0}, \tag{20'}$$

značí-li l_0 délku vlny odpovídající periodě τ v mediu do nekonečna sahajícím, jehož dielektrická konstanta jest ε a permeabilita μ. Jde-li o dokonalý vodič, možno ε zanedbati vedle $\varkappa$, pak jest

$$k^2 = \frac{4\,\pi\,\omega}{c^2}\,\mu\,\varkappa\,i,$$

a tedy

$$k = \frac{\sqrt{2}}{c}\,\sqrt{\pi\,\omega\,\mu\,\varkappa}\,(1+i). \tag{20''}$$

Konečně rovnice (5′) přejdou v

$$\begin{aligned} x_{\varrho_1} &= \varrho\,\sqrt{k_1^2 - p^2} & x_{\varrho_2} &= \varrho\,\sqrt{k_2^2 - p^2} \\ x_{r_2} &= r\,\sqrt{k_2^2 - p^2} & x_{r_3} &= r\,\sqrt{k_3^2 - p^2}. \end{aligned} \tag{21}$$

Tím a malým upravením rovnice (19) a (19′) nabudou tvaru

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2}\,J(x_{\varrho_2})\,H'(x_{\varrho_1}) - \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1}\,H(x_{\varrho_1})\,J'(x_{\varrho_2})}{\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2}\,H'(x_{\varrho_1})\,H(x_{\varrho_2}) - \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1}\,H(x_{\varrho_2})\,H'(x_{\varrho_2})} =$$

$$= \frac{\frac{x_{r_2}}{\mu_2}\,J'(x_{r_2})\,J(x_{r_2}) - \frac{x_{r_2}}{\mu_3}\,J(x_{r_2})\,J'(x_{r_2})}{\frac{x_{r_2}}{\mu_2}\,J'(x_{r_2})\,H(x_{r_2}) - \frac{x_{r_2}}{\mu_3}\,J(x_{r_2})\,H'(x_{r_2})}, \tag{22}$$

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}\,\mu_2}{k_2^2}\,J(x_{\varrho_2})\,H'(x_{\varrho_1}) - \frac{x_{\varrho_1}\,\mu_1}{k_1^2}\,H(x_{\varrho_1})\,J'(x_{\varrho_2})}{\frac{x_{\varrho_2}\,\mu_2}{k_2^2}\,H'(x_{\varrho_1})\,H(x_{\varrho_2}) - \frac{x_{\varrho_1}\,\mu_1}{k_1^2}\,H(x_{\varrho_2})\,H'(x_{\varrho_2})} =$$

$$= \frac{\frac{x_{r_2}\,\mu_2}{k_2^2}\,J'(x_{r_2})\,J(x_{r_2}) - \frac{x_{r_2}\,\mu_3}{k_3^2}\,J(x_{r_2})\,J'(x_{r_2})}{\frac{x_{r_2}\,\mu_2}{k_2^2}\,J'(x_{r_2})\,H(x_{r_2}) - \frac{x_{r_2}\,\mu_3}{k_3^2}\,J(x_{r_2})\,H'(x_{r_2})}. \tag{22'}$$

Když vodivost vnitřního media (třetího) je nekonečně veliká, je také k_3 nekonečné, a rovnice (22′) pro p vlny elektrické nabude tohoto zjednodušeného tvaru

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} J(x_{\varrho_2}) H'(x_{\varrho_1}) - \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} H(x_{\varrho_1}) J'(x_{\varrho_2})}{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} H'(x_{\varrho_1}) H(x_{\varrho_2}) - \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} H(x_{\varrho_1}) H'(x_{\varrho_2})} = \frac{J(x_{r_2})}{H(x_{r_2})}.$$

Rovnici tuto vynásobíme křížem a sloučíme; tím dostaneme

$$\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2}[J(x_{\varrho_2}) H'(x_{\varrho_1}) H(x_{r_2}) - H'(x_{\varrho_1}) H(x_{\varrho_2}) J(x_{r_2})] =$$

$$= \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2}[-H(x_{\varrho_1}) H'(x_{\varrho_2}) J(x_{r_2}) + H(x_{\varrho_1}) J'(x_{\varrho_2}) H(x_{r_2})].$$

Levá strana této rovnice má společný faktor $H'(x_{\varrho_1})$, pravá $H(x_{\varrho_1})$; jich vytčením plyne rovnice

$$\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} \frac{J(x_{\varrho_2}) H(x_{r_2}) - J(x_{r_2}) H(x_{\varrho_2})}{J'(x_{\varrho_2}) H(x_{r_2}) - H'(x_{\varrho_2}) J(x_{r_2})} = \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})}. \qquad (23)$$

Rovnici pro ϕ vlny magnetické (22) lze psáti ve tvaru

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2} J(x_{\varrho_2}) H'(x_{\varrho_1}) - \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1} H(x_{\varrho_1}) J'(x_{\varrho_2})}{\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2} H'(x_{\varrho_1}) H(x_{\varrho_2}) - \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1} H(x_{\varrho_1}) H'(x_{\varrho_2})} = \frac{\frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})} J(x_{r_2}) - \frac{\mu_2}{\mu_3} J'(x_{r_2})}{\frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})} H(x_{r_2}) - \frac{\mu_2}{\mu_3} H'(x_{r_2})}.$$

Je-li vnitřní medium nekonečně vodivé, jest $x_{r_2} = r\sqrt{k_3^2 - \phi^2}$ nekonečně veliké a tedy

$$\frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})} = 0,$$

čímž zbude

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2} J(x_{\varrho_2}) H'(x_{\varrho_1}) - \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1} H(x_{\varrho_1}) J'(x_{\varrho_2})}{\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2} H'(x_{\varrho_1}) H(x_{\varrho_2}) - \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1} H(x_{\varrho_1}) H'(x_{\varrho_2})} = \frac{J'(x_{r_2})}{H'(x_{r_2})}.$$

Rovnici tuto vynásobíme křížem a sloučíme; tím je

$$\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2}[J(x_{\varrho_2}) H'(x_{\varrho_1}) H'(x_{r_2}) - H'(x_{\varrho_1}) H(x_{\varrho_2}) J'(x_{r_2})] =$$

$$= \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1}[-H(x_{\varrho_1}) H'(x_{\varrho_2}) J'(x_{r_2}) + H(x_{\varrho_1}) J'(x_{\varrho_2}) H'(x_{r_2})].$$

To upraveno, dává

$$\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2} \frac{J(x_{\varrho_2}) H'(x_{r_2}) - H(x_{\varrho_2}) J'(x_{r_2})}{J'(x_{\varrho_2}) H'(x_{r_2}) - J'(x_{r_2}) H'(x_{\varrho_2})} = \frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})}. \qquad (23')$$

Rovnici (22′) nalezl Harms a diskutoval ji v tom případě, kdy medium vnitřní je nekonečně dobře vodivé, kdy tedy přejde v rovnici (23), ostatní pak dvě media jsou dielektrika, z nichž druhé je velice tenké. Kdyby totiž

druhého media vůbec nebylo, elektrická vlna by se šířila kol drátu bez útlumu rychlostí odpovídající mediu prvému. Je-li pak medium druhé velmi tenké, tu p^2 bude se velmi málo lišiti od k_1^2. Z tohoto předpokladu vyšel Harms a jím zjednodušil rovnici pro vlnu elektrickou.

Rovnici pro vlnu magnetickou nelze takto řešiti, jelikož při pouhém drátu, jak ukázal Hondros, s rostoucí vodivostí jeho jsou vlny magnetické stále více tlumeny. V případě pak nekonečně vodivého drátu nevzniknou vůbec žádné vlny magnetické. Mimo to Harms také nevyšetřil, zda při vlně elektrické neexistuje ještě jiné řešení, než to, které podal. Proto zkusme nyní, zda v případě Harmsově nevzniknou takové vlny, které jsou velmi tlumeny, pro které tedy p má hodnoty veliké, a to tím větší, čím tenší je vrstva media 2, tedy vlny obdobné vedlejším vlnám v případě Hondrosově. Proto kladme do rovnice pro p jak vlny elektrické tak magnetické za cylindrické funkce argumentů x_{ϱ_1}, x_{ϱ_2}, x_{r_2} přibližné hodnoty pro veliké argumenty, totiž

$$J(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\, cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \tag{24}$$

$$J'(x) = -\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\, sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$H(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\left[cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + i\, sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right] = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\, e^{i\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}, \tag{24'}$$

$$H'(x) = i\, H(x).$$

To, vloženo do rovnice (23) pro p vlny elektrické, po sloučení dává

$$\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2}\,\frac{cos\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) sin\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) - cos\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) sin\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right)}{sin\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) sin\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) + cos\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) cos\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right)} = i\,\frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2},$$

což upravením je

$$tg\,(x_{r_2} - x_{\varrho_2}) = i\,\frac{x_{\varrho_1}\mu_1\, k_2^2}{x_{\varrho_2}\mu_2\, k_1^2}.$$

Poněvadž p je velmi velké, je přibližně

$$x_{r_2} = r\sqrt{k_2^2 - p^2} = i\,r\,p,$$

$$x_{\varrho_1} = x_{\varrho_2} = i\,\varrho\,p,$$

čímž rovnice pro p zní

$$tg\,pi\,(r - \varrho) = i\,\frac{\mu_1 k_2^2}{\mu_2 k_1^2} = i\,\varepsilon\,\frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Jelikož imaginární část tangenty má totéž znamení jako imaginární část argumentu, nemůže býti tato rovnice, poněvadž ϱ je větší než r, pro žádné p

s kladnou imaginární částí splněna. Proto v případě Harmsem vyšetřovaném neexistuje vlna elektrická o velikém útlumu a malé postupné rychlosti.

Podobně rovnice (23′) pro vlnu magnetickou po vložení přibližných hodnot pro veliké argumenty dostane tvar

$$\frac{x_{\varrho_2}}{\mu_2}\,\frac{\cos\,(x_{r_2}-x_{\varrho_2})}{\sin\,(x_{r_2}-x_{\varrho_2})}=-\,i\,\frac{x_{\varrho_1}}{\mu_1},$$

nebo

$$tg\,(x_{r_2}-x_{\varrho_2})=i\,\frac{x_{\varrho_2}\mu_1}{x_{\varrho_1}\mu_2},$$

a zase

$$tg\,pi\,(r-\varrho)=i\,\frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Tato rovnice tedy, jako při vlně elektrické, zase nevede k žádné možné vlně magnetické, silně tlumené.

Rovnice pro p symetrické vlny elektrické v případě, kdy medium druhé je velmi tenké a dobře vodivé.

Jelikož k_2^2 v tomto případě je velmi veliké, bude také dle rovnic (21) x_{ϱ_2} a x_{r_2} veliké, a za cylindrické funkce těchto argumentů vložíme do rovnice (22′) přibližné hodnoty pro veliké argumenty dle rovnic (24) a (24′). Tím rovnice (22′) bude míti tvar

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2}\cos\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)H'(x_{\varrho_1})+\frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2}H(x_{\varrho_1})\sin\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2}e^{i\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)}H'(x_{\varrho_1})-\frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2}\,i\,e^{i\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)}H(x_{\varrho_1})}=$$

$$=\frac{\frac{x_{r_2}\mu_2}{k_2^2}J'(x_{r_2})\cos\left(x_{r_2}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{x_{r_2}\mu_3}{k_3^2}J(x_{r_2})\sin\left(x_{r_2}-\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{x_{r_2}\mu_2}{k_2^2}J'(x_{r_2})\,e^{i\left(x_{r_2}-\frac{\mu}{4}\right)}-\frac{x_{r_2}\mu_3}{k_3^2}J(x_{r_2})\,i\,e^{i\left(x_{r_2}-\frac{\pi}{4}\right)}}.$$

Převrácením a položením $e^{i\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ je levá strana

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2}\left[\cos\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)\right]H'(x_{\varrho_1})-}{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2}\cos\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)H'(x_{\varrho_1})+}$$

$$\frac{-\frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2}\,i\left[\cos\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)\right]H(x_{\varrho_1})}{+\frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2}H(x_{\varrho_1})\sin\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)}=$$

$$= 1 + \frac{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} i \sin\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) H'(x_{\varrho_1}) - \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} i \cos\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) H(x_{\varrho_1})}{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} \cos\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) H'(x_{\varrho_1}) + \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} H(x_{\varrho_1}) \sin\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

Podobně druhá strana je upravením

$$1 + \frac{\frac{x_{r_2}\mu_2}{k_2^2} i \sin\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) J'(x_{r_2}) - \frac{x_{r_2}\mu_3}{k_3^2} i \cos\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) J(x_{r_2})}{\frac{x_{r_2}\mu_2}{k_2^2} J'(x_{r_2}) \cos\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{x_{r_2}\mu_3}{k_3^2} J(x_{r_2}) \sin\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

Porovnáním obou stran plyne rovnice pro ϕ ve tvaru

$$\frac{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} \sin\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) H'(x_{\varrho_2}) - \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} \cos\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) H(x_{\varrho_1})}{\frac{x_{\varrho_2}\mu_2}{k_2^2} \cos\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) H'(x_{\varrho_1}) + \frac{x_{\varrho_1}\mu_1}{k_1^2} H(x_{\varrho_1}) \sin\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right)} =$$

$$= \frac{\frac{x_{r_2}\mu_2}{k_2^2} \sin\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) J'(x_{r_2}) - \frac{x_{r_2}\mu_3}{k_3^2} \cos\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) J(x_{r_2})}{\frac{x_{r_2}\mu_2}{k^2} J'(x_{r_2}) \cos\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{x_{r_2}\mu_3}{k_3^2} J(x_{r_2}) \sin\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

čili

$$\frac{\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})}}{\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} + \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})} tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})}}{\frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} + \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})} tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

Vynásobením křížem je

$$\frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} \frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})} +$$

$$+ \frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})} tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})} tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} \frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})} +$$

$$+ \frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})} tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_2})} tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

To upravením dává

$$\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})} \left[1 + tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] -$$

$$- \frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})} \left[1 + tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right) tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] =$$

$$= \left[\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1} \frac{k_2^2\mu_2}{k_2^2\mu_3} + \frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}} \frac{x_{r_2}}{x_{r_2}} \frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})} \frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})}\right] \left[tg\left(x_{r_2} - \frac{\pi}{4}\right) - tg\left(x_{\varrho_2} - \frac{\pi}{4}\right)\right].$$

Nebo násobením — 1 a upravením je

$$\frac{tg\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)-tg\left(x_{r_2}-\frac{\pi}{4}\right)}{1+tg\left(x_{\varrho_2}-\frac{\pi}{4}\right)tg\left(x_{r_2}-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{\frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3}\frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}}\frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})}-\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1}\frac{x_{r_2}}{x_{r_2}}\frac{J(x_{r_1})}{J'(x_{r_2})}}{\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1}\frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3}+\frac{x_{\varrho_1}}{x_{\varrho_2}}\frac{x_{r_2}}{x_{r_1}}\frac{H(x_{\varrho_1})}{H'(x_{\varrho_1})}\frac{J(x_{r_2})}{J'(x_{r_2})}}.$$

Jelikož dle předpokladu k_2 je veliké, je člen $\frac{k_1^2\mu_2}{k_2^2\mu_1}\frac{k_3^2\mu_2}{k_2^2\mu_3}$ velmi malý, a proto ho můžeme zanedbati. Pak dostaneme dělením, je-li ještě $\mu_1=\mu_2=\mu_3=1$,

$$tg\,(x_{\varrho_2}-x_{r_2})=\frac{k_3^2}{k_2^2}\frac{x_{r_2}}{x_{r_2}}\frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})}-\frac{k_1^2}{k_2^2}\frac{x_{\varrho_2}}{x_{\varrho_1}}\frac{H'(x_{\varrho_1})}{H(x_{\varrho_1})}.$$

V rovnicích (21) pro x_{ϱ_2} a x_{r_2} lze malé p^2 oproti k_2^2 zanedbati, takže jest $x_{\varrho_2}=k_2\varrho$, $x_{r_2}=k_2 r$, a píšeme-li ještě ve druhém členu na pravé straně za funkce argumentu x_{ϱ_1} přibližné hodnoty pro malé argumenty, totiž

$$H(x_{\varrho_1})=\frac{2i}{\pi}ln\frac{\beta x_{\varrho_1}}{2}$$

$$H'(x_{\varrho_1})=\frac{2i}{\pi}\frac{1}{x_{\varrho_1}},$$

kdež $\beta=-1{,}781\,i$, plyne z poslední rovnice

$$tg\,k_2(\varrho-r)=\frac{k_3^2 r}{k_2 x_{r_2}}\frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})}-\frac{k_1^2\varrho}{k_2 x_{\varrho_1}^2 ln\frac{\beta x_{\varrho_1}}{2}}.$$

Z toho upravením je

$$\frac{k_1^2\varrho\beta^2}{2\left(\frac{\beta x_{\varrho_1}}{2}\right)^2 ln\left(\frac{\beta x_{\varrho_1}}{2}\right)^2}=\frac{k_3^2 r}{x_{r_2}}\frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})}-k_2\,tg\,k_2(\varrho-r).$$

Položíme-li

$$\left(\frac{\beta x_{\varrho_1}}{2}\right)^2=y \qquad (24'')$$

vyhovuje y rovnici

$$y\,ln\,y=\frac{k_1^2\varrho\beta^2}{2\left[\frac{k_3^2 r}{x_{r_2}}\frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})}-k_2\,tg\,k_2(\varrho-r)\right]}. \qquad (25)$$

Pro výpočet učiníme ještě další omezení, totiž, že x_{r_2} je malé. To je možno také proto, že člen $\frac{k_3^2 r}{x_{r_2}}\frac{J'(x_{r_2})}{J(x_{r_2})}$ je proti $k_2\,tg\,k_2(\varrho-r)$ velmi malý, je to jen jakýsi člen korrekční. Pak, píšeme-li za $J'(x_{r_2})$ a $J(x_{r_2})$ přibližné hodnoty pro malé argumenty, totiž

$$J(x_r) = 1 \text{ a } J'(x_{r_s}) = -\frac{x_{r_s}}{2},$$

je

$$\frac{k_3^2 r}{x_{r_s}} \frac{J'(x_{r_s})}{J(x_{r_s})} = -\frac{k_3^2 r}{2},$$

a rovnice pro y zní

$$y \ln y = \frac{k_1^2 \varrho \beta^2}{2\left[-k_2 tg\, k_2 (\varrho - r) - \frac{k_3^2 r}{2}\right]}. \qquad (25)$$

K vyšetření pravé strany zavedeme označení a, d, c, jichž význam plyne z rovnice $k_2 = a(1+i)$, $\varrho - r = d$, $a\,d = c$.
Pak rovnice pro y má tvar

$$y \ln y = \frac{k_1^2 \varrho \beta_2}{2\left[-a(1+i)\, tg\, ad(1+i) - \frac{k_3^2 r}{2}\right]}.$$

V dalším omezíme se na případ, kdy $a\,d = c$ je malé, pročež možno položiti

$$tg\, c(1+i) = c(1+i) + \frac{1}{3} c^3 (1+i)^3$$

a jelikož

$$(1+i)^3 = 1 + 3i + 3i^2 + i^3 = 1 + 3i - 3 - i = -2 + 2i, \text{ je}$$

$$tg\, c(1+i) = \left(c - \frac{2}{3} c^3\right) + i\left(c + \frac{2}{3} c^3\right), \text{ a}$$

$$(1+i)\, tg\, c(1+i) = -\frac{4}{3} c^3 + 2ci.$$

Tím rovnice pro y je

$$y \ln y = \frac{k_1^2 \varrho \beta^2}{2\left[-a\left(-\frac{4}{3} c^3 + 2ci\right) - \frac{k_3^2 r}{2}\right]} = \frac{k_1^2 \varrho \beta^2}{2\left[\left(\frac{4}{3} ac^3 - \frac{k_3^2 r}{2}\right) - 2aci\right]}.$$

Abychom odstranili komplexní výraz z jmenovatele, znásobíme celý zlomek výrazem sdruženým, čímž pro y obdržíme rovnici ve tvaru

$$y \ln y = \frac{k_1^2 \varrho \beta^2 \left[\left(\frac{4}{3} ac^3 - \frac{k_3^2 r}{2}\right) + 2aci\right]}{2\left[\left(\frac{4}{3} ac^3 - \frac{k_3^2 r}{2}\right)^2 + (2ac)^2\right]}.$$

Člen $\left(\frac{4}{3} ac^3 - \frac{k_3^2 r}{2}\right)^2$ možno zanedbati proti velikému $(2ac)^2$, čímž zní rovnice pro y již definitivně

$$y \ln y = \frac{k_1^2 \varrho \beta^2}{8 a^2 c^2}\left[\frac{4}{3} ac^3 - \frac{k_3^2 r}{2} + 2aci\right]. \qquad (26)$$

Při tom zanedbáváme pouze členy s c^5 nebo s $c^3\ k_3^2$, tedy veličiny opravdu velmi malé.

V případě, kdy ještě $\frac{k_3^2\ r}{2}$ lze zanedbati, má tato rovnice tvar

$$y\ ln\ y = \frac{k_1^2\ \varrho\ \beta^2}{4\ ac}\left[\frac{2}{3}\ c^2 + i\right].$$

V našem případě rovnice $y\ ln\ y =$ konst. povede při tenké vrstvě kovové k vlně, která je *delší*, než vlna odpovídající mediu prvému. To znamená, že kol válce z dielektrika s tenkým kovovým povlakem bude se taková vlna šířiti rychlostí větší, než jakou by se šířila pouze v mediu prvém. Když medium prvé je vzduch, nebo přesněji vakuum, bude se vlna elektrická kol toho válce šířiti nadsvětelnou rychlostí. Tu je možno odvoditi vztah, který musí existovati mezi reálnou a imaginární částí y, aby vlna odpovídající y se šířila rychlostí menší, než která přísluší mediu prvému. Je totiž

$$y = \frac{-|\beta|^2}{4}\ \varrho^2\ (k_1^2 - p^2),$$

z čehož

$$p^2 = k_1^2 + \frac{4\ y}{|\beta|^2\ \varrho^2}\ . \qquad (27)$$

Má-li míti p větší realnou část než je k_1^2, a má-li míti imaginárnou část kladnou, musí býti tvaru

$$p = k_1\ (1 + \alpha_1 + i\ \beta_1), \qquad (27')$$

při čemž α_1 a β_1 jsou essencielně kladná čísla. Porovnáním rovnic (27) a (27′) je

$$k_1^2\ (1 + \alpha_1 + i\ \beta_1)^2 = k_1^2 + \frac{4\ y}{|\beta|^2\ \varrho^2},$$

z čehož, položíme-li $y = \xi + i\ \eta$, je rozepsáním

$$k_1^2\ (\alpha_1^2 + 2\ \alpha_1 - \beta_1^2) + i\ k_1^2\ (2\ \beta_1 + 2\ \alpha_1\ \beta_1) = \frac{4\ (\xi + i\ \eta)}{|\beta|^2\ \varrho^2}\ .$$

Rozdělením na část reálnou a imaginárnou plyne

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 + 2\ \alpha_1 - \beta_1^2 &= \frac{4\ \xi}{|\beta|^2\ \varrho^2\ k_1^2}\ , \\ 2\ \beta_1 + 2\ \alpha_1\ \beta_1 &= \frac{4\ \eta}{|\beta|^2\ \varrho^2\ k_1^2}\ . \end{aligned} \qquad (28)$$

Jsou-li ξ a η kladné, je tato soustava rovnic vždy řešitelná kladnými α_1 a β_1, jak plyne z této úvahy.

Nejprve položme za výrazy na pravých stranách d_1 a d_2, takže máme rovnice

$$\alpha_1^2 + 2\,\alpha_1 - \beta_1^2 = d_1,$$
$$2\,\beta_1\,(1 + \alpha_1) = d_2,$$

které lze psáti také ve tvaru

$$(\alpha_1 + 1)^2 - \beta_1^2 - 1 = d_1,$$
$$4\,\beta_1^2\,(1 + \alpha_1^2) = d_2^2.$$

Z těchto rovnic je patrno, že $-\beta_1^2$ a $(1 + \alpha_1)^2$ jsou kořeny rovnice

$$x^2 - (d_1 + 1)\,x - \frac{d_2^2}{4} = 0.$$

Kořeny této rovnice jsou však

$$x_{12} = \frac{(d_1 + 1) \pm \sqrt{(d_1 + 1)^2 + d^2_2}}{2},$$

z čehož je viděti, že prvý kořen je vždy větší než jedna, druhý pak vždy menší než nula. Prvý kořen je však $(1 + \alpha_1)^2$, druhý pak $-\beta_1^2$. Tedy rovnice (28) mají vždy řešení kladnými α_1 a β_1, ať jsou d_1 a d_2 a tedy i ξ a η jakákoli kladná čísla.

Druhý případ je, když ξ a tím i d_1 je záporné, klademe $d_1 = -d_1'$, kdež d_1' jest kladné. Pak máme rovnice

$$\alpha_1^2 + 2\,\alpha_1 - \beta_1^2 = -d_1',$$
$$2\,\beta_1\,(1 + \alpha_1) = d_2.$$

Z těchto rovnic plyne zase, že $(1 + \alpha_1)^2$ a $-\beta_1^2$ jsou kořeny rovnice

$$x^2 + (d_1' - 1)\,x - \frac{d_2^2}{4} = 0,$$

odkud řešením je

$$x_{1,2} = \frac{-(d_1' - 1) \pm \sqrt{(d_1' - 1)^2 + d_2^2}}{2}.$$

x_2 je vždy menší než 0, to odpovídá kořenu $-\beta_1^2$, a pro $(1 + \alpha_1)^2$ musí býti

$$\frac{-(d_1' - 1) + \sqrt{(d_1' - 1)^2 + d_2^2}}{2} > 1,$$

čili

$$1 - d_1' + \sqrt{(d_1' - 1)^2 + d_2^2} > 2,$$

z čehož plyne po snadné redukci

$$d_2^2 > 4\,d_1'.$$

To je vztah mezi d_1' a d_2 v případě, kdy ξ je záporné. Ten musí býti splněn, mají-li rovnice (28) býti řešitelny kladnými α_1 a β_1. Dosadíme-li za d_1' a d_2, zní tento vztah

$$\left(\frac{4\,\eta}{|\beta|^2\,\varrho^2\,k_1^{\,2}}\right)^2 > 4\,\frac{4\,|\xi|}{|\beta|^2\,\varrho^2\,k_1^{\,2}},$$

nebo

$$\frac{\eta^2}{|\beta|^2\,\varrho^2\,k_1^{\,2}} > |\xi|.$$

Kdyby η bylo záporné, musí býti buď β_1, nebo $1 + \alpha_1$, záporné, což odporuje původním předpokladům, že totiž p jest tvaru $\frac{2\pi}{l} + i\,\alpha$, kdež i l i α jsou veličiny podstatně kladné.

Jako příklad propočítáme délky vlny v případě, kdy mediem 2 jest platina, pro niž jest $k_2 = 4\pi \,.\, 144\,(1 + i)$. Tloušťka vrstvy platinové budiž postupně 1.) $10^{-6}\,cm$, 2.) $10^{-5}\,cm$, 3.) $10^{-4}\,cm$, 4.) $10^{-3}\,cm$. Poloměr vnitřního válce budiž $\varrho = 0{\cdot}5\ cm$, medium 3 jej vyplňující nechť jest *A*) vzduch ($\varepsilon = 1$), *B*) voda ($\varepsilon = 81$). Perioda kmitová τ budiž $^1/_3 \,.\, 10^{-8}$, tedy $l_0 = c\,\tau = 100\,cm$. Jedná se tedy o řešení rovnice (26), po případě (25), jež provedeme methodou udanou Sommerfeldem pro vlny na kovovém drátě.[1]) Stanovíme-li y, plyne dále z první rovnice (21)

$$p^2 = k_1^{\,2} - \frac{x_{\varrho_1}^{\,2}}{\varrho^2},$$

z čehož vzhledem k rovnici (24′) obdržíme

$$p^2 = k_1^{\,2} - \frac{4\,y}{\beta^2\,\varrho^2}.$$

Při tom jest $\beta = -1{,}781\,i$, čili $\beta = i\,\gamma$, kdy $\gamma = -1{,}781$, a poněvadž druhý člen na pravé straně poslední rovnice jest malý proti prvnímu, můžeme psáti

$$p = k_1\left(1 + \frac{2\,y}{k_1^{\,2}\,\gamma^2\,\varrho^2}\right) \qquad (28)$$

A, 1. Rovnice (26) tu zní

$$y\,log\,y = (0{\cdot}26505 - i\,1{\cdot}7588)\,.\,10^{-4}.$$

Přibližné hodnoty kořenu jsou postupně

$$y_0 = (-0{\cdot}26505 + i\,1{\cdot}7588)\,.\,10^{-4},\quad -log\,y_0 = 3{\cdot}7499 - i\,1{\cdot}7204,$$

$$y_1 = (-2{\cdot}3616 + i\,3{\cdot}6071)\,.\,10^{-5},\quad -log\,y_1 = 4{\cdot}3654 - i\,2{\cdot}1505,$$

$$y_2 = (-2{\cdot}0858 + i\,3{\cdot}0015)\,.\,10^{-5},\quad -log\,y_2 = 4{\cdot}4371 - i\,2{\cdot}1781,$$

$$y_3 = (-2{\cdot}0497 + i\,2{\cdot}9578)\,.\,10^{-5}.$$

Dosazením do rovnice (28) obdržíme

$$p = k_1\,(1 - 8{\cdot}259\,.\,10^{-3} + i\,1{\cdot}192\,.\,10^{-2}),$$

---

[1]) A. Sommerfeld, Wied. Ann. *67*, 256. 1899.

ponëvadž

$$p = \frac{2\pi}{l} + i\alpha,$$

máme

$$\frac{2\pi}{l} = \frac{2\pi}{100}(1 - 8{\cdot}26 \,.\, 10^{-3}),$$

z čehož délka vlny

$$l = \frac{100}{1 - 8{\cdot}26 \,.\, 10^{-3}} \doteq 100\,(1 + 0\,00826).$$

Prodloužení pak vlny Δl je

$$\Delta l = 0{\cdot}826 \ cm.$$

Útlum

$$\alpha = k_1\, 1{\cdot}192 \,.\, 10^{-2} = 2{\cdot}384\,\pi \,.\, 10^{-4} = 7{\cdot}49 \,.\, 10^{-4}\ cm,$$

a dráha z, na které amplituda klesne na $\frac{1}{e}$, je

$$z = \frac{1}{\alpha} = 1{\cdot}335 \,.\, 10^{3}\ cm = 13{\cdot}35\ m.$$

A, 2. Rovnice (26) jest nyní

$$y \log y = (0{\cdot}0261 - i\,1{\cdot}7588) \,.\, 10^{-5}.$$

Přibližné hodnoty kořenu y jsou

$$y_0 = (-0{\cdot}0261 + i\,1{\cdot}7588) \,.\, 10^{-5},\ -\log y_0 = 4{\cdot}7547 - i\,1{\cdot}5856,$$

$$y_1 = (-0{\cdot}11595 + i\,0{\cdot}33124) \,.\, 10^{-5},\ -\log y_1 = 5{\cdot}4547 - i\,1{\cdot}9075,$$

$$y_2 = (-0{\cdot}10473 + i\,0{\cdot}28581) \,.\, 10^{-5},\ -\log y_2 = 5{\cdot}5166 - i\,1{\cdot}9220,$$

$$y_3 = (-0{\cdot}10327 + i\,0{\cdot}28284) \,.\, 10^{-5}.$$

Z toho je

$$p = k_1\,(1 - 4{\cdot}162 \,.\, 10^{-4} + i\,1{\cdot}14 \,.\, 10^{-3}), \quad \text{a}$$

$$\frac{2\pi}{l} = \frac{2\pi}{100}\,(1 - 4{\cdot}16 \,.\, 10^{-4}),$$

odkud

$$l = 100\,(1 + 4{\cdot}16 \,.\, 10^{-4}).$$

Vlna se tedy prodlouží o

$$\Delta l = 100 \,.\, 4.16 \,.\, 10^{-4} = 0{\cdot}0416\ cm.$$

Útlum

$$\alpha = k_1 \,.\, 1{\cdot}14 \,.\, 10^{-3} = 2{\cdot}28\,\pi \,.\, 10^{-5} = 7{\cdot}163.10^{-5}.$$

Dráha pak z, na které amplituda klesne na $\frac{1}{e}$, je

$$z = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2{\cdot}28\,\pi} . 10^{-5}\,cm = 1{\cdot}396 . 10^{-4}\,cm = 139{\cdot}6\,m.$$

A, 3. Rovnice (26) je v tomto případě

$$y \log y = (-0{\cdot}03574 - i\,1{\cdot}7588) . 10^{-6}.$$

Přibližné hodnoty y jsou

$$y_0 = (0{\cdot}03574 + i\,1{\cdot}7588) . 10^{-6}, \quad -\log y_0 = 5{\cdot}7547 - i\,1{\cdot}5505,$$
$$y_1 = (-0{\cdot}71146 + i\,2{\cdot}8650) . 10^{-7}, \quad -\log y_1 = 6{\cdot}5299 - i\,1{\cdot}8142,$$
$$y_2 = (-0{\cdot}64389 + i\,2{\cdot}5146) . 10^{-7}, \quad -\log y_2 = 6{\cdot}5857 - i\,1{\cdot}8215,$$
$$y_3 = (-0{\cdot}63575 + i\,2{\cdot}4948) . 10^{-7}.$$

Odtud

$$p = k_1 (1 - 2{\cdot}56 . 10^{-5} + i\,10{\cdot}055 . 10^{-5}),$$

z čehož

$$\frac{2\,\pi}{l} = \frac{2\,\pi}{100} (1 - 2{\cdot}56 . 10^{-5}) \quad \text{a}$$

$$l = 100 (1 + 2{\cdot}56 . 10^{-5}).$$

Prodloužení vlny Δl je

$$\Delta l = 2{\cdot}56 . 10^{-3}\,cm = 0{\cdot}00256\ cm.$$

Útlum

$$\alpha = k_1 . 10 . 10^{-5} = 2\,\pi\,10^{-6} = 6{\cdot}283 . 10^{-6},$$

a dráha z, na které amplituda vlny klesne na $\frac{1}{e}$, je

$$z = \frac{1}{\alpha} = \frac{10^6}{2\,\pi}\,cm = 1{\cdot}5915 . 10^5\,cm = 1591{\cdot}5\,m.$$

A, 4. Zde bylo nutno použíti nezjednodušeného vzorce (25). Tangens komplexního argumentu $c\,(1 + i)$ byl čítán pomocí tabulek pro tangens kruhový a tangens hyperbolický. Při $d = 10^{-3}\,cm$ je

$$tg\,k_2\,(\varrho - r) = -1{\cdot}022 + i\,1{\cdot}218,$$

z čehož je viděti, že člen $\frac{k_3^2\,r}{2}$, který obnáší 0·000987, při naší přesnosti, která je určena pětimístními Ligowskiho tabulkami hyperbolických funkcí, proti $k_2\,tg\,k_2\,(\varrho - r)$ netřeba vůbec bráti v počet. Ba i při vodě ($\varepsilon = 81$) je tento člen řádu méně druhého, čímž jeho vliv proti výrazu $k_2\,tg\,k_2\,(\varrho - r)$, který je řádu třetího, úplně vymizí. Tím je

$$y \log y = -(2{\cdot}5731 + i\,3{\cdot}5653) . 10^{-7}.$$

Přibližné hodnoty kořenu methodou Sommerfeldovou jsou

$$y_0 = (2{\cdot}5731 + i\,3{\cdot}5653)\,.\,10^{-7}, \quad -log\,y_0 = 6{\cdot}3569 - i\,0{\cdot}94565,$$

$$y_1 = (3{\cdot}0162 + i\,6{\cdot}07625)\,.\,10^{-8}, \quad -log\,y_1 = 7{\cdot}1685 - i\,1{\cdot}0933,$$

$$y_2 = (2{\cdot}7666 + i\,5{\cdot}3955)\,.\,10^{-8}, \quad -log\,y_2 = 7{\cdot}2173 - i\,1{\cdot}0970,$$

$$y_3 = (2{\cdot}7508 + i\,5{\cdot}3578)\,.\,10^{-8}.$$

Z toho je

$$p = k_1\,(1 + 1{\cdot}109\,.\,10^{-5} + i\,2{\cdot}16\,.\,10^{-5}),$$

z čehož

$$l = 100\,(1 - 1{\cdot}109\,.\,10^{-5}).$$

Vlna se tedy *zkrátí* o

$$-\Delta l = 1{\cdot}109\,.\,10^{-3}\,cm = 0{\cdot}00111\,cm.$$

Útlum

$$\alpha = k_1\,2{\cdot}16\,.\,10^{-5} = 4{\cdot}32\,\pi\,.\,10^{-7} = 1{\cdot}357\,.\,10^{-6}, \quad \text{a}$$

$$z = \frac{1}{\alpha} = \frac{10^6}{1{\cdot}357} = 7{\cdot}369\,.\,10^5\,cm = 7369\,m.$$

B, 1. V tomto případě jest

$$y\,log\,y = (21{\cdot}469 - i\,1{\cdot}7588).\,10^{-4}.$$

Přibližné hodnoty kořenu této rovnice jsou

$$y_0 = (-21{\cdot}469 + i\,1{\cdot}7588)\,.\,10^{-4}, \quad -log\,y_0 = 2{\cdot}6667 - i\,3{\cdot}0598,$$

$$y_1 = (-3{\cdot}8020 - i\,3{\cdot}7029)\,.\,10^{-4}, \quad -log\,y_1 = 3{\cdot}2751 - i\,3{\cdot}9138,$$

$$y_2 = (-2{\cdot}9573 - i\,3{\cdot}0120)\,.\,10^{-4}, \quad -log\,y_2 = 3{\cdot}3746 - i\,3{\cdot}9350,$$

$$y_3 = (-2{\cdot}9536 - i\,2{\cdot}9229)\,.\,10^{-4}.$$

Odtud

$$p = k_1\,(1 - 0{\cdot}119 - i\,0{\cdot}118).$$

Tato vlna má záporný útlum, což nevyhovuje našim podmínkám.

B, 2. Tu jest

$$y\,log\,y = (2{\cdot}1466 - i\,1{\cdot}7588).\,10^{-5}.$$

Přibližné hodnoty kořenu jsou

$$y_0 = (-2{\cdot}1466 + i\,1{\cdot}7588)\,.\,10^{-5}, \quad -log\,y_0 = 4{\cdot}5567 - i\,2{\cdot}4552,$$

$$y_1 = (-5{\cdot}3000 + i\,1{\cdot}0242)\,.\,10^{-6}, \quad -log\,y_1 = 5{\cdot}2678 - i\,2{\cdot}9507,$$

$$y_2 = (-4{\cdot}5253 + i\,0{\cdot}80399)\,.\,10^{-6} \quad -log\,y_2 = 5{\cdot}3376 - i\,2{\cdot}9658,$$

$$y_3 = (-4{\cdot}4716 + i\,0{\cdot}80766)\,.\,10^{-6}.$$

Z toho je

$$p = k_1\,(1 - 1{\cdot}8\,.\,10^{-3} + i\,3{\cdot}255\,.\,10^{-4}),$$

z čehož

$$l = 100\,(1 + 1{\cdot}8\,.\,10^{-3}),$$

a prodloužení

$$\Delta l = 1{\cdot}8\,.\,10^{-1}\ cm = 0{\cdot}18\ cm.$$

Útlum

$$\alpha = k_1\,3{\cdot}255\,.\,10^{-4} = 3{\cdot}255\,.\,2\,\pi\,.\,10^{-6} = 2{\cdot}0452\,.\,10^{-5}$$ a

$$z = \frac{1}{\alpha} = 4{\cdot}89\,.\,10^{4}\ cm = 489\ m.$$

B, 3.

$$y\ log\ y = (0{\cdot}1763 - i\,1{\cdot}7588)\,.\,10^{-6}.$$

Přibližné hodnoty kořene jsou

$$y_0 = (-\,0{\cdot}1763 + i\,1{\cdot}7588)\,.\,10^{-6}, \quad -log\ y_0 = 5{\cdot}7526 - i\,1{\cdot}6710,$$
$$y_1 = (-\,1{\cdot}1016 + i\,2{\cdot}7374)\,.\,10^{-7}, \quad -log\ y_1 = 6{\cdot}5301 - i\,1{\cdot}9583,$$
$$y_2 = (-\,0{\cdot}98876 + i\,2{\cdot}3969)\,.\,10^{-7}, \quad -log\ y_2 = 6{\cdot}5862 - i\,1{\cdot}9620,$$
$$y_3 = (-\,0{\cdot}97653 + i\,2{\cdot}3817)\,.\,10^{-7}.$$

Odtud

$$p = k_1\,(1 - 3{\cdot}936\,.\,10^{-5} + i\,9{\cdot}58\,.\,10^{-5}),$$

z čehož

$$l = 100\,(1 + 3{\cdot}9\,.\,10^{-5}),$$

a prodloužením vlny

$$\Delta l = 3{\cdot}9\,.\,10^{-3}\ cm = 0{\cdot}0039\ cm.$$

Útlum

$$\alpha = k_1\,9{\cdot}58\,.\,10^{-5} = 19{\cdot}16\,\pi\,.\,10^{-7} = 6{\cdot}019\,.\,10^{-6},$$ a

$$z = \frac{1}{\alpha} = \frac{10^7}{19{\cdot}16\,\pi} = 1{\cdot}661\,.\,10^{5}\ cm = 1661\ m.$$

Tyto výsledky možno shrnouti v tuto tabulku:

	Tloušťka druhého media	Prodloužení vlny Δl	Dráha z, na které amplituda klesne na $\frac{1}{e}$
A.	10^{-6} *cm*	0·826 *cm*	13·35 *m*
	10^{-5} *cm*	0·0416 *cm*	139·6 *m*
	10^{-4} *cm*	0·00256 *cm*	1591·5 *m*
	10^{-3} *cm*	−0·00111 *cm*	7369 *m*
B.	10^{-6} *cm*	Řešení vede k vlně za našich podmínek nemožné	
	10^{-5} *cm*	0·18 *cm*	489 *m*
	10^{-4} *cm*	0·0039 *cm*	1661 *m*
	10^{-3} *cm*	−0·00111 *cm*	7369 *m*

Nastává tedy při tloušťkách pod 10^{-3} *cm* prodloužení vlny, a to i v tom případě, kdy vnitřním mediem jest voda, jejížto účinek jest celkem nepatrný, při tloušťkách nad 10^{-3} *cm* pak vůbec vymizí. Útlum vlny s klesající tloušťkou roste, je však patrno, že nemůže růsti neustále, neboť, konverguje-li tloušťka kovové vrstvy k nulle, máme pouze dvě dielektrika, v nichž se vlny šíří bez útlumu. S tím asi souvisí negativní hodnota útlumu v případě *B*, 1. Rovnici (22′) pro rychlost a útlum vlny odpovídá tu pravděpodobně ještě jiný systém řešení, jenž vede k vlnám, které nalezli Hondros a Debye[1]) v případě dvou dielektrických válců. Vyšetřením tohoto případu hodlám se zabývati v práci příští.

Za povzbuzení k této práci a za stálou pomoc během ní vzdávám zde svůj vřelý dík prof. Dr. Františkovi Záviškovi.

[1]) D. Hondros a P. Debye, Ann. d. Phys. *32*, 465. 1910.

O jistých differenciálních invariantech systemů obyčejných differenciálních rovnic druhého řádu.

Napsal

K. Žorawski.

Předloženo dne 4. června 1915.

V tomto pojednání budeme uvažovati jisté transformační vlastnosti systemu n differenciálních rovnic, v nichž jsou vyjádřeny druhé derivace bodových souřadnic nějakého bodu v n-dimensionálním prostoru dle času prvními derivacemi souřadnic dle času, těmito souřadnicemi a časem. V takovém systému provedeme transformaci souřadnic, která jest určena n libovolnými rovnicemi, které nejsou na čase nezávislé. Se systemem differenciálních rovnic jest transformována touže transformací differenciální forma, která je v differenciálech souřadnic stupně druhého, jejíž koefficienty všeobecně závisí na souřadnicích a na čase, a jejíž diskriminant není identicky rovný nule. Ten system differenciálních rovnic a ona differenciální forma mají vzhledem ke všem jmenovaným transformacím obecně nekonečně mnoho differenciálních invariantů. Účelem tohoto pojednání jest prozkoumati jednu kategorii těchto simultanních differenciálních invariantů a užíti jich, jakmile to okolnosti dovolí, k řešení příslušného problemu ekvivalence.

1. Nejprve dokážeme následující větu:

Buďtež dáno $2n$ rovnic tvaru:

$$\overline{J}_p\,(t, \overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n, \overline{y}_1, \ldots, \overline{y}_n) = J_p\,(t, x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n) \qquad (1)$$
$$(p = 1, 2, \ldots, 2n)$$

a předpokládejme, že tyto rovnice jsou vesměs na sobě nezávislé, jak vzhledem k proměnným $\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n, \overline{y}_1, \ldots, \overline{y}_n$, tak také vzhledem k proměnným $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n$. Nutné a postačující podmínky proto, aby z těchto rovnic řešením vznikla transformace tvaru

$$\overline{x}_\lambda = \overline{x}_\lambda\,(t, x_1, \ldots, x_n)$$
$$\overline{y}_\lambda = \sum_1^n{}_i \frac{\partial \overline{x}_\lambda}{\partial x_i} y_i + \frac{\partial \overline{x}_\lambda}{\partial t} \qquad (2)$$
$$(\lambda = 1, 2, \ldots, n)$$

spočívají v tom, že v důsledku rovnic (1) všechny determinanty n-tého stupně matice

$$\left|\begin{array}{ccc} \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{y_1}}, & \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{y_2}}, & \ldots, \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{y_n}} \\ \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{y_1}}, & \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{y_2}}, & \ldots, \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{y_n}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{y_1}}, & \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{y_2}}, & \ldots, \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{y_n}} \end{array}\right| \tag{3}$$

jsou úměrny příslušným, ze stejnolehlých řádků tvořeným determinantům n-tého stupně matice

$$\left|\begin{array}{ccc} \frac{\partial J_1}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_1}{\partial y_2}, & \ldots, \frac{\partial J_1}{\partial y_n} \\ \frac{\partial J_2}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_2}{\partial y_2}, & \ldots, \frac{\partial J_2}{\partial y_n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_2}, & \ldots, \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_n} \end{array}\right| \tag{4}$$

a že v důsledku rovnic (1) všechny determinanty stupně $(n+1)$-ního matice

$$\left|\begin{array}{ccc} \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial t} + \sum_1^n \overline{y_\lambda} \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{x_\lambda}}, & \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{y_1}}, & \ldots, \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{y_n}} \\ \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial t} + \sum_1^n \overline{y_\lambda} \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{x_\lambda}}, & \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{y_1}}, & \ldots, \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{y_n}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial t} + \sum_1^n \overline{y_\lambda} \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{x_\lambda}}, & \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{y_1}}, & \ldots, \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{y_n}} \end{array}\right| \tag{5}$$

jsou úměrny příslušným, ze stejnolehlých řádků tvořeným determinantům $(n+1)$-ního stupně matice

$$\left|\begin{array}{ccc} \frac{\partial J_1}{\partial t} + \sum_1^n y_i \frac{\partial J_1}{\partial x_i}, & \frac{\partial J_1}{\partial y_1}, & \ldots, \frac{\partial J_1}{\partial y_n} \\ \frac{\partial J_2}{\partial t} + \sum_1^n y_i \frac{\partial J_2}{\partial x_i}, & \frac{\partial J_2}{\partial y_1}, & \ldots, \frac{\partial J_2}{\partial y_n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial J_{2n}}{\partial t} + \sum_1^n y_i \frac{\partial J_{2n}}{\partial x_i}, & \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_1}, & \ldots, \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_n} \end{array}\right| \tag{6}$$

a faktor úměrnosti je pro oba páry těchto matic týž.

Abychom tuto větu dokázali, uvažme nejprve, že transformace

$$\begin{aligned} \bar{x}_\lambda &= \varphi_\lambda\,(t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_n) \\ \bar{y}_\lambda &= \psi_\lambda\,(t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_n) \end{aligned} \qquad (7)$$

$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

tehdy a jen tehdy obdrží formu

$$\begin{aligned} \bar{x}_\lambda &= \bar{x}_\lambda\,(t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n) \\ \bar{y}_\lambda &= \sum_1^n{}_i \frac{\partial\,\bar{x}_\lambda}{\partial\,x_i}\,y_i + \frac{\partial\,\bar{x}_\lambda}{\partial\,t}, \end{aligned}$$

$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

když tato transformace převádí systém Pfaff-ových rovnic

$$d\,x_i - y_i\,d\,t = 0 \qquad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n) \qquad (8)$$

na systém Pfaff-ových rovnic

$$d\,\bar{x}_\lambda - \bar{y}_\lambda\,d\,t = 0 \qquad (\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \qquad (9)$$

Skutečně na základě vztahů (7) obdržíme differencováním tyto rovnice:

$$d\,\bar{x}_\lambda - \bar{y}_\lambda\,d\,t = \sum_1^n{}_i \frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,x_i}\,(d\,x_i - y_i\,d\,t) +$$

$$+ \sum_1^n{}_i \frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,y_i}\,d\,y_i + \left(\sum_1^n{}_i \frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,x_i}\,y_i + \frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,t} - \psi_\lambda\right) d\,t$$

$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

a vidíme, že systém (8) tenkrát a jen tenkrát přechází v systém (9), jsou-li identicky splněny tyto vztahy

$$\frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,y_i} = 0 \qquad (i,\ \lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

$$\psi_\lambda = \sum_1^n{}_i \frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,x_i}\,y_i + \frac{\partial\,\varphi_\lambda}{\partial\,t} \qquad (\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n);$$

to však vede bezprostředně k transformaci tvaru (2).

Následkem uvedené poznámky jedná se o to dokázati, že transformace, která vztahy (1) splňuje, tehdy a jen tehdy system (8) v system (9) transformuje, jsou-li splněny podmínky v naší větě uvedené. Differencujeme-li vztahy (1) a resultát píšeme v účelné formě, máme

$$\sum_1^n{}_\lambda \frac{\partial\,\bar{J}_p}{\partial\,x_\lambda}\,(d\,\bar{x}_\lambda - \bar{y}_\lambda\,d\,t) + \sum_1^n{}_\lambda \frac{\partial\,\bar{J}_p}{\partial\,\bar{y}_\lambda}\,d\,\bar{y}_\lambda + \left(\frac{\partial\,\bar{J}_p}{\partial\,t} + \sum_1^n{}_\lambda\ \bar{y}_\lambda \frac{\partial\,\bar{J}_p}{\partial\,\bar{x}_\lambda}\right) d\,t =$$

$$= \sum_1^n{}_i \frac{\partial\,J_p}{\partial\,x_i}\,(d\,x_i - y_i\,d\,t) + \sum_1^n{}_i \frac{\partial\,J_p}{\partial\,y_i}\,d\,y_i + \left(\frac{\partial\,J_p}{\partial\,t} + \sum_1^n{}_i\ y_i \frac{\partial\,J_p}{\partial\,x_i}\right) d\,t$$

$$(p = 1,\ 2,\ \ldots,\ 2\,n)$$

a vidíme, že systemy (8) a (9) tehdy a jen tehdy navzájem v sebe přecházejí, když se z rovnic

$$\sum_1^{2n} {}_p \frac{\partial \bar{J}_p}{\partial \bar{y}_\lambda} \mu_p = 0, \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, n)$$

$$\sum_1^{2n} {}_p \frac{\partial J_p}{\partial y_i} \mu_p = 0, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

$$\sum_1^{2n} {}_p M_p \mu_p = 0,$$

kdež je použito označení

$$M_p = \frac{\partial \bar{J}_p}{\partial t} + \sum_1^n {}_\lambda \bar{y}_\lambda \frac{\partial \bar{J}_p}{\partial \bar{x}_\lambda} - \frac{\partial J_p}{\partial t} - \sum_1^n {}_i y_i \frac{\partial J_p}{\partial x_i} \quad (p = 1, 2, \ldots, 2n), \quad (10)$$

n takových systemů pro veličiny μ_p dá určiti, že, označíme-li tyto systemy μ_{pq} $(p = 1, 2, \ldots, 2n;\ q = 1, 2, \ldots, n)$ nejsou všechny determinanty n-tého stupně matice

$$\begin{vmatrix} \mu_{11}, & \mu_{21}, & \mu_{31}, & \ldots, & \mu_{2n,1} \\ \mu_{12}, & \mu_{22}, & \mu_{32}, & \ldots, & \mu_{2n,2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mu_{1n}, & \mu_{2n}, & \mu_{3n}, & \ldots, & \mu_{2n,n} \end{vmatrix}$$

identicky rovny nule. Ten případ nastává tehdy a jen tehdy, když v matici

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \bar{J}_1}{\partial \bar{y}_1}, & \frac{\partial \bar{J}_2}{\partial \bar{y}_1}, & \frac{\partial \bar{J}_3}{\partial \bar{y}_1}, & \ldots, & \frac{\partial \bar{J}_{2n}}{\partial \bar{y}_1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial \bar{J}_1}{\partial \bar{y}_n}, & \frac{\partial \bar{J}_2}{\partial \bar{y}_n}, & \frac{\partial \bar{J}_3}{\partial \bar{y}_n}, & \ldots, & \frac{\partial \bar{J}_{2n}}{\partial \bar{y}_n} \\ \frac{\partial J_1}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_2}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_3}{\partial y_1}, & \ldots, & \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial J_1}{\partial y_n}, & \frac{\partial J_2}{\partial y_n}, & \frac{\partial J_3}{\partial y_n}, & \ldots, & \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_n} \\ M_1, & M_2, & M_3, & \ldots, & M_{2n} \end{vmatrix}, \quad (11)$$

v níž nejsou všechny determinanty n-tého stupně identicky rovny nule, determinanty $(n+1)$-ního stupně identicky vymizí. Zvláště musejí vymizeti všecky determinanty $(n+1)$-ního stupně, které jsou obsaženy v matici

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \overline{J_1}}{\partial \overline{y_\lambda}}, & \frac{\partial \overline{J_2}}{\partial \overline{y_\lambda}}, & \frac{\partial \overline{J_3}}{\partial \overline{y_\lambda}}, & \ldots, & \frac{\partial \overline{J_{2n}}}{\partial \overline{y_\lambda}} \\ \frac{\partial J_1}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_2}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_3}{\partial y_1}, & \ldots, & \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial J_1}{\partial y_n}, & \frac{\partial J_2}{\partial y_n}, & \frac{\partial J_3}{\partial y_n}, & \ldots, & \frac{\partial J_{2n}}{\partial y_n} \end{vmatrix} \qquad (12)$$

$$(\lambda = 1, 2, \ldots, n)$$

a poněvadž nejsou všechny determinanty n-tého stupně, obsažené v n posledních řádkách této matice identicky rovny nule na základě předpokládané neodvislosti rovnic (1), musejí existovati relace tvaru

$$\frac{\partial \overline{J_p}}{\partial \overline{y_\lambda}} = \sum_1^n{}_i \, \alpha_{\lambda i} \frac{\partial J_p}{\partial y_i} \qquad (p = 1, 2, \ldots 2n; \; \lambda = 1, 2, \ldots, n) \qquad (13)$$

a lze snadno nahlédnouti, že existují-li takové relace, také všechny ony determinanty $(n+1)$-ního stupně matice (11) jsou identicky rovny nule, jichž elementy v $2n$ prvních řádcích této matice jsou obsaženy. Na základě relací (13) obdržíme dále tyto vztahy:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \overline{J_{p_1}}}{\partial \overline{y_1}}, & \frac{\partial \overline{J_{p_1}}}{\partial \overline{y_2}}, & \ldots, & \frac{\partial \overline{J_{p_1}}}{\partial \overline{y_n}} \\ \frac{\partial \overline{J_{p_2}}}{\partial \overline{y_1}}, & \frac{\partial \overline{J_{p_2}}}{\partial \overline{y_2}}, & \ldots, & \frac{\partial \overline{J_{p_2}}}{\partial \overline{y_n}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial \overline{J_{p_n}}}{\partial \overline{y_1}}, & \frac{\partial \overline{J_{p_n}}}{\partial \overline{y_2}}, & \ldots, & \frac{\partial \overline{J_{p_n}}}{\partial \overline{y_n}} \end{vmatrix} = |\alpha_{\lambda i}| \begin{vmatrix} \frac{\partial J_{p_1}}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_{p_1}}{\partial y_2}, & \ldots, & \frac{\partial J_{p_1}}{\partial y_n} \\ \frac{\partial J_{p_2}}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_{p_2}}{\partial y_2}, & \ldots, & \frac{\partial J_{p_2}}{\partial y_n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial J_{p_n}}{\partial y_1}, & \frac{\partial J_{p_n}}{\partial y_2}, & \ldots, & \frac{\partial J_{p_n}}{\partial y_n} \end{vmatrix}$$

$$(p_1, p_2, \ldots, p_n = 1, 2, \ldots, n),$$

kde $|\alpha_{\lambda i}|$ značí determinant z elementů $\alpha_{\lambda i}$, který je od nuly různý, poněvadž determinanty na levé straně nemohou všecky býti identicky rovny nule na základě předpokládané neodvislosti rovnic (1). Vztahy, které jsme obdrželi, nepraví však nic jiného, než že determinanty n-tého stupně matice (3) jsou úměrny příslušným, ze stejnolehlých řádků tvořeným determinantům n-tého stupně matice (4). A jsou-li tyto vztahy splněny, pak jsou všecky determinanty $(n+1)$-ního stupně matice (12) identicky rovny nule, a z toho plyne, že pak také všechny determinanty $(n+1)$-ního stupně matice (11), v nichž elementy posledního řádku této matice se nevyskytují, jsou identicky rovny nule. Zbývá tedy nyní jen dokázati, že determinanty $(n+1)$-ního stupně matice (11), v nichž se také vyskytují veličiny M_p, všechny jsou identicky rovny nule. Ale z označení (10) lehko vidíme, že to lze tak formulovati, že všechny determinanty $(n+1)$-ního stupně matice (5) jsou úměrny příslušným ze stejnolehlých řádku

tvořeným determinantům $(n+1)$-ního stupně matice (6) a že faktor úměrnosti je týž jako pro determinanty matice (3) a (4). Tím však je naše věta dokázána.

2. Nyní chceme provésti úvahu, která se svojí formou liší od vývodů předešlého paragrafu, avšak může býti považována za aequivalentní s ní; chceme totiž dokázati následující větu:

Buďte dány $2n$ rovnice

$$\overline{J_p}\,(t, \overline{x_1}, \ldots, \overline{x_n}, \overline{y_1}, \ldots, \overline{y_n}) = J_p\,(t, x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n), \qquad (14)$$

$$(p = 1, 2, \ldots, 2n),$$

které jsou nezávislé na sobě vzhledem k proměnným $\overline{x_1}, \ldots, \overline{x_n}, \overline{y_1}, \ldots, \overline{y_n}$ i vzhledem k $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n$. Nutné a postačující podmínky k tomu, abychom obdrželi z těchto vztahů rovnice tvaru

$$\overline{J_r}\,(t, \overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n}) = J_r\,(t, x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

$$\frac{\partial \overline{\overline{J}}_r}{\partial t} + \sum_1^n{}^{\lambda} \overline{y_\lambda} \frac{\partial \overline{J}_r}{\partial \overline{x_\lambda}} = \frac{\partial J_r}{\partial t} + \sum_1^n{}^{i} y_i \frac{\partial J_r}{\partial x_i} \qquad (15)$$

$$(r = 1, 2, \ldots, n),$$

kde žádný z determinantů $\left|\frac{\partial \overline{J}_r}{\partial \overline{x_\lambda}}\right|$ a $\left|\frac{\partial J_r}{\partial x_i}\right|$ není identicky roven nule, jsou, aby na základě vztahů (14) byla splněna úměrnost determinantů matic (3), (4) a (5), (6), o níž byla řeč ve větě předešlého paragrafu.

Funkce $\overline{J}_r$ a J_r prvního řádku z (15) mohou býti považovány za funkce, které musejí býti následkem vztahů (14) řešeními systemu rovnic

$$\frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{y_\lambda}} = 0 \ (\lambda = 1, 2, \ldots, n); \quad \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial y_i} = 0 \ (i = 1, 2, \ldots, n); \quad \mathfrak{F} = \overline{\mathfrak{F}}, \qquad (16)$$

kde $\overline{\mathfrak{F}}$ a $\mathfrak{F}$ jsou neznámé funkce. Všimněme si, že prvních n rovnic z (16) tvoří n-členný úplný systém, a že také tvoří dalších n rovnic z (16) n-členný úplný systém. Když tedy v těchto rovnicích zavedeme za neodvislé proměnné veličiny $\overline{J}_p$ resp. J_p, dostáváme dva úplné systemy

$$\sum_1^{2n}{}^{p} \frac{\partial \overline{J}_p}{\partial \overline{y_\lambda}} \frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{J}_p} = 0, \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, n)$$

$$\sum_1^{2n}{}^{p} \frac{\partial J_p}{\partial y_i} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p} = 0, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

v nichž koefficienty $\frac{\partial \overline{J}_p}{\partial \overline{y_\lambda}}$ jsou vyjádřeny pomocí proměnných $\overline{J}_q$ a t, koefficienty $\frac{\partial J_p}{\partial y_i}$ pomocí J_q a t.

Jedná se však o to těmto systemům vyhověti za podmínek

$$\overline{\mathfrak{F}} = \mathfrak{F}, \qquad \overline{J}_p = J_p \ (p = 1, 2, \ldots, 2n); \tag{17}$$

přijdeme tak ku parciálním differenciálním rovnicím

$$\begin{aligned} \sum_1^{2n}{}_p \frac{\partial \overline{J}_p}{\partial \overline{y}_\lambda} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p} &= 0, \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, n) \\ \sum_1^{2n}{}_p \frac{\partial J_p}{\partial y_i} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p} &= 0, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \end{aligned} \tag{18}$$

kde si také musíme mysliti vyjádřeny koëfficienty $\frac{\partial \overline{J}_p}{\partial \overline{y}_\lambda}$ pomocí veličin J_p a t. Vidíme tedy, že specialní vztahy (15) v každém případě jen tehdy obdržíme, když $2n$ rovnic (18) má kromě t ještě n a jen n neodvislých řešení. Poněvadž však každý z obou úplných systemů (18) má n nezávislých řešení kromě t, musejí býti tyto systemy sobě aequivalentní, t. j. musí existovati dříve uvedená úměrnost determinantů n-tého stupně matic (3) a (4).

Abychom však dostali také specialní vztahy (15), jest kromě právě uvedených podmínek ještě nutno a také postačitelno, aby při platnosti vztahů (17) také byla splněna funkcemi $\overline{J}_r$ a J_r differencialní rovnice

$$\frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial t} + \sum_1^n{}_\lambda \overline{y}_\lambda \frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{x}_\lambda} = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} + \sum_1^n{}_i y_i \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x_i}.$$

Zavedeme-li do této rovnice veličiny J_p a $\overline{J}_p$ jako neodvisle proměnné, máme

$$\sum_1^{2n}{}_p \left(\frac{\partial \overline{J}_p}{\partial t} + \sum_1^n{}_\lambda \overline{y}_\lambda \frac{\partial \overline{J}_p}{\partial \overline{x}_\lambda} \right) \frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{J}_p} = \sum_1^{2n}{}_p \left(\frac{\partial J_p}{\partial t} + \sum_1^n y_i \frac{\partial J_y}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p},$$

což můžeme převésti, užijeme-li rovnic (17) a označení (10), na tvar

$$\sum_1^{2n}{}_p M_p \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p} = 0.$$

Tato rovnice však musí byti také důsledkem každého z obou úplných systemů (18) a z toho plyne bez dalšího, že musí existovati úměrnost determinantů $(n+1)$-ního stupně matic (5) a (6) s dřívějším faktorem úměnrosti, čímž je žádaný důkaz proveden.

Zde uvedeným způsobem se dá také projednati následující otázka. Mějme $m < 2n$ rovnic tvaru

$$\overline{J}_p (t, \overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n, \overline{y}_1, \ldots, \overline{y}_n) = J_p (t, x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n), \tag{19}$$

$$(p = 1, 2, \ldots, m),$$

které jsou na sobě nezávislé jak vzhledem k proměnným $\overline{x_\lambda}$, $\overline{y_\lambda}$, tak také vzhledem k x_i, y_i. Pokusíme se najíti všechny vztahy tvaru

$$\overline{\mathfrak{F}}(t, \overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n}) = \mathfrak{F}(t, x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{20}$$

které plynou z rovnic (19) a jsou vesměs na sobě nezávislé vzhledem k veličinám $\overline{x_\lambda}$ i vzhledem k x_i.

Zavedeme-li místo proměnných $\overline{x_i}$, $\overline{y_i}$ nové neodvisle proměnné $\overline{J_1}, \ldots, \overline{J_m}, \overline{Z_{m+1}}, \ldots, \overline{Z_{2n}}$, kde $\overline{Z_{m+1}}, \ldots, \overline{Z_{2n}}$ jsou libovolně zvoleny a místo proměnných x_i, y_i neodvisle proměnné $J_1, \ldots, J_m, Z_{m+1}, \ldots, Z_{2n}$, kde $Z_{m+1}, \ldots, Z_{2n}$ také jsou libovolně zvoleny, pak můžeme odpověď na naši otázku tak formulovati, že vyjádříme v parciálních differenciálních rovnicích

$$\begin{aligned} \sum_1^m{}_p \frac{\partial \overline{J_p}}{\partial \overline{y_\lambda}} \frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{J_p}} &= 0 \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, n) \\ \sum_1^m{}_p \frac{\partial J_p}{\partial y_i} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p} &= 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \end{aligned} \tag{21}$$

koëfficienty $\frac{\partial \overline{J_p}}{\partial \overline{y_\lambda}}$ a $\frac{\partial J_p}{\partial x_i}$ pomocí proměnných J_p, Z_k a $\overline{Z_k}$, dále najdeme eventuellní společná řešení těchto differenciálních rovnic a diff. rovnic

$$\frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{Z_k}} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial Z_k} = 0 \quad (k = m+1, m+2, \ldots, 2n) \tag{22}$$

a konečně vyjádříme tato řešení pomocí proměnných t a $\overline{x_k}$ a také pomocí t a x_i.

Můžeme se také tázati na vztahy tvaru (20), s nimiž zároveň také plynou příslušné vztahy

$$\frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial t} + \sum_1^n{}_\lambda \overline{y_\lambda} \frac{\partial \overline{\mathfrak{F}}}{\partial \overline{x_\lambda}} = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} + \sum_1^n{}_i y_i \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x_i} \tag{23}$$

z rovnic (19). Lze snadno nahlédnouti, že určení všech funkcí $\mathfrak{F}$ a $\overline{\mathfrak{F}}$, které patří rovnicím (20) a (23), které eventuellně plynou z rovnic (19), lze tak provésti, že se pokusíme určiti společná řešení rovnic (21), (22) a

$$\sum_1^m{}_p M_p \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial J_p} = 0,$$

kde jsou veličiny M_p vyjádřeny proměnnými J_p, $\overline{Z_k}$ a Z_k.

3. Budeme uvažovati nyní system obyčejných rovnic differenciálních druhého řádu

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = v_i\left(t, x_1, \ldots, x_n, \frac{dx_1}{dt}, \ldots, \frac{dx_n}{dt}\right) \tag{24}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

a transformujeme jej zavedením nových proměnných

$$\overline{x_\lambda} = \overline{x_\lambda}\,(t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n). \qquad (25)$$
$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

Transformovaný system budiž

$$\frac{d^2\,\overline{x_\lambda}}{d\,t^2} = \overline{v_\lambda}\left(t,\ \overline{x_1},\ \ldots,\ \overline{x_n},\ \frac{d\,\overline{x_1}}{d\,t},\ \ldots,\ \frac{d\,\overline{x_n}}{d\,t}\right) \qquad (26)$$
$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Zavedeme-li označení

$$y_i = \frac{d\,x_i}{d\,t}\ \ (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \qquad \overline{y_\lambda} = \frac{d\,\overline{x_\lambda}}{d\,t}\ \ (\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

a utvoříme-li infinitesimální transformace

$$D\,f = \frac{\partial\,f}{\partial\,t} + \sum_1^n{}_i\, y_i\,\frac{\partial\,f}{\partial\,x_i} + \sum_1^n{}_i\, v_i\,(t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_n)\,\frac{\partial\,f}{\partial\,y_i},$$

$$\overline{D}\,\overline{f} = \frac{\partial\,\overline{f}}{\partial\,t} + \sum_1^n{}_\lambda\, \overline{y_\lambda}\,\frac{\partial\,\overline{f}}{\partial\,\overline{x_\lambda}} + \sum_1^n{}_\lambda\, \overline{v_\lambda}\,(t,\ \overline{x_1},\ \ldots,\ \overline{x_n},\ \overline{y_1},\ \ldots,\ \overline{y_n})\,\frac{\partial\,\overline{f}}{\partial\,\overline{y_\lambda}},$$

pak musí při stejném f a $\overline{f}$ také platiti rovnice

$$\overline{D}\,\overline{f} = D\,f,$$

z níž vycházejí vztahy

$$\left.\begin{aligned}
\overline{y_\lambda} &= \sum_1^n{}_i\,\frac{\partial\,\overline{x_\lambda}}{\partial\,x_i}\,y_i + \frac{\partial\,\overline{x_\lambda}}{\partial\,t},\\
\overline{v_\lambda} &= \sum_1^n{}_i\,\frac{\partial\,\overline{x_\lambda}}{\partial\,x_i}\,v_i + \sum_1^n{}_i\sum_1^n{}_k\,\frac{\partial^2\,\overline{x_\lambda}}{\partial\,x_i\,\partial\,x_k}\,y_i\,y_k + 2\sum_1^n{}_i\,\frac{\partial^2\,\overline{x_\lambda}}{\partial\,t\,\partial\,x_i}\,y_i + \frac{\partial^2\,\overline{x_\lambda}}{\partial\,t^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (27)$$
$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Uvažujme dále kvadratickou differenciální formu

$$\sum_1^n{}_i\sum_1^n{}_k\, a_{ik}\,(t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)\,\delta\,x_i\,\delta\,x_k, \qquad (28)$$

jejíž diskriminant není identicky rovný nule a kde symbol δ značí differenciaci při konstantním t. Provedením transformace (25) přejde tato differenciální forma v následující

$$\sum_1^n{}_\lambda\sum_1^n{}_\mu\,\overline{a_{\lambda\mu}}\,(t,\ \overline{x_1},\ \overline{x_2},\ \ldots,\ \overline{x_n})\,\delta\,\overline{x_\lambda}\,\delta\,\overline{x_\mu}, \qquad (29)$$

jejíž diskriminant také není identicky rovný nule, a máme transformační rovnice

$$a_{ik} = \sum_1^n{}^{\lambda} \sum_1^n{}^{\mu} \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{x_\mu}}{\partial x_k} \overline{a_{\lambda\mu}} \,.\, (i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \qquad (30)$$

Považujeme-li v rovnicích (25), (27) a (30) veličiny $\overline{x_\lambda}$ za libovolné funkce argumentů $t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ — s tím omezením, že funkcionální determinant $\left|\frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i}\right|$ nesmí býti identicky roven nule — pak definují tyto rovnice nekonečnou transformační gruppu veličin $x_i,\ y_i,\ v_i,\ a_{ik}$ a t na veličiny $\overline{x_\lambda},\ \overline{y_\lambda},\ \overline{v_\lambda},\ \overline{a_{\lambda\mu}}$ a t, v níž t se transformuje identickou transformací.

Můžeme si dáti úlohu studovati differenciální invarianty této transformační gruppy. V případech, které nenáležejí mezi singulární, dává již, jak známo, kvadratická differenciání forma nekonečně mnoho differenciálních invariantů a těchto lze použíti pro problém ekvivalence zde definované transformační gruppy. Pro tuto transformační gruppu mohou však přijíti v úvahu také mnohé jiné differenciální invarianty.

O celém souboru všech těchto differenciálních invariantů nebudeme v této práci jednati, chceme však zde studovati jisté specialní, které jen tehdy mohou existovati, když veličiny v_i a $\overline{v_\lambda}$ skutečně závisí na $\overline{y_i}$ resp. $\overline{y_\lambda}$, a když tyto veličiny, považovány za funkce jmenovaných argumentů, v žádném ze systemů (24) a (26) nejsou vesměs polynomy stupně prvního nebo druhého. To chceme také v následujících úvahách předpokládati.

4. Označme $\alpha_{ii'}$, algebraický komplement elementu $a_{ii'}$ z $|a_{ik}|$, dělený tímto determinantem a $\overline{\alpha}_{\lambda\lambda'}$ algebraický komplement elementu $\overline{a}_{\lambda\lambda'}$ z $|\overline{a}_{\lambda\mu}|$ dělený tímto determinantem. Máme pak tyto vztahy

$$\overline{\alpha}_{\lambda\lambda'} = \sum_1^n{}^{i} \sum_1^n{}^{i'} \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{x_{\lambda'}}}{\partial x_{i'}} \alpha_{ii'} \qquad (\lambda,\ \lambda' = 1,\ 2,\ \ldots,\ n) \qquad (31)$$

a snimi stejného významu invarianci

$$\sum_1^n{}^{\lambda} \sum_1^n{}^{\lambda'} \overline{\alpha}_{\lambda\lambda'} \frac{\partial \overline{f}}{\partial \overline{y_\lambda}} \frac{\partial \overline{f}}{\partial \overline{y_{\lambda'}}} = \sum_1^n{}^{i} \sum_1^n{}^{i'} \alpha_{ii'} \frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial f}{\partial y_{i'}} \,. \qquad (32)$$

Differencujeme-li rovnice druhého řádku ze (27) dle $y_{k_1},\ y_{k_2}$ a y_{k_3}, dostáváme vztahy

$$\sum_1^n{}^{\mu_1} \sum_1^n{}^{\mu_2} \sum_1^n{}^{\mu_3} \frac{\partial \overline{x_{\mu_1}}}{\partial x_{k_1}} \frac{\partial \overline{x_{\mu_2}}}{\partial x_{k_2}} \frac{\partial \overline{x_{\mu_3}}}{\partial x_{k_3}} \frac{\partial^3 \overline{v_\lambda}}{\partial \overline{y_{\mu_1}} \partial \overline{y_{\mu_2}} \partial \overline{y_{\mu_3}}} =$$

$$= \sum_1^n{}^{i} \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y_{k_1} \partial y_{k_2} \partial y_{k_3}} \qquad (\lambda,\ k_1,\ k_2,\ k_3 = 1,\ 2,\ \ldots,\ n) \qquad (33)$$

a zavedeme-li označení

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{X}_{i\,i'} &= \sum_1^n{}^{k_1} \sum_1^n{}^{k_1'} \sum_1^n{}^{k_2} \sum_1^n{}^{k_2'} \sum_1^n{}^{k_3} \sum_1^n{}^{k_3'} \mathfrak{a}_{k_1 k_1'} \mathfrak{a}_{k_2 k_2'} \mathfrak{a}_{k_3 k_3'} \cdot \\
&\cdot \frac{\partial^3 v_i}{\partial y'_{k_1} \partial y'_{k_2} \partial y'_{k_3}} \frac{\partial^3 v_{i'}}{\partial y_{k_1'} \partial y'_{k_2'} \partial y'_{k_3'}} \\
\overline{\mathfrak{X}}_{\lambda\,\lambda'} &= \sum_1^n{}^{\mu_1} \sum_1^n{}^{\mu_1'} \sum_1^n{}^{\mu_2} \sum_1^n{}^{\mu_2'} \sum_1^n{}^{\mu_3} \sum_1^n{}^{\mu_3'} \overline{\mathfrak{a}}_{\mu_1 \mu_1'} \overline{\mathfrak{a}}_{\mu_2 \mu_2'} \overline{\mathfrak{a}}_{\mu_3 \mu_3'} \cdot \\
&\cdot \frac{\partial^3 \overline{v_\lambda}}{\partial \overline{y_{\mu_1}} \partial \overline{y_{\mu_2}} \partial \overline{y_{\mu_3}}} \frac{\partial^3 \overline{v_{\lambda'}}}{\partial \overline{y_{\mu_1'}} \partial \overline{y_{\mu_2'}} \partial \overline{y_{\mu_3'}}}
\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

můžeme na základě vztahů (31) a (33) odvoditi relace

$$\overline{\mathfrak{X}}_{\lambda\,\lambda'} = \sum_1^n{}^{i} \sum_1^n{}^{i'} \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{x_{\lambda'}}}{\partial x_{i'}} \mathfrak{X}_{i i'} \qquad (\lambda,\ \lambda' = 1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

které jsou stejného významu s invariancí:

$$\sum_1^n{}^{\lambda} \sum_1^n{}^{\lambda'} \overline{\mathfrak{X}}_{\lambda\,\lambda'} \frac{\partial \overline{f}}{\partial \overline{y_\lambda}} \frac{\partial \overline{f}}{\partial \overline{y_{\lambda'}}} = \sum_1^n{}^{i} \sum_1^n{}^{i'} \mathfrak{X}_{i i'} \frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial f}{\partial y'_{i'}}. \qquad (35)$$

Při tom předpokládáme, že žádný z determinantů $|\mathfrak{X}_{ik}|$ a $|\overline{\mathfrak{X}_{\lambda\mu}}|$ není identicky rovný nule. Označme dále $\mathfrak{E}_{ik}$ algebraický komplement elementu $\mathfrak{X}_{ik}$ z $|\mathfrak{X}_{ik}|$ dělený tímto determinantem, a $\overline{\mathfrak{E}_{\lambda\mu}}$ algebraický komplement elementu $\overline{\mathfrak{X}_{\lambda\mu}}$ z $|\overline{\mathfrak{X}_{\lambda\mu}}|$ dělený tímto determinantem. Pak máme tyto vztahy

$$\mathfrak{E}_{ik} = \sum_1^n{}^{\lambda} \sum_1^n{}^{\mu} \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{x_\mu}}{\partial x_k} \overline{\mathfrak{E}_{\lambda\mu}} \qquad (i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

a zároveň invarianci

$$\sum_1^n{}^{\lambda} \sum_1^n{}^{\mu} \overline{\mathfrak{E}_{\lambda\mu}}\, \delta \overline{x_\lambda}\, \delta \overline{x_\mu} = \sum_1^n{}^{i} \sum_1^n{}^{k} \mathfrak{E}_{ik}\, \delta x_i\, \delta x_k. \qquad (36)$$

Na základě rovnosti forem (28) a (29) jakož i invariancí (32), (35) a (36) lze tvořiti nyní další invariantní formy, pomocí nichž odvodíme invarianty, které plynou ze vztahů (31) a (33).

Můžeme se spokojiti sestrojením invariantních forem a invariantů jen v systemu veličin prostých vodorovné čárky. Rozvineme jako v jednom dřívějším pojednání[1]) determinantní kvocienty

$$\frac{1}{|a_{ik}|} \left| \mathfrak{E}_{ik} + P a_{ik} + Q \frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial f}{\partial y_k} \right| \qquad (37)$$

---

[1]) Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie. Sciences mathématiques. Février 1914. S. 107—161, zvláště 108—112.

a
$$\frac{1}{|a_{ik}|}\left|\mathfrak{X}_{ik}+P\,a_{ik}+Q\,\delta x_i\,\delta x_k\right| \tag{38}$$

dle P a Q. Kvocient (37) dává

$$S_n+S_{n-1}P+\ldots+S_1P^{n-1}+P^n+$$
$$+Q\,[\Delta_{n-1}(f)+\Delta_{n-2}(f)\,P+\ldots+\Delta_0(f)\,P^{n-1}].$$

Dostáváme tedy nejprve invarianty S_r, $(r=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$, které závisí jen na koëfficientech a_{ik} a $\mathfrak{E}_{ik}$; zvláště jest

$$S_n=\frac{|\mathfrak{E}_{ik}|}{|a_{ik}|}.$$

Dále obdržíme differenciální parametry

$$\Delta_q(f)=\sum_1^n{}_i\sum_1^n{}_k\,a_{qik}\frac{\partial f}{\partial y_i}\frac{\partial f}{\partial y_k}\qquad(q=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1),$$

kde koëfficienty a_{qik} závisí jen na a_{ik} a $\mathfrak{E}_{ik}$; zvláště je

$$a_{0ik}=a_{ik},\qquad a_{n-1,ik}=S_n\,\mathfrak{X}_{ik}$$
$$(i,\ k=1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Kvocient (38) dává

$$\gamma_n+\gamma_{n-1}P+\ldots+\gamma_1P^{n-1}+P^n+$$
$$+Q\,(\delta\tau_{n-1}^2+P\,\delta\tau_{n-2}^2+\ldots+P^{n-1}\,\delta\tau_0^2).$$

Zde tedy dostáváme invarianty γ_r $(r=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$, které jsou vesměs funkcemi invariantů S_r a dále dostáváme invariantní differenciální formy

$$\delta\tau_p^2=\sum_1^n{}_i\sum_1^n{}_k\,a_{pik}\,\delta x_i\,\delta x_k\quad(p=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1),$$

kde koëfficienty a_{pik} jen na koëfficientech a_{ik} a $\mathfrak{X}_{ik}$ závisí a kde zvláště je

$$a_{0ik}=a_{ik},\qquad a_{n-1,ik}=\frac{1}{S_n}\,\mathfrak{E}_{ik}$$
$$(i,\ k=1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Ze vztahů (31) a (33) plynou kromě veličin S_r ještě další invarianty, které totiž se dají sestrojiti z koëfficientů a_{pik} a a_{qik}. Za tím účelem chceme užíti označení

$$\begin{pmatrix} p & q_1 & q & q_3\\ i & k_1 & k_2 & k_3\\ i' & k_1' & k_2' & k_3'\end{pmatrix}=a_{pii'}\,a_{q_1k_1k_1'}\,a_{q_2k_2k_2'}\,a_{q_3k_3k_3'} \tag{39}$$

a utvořiti výrazy

$$J_{p\,q_1\,q_2\,q_3} = \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_{i'} \sum_1^n{}_{k_1} \sum_1^n{}_{k_1'} \sum_1^n{}_{k_2} \sum_1^n{}_{k_2'} \sum_1^n{}_{k_3} \sum_1^n{}_{k_3'} \begin{pmatrix} p & q_1 & q_2 & q_3 \\ i & k_1 & k_2 & k_3 \\ i' & k_1' & k_2' & k_3' \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial^3 v_i}{\partial y_{k_1} \partial y_{k_2} \partial y_{k_3}} \frac{\partial^3 v_{i'}}{\partial y_{k_1'} \partial y_{k_2'} \partial y_{k_3'}} \tag{40}$$

$$(p,\ q_1,\ q_2,\ q_3 = 0,\ 1,\ 2, \ldots, n-1).$$

Každý z těchto výrazů zůstává při transformacích naší gruppy invariantním jak plyne snadno z tvaru rovnic (33) a z transformačních vlastností koëfficientů $a_{pii'}$ a $a_{qkk'}$. Tímto způsobem jsme obdrželi jistý počet invariantů našeho problemu; otázku, zda existují invarianty, které plynou ze vztahů (31) a (33) eliminací differenciálních quocientů $\frac{\partial \bar{x}_\lambda}{\partial x_i}$ a jsou nezávislé na invariantech S_r $(r = 1,\ 2, \ldots, n)$ a $J_{p\,q_1\,q_2\,q_3}$ $(p,\ q_1,\ q_2,\ q_3 = 0,\ 1,\ 2, \ldots, n-1)$ projednáme mezi jiným v nejbližším paragrafu.

5. Uvažujme nyní rovnici

$$|\mathfrak{E}_{ik} - \omega\, a_{ik}| = 0$$

s neznámou ω a předpokládejme, že všechny kořeny v počtu n jsou vesměs od sebe různé. Označme tyto kořeny ω_ϱ $(\varrho = 1,\ 2, \ldots, n)$ a počítejme veličiny $\xi_{\varrho i}$ z rovnic

$$\sum_1^n{}_i\ (\mathfrak{E}_{ik} - \omega_\varrho\, a_{ik})\ \xi_{\varrho i} = 0 \qquad (k = 1,\ 2, \ldots, n;\ \varrho = 1,\ 2, \ldots, n)$$

$$\sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k\ a_{ik}\, \xi_{\varrho i}\, \xi_{\varrho k} = 1 \qquad (\varrho = 1,\ 2, \ldots, n).$$

Dále určme veličiny $\alpha_{\varrho i}$ z rovnic

$$\sum_1^n{}_i\ \xi_{\sigma i}\, \alpha_{\varrho i} = \varepsilon_{\varrho\sigma}, \qquad (\varrho,\ \sigma = 1,\ 2, \ldots, n),$$

kde $\varepsilon_{\varrho\sigma}$ při $\varrho \neq \sigma$ je rovno nule a při $\varrho = \sigma$ je rovno jedné a utvořme výrazy

$$\Omega_{\varrho\,\sigma_1\,\sigma_2\,\sigma_3} = \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_{k_1} \sum_1^n{}_{k_2} \sum_1^n{}_{k_3}\ \alpha_{\varrho i}\, \xi_{\sigma_1 k_1}\, \xi_{\sigma_2 k_2}\, \xi_{\sigma_3 k_3} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y_{k_1} \partial y_{k_2} \partial y_{k_3}} \tag{41}$$

$$(\varrho,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3 = 1,\ 2, \ldots, n).$$

Veličiny ω_ϱ a $\Omega_{\varrho\,\sigma_1\,\sigma_2\,\sigma_3}$ jsou invarianty našeho transformačního problemu a my se chceme nyní zabývati otázkou, kolik je jich mezi sebou, nezávislých, eventuellně kterými relacemi jsou vzájemně vázány.

Označíme-li v čárkovaném systemu proměnných $\bar{\xi}_{\varrho\lambda}$ $(\lambda = 1, 2, \ldots, n)$ veličiny, které odpovídají veličinám $\xi_{\varrho i}$ $(i = 1,\ 2, \ldots, n)$, máme vztahy

$$\overline{\xi_{\varrho\lambda}} = \sum_1^n{}_i \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} \xi_{\varrho i} \qquad (\varrho, \lambda = 1, 2, \ldots, n). \tag{42}$$

Poněvadž nyní determinant $|\xi_{\varrho i}|$ není identicky roven nule, jest možno rozřešiti rovnice (42) dle derivací $\frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i}$. Dosadíme-li pak vypočítané výrazy do vztahů (31), musejí se všechny členy rušiti, poněvadž všechny vztahy (31) jsou bezprostředním důsledkem relací (42). Když však tyto výrazy dosadíme do vztahů (33), dostáváme relace

$$\sum_1^n{}_\lambda \sum_1^n{}_{\mu_1} \sum_1^n{}_{\mu_2} \sum_1^n{}_{\mu_3} \overline{\alpha_{\varrho\lambda}}\, \overline{\xi_{\sigma_1\mu_1}}\, \overline{\xi_{\sigma_2\mu_2}}\, \overline{\xi_{\sigma_3\mu_3}} \frac{\partial^3 \overline{v_\lambda}}{\partial \overline{y_{\mu_1}}\, \partial \overline{y_{\mu_2}}\, \partial \overline{y_{\mu_3}}} =$$
$$= \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_{k_1} \sum_1^n{}_{k_2} \sum_1^n{}_{k_3} \alpha_{\varrho i}\, \xi_{\sigma_1 k_1}\, \xi_{\sigma_2 k_2}\, \xi_{\sigma_3 k_3} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y_{k_1}\, \partial y_{k_2}\, \partial y_{k_3}},$$
$$(\varrho, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 1, 2, \ldots, n),$$

kde $\overline{\alpha_{\varrho\lambda}}$ značí veličiny určené vztahy

$$\sum_1^n{}_\lambda \overline{\xi_{\sigma\lambda}}\, \overline{\alpha_{\varrho\lambda}} = \varepsilon_{\varrho\sigma} \qquad (\varrho, \sigma = 1, 2, \ldots, n).$$

Z okolnosti, že tímto způsobem je eliminace derivací $\frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i}$ z rovnic (31) a (33) provedena, můžeme tvrditi, že všechny invarianty, které lze touto eliminací obdržeti, nejsou nezávislé na $\Omega_{\varrho\sigma_1\sigma_2\sigma_3}$. Počet nezávislých invariantů, které obdržíme řečenou eliminací z relací (31) a (33), jest

$$n \frac{n(n+1)(n+2)}{1.2.3} - \frac{n(n-1)}{1.2}. \tag{43}$$

Jinak jest počet veličin ω_ϱ $(\varrho = 1, 2, \ldots, n)$ a $\Omega_{\varrho\sigma_1\sigma_2\sigma_3}$ $(\varrho, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 1, 2, \ldots, n)$

$$n \frac{n(n+1)(n+2)}{1.2.3} + n;$$

z toho plyne, že tyto veličiny jsou navzájem vázány $\frac{n(n+1)}{2}$ relacemi. Abychom je obdrželi, uvažme, že platí formule

$$c_{ii'} = \sum_1^n{}_\varrho\, \xi_{\varrho i}\, \xi_{\varrho i'},$$
$$(i, i' = 1, 2, \ldots, n)$$
$$\mathfrak{x}_{ii'} = \sum_1^n{}_\varrho\, \xi_{\varrho i}\, \xi_{\varrho i'} \frac{1}{\omega_\varrho}$$

a následkem formul (41) relace

$$\sum_1^n{}_\varrho\, \xi_{\varrho i}\, \Omega_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3} = \sum_1^n{}_{k_1} \sum_1^n{}_{k_2} \sum_1^n{}_{k_3}\, \xi_{\sigma_1 k_1}\, \xi_{\sigma_2 k_2}\, \xi_{\sigma_3 k_3}\, \frac{\partial^3 v_i}{\partial y_{k_1}\, \partial y'_{k_2}\, \partial y'_{k_3}}$$

$$(\sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3 = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Pomocí všech těchto vztahů lze první z formulí (34) uvésti na tvar

$$\sum_1^n{}_\varrho\, \xi_{\varrho i}\, \xi_{\varrho i'}\, \frac{1}{\omega_\varrho} = \sum_1^n{}_\varrho \sum_1^n{}_{\varrho'}\, \xi_{\varrho i}\, \xi_{\varrho' i'} \sum_1^n{}_{\sigma_1} \sum_1^n{}_{\sigma_2} \sum_1^n{}_{\sigma_3}\, \Omega_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3}\, \Omega_{\varrho'\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3}$$

$$(i,\ i' = 1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

z něhož plynou bezprostředně relace, které jsme měli v úmyslu odvoditi:

$$\sum_1^n{}_{\sigma_1} \sum_1^n{}_{\sigma_2} \sum_1^n{}_{\sigma_3}\, \Omega^2_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3} = \frac{1}{\omega_\varrho} \quad (\varrho = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

$$\sum_1^n{}_{\sigma_1} \sum_1^n{}_{\sigma_2} \sum_1^n{}_{\sigma_3}\, \Omega_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3}\, \Omega_{\varrho'\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3} = 0 \qquad (\varrho \neq \varrho';\ \varrho,\ \varrho' = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \tag{44}$$

K tomu chceme poznamenati:

Předpokládáme-li, že všechny uvažované veličiny jsou realné a že differenciální forma

$$\sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k\, a_{ik}\, \delta x_i\, \delta x_k$$

jest positivně definitní, pak lze za dřívějšího předpokladu, že diskriminant $|\mathfrak{A}_{ik}|$ není identicky roven nule, z prvního řádku (44) souditi, že forma

$$\sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k\, \mathfrak{A}_{ik}\, \frac{\partial f}{\partial y_i}\, \frac{\partial f}{\partial y_k},$$

jejíž koëfficienty jsme definovali prvními formulemi (34), je také positivní definitní formou.

Pomocí invariantů ω_ϱ $(\varrho = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ a $\Omega_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3}$ $(\varrho,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3 = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ lze vyjádřiti invarianty v předešlém paragrafu určené S_r $(r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ a $J_{p\,q_1q_2q_3}$ $(p, q_1, q_2, q_3 = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1)$. Invarianty S_r jsou vesměs elementární symmetrické funkce r-tého stupně invariantů ω_ϱ. Budiž dále poznamenáno, že platí [1]) formule

$$a_{pii'} = \sum_1^n{}_\varrho\, \gamma_p^{(\varrho)}\, \alpha_{\varrho i}\, \alpha_{\varrho i'} \quad (p = 0,\ 1,\ \ldots\ n-1;\ i,\ i' = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

$$a_{qkk'} = \sum_1^n{}_\sigma\, S_q^{(\sigma)}\, \xi_{\sigma k}\, \xi_{\sigma k'} \quad (q = 0,\ 1,\ \ldots,\ n-1;\ k,\ k' = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \tag{45}$$

[1]) Tyto formule jsou bezprostředním důsledkem výpočtů provedených v odstavcích 1, 3 a 4 našeho pojednání v Bull. de l'Acad. des Sciences de Cracovie. Sciences math. Février 1914. Str. 107—161.

V těchto formulích jest $S_o^{(\sigma)} = 1$ a $S_q^{(\sigma)}$ pro $q > 0$ elementární symmetrická funkce q-tého stupně argumentů: $\omega_1, \ldots, \omega_{\sigma-1}, \omega_{\sigma+1}, \ldots, \omega_n$; dále jest $\gamma_o^{(\varrho)} = 1$ a $\gamma_p^{(\varrho)}$ pro $p > 0$ elementární symmetrická funkce p-tého stupně argumentů $\frac{1}{\omega_1}, \ldots, \frac{1}{\omega_{\varrho-1}}, \frac{1}{\omega_{\varrho+1}}, \ldots, \frac{1}{\omega_n}$. Na základě formulí (39), (40) a (41) plynou pomocí vztahů (45) výrazy

$$J_{p\,q_1 q_2 q_3} = \sum_1^n{}^{\varrho} \sum_1^n{}^{\sigma_1} \sum_1^n{}^{\sigma_2} \sum_1^n{}^{\sigma_3} \gamma_p^{(\varrho)} S_{q_1}^{(\sigma_1)} S_{q_2}^{(\sigma_2)} S_{q_3}^{(\sigma_3)} \Omega^2_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3} \tag{46}$$

$$(p,\ q_1,\ q_2,\ q_3 = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1).$$

Žádný z determinantů $|\gamma_p^{(\varrho)}|$ a $|S_q^{(\sigma)}|$ není identicky roven nule. Jest tedy možno rovnice (46) rozřešiti dle veličin $\Omega^2_{\varrho\,\sigma_1\sigma_2\sigma_3}$ a poněvadž veličiny S_r jsou vesměs navzájem nezávislé vzhledem k argumentům ω_ϱ, neexistují invarianty, které bychom mohli obdržeti eliminací derivací $\frac{\partial \bar{x}_\lambda}{\partial x_i}$ ze vztahů (31) a (33) a které by byly nezávislé na invariantech S_r $(r = 1, 2, \ldots, n)$ a $J_{p\,q_1 q_2 q_3}$ $(p, q_1, q_2, q_3 = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$. Budiž ještě podotknuto, že tyto invarianty nejsou všechny na sobě nezávislé, že však počet těch vzájemně neodvislých je dán číslem (43).

6. Způsobu, kterým jsme získali jisté differenciální invarianty v odstavcích 4 a 5, lze užíti k sestrojení dalších invariantů differenciálních. Differencujeme-li rovnice druhého řádku (27) dle $y_{k_1}, y_{k_2}, \ldots, y_{k_m}$, při čemž předpokládáme $m > 3$, dostáváme vztahy:

$$\sum_1^n{}^{\mu_1} \sum_1^n{}^{\mu_2} \ldots \sum_1^n{}^{\mu_m} \frac{\partial \bar{x}_{\mu_1}}{\partial x_{k_1}} \frac{\partial \bar{x}_{\mu_2}}{\partial x_{k_2}} \ldots \frac{\partial \bar{x}_{\mu_m}}{\partial x_{k_m}} \frac{\partial^m \bar{v}_\lambda}{\partial \bar{y}_{\mu_1} \partial \bar{y}_{\mu_2} \ldots \partial \bar{y}_{\mu_m}} =$$

$$= \sum_1^n{}^{i} \frac{\partial \bar{x}_\lambda}{\partial x_i} \frac{\partial^m v_i}{\partial y_{k_1} \partial y_{k_2} \ldots \partial y_{k_m}} \quad (\lambda, k_1, k_2, \ldots, k_m = 1, 2, \ldots, n). \tag{47}$$

Jest snadno patrno, že tyto vztahy vedou, užijeme-li označení

$$\begin{pmatrix} p & q_1 & q_2 & \ldots & q_m \\ i & k_1 & k_2 & \ldots & k_m \\ i' & k_1' & k_2' & \ldots & k_m' \end{pmatrix} = a_{pii'}\, a_{q_1 k_1 k_1'}\, a_{q_2 k_2 k_2'} \ldots a_{q_m k_m k'_m},$$

k invariantům

$$J_{p\,q_1 q_2 \ldots q_m} = \sum_1^n{}^{i} \sum_1^n{}^{i'} \sum_1^n{}^{k_1} \sum_1^n{}^{k_1'} \sum_1^n{}^{k_2} \sum_1^n{}^{k_2'} \ldots \sum_1^n{}^{k_m} \sum_n^n{}^{k'_m} \begin{pmatrix} p & q_1 & q_2 & \ldots & q_m \\ i & k_1 & k_2 & \ldots & k_m \\ i' & k_1' & k_2' & \ldots & k_m' \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial^m v_i}{\partial y_{k_1} \partial y_{k_2} \ldots \partial y_{k_m}} \frac{\partial^m v_{i'}}{\partial y_{k_1'} \partial y_{k_2'} \ldots \partial y_{k'_m}} \tag{48}$$

$$(p,\ q_1,\ q_2,\ \ldots,\ q_m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1).$$

Také lze obdržeti ze vztahů (47) invarianty

$$\Omega_{\varrho\,\sigma_1\,\sigma_2\,\ldots\,\sigma_m} = \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_{k_1} \sum_1^n{}_{k_2} \ldots \sum_1^n{}_{k_m} \alpha_{\varrho i}\, \xi_{\sigma_1 k_1}\, \xi_{\sigma_2 k_2} \ldots \xi_{\sigma_m k_m} \frac{\partial^m \eta_i}{\partial y_{k_1}\, \partial y_{k_2} \ldots \partial y_{k_m}} \quad (49)$$

$$(\varrho,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \ldots,\ \sigma_m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Invarianty (48) mohou býti vyjádřeny pomocí invariantů (49); přijdeme totiž k výrazům

$$J_{p\,q_1 q_2 q_3 \ldots q_m} = \sum_1^n{}_\varrho \sum_1^n{}_{\sigma_1} \sum_1^n{}_{\sigma_2} \ldots \sum_1^n{}_{\sigma_m} \gamma_p^{(\varrho)}\, S_{q_1}^{(\sigma_1)}\, S_{q_2}^{(\sigma_2)} \ldots S_{q_m}^{(\sigma_m)}\, \Omega^2_{\varrho\,\sigma_1\,\sigma_2\,\ldots\,\sigma_m} \quad (50)$$

$$(p,\ q_1,\ q_2,\ \ldots,\ q_m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1).$$

Počet invariantů (49) je

$$n\,\frac{n\,(n+1)\ldots(n+m-1)}{1\,.\,2\ldots m} \quad (51)$$

a jsou nezávislé navzájem vzhledem ku m-tým derivacím v_i. Neexistují invarianty, které bychom mohli obdržeti ze vztahů (31), (33) a (47) eliminací derivací $\frac{\partial \bar{x}_\lambda}{\partial x_i}$, a které by byly nezávislé na invariantech (49) a na invariantech odstavce 5. Počet invariantů (48) je také roven číslu (51) a ze vztahů (50) plyne, že invarianty (48) také jsou vesměs na sobě nezávislé a že neexistují invarianty, které bychom obdrželi naznačeným způsobem ze vztahů (31), (33) a (47), a které by byly nezávislé na invariantech (48) a invariantech odstavce 4.

Připojíme zde ještě poznámku, že můžeme obdržeti z dříve uvažovaných diff. invariantů pomocí diff. parametrů

$$\sum_1^n{}_i\, \xi_{\varrho i} \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (\varrho = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

nebo

$$\sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k \alpha_{qik} \frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial g}{\partial y_k} = \sum_1^n{}_\varrho\, S_q^{(\varrho)} \sum_1^n{}_i\, \xi_{\varrho i} \frac{\partial f}{\partial y_i} \sum_1^n{}_k\, \xi_{\varrho k} \frac{\partial g}{\partial y_k}$$

$$(q = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1)$$

také diff. invarianty; avšak tyto nemohou býti nezávislé na dřívějších při různém $n \geqq 3$. Poznamenejme dále, že můžeme obdržeti z dřívějších diff. invariantů nové na nich nezávislé pomocí invariantní operace $D\,f$, že naše quadratická diff. forma má obecně nekonečně mnoho diff. invariantů a že dostaneme také diff. invarianty, provedeme-li na ně zmíněnou invariantní operaci.

7. Budiž nyní dán system differenciálních rovnic

$$\frac{d^2 x_i}{d t^2} = v_i\left(t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n,\ \frac{d x_1}{d t},\ \ldots,\ \frac{d x_n}{d t}\right) \quad (52)$$

$$(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

a kvadratická diff. forma

$$\sum_{1}^{n}{}_{i}\ \sum_{1}^{n}{}_{k}\ a_{ik}\ (t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)\ \delta\ x_i\ \delta\ x_k \tag{53}$$

s determinantem, který není identicky roven nule, a dále system

$$\frac{d^2\ \overline{x_\lambda}}{d\ t^2} = \overline{v_\lambda}\left(t,\ \overline{x_1},\ \ldots\ ,\ \overline{x_n},\ \frac{d\ \overline{x_1}}{d\ t},\ \ldots,\ \frac{d\ \overline{x_n}}{d\ t}\right) \tag{54}$$

$$(\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

a kvadratická diff. forma

$$\sum_{1}^{n}{}_{\lambda}\ \sum_{1}^{n}{}_{\mu}\ \overline{a_{\lambda\mu}}\ (t,\ \overline{x_1},\ \overline{x_2},\ \ldots,\ \overline{x_n})\ \delta\ \overline{x_\lambda}\ \delta\ \overline{x_\mu} \tag{55}$$

s diskriminantem, který není identicky roven nule. Rozumíme tím, že funkce vystupující v (52), (53) a (54), (55) jsou skutečně dány, připouštíme, že předpoklad, který jsme vzhledem k funkcím v_i a $\overline{v_\lambda}$ na konci odstavce 3 učinili, je splněn a chceme rozhodnouti otázku, zda může býti převeden system differenciálních rovnic (52) a diff. forma (53) na system (54) a formu (55) transformací tvaru

$$\overline{x_\lambda} = \overline{x_\lambda}\ (t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) \qquad (\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \tag{56}$$

Tuto otázku budeme projednávati za předpokladu, že se nám podařilo způsobem, o němž byla řeč v odstavcích 4, 5 a 6, sestrojiti $2n$ diff. invariantů, které pro jeden ze systemů (52), (53) a (54), (55) jsou vesměs na sobě nezávislé vzhledem ku $2n$ proměnným x_i, y_k nebo $\overline{x_\lambda}$, $\overline{y_\mu}$. Kdyby nebyly tyto $2n$ diff. invarianty vypočítané pro druhý system vzhledem k příslušným $2n$ argumentům vesměs na sobě nezávislé, bylo by tím konstatováno, že systemy (52), (53) a (54), (55) nelze převésti v sebe navzájem transformací tvaru (56). Budeme tedy předpokládati, že naše $2n$ diff. invarianty v předložených systemech poskytují rovnice

$$\overline{J_p}\ (t,\ \overline{x_1},\ \ldots,\ \overline{x_n},\ \overline{y_1},\ \ldots,\ \overline{y_n}) = J_p\ (t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_n), \tag{57}$$

$$(p = 1,\ 2,\ \ldots,\ 2n),$$

které jsou vesměs na sobě nezávislé jak vzhledem k proměnným x_i, y_k, tak vzhledem k $\overline{x_\lambda}$, $\overline{y_\mu}$. Jest nyní nejdříve vyšetřiti, zda plynou z těchto relací (57) vztahy tvaru

$$\begin{aligned} \overline{x_\lambda} &= x_\lambda\ (t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n), \\ \overline{y_\lambda} &= \sum_{1}^{n}{}_{i}\ \frac{\partial\ \overline{x_\lambda}}{\partial\ x_i}\ y_i + \frac{\partial\ \overline{x_\lambda}}{\partial\ t} \qquad (\lambda = 1,\ 2,\ \ldots,\ n) \end{aligned} \tag{58}$$

nebo v obecnější podobě

$$\begin{aligned} &\overline{J_r}\ (t,\ \overline{x_1},\ \overline{x_2},\ \ldots,\ \overline{x_n}) = J_r\ (t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) \\ &\frac{\partial\ \overline{J_r}}{\partial\ t} + \sum_{1}^{n}{}_{\lambda}\ \overline{y_\lambda}\ \frac{\partial\ \overline{J_r}}{\partial\ \overline{x_\lambda}} = \frac{\partial\ J_r}{\partial\ t} + \sum_{1}^{n}{}_{i}\ y_i\ \frac{\partial\ J_r}{\partial\ x_i}. \\ &(r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \end{aligned} \tag{59}$$

V odstavcích 1 a 2 odvodili jsme jistá kriteria pro tento případ; když pro rovnice (57) tato kriteria nejsou splněna, usoudíme, že systemy (52), (53) a (54), (55) žádnou transformací tvaru (56) nemohou býti v sebe převedeny.

Nastane-li případ opačný, t. j. kriteria jsou splněna, pak dostáváme z rovnic (57) vztahy (58) nebo obecněji (59), a dále se jedná o to poznati, zda přecházejí v sebe navzájem systemy (52), (53) a (54), (55) pomocí transformace, která je dána prvními řádkami (58) nebo (59).

Je-li nejprve řečená transformace určena první řádkou (58), pak přechází pomocí ní system (52), (53) v system (54), (55) tehdy a jen tehdy, jsou-li splněny následkem rovnic (58) také vztahy

$$\overline{v_\lambda} = \sum_1^n{}_i \frac{\partial \overline{x_\lambda}}{\partial x_i} v_i + \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k \frac{\partial^2 \overline{x_\lambda}}{\partial x_i \partial x_k} y_i y_k + 2 \sum_1^n{}_i \frac{\partial^2 \overline{x_\lambda}}{\partial t \partial x_i} y_i + \frac{\partial^2 \overline{x_\lambda}}{\partial t^2},$$

$$(\lambda = 1, 2, \ldots, n)$$

$$a_{ik} = \sum_1^\lambda \sum_1^\mu \frac{\partial x_\lambda}{\partial x_i} \frac{\partial x_\mu}{\partial x_k} \overline{a_{\lambda\mu}} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

Je-li však transformace určena první řádkou rovnic (59), pak mohou býti formulovány podmínky nutné a postačující k tomu, aby tato transformace převáděla system (52), (53) v system (54), (55) tak, že následkem rovnic (59) musejí býti splněny vztahy:

$$\frac{\partial^2 \overline{J_r}}{\partial t^2} + 2 \sum_1^n{}_\lambda \overline{y_\lambda} \frac{\partial^2 \overline{J_r}}{\partial t \partial \overline{x_\lambda}} + \sum_1^n{}_\lambda \sum_1^n{}_\mu \overline{y_\lambda}\, \overline{y_\mu} \frac{\partial^2 \overline{J_r}}{\partial \overline{x_\lambda} \partial \overline{x_\mu}} + \sum_1^n{}_\lambda \overline{v_\lambda} \frac{\partial \overline{J_r}}{\partial \overline{x_\lambda}} =$$

$$= \frac{\partial^2 J_r}{\partial t^2} + 2 \sum_1^n{}_i y_i \frac{\partial^2 J_r}{\partial t \partial x_i} + \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k y_i y_k \frac{\partial^2 J_r}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_1^n{}_i v_i \frac{\partial J_r}{\partial x_i},$$

$$(r = 1, 2, \ldots, n)$$

$$\sum_1^n{}_\lambda \sum_1^n{}_\mu \overline{a_{\lambda\mu}} \frac{\partial \overline{J_r}}{\partial \overline{x_\lambda}} \frac{\partial \overline{J_s}}{\partial x_\mu} = \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k a_{ik} \frac{\partial J_r}{\partial x_i} \frac{\partial J_s}{\partial x_k}$$

$$(r, s = 1, 2, \ldots, n).$$

XXVI.

Poznámka o lacroixitu.

Podává

F. Slavík v Praze.

S 1 obrazcem v textu.

Předloženo dne 4. června 1915.

Roku minulého popsal jsem v Rozpravách České Akademie [1]) tři nové fosforečnany z Greifensteinu u Ehrenfriedersdorfa v Sasku, *ježekit*, *roscherit* a *lacroixit*.

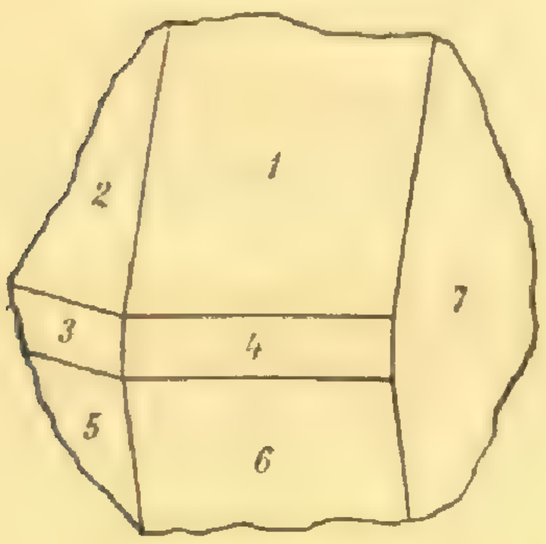
Popis třetího z nich jest podán jen s reservou a neúplný: byltť materiál výzkumný jednak velice skrovný, jednak činila resultáty výzkumu méně bezpečnými též ta okolnost, že goniometricky byl zkoumán jediný krystal průsvitný, jehož jsem nemohl ani sejmouti s podkladu ani částku od něho odděliti, kdežto k chemickému rozboru, laskavě provedenému kol. Ant. Jílkem, bylo nutno spokojiti se s materiálem podezřelým z počínajícího rozkladu; bylyť úlomky k analysi použité oproti značně průsvitnému a intensivně skelně lesklému měřenému krystalu téměř neprůsvitné a mnohem slaběji, poněkud mastně lesklé.

Novější materiál, který jsem obdržel ku prohlédnutí opětně laskavostí p. inž. W. Mauchera v Mnichově, rozptýlil tyto pochyby o totožnosti nerostu zkoumaného mnou krystalograficky a objektu chemického rozboru kol. Jílka a spolu umožnil v některých směrech dodatky k popisu lacroixitu, ač nestačil na všestranný výzkum definitivní.

---

[1]) O nových fosforečnanech z Greifensteinu v Sasku. R. Č. A. ročn. XXIII. č. 4. předl. 16. ledna 1914.

K vyšetření *goniometrickému* způsobilé byly dva krystalky; na prvém z nich bylo možno poměr parametru určiti přesněji než na velikém krystalu popsaném loni — l. c. str. 13—14 a obr. 6 zde reprodukovaný, na němž plochy 1, 2, 5, 6 = (111), 3, 4 = (110), 7 = (010).



Obr. 6.

Nově zkoumaný krystalek jako prvý jest neúplně vyvinut a omezen pouze čtyřmi plochami měřitelnými, jež náleží tvarům též na prvém zkoumaném krystalu nalezeným

p (111) m (110).

Brachypinakoid b (010) zde chybí.

Všechny čtyři plochy měřené poskytly reflexu zřetelných, třeba že ne právě dokonalých, a kontrolní úhly na nich stanovené se shodují dosti uspokojivě s vypočtenými z poměru poloos, jenž resultuje ze dvou měření vzatých za základ.

Z úhlů

$$(111) : (110) = 21^0\,40'$$

a

$$(110) : (1\bar{1}0) = 77^0\,3'$$

plyne poměr parametrů

$$a : b : c = 0{\cdot}796 : 1 : 1{\cdot}568;$$

úhly měřené jsou pak celkem

	Měřeno:	Vypočteno:
p (111) : m (110)	*21° 40′	–
m (110) : m' (1$\bar{1}$0)	*77° 3′	–
: p' (1$\bar{1}$1)	78 13	77° 59′
p (111) : p' (1$\bar{1}$1)	71 0	70 44½.

Na druhém krystalku, pouhém úlomku o dvou plochách původních a jedné štěpné podle jehlanu základního, stanovil jsem

	Měřeno:	Vypočteno:
p (111) : p' (1$\bar{1}$1)	70° 53′	70° 44½′
: q (131)	28 58	29 28½.

Nový tvar q (131) jest zastoupen jedinou plochou, úzkou a špatně reflektující.

Má tedy nyní krystalová řada lacroixitu celkem čtyři formy parcialní:

b (010) m (110) p (111) q (131).

Na srovnání uvádím z nepřesných loňských výsledků měření:

$$(111) : (110) = 20^3/_4 - 22^0$$
$$: (1\bar{1}0) \quad 79\frac{1}{2}$$
$$: (1\bar{1}1) \quad 71\frac{1}{2} - 72\frac{1}{2};$$
$$a : b : c = 0{\cdot}82 : 1 : 1{\cdot}60.$$

Odchylky od soustavy kosočtverečné, na něž by poukazovaly poměry kohese u lacroixitu i vývoj některých jeho individuí, neprojevily se při měření nového materiálu, zůstává tedy ještě pravdě nejpodobnější jeho souměrnost monoklinická pseudorhombická bez přesného potvrzení.

Na kvantitativní analysu nestačilo množství čerstvého lacroixitu z nového materiálu nikterak, ale pro zjištění chemické totožnosti s nerostem loni analysovaným a různosti od herderitu, za nějž lacroixit prvých nálezu byl pokládán, vybral jsem několik úlomků čerstvého, slabě nažloutle zelenavého, průhledného lacroixitu a přesvědčiv se několika aproximativními měřeními o štěpném úhlu cca 71^0 — herderit má *nedokonalou* štěpnost prismatickou o úhlu $64^0\,29'$ — požádal jsem přítele prof. J. Štěrbu-Böhma o rozbor spektrometrický se zvláštním zřetelem na přítomnost hliníku nebo snad beryllia. Laskavě provedeným spektrometrickým výzkumem zjistil prof. Štěrba-Böhm, že *hliník jest podstatnou součástkou mineralu*, kdežto beryllium jest přítomno v sotva znatelných stopách; nemůže tedy býti řeči o totožnosti průhledných lacroixitu s herderitem.

Konstatovali jsme dále oba, Štěrba-Böhm i já, že v novějších průhledných, čerstvých lacroixitech *chybí kysličník manganatý*, jehož nalezl Jílek rozborem nezcela čerstvého materiálu loňského 8.43%; buď tedy při počínající přeměně vnikla do lacroixitu sloučenina manganu, cizí původnímu nerostu, anebo možno předpokládati, že kysličník manganatý, jenž v některých lacroixitech isomorfně zastupuje značný podíl kysličníku vápenatého, v jiných může až i úplně vymizeti.

Potvrzena přítomnost kalcia, natria a lithia.

Pozn. ke stránce 8 loňského pojednání: ve vzorci *ježekitu* stůjž správně $[PO_4]_2\,F_2\,[OH]_2\,Al\,[AlO]\,Ca\,Na_4$ místo . . . [Al OH] . . .

O škrobové pochvě řapíků listových.

Napsal

Dr. **Otakar Vodrážka.**

Práce z ústavu pro fysiologii rostlin c. k. české university v Praze.

(Se 3 tabul. a 2 obr. v textu.)

Předloženo dne 4. června 1915.

Ku studiu anatomické stavby řapíků listových pohnuly mne mé pokusy o nyktitropismu, při nichž se ukázalo, že pohyby tyto dějí se vesměs pod vlivem tíže. Vliv této síly na postup nyktitropických pohybů byl ne nepatrný a snadno u všech rostlin, s nimiž bylo experimentováno, dokázatelný.[1])

Po těchto pokusech, jimiž mínění Fischerovo[2]) o tak zv. rostlinách autonyktitropických bylo vyvráceno, nastala mi úloha nová, uvésti tento poznatek v soulad s theorií statolithovou, která předpokládá v orgánech schopných reakce geotropické ústrojí, sloužící ku recepci geotropického podráždění, t. zv. statolithy.[3]) I pátral jsem v řapících listových rostlin, s nimiž bylo experimentováno, a vedle toho ještě u celé řady rostlin jiných z čeledí spřízněných po statolithech event. po orgánech ku recepci tíže sloužících. Výsledky těchto anatomických studií uložil jsem v této práci.

Upřímný dík vzdávám na tomto místě panu univ. professoru Dr. Boh. Němcovi, přednostovi c. k. ústavu pro fysiologii rostlin české university, za obzvláštní zájem, s jakým postup mé práce sledoval a za ochotnou radu, kterou mi byl při těchto studiích nápomocen.

---

[1]) Ot. Vodrážka: O významu tíže při pohybech nyktitropických. Rozpr. Č. Akademie. Tř. II. Roč. XVI.

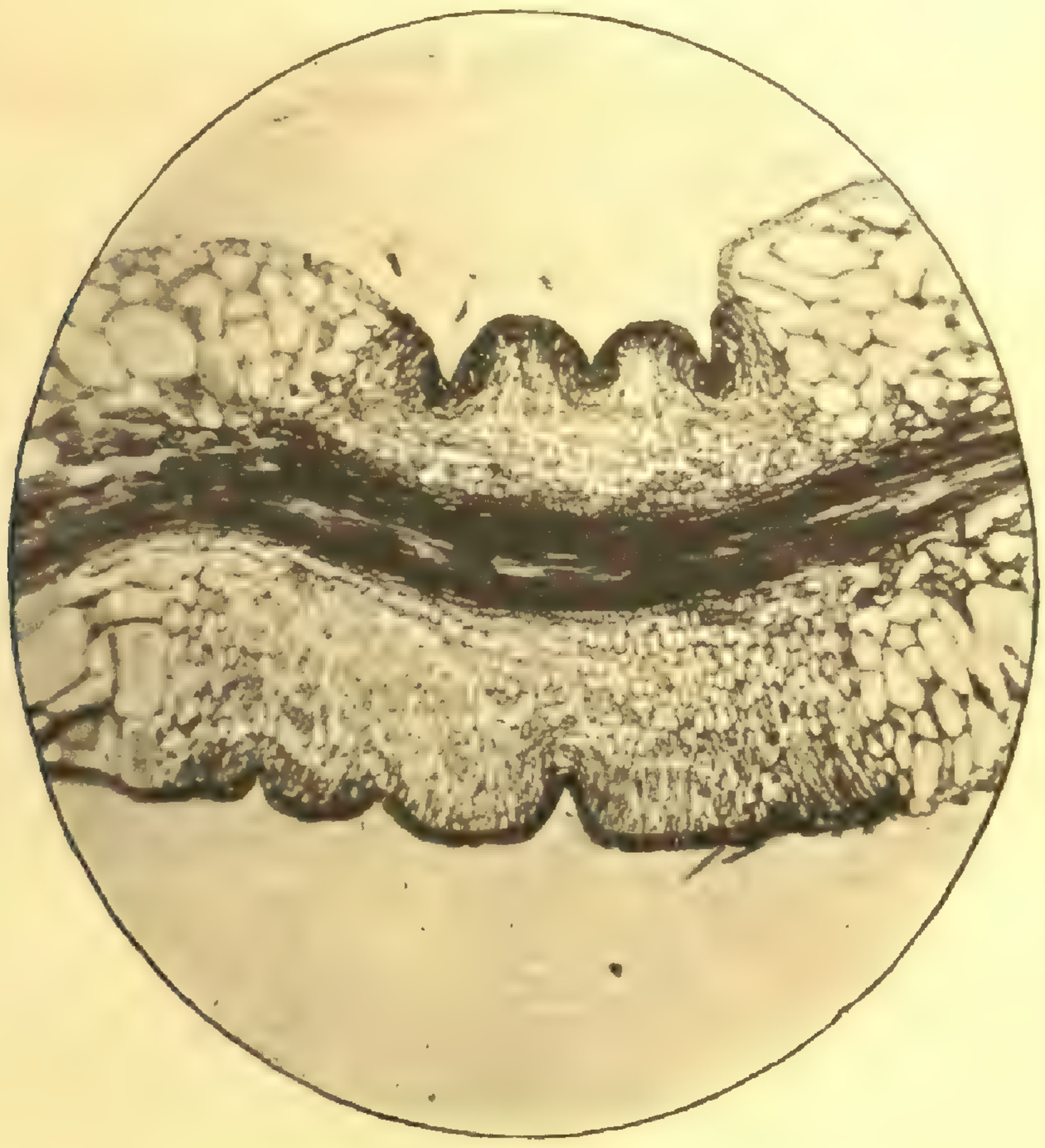
[2]) A. Fischer: Botan. Zeitung 1890.

[3]) B. Němec: O škrobové pochvě Cucurbitaceí. Rozpravy České Akademie 1904; II. tř.

Řapíky listové a jich anatomická differenciace.

Pohyby listů ať nyktitropické, heliotropické, thigmotropické neb jiné dějí se v řapících listových, lépe řečeno pomocí jich a můžeme je proto pokládati za orgány sloužící ku pohybům listů.

Jejich anatomická stavba jest charakteristická a jest v těsném vztahu ku jich funkci. Svazky cévní spojují se tu v jednotný střední provazec s mohutně vyvinutým pletivem mechanickým, ježto nese řapík listový váhu celé čepele. Svazek cévní obdán jest pletivem parenchymatickým elastickým a turgescentním. Tím dociluje se zvláštního napětí mezi oním turgescentním obalem parenchymatickým a málo pružným svazkem



Obr. 1.

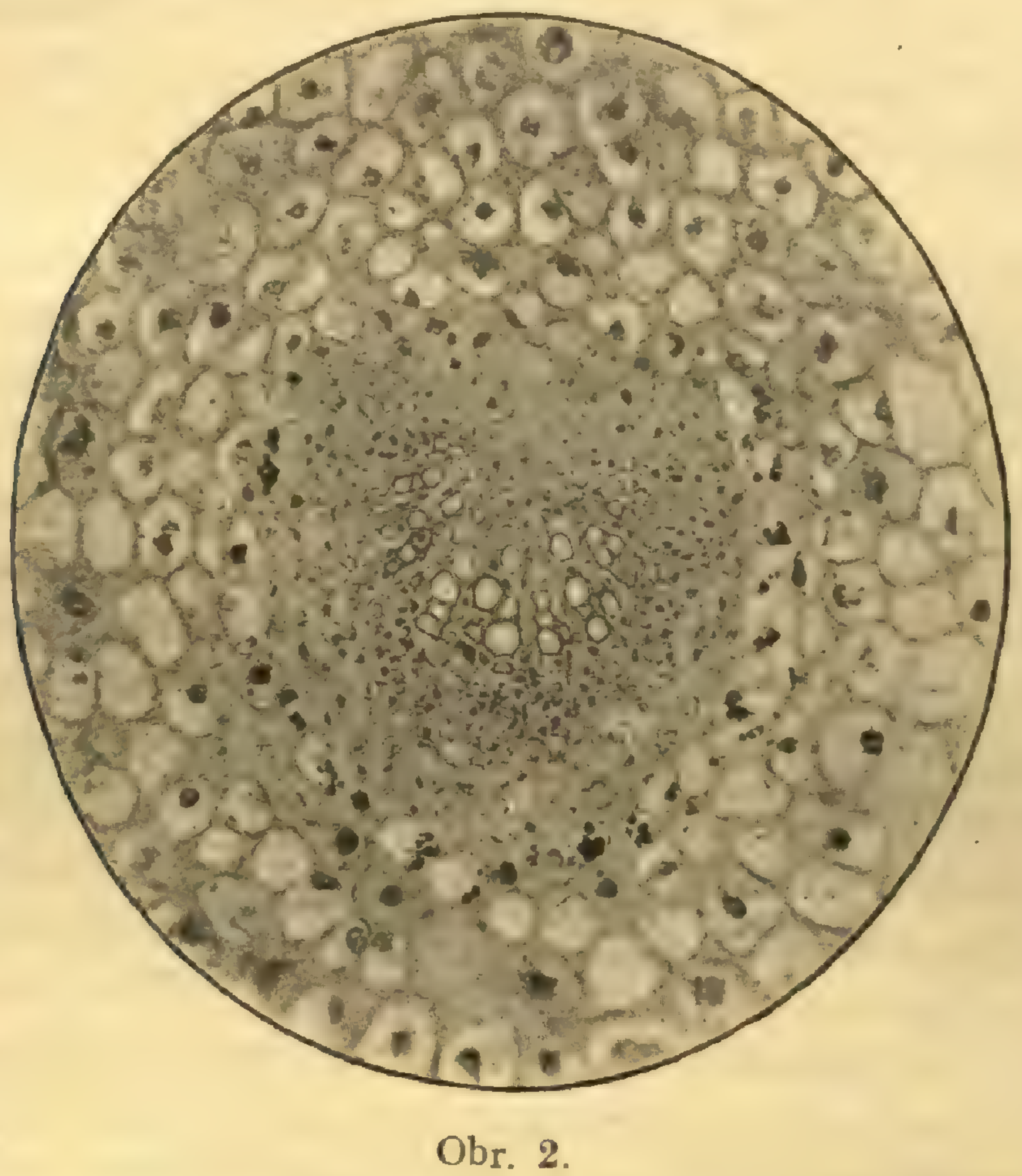
cévním.[4]) Tímto napětím, turgorem podmíněným, dociluje se pohybů listových, způsobí-li nějaký vnější nebo vnitřní vliv změnu turgoru v antagonistických částech řapíku listového.[5]) Změna osvětlení, mechanický náraz, změna polohy i jiná podráždění mohou totiž způsobiti, že ve svrchní části řapíku nastane jiný turgor, než ve spodní části téhož, což má pak za následek protažení resp. zkrácení elastického parenchymatického pletiva. Na zevnějšek jeví se pak toto zakřivením řapíku — skloněním event. vzpřímením listu. Toť stručně mechanismus řapíků listových při pohybech periodických.

---

[4]) L. Jost: Vorlesungen über Pflanzenphysiologie 3. Aufl. 1913.
[5]) W. Pfeffer: Period. Bewegungen d. Blattorgane 1875.

Přihlédněme nyni blíže ku anatomické stavbě a differenciaci těchto řapíků. Řapíky těchto rostlin vykazují zpravidla část specielně pro vykonávání period. pohybů určenou. Jest to t. zv. polštářek listový (Gelenkpolster). Tento svojí anatomickou stavbou liší se od ostatního řapíku. Již svým zbarvením, obyčejně tmavším, jest nápadný při makroskopickém prohlížení řapíku.

Pokožka na této části řapíku bývá mohutná, jednovrstevná a jest tím zajímava, že jest, jakož i některá pod ní ležící pletiva, schopna varhánkovitého zprohýbání za tím účelem, aby složivši se nevadila zkrácení polštářku listového a naopak při prodlužování téhož mohla se značně prodloužiti. Tím se stává, že pokožka pevností svojí chráníc řapík před me-



Obr. 2.

chanickým úrazem, pražádného odporu neklade při vykonávání pohybů listových. (Obr. 1. v textu.)

Pod pokožkou uložen jest parenchym ve vrstvách, které téměř pravidelně dvě třetiny z celého průměru řapíku zaujímají. Buňky tohoto parenchymu nejsou všechny stejně veliké. Ty, které leží blíže pokožky a blíže svazku cévního, jsou obyčejně menší, v náhradu za to však stěn poněkud silnějších. Uprostřed mezi svazkem cévním a pokožkou jsou buňky tohoto pletiva značného průměru a stěn neobyčejně tenkých. (Obr. 2. v textu.) Jen ve vzácných případech jsou buňky tohoto pletiva tlustostěnné, stěny však jsou v tomto případě dokonale elastické, takže přihlédneme-li ku mechanice pohybů listových, dříve uvedené, jeví se tento úkaz jako plýtvání materiálem. (Obr. 2, 4. tab. II.) Buňky tohoto

pletiva v řapících zelených, assimilace schopných, chovají vedle zřetelných jader i značný počet zrn škrobových, které diffusním svým rozložením ostře se odlišují od škrobu přepadavého, o němž později bude řeč.

Pokud se týče tvaru těchto parenchymatických buněk, jsou pravidelné tak, že průměř jich ve všech směrech jeví se co do délky týž. Zrůznění ve tvaru nastává v partiích ležících blíže pokožky a v partiích blíže svazku cévního. Tu jeví se někde tyto buňky protáhlé ve směru délky řapíku, pokud se týče partií přiléhajících ku svazku cévnímu. Části pak tohoto parenchymu, jež jsou blízké pokožce, jeví protažení ve směru kolmém ku předešlému, tedy kolmo na délku svazku cévního. (Obr. 1. v textu.) Příčina tohoto zrůznění spočívá v mechanice pohybů listových, ježto parenchym blíže pokožky ležící musí býti schopný značnějšího prodloužení resp. zkrácení ve směru délky řapíku než parenchym přiléhající ku svazku cévnímu, který celkem jen nepatrným změnám vzhledem k své délce podlehá.

Zajímavá jest vrstva resp. několik vrstev tohoto parenchymu, jež přiléhají těsně ku svazku cévnímu. V buňkách tohoto parenchymu nacházíme hojný škrob, který však dle svého uložení ukazuje na jinou funkci, nežli ten, který se nachází v buňkách vzdálených svazku cévního. Škrob tento jest totiž nahromaděn vždy při jedné stěně buňky, což upomíná na určitou funkci tomuto škrobu přidělenou. Jsou to statolithy, přepadavá zrna škrobová, jichž funkce, co orgánu sloužícího ku percepci tíže, jest známá.[6]) Tato přepadává zrnka škrobová uložena jsou v řadách buněk parenchymatických, přiléhajících těsně ku svazku cévnímu a tvoří tím tak zv. pochvu škrobovou.

Jest nesporno, že škrobové pochvě v řapících listových přináleží táž úloha, jako analogickým orgánům v lodyhách nebo kořenech. Slouží tu ku recepci podráždění geotropického.[3]) [7]) [8]) [9]) [10]) Všimněme si nyní blíže anatomických zajímavostí této škrobové pochvy, pokud se týče řapíků listových, jež byly námi studovány.

Bylo uvedeno, že pochva z těchto buněk složená přiléhá těsně ku sv. cévnímu a to buď jednu řadu buněk zaujímajíc — jednovrstevná pochva škrobová, jež ve většině pozorovaných řapíků byla nalezena (Obr. 6., tab. I.) nebo jsou buněk s obsahem takto differencovaným dvě neb tři řady, čímž vzniká dvoj- neb trojvrstevná pochva škrobová. (Obr. 1, 2. tab. I.)

Nezřídka u téže rostliny jest variace co do počtu řad buněk pochvy. Tak u Amicie (obr. 1., tab. I.) pozorujeme na spodní straně řapíka

---

[6]) B. Němec: Berichte der deutschen Botan. Gesellschaft. 1900.

[7]) B. Němec: Über die Wahrnehmung des Schwerkraftreizes bei den Pflanzen Jahrb. wiss. Bot. 36. 80. 1901.

[8]) G. Haberlandt: Sinnesorgane im Pflanzenreich zur Perzeption mechanischer Reize. Leipzig 1901.

[9]) Noll: Über heterogene Induktion. Leipzig 1892.

[10]) Týž: Über Geotropismus. Jahrb. wiss. Bot. 1900.

pochvu škrobovou trojvrstevnou, kdežto na svrchní straně téhož jest jednovrstevná pochva škrobová. U starších řapíků listových (obr. 3. tab. I. u Amicie jeví se pochva téměř vesměs jednovrstevnou. I zdá se, že variaci v počtu vrstev pochvy škrobové působí jednak dorsiventralita řapíků listových, jednak stáří řapíků. Pokud se týče velikosti a tvaru buněk pochvy, tu uvedl jsem, že buňky této pochvy jsou vždy menší než okolního parenchymu. Co do tvaru pak jsou buď isodiametrické (obr. 5., tab. III.), nebo, jak již jsem uvedl, protažené ve směru délky řapíka (obr. 2, 6., tab. I.) Velikost buněk těchto není také u téhož druhu konstantní. Variace působí tu blízkost svazku cévního. Buňky pochvy bližší svazku cévního jsou menší než buňky ve vzdálenější vrstvě. Tedy u dvojvrstevné pochvy škrobové jest vrstva těsně na sv. cévní se připojující složena z menších buněk než vrstva za ní následující. (Obr. 3. tab. I.)

Nejzajímavější variace skýtají zrna škrobu přepadavého. Při pouhém pohledu na obr. 2. pozorujeme rozdíl mezi stranou hoření řapíku a dolení. Dolení část nese zřetelnou pochvu s hojnými zrny škrobovými, kdežto svrchní část jen spoře naplněné chová buňky. Týž úkaz jevil se téměř u všech pozorovaných řapíků, že totiž spodní část řapíku jeví vždy mohutněji vyvinutou pochvu škrobovou, než svrchní část. Zvlášt nápadný jest úkaz ten u Amicie a u Oxalis Ortegesii. (Obr. 4. tab. III.)

Další variace v počtu zrn přepadavého škrobu jest podmíněná stářím řapíku listového. Na příčném řezu řapíkem mladého listu pozorujeme pochvu škrobovou vždy bohatší na zrna škrobová, než na průřezu řapíkem starého listu. Nejlépe úkaz tento illustruje mikrofotografie průřezu mladého řapíku listového (obr. 2., tab. I.) a starého řapíku téže rostliny. (Obr. 3., tab. I.) V prvém případě jest škrobová pochva místy až trojvrstevná s hojným škrobem až téměř polovinu buňky zaujímajícím, kdežto, na průřezu starým řapíkem jest škrob sporý a zrna jeho korrodována. Úkaz tento odpovídá úkazům a reakcím mladých a starých listů této rostliny. Reagují totiž mladé listy této rostliny, jak pokusy jsem se přesvědčil, daleko intensivněji na podráždění geotropická než listy staré.

Počet zrn škrobových závisí také na době roční. V materiálu fixovaném v době letní jsou všude daleko lépe vyvinuty pochvy škrobové, než v onom z doby podzimní neb zimní. Toliko u rostlin v teplém sklenníku pěstovaných nenalezl jsem tohoto rozdílu. Na druhu rostlinném závislý jest také počet zrn škrobových. Jsou některé rostliny, v jichž řapíku vždy jest sporý počet zrn přepadavých. (Obr. 4, 5 tab. I., obr. 5. tab. III.) kdežto u jiných rostlin jsou buňky škrobem, jak již uvedeno, do jedné třetiny i poloviny naplněny. (Obr. 2 a 6 tab. I., obr. 4 tab. III.)

Velikost zrn škrobových též není konstantní. U *Amicie* jest zajímavo, že velikost zrn souvisí s velikostí řapíku listového, tedy u starších řapíků jsou zrna větší. Více o tom uvedeno při systematickém výčtu druhů, u nichž i mikrometrické údaje jsou připojeny. Minimální velikost zrn konstatována u *Robinie* (0.0014 *mm*) a největší u *Maranty* (0.0081 *mm*).

Pochva škrobová připojuje se těsně ku svazku cévnímu. Při tom nutno poukázati na mohutný vývoj pletiva mechanického, jež svazku cévnímu dodává pevnosti a tím ovšem i celému řapíku listovému. Svazek cévní složen tu pak z elementů, které nedovolují prodlužování nebo jeho zkracování, čímž zaujímá v řapíku zonu pokud se mechanického zařízení týče indifferentní.

Methody mikroskopické techniky.

Dříve než přistoupím ku systematickému vytčení rodů a druhů, při nichž typicky pochva škrobová vystupuje, nutno uvésti některé methody mikroskopické techniky, jichž jsem použil, by škrob přepadavý a tím ovšem i pochvy zřetelněji vystoupily proti okolnímu pletivu. Pro první orientaci, při níž se jedná o určení, přítomen-li škrob v řapíku listovém vůbec, ať již assimilační nebo ku recepci téže sloužící, jest nepostrádatelnou reakce jodová. Tato reakce, která roku 1815 krátce po objevení jodu Collinem a Gaulthierem de Claubry[11]) byla popsána, jest pro škrob typickou, neboť vyjma nepatrných vzácných výminek (Saponarin, Narcein etc.) není látky v obsahu buněčném, jež by se barvila jodem tak charakteristicky modře, jako škrob. Abychom při této methodě docílili čistého modrého zbarvení, nesmí se užíti jodových roztoků (jodalkohol, jodjodkalium) v příliš koncentrovaných roztocích. Tunmann odporoučí vedle toho použíti jodu rozetřeného s pemzou (1 díl jodu, 5 dílů pemzy.)[11]) Při přebarvení jsou zrna černá a možno vypíraním nebo zředenou kyselinou solnou odbarviti na modro. Vadou této methody jest, že nelze škrobu jodem zbarveného upraviti v trvalý praeparát. Při zalití do glycerinové želatýny teplem škrob okamžitě se odbarví, při uzavření do kanadského balsamu škrob se časem odbarví, ježto chybí pro modré zabarvení potřebné množství vody. Toliko zalitím do jodparaffinu nebo roztoku jodu a třtinového cukru podařilo se dočasně uchovati jodové zbarvení v hnědé barvě.

Užil jsem proto při hotovení trvalých praeparátů té vlastnosti škrobu, že dychtivě přijímá některá barviva ve vodním roztoku.[12]) (Fuchsin, safranin, gent. violef, methyl. zeleň etc.)

Před barvením užil jsem Němcem[13]) navržené modifikace Rawitzovy methody. Objekty fixované kys. pikro-octo-sírovou, nebo fixací Flemmingovou, vloženy při užití později uvedené fixace do kysličníku vodičitého za účelem odstranění černého zabarvení tuků. Po té vypírány v tekoucí vodě několik minut a vloženy do 5% vodního roztoku

---

[11]) O. Tunmann: Pflanzenmikrochemie. Berlin 1913, pag. 500.

[12]) H. Fischer: Über die kollodiale Natur der Stärkekörner und ihr Verhalten gegen Farbstoffe, Beih. Bot. Zentralblatt. 1905.

[13]) B. Němec: Inverse Tinkt. Berichte d. deutsch. bot. Gesellschaft. Bd. XXIV. 1906.

tanninu na 10—60 minut. Po té opět propírány několik minut a vloženy do 1·5% vodního roztoku víňanu antimonylo-draselnatého, kdež zůstaveny 10—20 minut. Po opětném řádném vypírání vodou vloženy do vodního roztoku gentianové violeti (1:100) na dobu nejméně ½ hodiny. Pak opětně propírány ve vodě, pak vystřídány alkoholy až do absolutního, v němž za stálé kontroly pod mikroskopem differencovány, po té následoval líh terpentinový, xylol a uzavření do kanadského balsámu. Při přesném provádění této methody, hlavně pokud se týče propírání ve vodě, jeví se obsah buněčný slabě šedě neb fialově zabarven, blány dle svého složení jsou intensivněji neb slabě fialově zabarveny. Škrobová zrna pak jsou silně modře zabarvena, tak že jich uložení i počet snadno se dá sledovati.

Při této methodě přebarvení praeparatu nezřídka nastává a při nedosti přesném praní vzniknou v praeparatu sraženiny, které těžko lze odstraniti.

Těchto vad nemá methoda, při níž vynecháno moření ve víňanu antimonylo-draselnatém. Řezy paraffinu zbavené, po průchodem alkoholy, properou se v destillované vodě a vloží jako v předešlé methodě do kysličníku vodičitého za účelem odstranění černého zabarvení. Po pětiminutovém proprání v tekoucí vodě mořeny řezy v 5% tanninu 1 hod. i déle. Po té opět propírány a vloženy na 12—24 hodiny do gent. violeti (1:100). Po oprání a průchodem alkoholy differencováno v absol. alkoholu. V gent. violeti ponechány úmyslně déle řezy, ježto pak v alkoholu differenciace pomaleji postupuje a lépe se dá kontrolovati. Při ponechání jen krátkou dobu v gent. violeti (30—60 minut) jde rychle odbarvování v alkoholech a nesnadno dá se kontrolovati.[14])

Čím déle ponechají se řezy v taninu, tím intensivněji zrna škrobová se zabarví, ale ovšem pak i obsah plasmatický buněk a jádra.

Obou method dá se použíti také ku docílení dvojího zabarvení. Možno jádra buněk před zalitím do paraffinu zabarviti parakarminem. Po zalití a rozřezání možno užíti method dříve uvedených ku zabarvení škrobu. Jeví se pak jádra červeně zabarvená a škrob modře. Též fuchsinu možno s výhodou užíti ku zabarvení jader, jelikož velmi pěkně fuchsinové zabarvení ve víňanu antimonylo-draselnatém se differencuje.

V methodách dříve uvedených lze nahraditi gentianovou violeť safraninem téže koncentrace, v jaké se užívá při Flemmingově methodě trojitého zabarvení. (1% roztok safraninu v absol. alkoholu, k němuž přidáno něco anilinové vody; před upotřebením se ředí vodou na polovic.)[15]) Nedává sice safranin tak kontrastního zabarvení zrn škrobových jako gent. violeť ale celkem dobře se dá upotřebiti.

Výše uvedených method použil s výhodou N ě m e c při svých studiích o statolithech, při čemž se, jak vhodně S t r a s s b u r g e r[14]) poznamenává,

---

[14]) E. Strassburger: Das botanische Praktikum. Jena 1913.

[15]) Mikrokosmos: Zeitschrift für ang. Mikroskopie etc. Stuttgart 1911—2.

„überraschend schöne Bilder der Verteilung von Stärke in Zellen und Geweben präsentierten.“

Proto jsem osvědčených oněch method použil i při studiích škrobové pochvy v řapících listových. Zajímavo však, že u některých rostlin škrob těmito methodami dobře se zabarví a vystoupne oproti ostatní hmotě, u některých však rostlin (*Desmodium*) škrob těžko a jen slabě při obou methodách se zabarví.

Pokud fixace se týče, tu použito při malých řapících fixace Flemmingovy ve složení, v jakém používá se v laboratoři c. k. ústavu pro fysiologii a anatomii rostlin české university, při větších objektech fixace složené z kyseliny pikrové, octové a sírové. (100 *cm*³ konc. kys. pikrové + 0·04% konc. kys. sírové + 0·5% kys. octové.) Pokud toho okolnosti dovolují, nutno fixovati celý řapík listový, neboť při rozřezání téhož často odtrhává se při fixaci svazek cévní od elastického okolního parenchymu.

Objekty zalévány do paraffinu a řezány na mikrotomu s nakloněnou rovinou. Jsou 3—6 μ silné.

Obrázky k práci připojené jsou mikrofotografickou cestou zhotoveny. Mikrofotografiím pro jich objektivnost dávám přednost před obrázky kreslenými. Byly zhotoveny objektivy a okuláry firmy Reichertovy. Za zdroj světelný použito lampy obloukové síly 6 A pro stejnoměrný proud 220 V. Kondensor byl průměru 12 *cm*. Filtr žlutý z auraminu. Co materiálu negativního použito desek orthochromatických isolárních firmy Haufovy ve Feuerbachu; při větších kontrastech světelných desek chromoisolárních firmy Agfa v Berlíně. Kopie pak hotoveny na papíru chlorobromostříbrnatém firmy Gewaertovy v Paříži značky Ridax, ve vývojce metol-hydrochinonové s přísadou bromidu draselnatého.

Systematický výčet rodů, u nichž byla škrobová pochva pozorována.

Rostliny studované náležejí z největší části čeledi *Leguminosae* a *Oxalideae*, v menším počtu *Euphorbiaceím* a *Marantaceím*. Uvedu proto nejprve ony z čeledi *Leguminos*, pak *Oxalideí*, *Euphorbiaceí* a *Marantaceí*.

Leguminosae.

Amicia Zygomeris z tropických And snese u nás v létě i volný pobyt na záhonku. Z takovéto rostliny zhotoveny praeparáty a to z řapíků mladých listů. Pochva škrobová mohutně tu vyvinutá tvoří souvislý dvojvrstevný obal kol centrálního svazku cévního. (Obr. 1., 2 tab. I.) Buňky její měřící do délky 0·027 *mm* měří do šířky jen 0·0135 *mm*, jsou téměř do poloviny naplněny přepadavým škrobem měřícím 0·0027 *mm* v průměru. Buňky parenchymu řapíku listového jsou nestejné velikosti;

blíže pokožce a svazku cévnímu menší uprostřed největší. Střední velikost jich jest do šířky 0·032 *mm* a délky 0·049 *mm*. Při tom byl průměr pozorovaného řapíku 1·105 *mm* a v něm probíhajícího svazku cévního 0·425 *mm*. Polštářek listový zaujímá na řapíku délku 3.06 *mm*. Pokud se týče vývoje pochvy škrobové, tu probíhá po celé délce polštářku listového a jest mohutněji t. j. četnějším škrobem opatřena na spodní straně řapíku.

Na praeparatu zhotoveném ze řapíku starého listu, jest nápadný úbytek škrobu v pochvě. Škrobová zrnka jsou sice větší, ale korrodovaná a co do počtu sporá. Naplňují jen jednu řadu buněk kol svazku cévního. Rozměry pozorovaného řapíku jsou ovšem vzhledem ku stáří větší. Průměr jeho byl 1·7 *mm* a průměr svazku cévního 0·595 *mm*. Buňky pochvy měří do délky 0·027 *mm* a šířky 0·0459 *mm*. Zrna škrobová jsou 0·0054 *mm*. (Obr. 3. tab. I.)

Amorpha canescens a *Amorpha elata* jeví tytéž poměry. Škrobová pochva tu jednovrstevná, buněk skoro pravidelných v průměru 0·027 *mm* při řapíku 0·68 *mm* širokém. Svazek cévní zaujímá téměř polovinu celé šíře řapíku (0·31 *mm*). Parenchym vyplňující prostor mezi svazkem cévním a pokožkou má buňky těchže rozměrů co pochva. Polštářek listový zaujímá z řapíku délku 3·485 *mm*. Jest tedy značně dlouhý a po celé jeho délce je pochva škrobová. Zrna přepadavého škrobu jsou co do počtu sporá velikosti 0·0054 *mm*. (Obr. 4. tab. I.)

Astragalus mexicanus jeví jak na příčném tak i na podélném průřezu jednovrstevnou pochvu škrobovou tvořenou z buněk pravidelných, v žádném směru nápadně neprotáhlých. Stejně pravidelné jsou i buňky parenchymu okolního, velikosti ovšem značnější. Při průměru řapíku 0·68 *mm* mají buňky parenchymu střední světlost 0·0297 *mm*, buňky pak pochvy jen 0·0216 *mm*. Pochva škrobová, která tvoří souvislou pochvu kol svazku cévního jest zřetelně mohutněji vyvinuta na spodní straně řapíku právě tak jak tomu bylo u *Amicie*. Polštářek listový v řapíku výše uvedeném jest 0·68 *mm* dlouhý. Zrna škrobová v průměru ku velikosti řapíku jsou značně veliká a měří 0·0054 *mm*. (Obr. 2 v textu, obr. 5 a 6 tab. I.)

Coronilla varia má také jednovrstevnou pochvu škrobovou s hojným přepadavým škrobem. Zvláštností jest, že pochva úplně stejnoměrně kol svazku cévního jest vytvořena. Buňky její jsou pravidelné a měří 0·0189 *mm* v průměru. Parenchym okolní jeví buňky značně větší, dvakrát i čtyřikráte. Stěny buněk jak pochvy tak i parenchymu jsou značně silné. Polštářek listový jest zřetelně svojí varhánkovitě zprohýbanou pokožkou odlišný od ostatního řapíku. Jest při průměru řapíku 0·68 *mm* a svazku cévního 0·17 *mm*, 1·53 *mm* dlouhý. Zrna přepadavá měří 0·0050 *mm* v průměru. (Obr. 1, tab. II.)

Laburnum vulgare jeví několik řad buněk s obsahem přepadavého škrobu. Těsně k nim přiléhají buňky parenchymu se škrobem assimilačním. Zrna škrobová jsou značně veliká, 0·0078 *mm* v průměru. Pochva jest kol

svazku cévního (0·595 *mm*) úplně rovnoměrně vyvinuta, všude jeví její buňky stejný průměr (0·0486 *mm*) a přibližně stejné množství škrobu přepadavého. Buňky parenchymu kol pochvy jsou větší, než buňky pochvy, zrna však škrobu assimilačního jsou menší, než ona škrobu přepadavého. Průměr pozorovaného řapíku byl 1·36 *mm*. (Obr. 2, tab. II.)

Desmodium gyrans má dvojvrstevnou pochvu škrobovou s hojnými zrny škrobovými. Zrna ta však těžko se barví. Pochva škrobová mohutněji na spodní straně řapíku jest vyvinuta, zde jest dvojvrstevná, na opáčné straně jen jednovrstevná. Buňky pochvy jsou jen málo do délky protáhlé a měří 0·0216 *mm* o středním průměru. Škrobová zrna jsou 0·0027—0·0050 *mm* veliká. Buňky parenchymu jsou čím dále od pochvy tím větší. Ve střední zoně až pětkrát tak veliké než ony pochvy škrobové. Průměr řapíka pozorovaného byl 1·105 *mm* a svazku cévního v něm 0·34 *mm*. (Obr. 3, tab. II.)

Galega officinalis má jednovrstevnou pochvu škrobovou, složenou z buněk stejnoměrně škrobem naplněných, kol celého svazku cévního. Buňky jednovrstevné pochvy jsou 0·0297 *mm* dlouhé a 0·0189 *mm* široké. Buňky okolního parenchymu jsou jako u předešlé rostliny mnohem větší. Obojí buňky mají blány značně silné a mají jádra značné velikosti. Škrob přepadavý v buňkách pochvy jest sporý, 0·0051 *mm* veliký. Celý řapík v průřezu jevil šíři 1·21 *mm*, při čemž připadá na svazek cévní 0·425 *mm*. (Obr. 4, tab. II.)

Glycyrrhiza glabra. Zelené řapíky této rostliny mají dvojvrstevnou pochvu škrobovou rovnoměrně kol svazku cévního vyvinutou. Hojný škrob přepadavý v buňkách pochvy pojí se těsně k assimilačnímu, diffusně rozloženému škrobu parenchymu. Při délce řapíku 5 *mm* jevil se jeho průměr 1·19 *mm*, při čemž byl průměr sv. cévního 0·425 *mm*. Buňky pochvy třikrát i čtyřikráte menší než okolního parenchymu měří do délky 0·027 *mm* a 0·0162 *mm* do šířky. Zrna přepadavého škrobu jsou 0·00405 *mm* až 0·0054 *mm* veliká. (Obr. 5, 6, tab. II.)

Phaseolus multiflorus. Na příčném průřezu mladým řapíkem pozorujeme jednovrstevnou, stejnoměrně na svrchní i spodní straně řapíku vyvinutou pochvu škrobovou, tvořenou buňkami parenchymatickými ve směru rovnoběžně se svazkem cévním protáhlými. Měří do délky 0·0216 *mm* a šířky 0·0162 *mm*. Škrob přepadavý hojný, až jednu třetinu buňky zaujímající, velikosti 0·0052 *mm*. Buňky okolní parenchymatické jsou dvakrát i třikrát větší a tenkostěnné. Průměr pozorovaného řapíku byl 1·19 *mm*, a v něm jsoucího svazku cévního 0·414 *mm*. Na podélném řezu řapíkem možno měřiti délku listového polštářku, jež činí 0·935 *mm*. Při praeparátech zhotovených ze řapíků starých listů možno shledati tytéž poměry jako u *Amicie*. Buňky pochvy, ač jsou větší, chovají sporý počet zrn přepadavého škrobu. (Obr. 1, tab. III.)

Robinia pseudacacia má v řapících složeného listu zřetelně vyvinutou místy jedno, místy dvojvrstevnou pochvu škrobovou. Buňky pochvy

jsou ve směru sv. cévního protáhlé, délky 0·0243 *mm* a šířky 0·0162 *mm* a chovají hojný škrob přepadavý malé velikosti (0·0014—0·0027 *mm*). Průměr řapíku byl 0·85 *mm* a svazku cévního 0·255 *mm*. (Obr. 2 tab. III.)

Trifolium pratense má dvojvrstevnou pochvu škrobovou mohutněji na spodní než na svrchní straně řapíku vyvinutou. Buňky pochvy jsou pravidelné, v žádném směru neprotáhlé a chovají hojnost přepadavého škrobu. Co do velikosti jsou menší než buňky okolního parenchymu, taktéž z pravidelných buněk složeného. Mají v průměru 0·0216 *mm* při průměru řapíku 0·935 *mm*. Zrna přepadavého škrobu jsou 0·0014 až 0·0027 *mm* veliká. (Obr. 3, tab. III.)

Oxalideae.

Oxalis Ortegesii. Z anatomické stavby celého řapíku jest zajímavá stavba polštářku listového, jehož parenchym, mezi pokožkou a svazkem cévním obsažený jeví buňky co do tvaru trojího druhu. Ony, jež jsou blíže pokožce, jsou protáhlé kolmo ku pokožce a malé, ony uprostřed jsou největší a pravidelné, ony pak, jež leží blíže svazku cévního a obsahují přepadavá zrna škrobová, jsou protáhlé ve směru délky řapíku. Pochva škrobová jest tu jednovrstevná, nápadně mohutně na spodní straně řapíku vyvinutá. Buňky její měří 0·054 *mm* do délky a 0·027 *mm* do šířky. Zrna škrobová jsou hojná a dosti veliká (0·004—0·005 *mm*). Průměr pozorovaného mladého řapíku byl 1·49 *mm* a délka polštářku listového 1·615 *mm*. (Obr. 1 v textu a 4. tab. III.)

Oxalis acetosa jeví jednovrstevnou pochvu škrobovou na spodní straně řapíku mohutněji vyvinutou. Škrob přepadavý sporý, 0·003 *mm* veliký. Buňky pochvy jsou do délky ve směru svazku cévního protáhlé a měří do šířky 0·0216 *mm* a do délky 0·027 *mm*. Buňky okolního parenchymu jsou jako u předešlých rostlin větší oněch pochvy škrobové.

Euphorbiaceae.

Phyllanthus pulcher má jednovrstevnou pochvu škrobovou na spodní straně řapíku vyvinutou. Buňky pochvy, jež jsou pravidelné, chovají sporý počet zrn. Měří v průměru 0·0216 *mm* a zrna škrobová jsou 0·0054 *mm* veliká. Buňky okolního parenchymu, jež jsou větší, měří v průměru 0·054 *mm* při průměru řapíku 0·765 *mm*. (Obr. 5, tab. III.)

Marantaceae.

Maranta Lietzei jeví neobyčejně pevné řapíky. Pod pokožkou vrstva mechanického pletiva složeného z buněk značně ve směru kolmo ku pokožce protáhlých, délky 0·425 *mm* a šíře maximální 0·027 *mm*. Pod touto

vrstvou je tenkostěnný parenchym složený z buněk protáhlých ve směru délky svazku cévního a majících šíři 0·029 *mm* a délku 0·0405 *mm*. Těchže rozměrů jsou i buňky pochvy škrobové. Tyto obsahují hojný škrob přepadavý značně veliký (0·0081 *mm*). (Obr. 6, tab. III.)

Chceme-li nyní podati stručný přehled docílených výsledků, musíme uvésti, že také v řapících listových funguje pochva škrobová, těsně ku svazku cévnímu se připojující, jako orgán recipující tíži, jako jest tomu v lodyhách.

Pochva tato, přepadavým škrobem opatřená doznává různých modifikací.

Bývá buď jednovrstevná, nebo dvoj- i trojvrstevná. Buňky její parenchymatické jsou buď pravidelné, nebo ve směru sv. cévního protáhlé.

Vyvinuta bývá nestejně dle polohy v řapíku (strana spodní, strana svrchní), dle stáří řapíku a dle roční doby. V řapících mladých listů obsahuje totiž vždy více škrobu než v řapících starých listů. Stejně jest hojnější škrob v jejím obsahu v době letní než zimní.

Zrna přepadavého škrobu jsou nestejné velikosti dle druhu rostliny i dle stáří řapíků.

POUŽITÁ LITERATURA.

1. Ot. Vodrážka: O významu tíže při pohybech nyktitropických. Rozpravy České Akademie 1907.

2. A. Fischer: Botanische Zeitung 1890.

3. B. Němec: O škrobové pochvě Cucurbitaceí. Rozpravy České Akademie 1904.

4. L. Jost: Vorlesungen über Pflanzenphysiologie. 3. Aufl. 1913.

5. W. Pfeffer: Periodische Bewegungen der Blattorgane. 1875.

6. B. Němec: Über die Art der Wahrnehmung des Schwerkraftreizes bei den Pflanzen. (Ber. d. D. bot. Gess. 1900.)

7. B Němec: Über die Wahrnehmung des Schwerkraftreizes bei den Pflanzen. (Jahrb. wiss. Bot. 1901).

8. Haberlandt: Sinnesorgane im Pflanzenreich zur Perzeption mechanischer Reize. Lipsko 1901.

9. Noll: Über heterogene Induktion. Lipsko 1892.

10. Týž: Geotropismus. Jahrb. wiss. Botanik 1900.

11. O. Tunmann: Pflanzenmikrochemie. Berlin 1913.

12. H. Fischer Über die kollodiale Natur der Stärkekörner und ihr Verhalten gegen Farbstoffe. (Beihefte z. Bot. Zentralblatt. 1905.)

13. B. Němec: Inverse Tinkt. (Ber. d. deutsch. bot. Gess. 1906.)

14. E. Strassburger: Das botanische Praktikum. Jena 1913.

15. Mikrokosmos: Zeitschrift für ang. Mikroskopie etc. Stuttgart 1911.

VÝKLAD K VYOBRAZENÍM A TABULÍM.

Obr. 1. (v textu). Podélný řez řapíkem Oxalis Ortegesii. Obj. Reichert 1, okular IV., zvětšení asi 50.

Obr. 2. (v textu). Příčný řez řapíkem Astragalus mexicanus, ukazuje značně vyvinutou pochvu škrobovou na spodní straně řapíku. Obj. 3, ok. IV., zvětšení výt. tubus. asi 120.

Tab. I. Obr. 1. Příčný řez mladým řapíkem Amicia zygomeris. Obj. 5, okular IV. zvětšení asi 380.

Obr. 2. Příčný řez týmž řapíkem Obj. 7, okular IV., zvětšení asi 620.

Obr. 3. Příčný řez řapíkem starým téže rostliny. Obj. 7, ok. IV. zvětšení asi 620.

Obr. 4. Podélný řez řapíkem Amorpha canescens. Obj. 7, ok. II.. zvětšení asi 400.

Obr. 5. Podélný řez řapíkem Astragalus mexicanus. Obj. 7, ok. IV., zvětšení asi 620.

Obr. 6. Příčný řez řapíkem Astragalus mexicanus. Obj. 7, ok. IV., zvětšení asi 620.

Tab. II. Obr. 1. Příčný řez řapíkem Coronilla varia. Objekt. 7, okular IV., zvětšení 620.

Obr. 2. Příčný řez řapíkem Laburnum vulgare. Obj. 7, ok. IV., zvětšení 620.

Obr. 3. Příčný řez řapíkem Desmodium gyrans. Obj. 7, ok. XII., zvětšení asi 800.

Obr. 4. Příčný řez řapíkem Galega officinalis. Obj. 7 okular IV., zvětšení asi 620.

Obr. 5. Příčný řez řapíkem Glycyrrhiza glabra. Obj. 7 ok. IV., zvětšení asi 620.

Obr. 6. Podélný řez řapíkem Glycyrrhiza glabra. Obj. 7, ok. II., zvětšení 400.

Tab. III. Obr. 1. Příčný řez řapíkem Phaseolus multiflorus. Obj. 7, ok. IV., zvětšení 620.

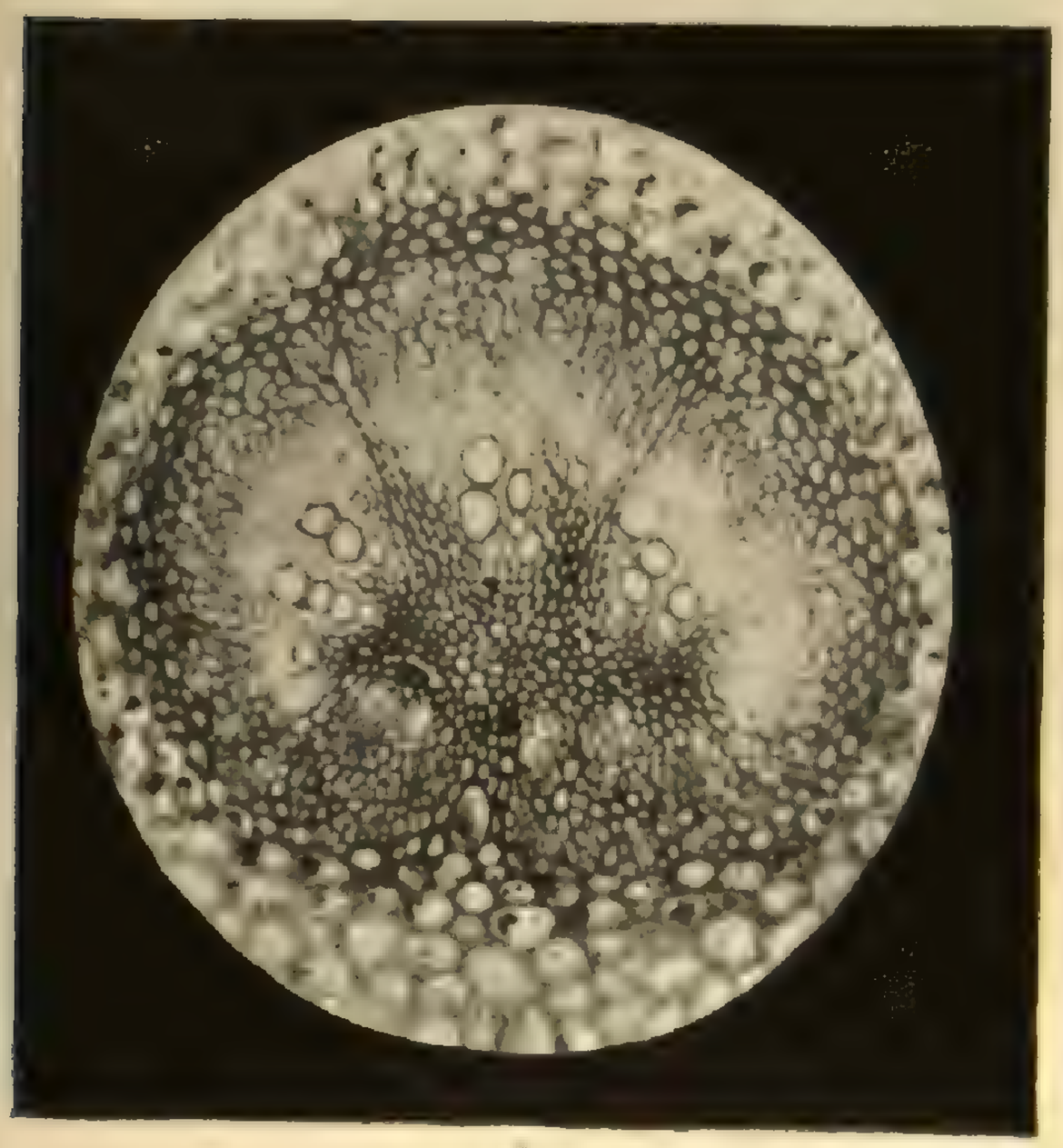
Obr. 2. Podélný řez řapíkem Robinia pseudacacia. Obj. 7, ok. IV., zvětšení 620.

Obr. 3. Příčný řez řapíkem Trifolium pratense. Obj. 7, ok. IV., zvětšení 620.

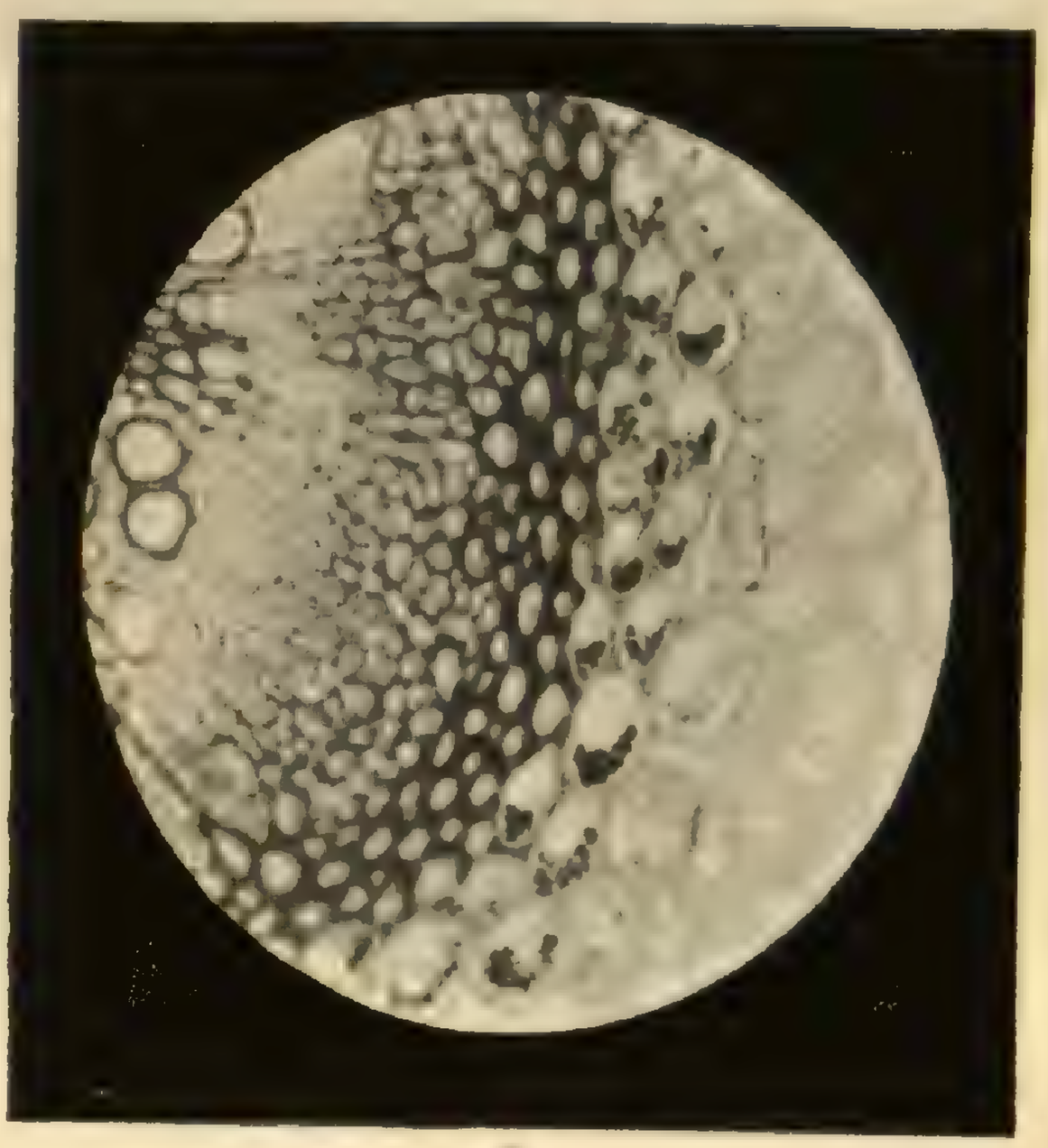
Obr. 4. Podélný řez řapíkem Oxalis Ortegesii. Obj. 5, ok. II., zvětšení 230.

Obr. 5. Příčný řez řapíkem Phyllanthus pulcher. Obj. 7, ok. IV., zvětšení 620.

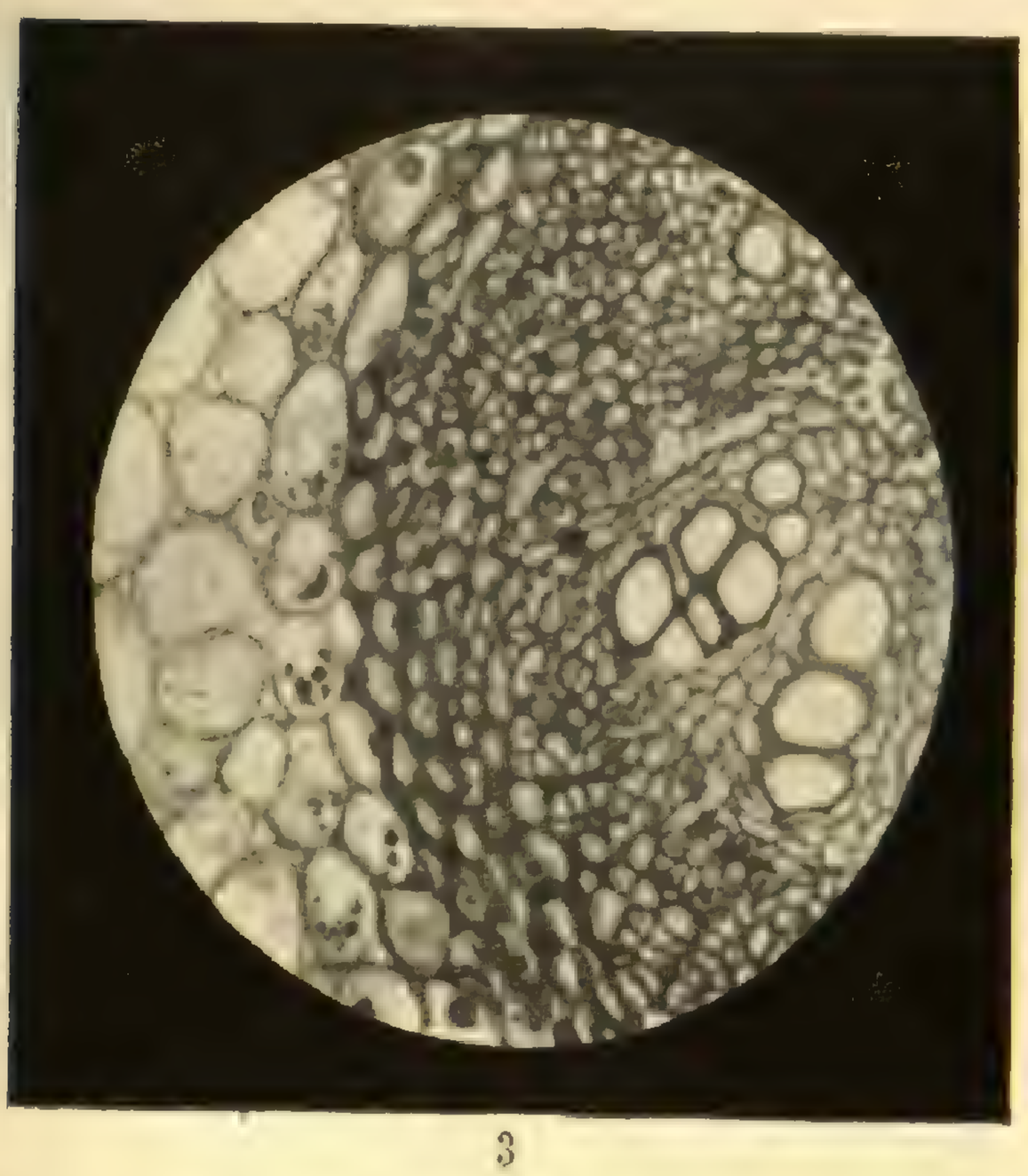
Obr. 6. Podélný řez řapíkem Maranta Lietzei. Obj. 3, ok. IV., zvětšení 120.



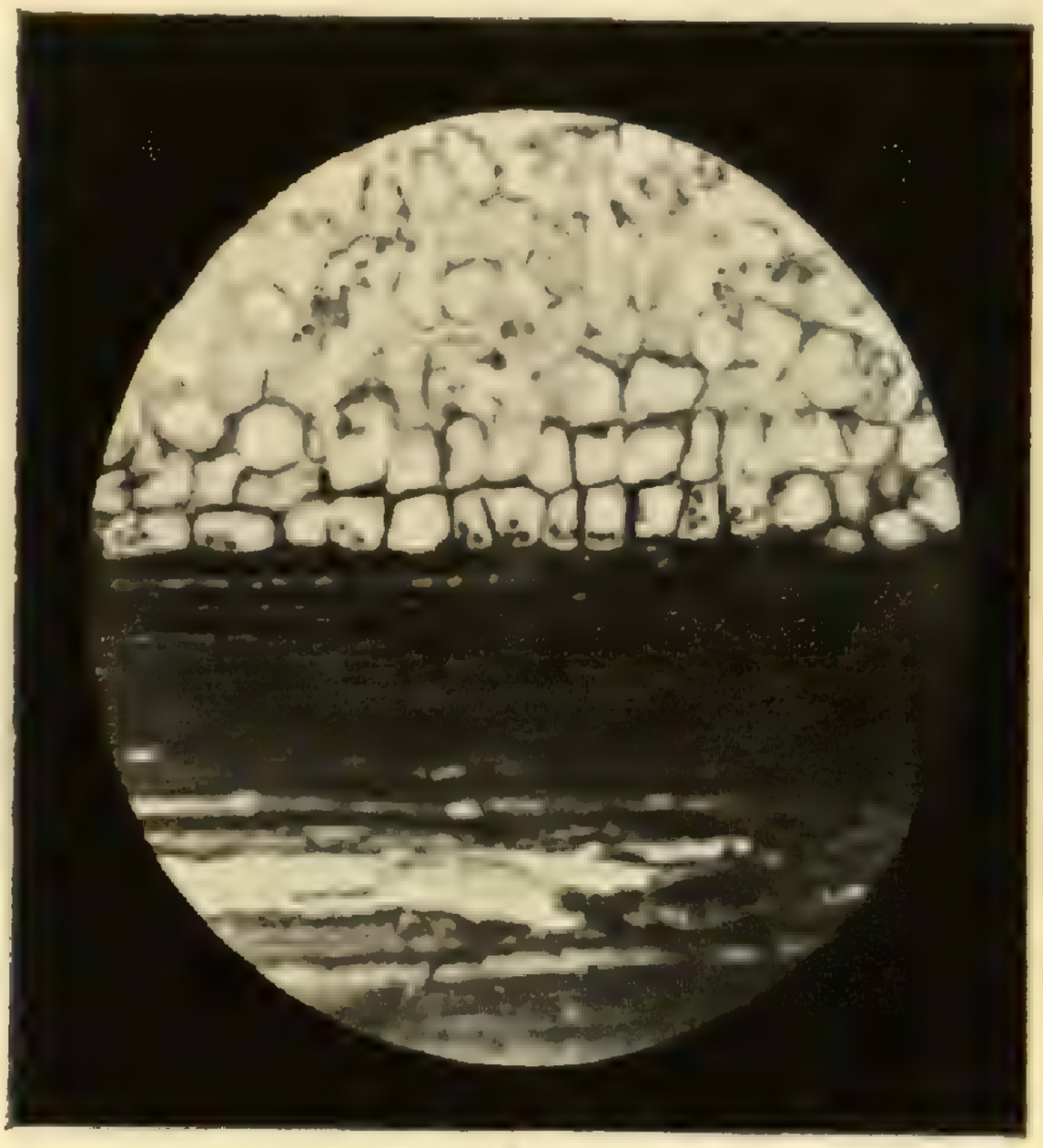
1



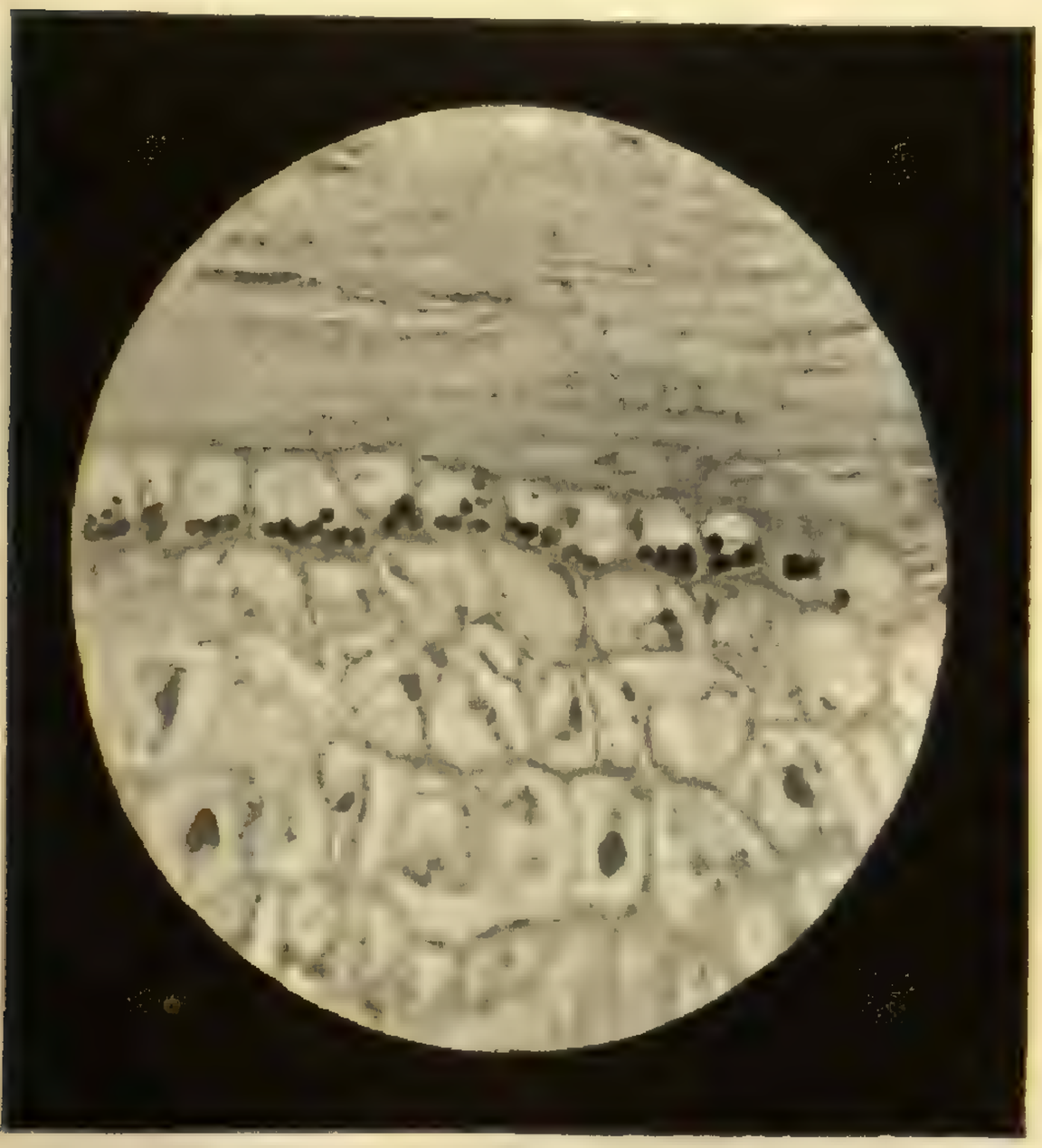
2



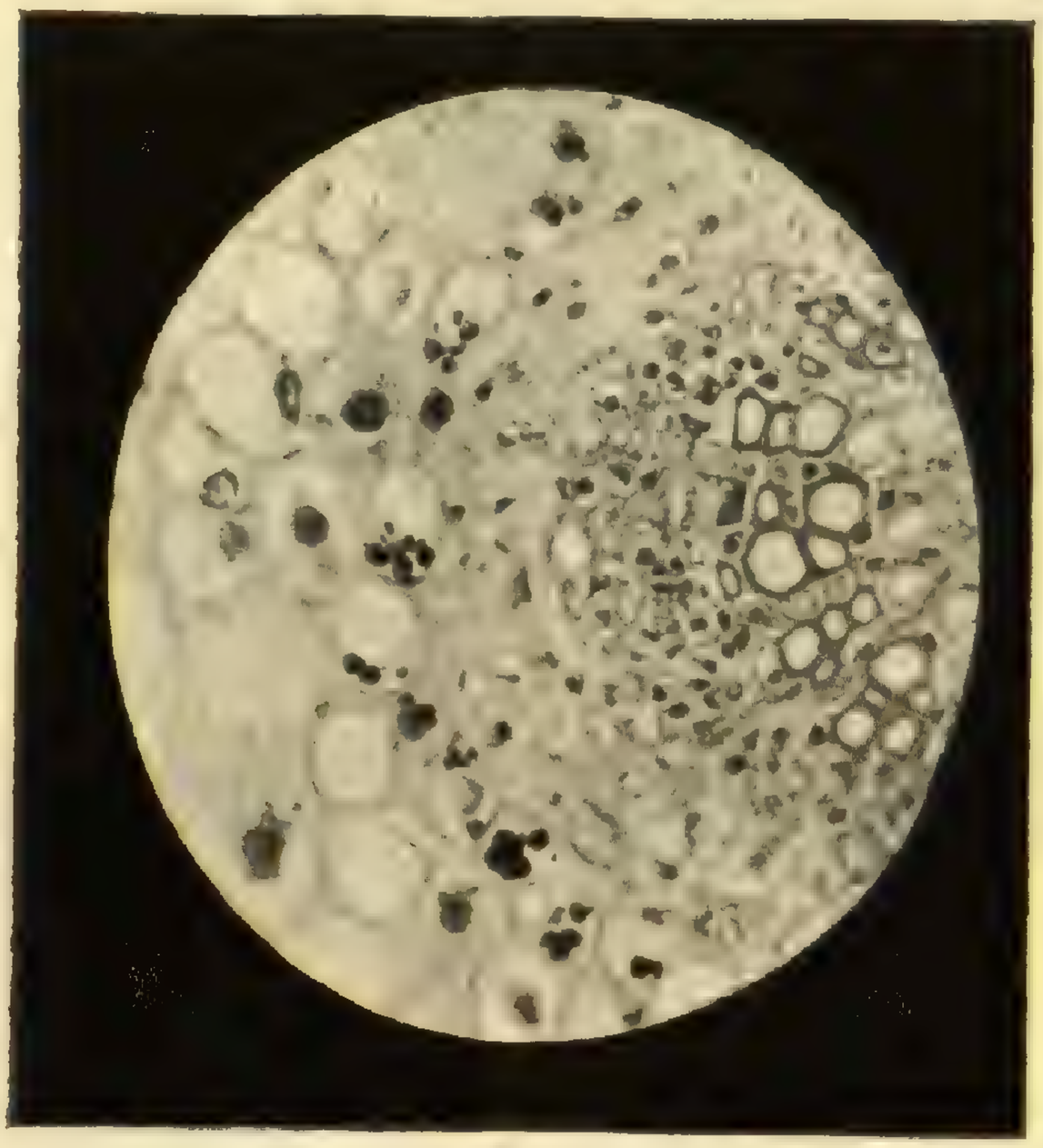
3



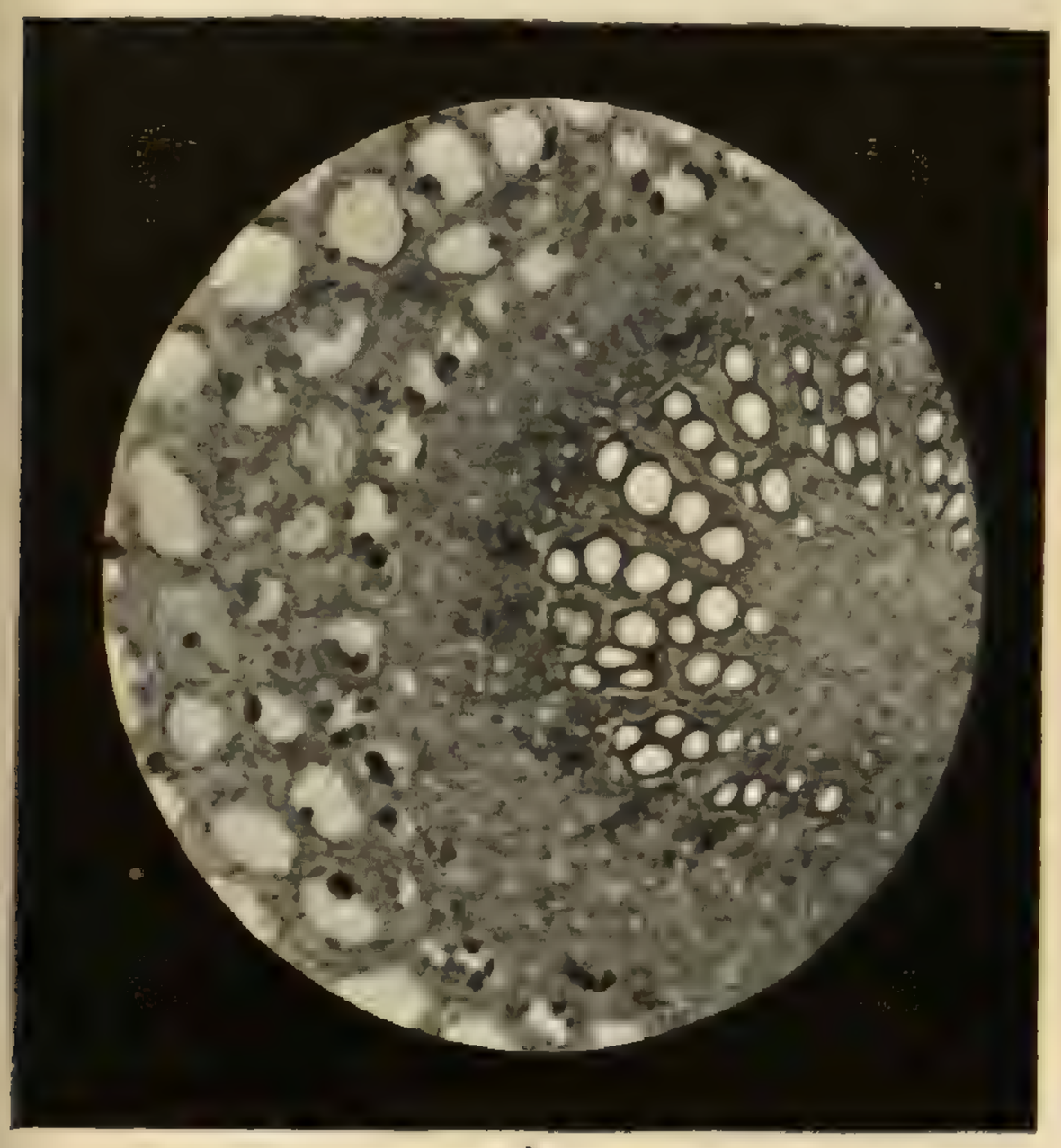
4



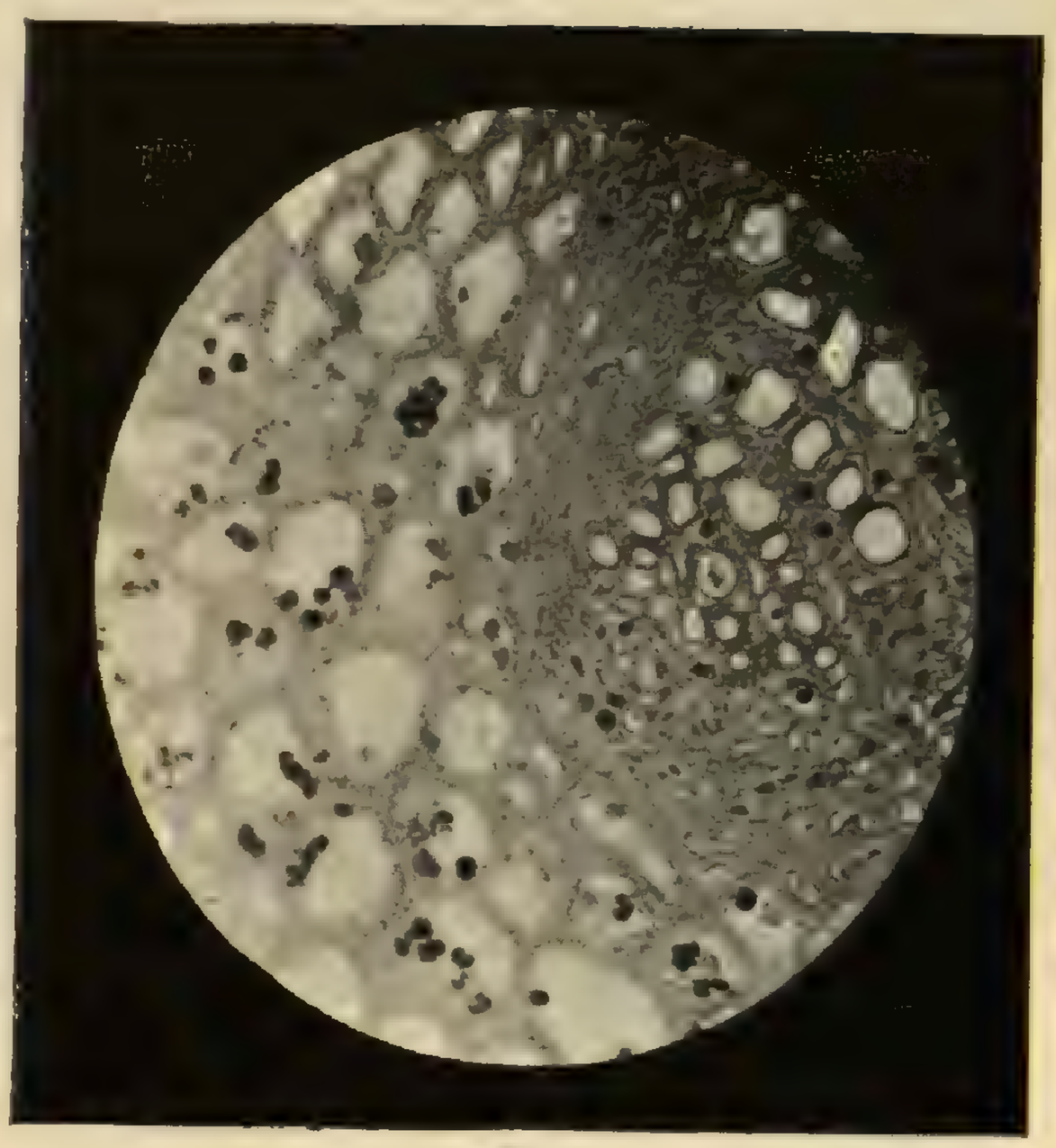
5



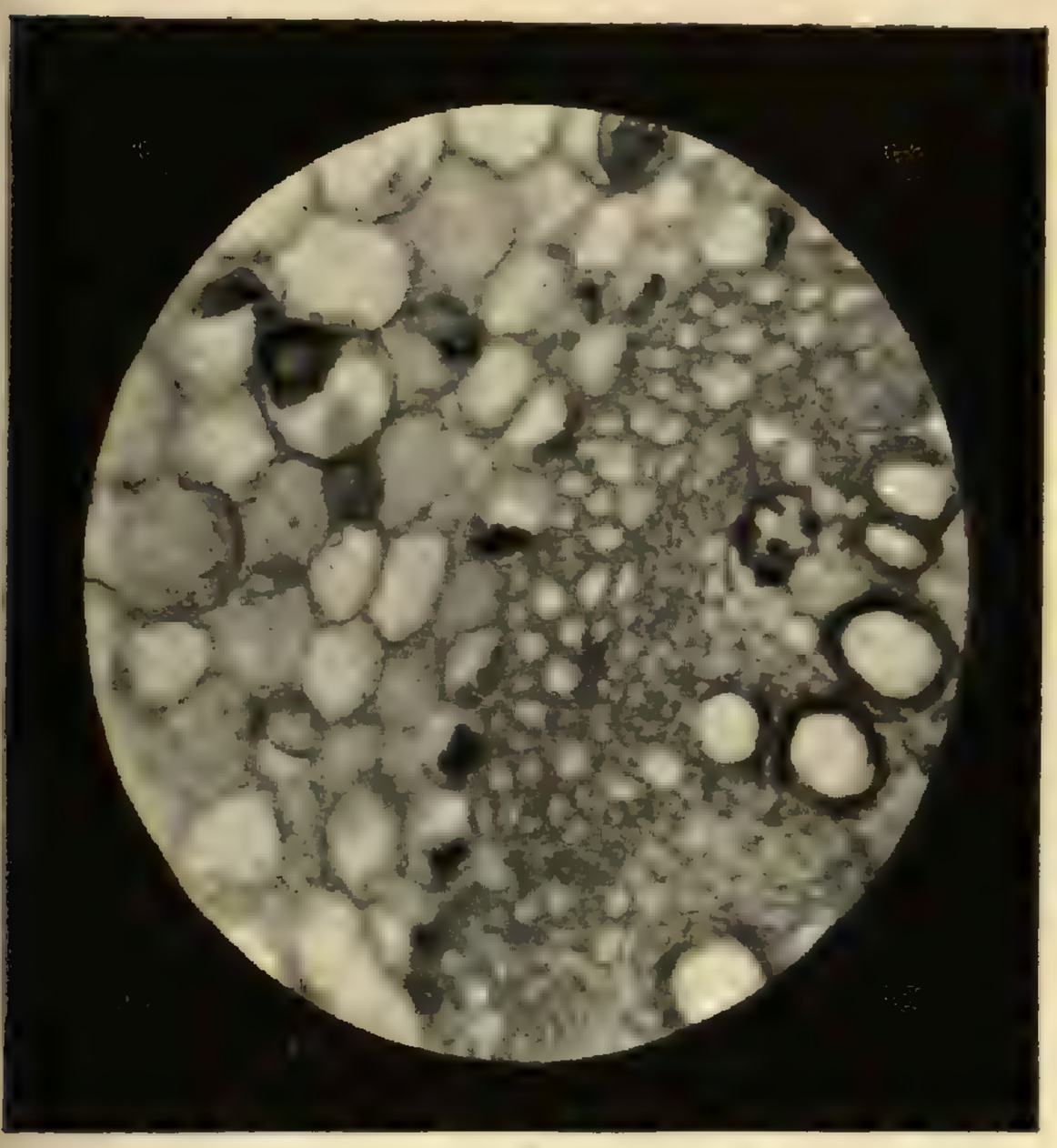
6



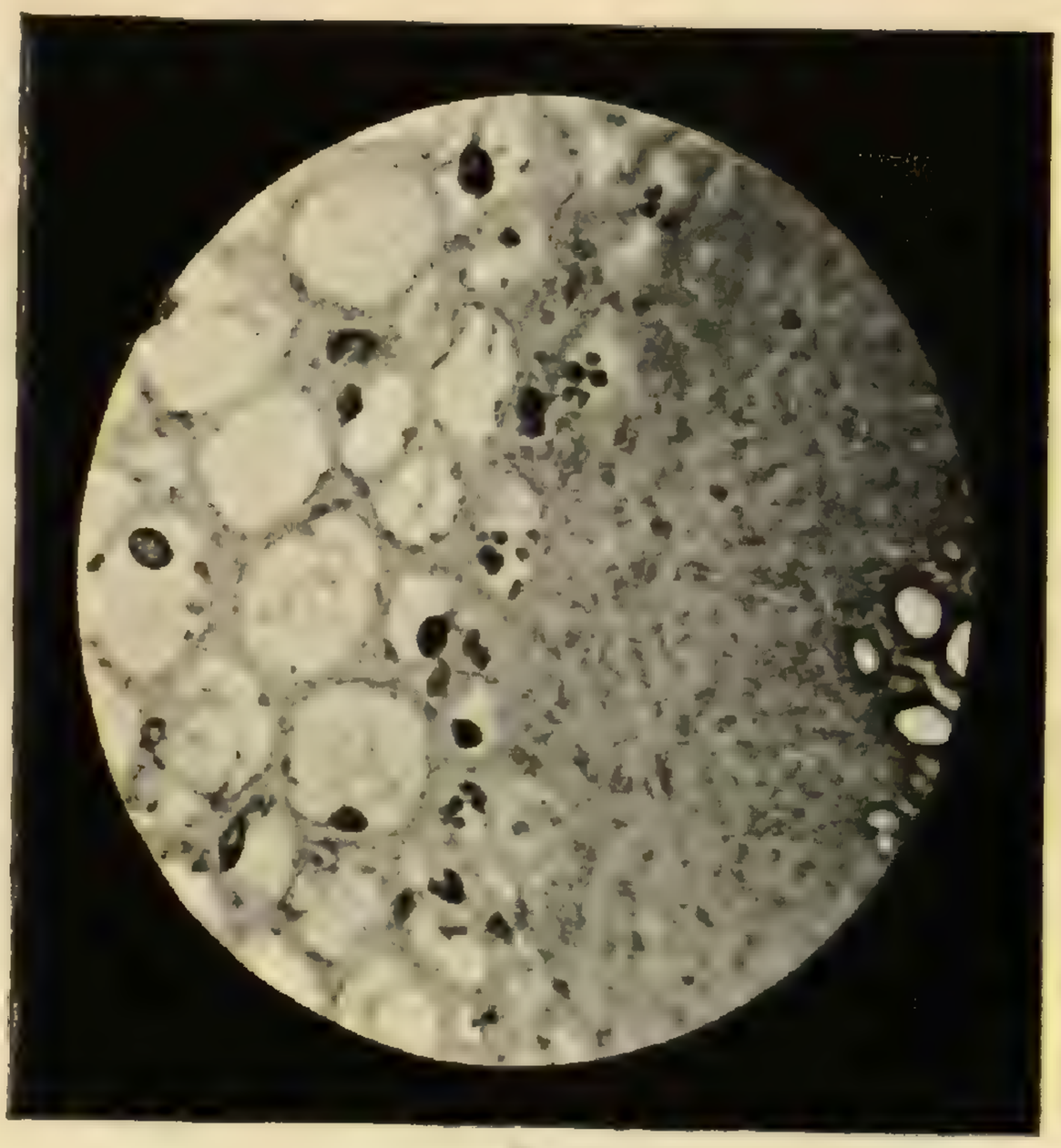
1



2



3



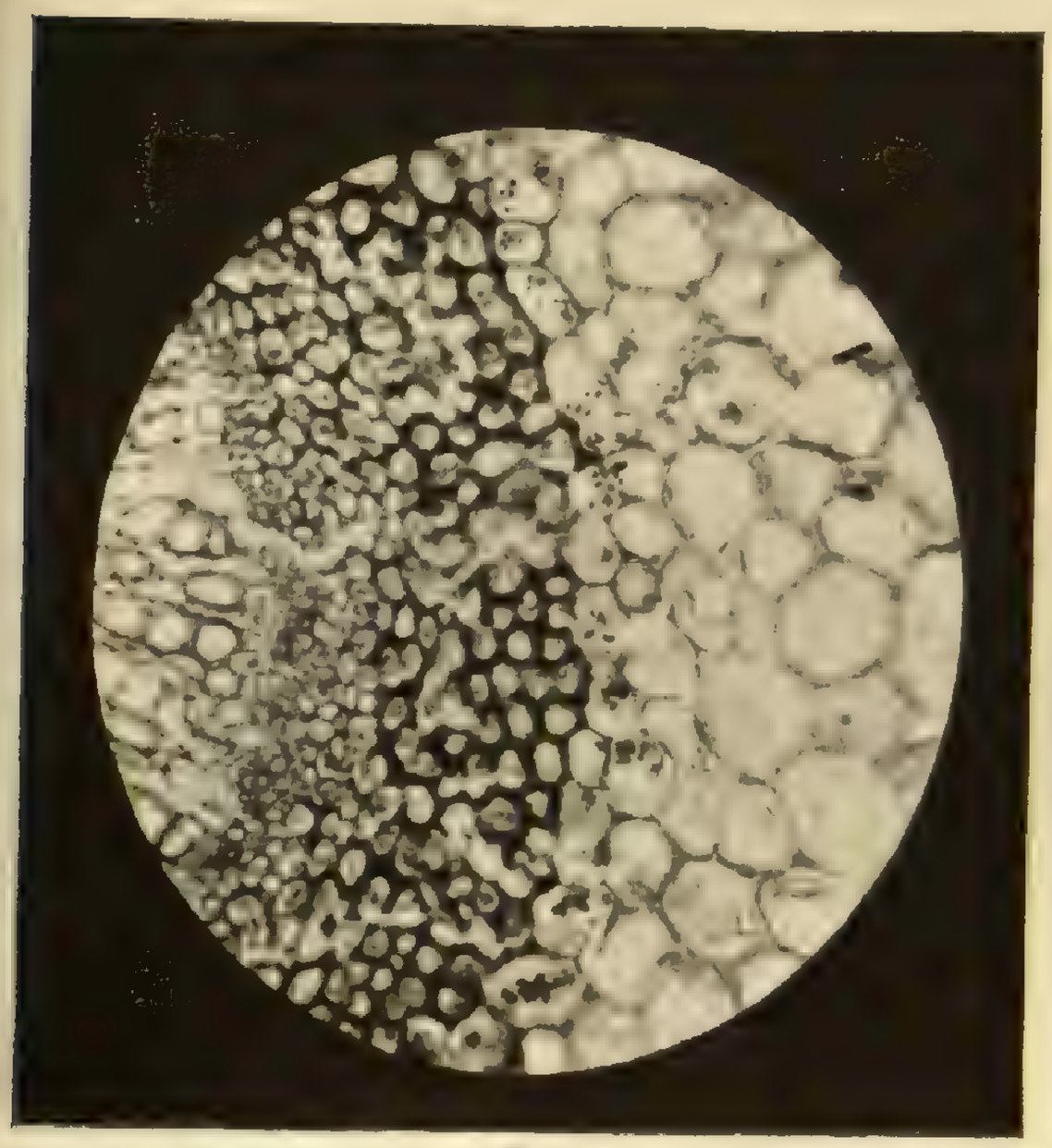
4

5

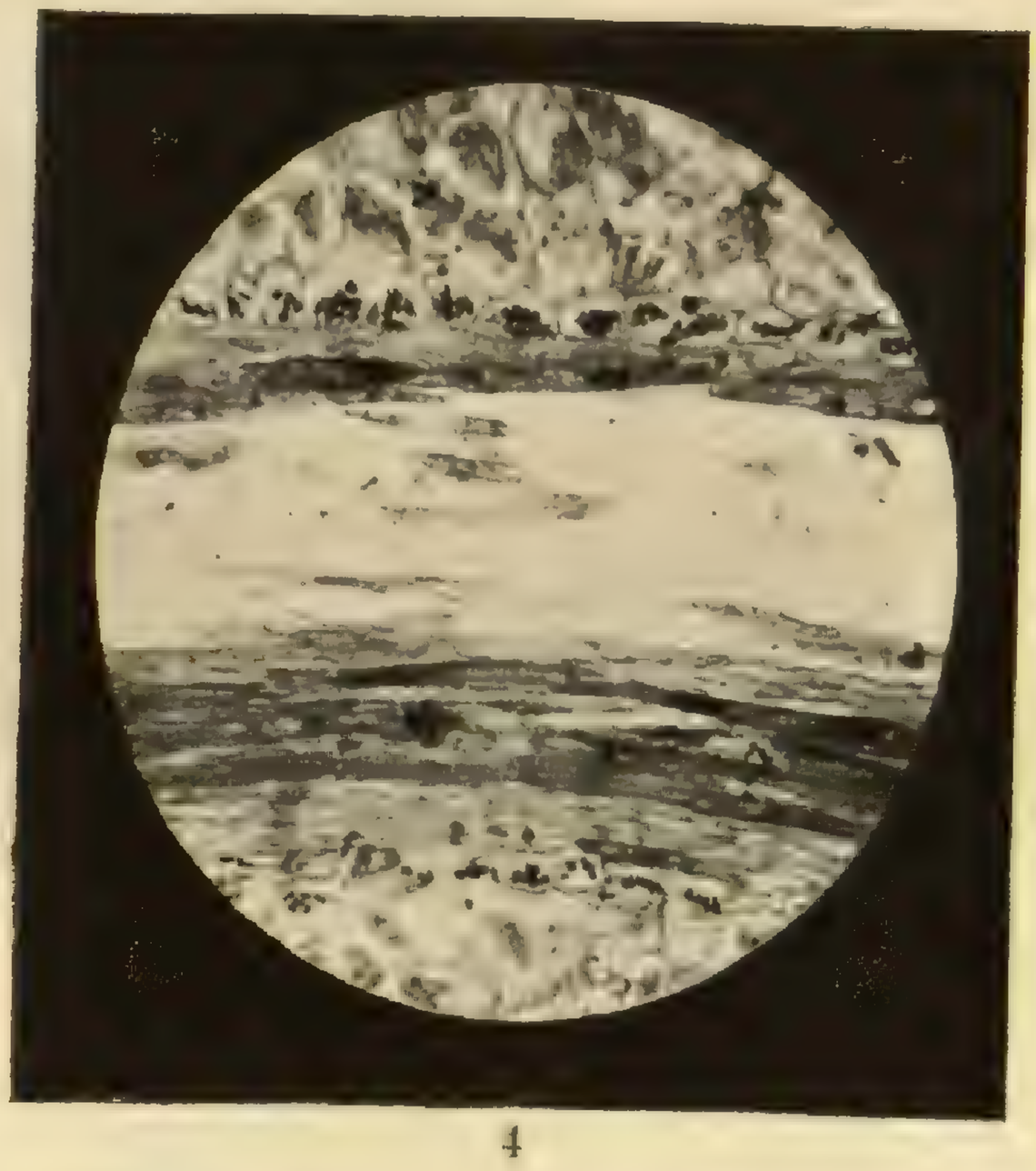
6

1

2



3



4

5

6

O P^4 plochách v souvislosti s prostorovými křivkami 4. stupně 1. druhu, plochami 2. stupně a harmonickými quadratickými komplexy.

Napsal

Dr. **Václav Simandl,**

assistent české techniky v Brně.

Předloženo dne 4. června 1915.

Předložená práce jest přímým pokračováním dříve uveřejněné mé práce o P^4 plochách.[1]) Pojednáno zde bude zejména o souvislosti těchto ploch s prostorovými křivkami 4. stupně 1. druhu, které na ploše 2. stupně vzniknou jako křivky, dle kterých se této plochy dotýká přímka, která se posunuje po dvou libovolných mimoběžných přímkách. O systému ploch 2. stupně, které danou plochu 2. stupně pronikají v křivkách této vlastnosti seznáme, že jest 8mocný a kubický. Zvláště pak budeme se zabývati tou zvláštní polohou ploch 2. stupně, které procházejí dvěma prostorovými čtyřstrany v harmonické poloze, o kteréžto poloze jsme již jednali v citovaném zde pojednání o P^4 plochách. Plochy takové budeme nazývati „dvěma plochami v harmonické poloze“. Tím budeme vedeni ku pojmu „harmonických ploch lineárních kongruencí vzhledem ku dané ploše 2. stupně“ a ku 7mocnému kubickému systému všech harmonických ploch všech ∞^8 lineárních kongruencí vzhledem ku dané ploše 2. stupně.

Studujíce harmonický quadratický komplex Battagliniho příslušný dvěma plochám 2. stupně v harmonické poloze shledáme, že tento komplex jest totožný s t. ř. „projektivně zobecněným A^2 komplexem.“

[1]) Příspěvek ku přímkovým plochám 4. stupně stanoveným dvěma projektivními involucemi na dvou mimoběžných přímkách. Rozpravy Č. Akademie II. tř. XXIV. č. 22.

o kterém jsme pojednali na jiném místě.[1]) A vyslovíme pak větu, že každý harmonický komplex kategorie [(11) 1111] a projektivně zobecněný A^2 komplex jest jedno a totéž. Zároveň pojednáme zde o dvou speciálních případech zobecněného A^2 komplexu, o kterých jsme v druhém zde ze dvou citovaných pojednání nepojednali. Zvláštní pak zřetel budeme v celé této práci bráti ku Plückerově konoidu a ku obyčejnému A^2 komplexu.

1. O význačných křivkách 4. stupně 1. druhu na dané ploše 2. stupně.

Mysleme si přímky dvou přímkových řad téhož hyperboloidu vztaženy libovolnou korrespondencí [2, 2]. Průsečíky přímek v této korrespondenci si odpovídajících vyplňují pak, jak známo, prostorovou křivku 4. stupně 1. druhu. Ježto všech možných korrespondencí [2, 2] jest ∞^8, jest našich křivek též ∞^8, a jsou to jak známo proniky dané plochy 2. stupně se všemi ostatními ∞^9 plochami 2. stupně. V následujícím budeme se zabývati těmi prostorovými křivkami 4. stupně 1. druhu k^4 na ploše 2. stupně, které jsou vytvořeny korrespondencí [2, 2], která jest projektivností dvou involucí. Takových korrespondencí existuje patrně ∞^7, a tedy dospíváme tímto způsobem ku ∞^7 křivkám k^4, které na rozdíl od ostatních křivek 4. stupně 1. druhu na dané ploše 2. stupně budeme nazývati „*význačnými křivkami*“ a označovati ϕ^4. Křivky ty patrně vyznačují se tou vlastností, že body každé z nich lze uspořádati v takové ∞^1 čtveřiny bodové, že spojnice vždy dvou a dvou těchto bodů náležejí vždy jedné přímkové řadě našeho daného hyperboloidu. Lze však též libovolnou prostorovou křivku 4. stupně 1. druhu k^4 považovati za takovou význačnou křivku ϕ^4 a sice vzhledem ku 6 hyperboloidům, na kteroužto vlastnost ukázal, a kterýmižto 6 hyperboloidy se podrobně zabýval zejména H. Schroetter.[2])

Na jiném místě[3]) jsme ukázali, že každá projektivnost dvou libovolných involucí ve dvou přímkových řadách téhož hyperboloidu nám definuje t. ř. „zobecněný cylindroid“ jakožto geometrické místo diagonál ∞^1 prostorových přímkových čtyřstranů, těmito dvěma projektivními involucemi definovaných. Ježto však, jak jsme v citovaném zde pojednání o P^4 plochách ukázali, zobecněný cylindroid jest totožný s P^4 plochou,

---

[1]) Příspěvek ku theorii lineárních systémů lineárních komplexů. Rozpravy Č. Akademie II. tř. sv. XXIII. číslo 15.

[2]) H. Schroetter: Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der Raumkurve vierter Ordnung erster Species. Leipzig 1890. § 10 pag. 68, zejména viz větu na str. 80 a 81.

[3]) O zobecněném cylindroidu. Rozpravy Č. Akademie II. tř. roč. XXIII. číslo 12 pag. 7. odst. 5.

budeme říkati, že dvěma projektivními involucemi ve dvou přímkových řadách téhož hyperboloidu jest definována P^4 plocha.

Přísluší tudíž každé význačné křivce ϕ^4 na daném hyperboloidu H_1^2 určitá P^4 plocha. Pro tuto P^4 plochu jest pak, jak jsme v citované zde práci o P^4 plochách ukázali, plocha H_1^2 plochou jednoho z význačných svazků ploch 2. stupně při dané P^4 ploše se vyskytujících. Existují pak na P^4 ploše dvě t. ř. význačné involuce přímek, jež jsou k sobě navzájem residuálními. První involuce přímkových dvojin x_1, y_1 jest zároveň involucí konjugovaných polár plochy H_1^2, druhou pak význačnou involucí jest involuce přímkových dvojin x_2, y_2, kterou můžeme považovati za souhrn ∞^1 dvojin řídicích přímek ∞^1 základních lineárních kongruencí ∞^1 svazků S_1 lineárních komplexů. Totiž těch svazků komplexových, kterým přísluší týž zobecněný cylindroid P^4 vzhledem ku ploše H_1^2 jakožto ploše absolutní.

Uvažujme ze souhrnu ∞^1 zmíněných svazků lineárních komplexů určitý svazek S_1, a buďtež x_2, y_2 řídícími přímkami základní lineární kongruence tohoto svazku. Každý lineární komplex svazku S_1 vytíná na ploše H_1^2 sborcený přímkový čtyřstran, jehož 4 vrcholy leží na význačné křivce ϕ^4. Uvažujeme-li tedy libovolný bod P křivky ϕ^4, tu tečná rovina π v tomto bodě ku ploše H_1^2 jest vyplněna svazkem přímek o vrcholu P kteréžto svazek náleží určitému lineárnímu komplexu Γ z komplexového svazku S_1. Ježto však též lineární kongruence o řídicích přímkách x_2, y_2 jest obsažena v tomto komplexu Γ, tu existuje jeden paprsek s svazku $(P\,\pi)$, který též jest obsažen v lineární kongruenci $[x_2, y_2]$. Vidíme tedy, že v každém bodě křivky ϕ^4 lze vésti jednu tečnu ku ploše H_1^2 tak, aby tato tečna protínala dvě přímky x_2, y_2.

I můžeme vysloviti větu:

Každou význačnou křivku 4. stupně 1. druhu na ploše druhého stupně můžeme obdržeti jako geometrické místo bodů, dle kterých se dotýkají plochy druhého stupně přímka pohybující se po dvou určitých mimoběžných přímkách v prostoru. Takovýchto dvojin přímek existuje ∞^1, a přímkové dvojiny tyto vyplňují P^4 plochu tvořice na ní jednu význačnou involuci.

Naopak lze snadno nahlédnouti správnost věty:

Pohybuje-li se přímka po dvou mimoběžných přímkách v prostoru tak, že se stále dotýká dané plochy druhého stupně, tu dotýká se této plochy dle jedné její význačné křivky ϕ^4.

Stanoví totiž dané dvě mimoběžné přímky jakožto řídicí přímky základní lineární kongruence svazku lineárních komplexů vzhledem ku dané ploše 2. stupně, jakožto ploše absolutní, určitý zobecněný cylindroid neboli P^4 plochu. Tato P^4 plocha protíná pak absolutní plochu 2. stupně v určitém prostorovém přímkovém čtyřstranu a v určité křivce ϕ^4, která jest již hledanou význačnou křivkou.

2. Definice P^4 plochy vyplývající z předešlých úvah a applikace na Plückerův konoid.

Úvahy naše vedou nás zároveň k nové definici P^4 plochy, když tuto myslíme si stanovenu určitou plochou 2. stupně H_1^2 a jednou význačnou křivkou p^4 na této ploše.

Definujeme pak P^4 *plochu jakožto geometrické místo všech přímkových dvojin v prostoru, které mají tu vlastnost, že lze po nich pošinovati přímku tak, aby tato přímka zároveň se dotýkala dané plochy 2. stupně dle dané její jedné význačné křivky 4. stupně 1. druhu.*

Tyto dvojiny tvoří pak patrně na P^4 ploše tu význačnou involuci, která jest residuální ku té význačné involuci, jejíž dvojiny jsou dvojinami konjugovaných polár zmíněné plochy 2. stupně H_1^2.

Mysleme si plochu P^4 vytvořenou dvěma projektivními svazky Σ_1 a Σ_2 ploch 2. stupně, kteréžto svazky mají za základní křivky dva prostorové přímkové čtyřstrany nacházející se v harmonické poloze, jak jsme na konci 4. odstavce zde citovaného pojednání o P^4 plochách ukázali. Tak obdržíme na P^4 ploše ∞^1 křivek 4. stupně 1. druhu, z nichž každá jest význačnou křivkou p^4 pro obě plochy svazků Σ_1 a Σ_2, které jí procházejí. Ježto existuje pak, jak jsme v citovaném pojednání ukázali, ∞^1 projektivností svazků Σ_1 a Σ_2, které vedou vždy k nějaké P^4 ploše, tu vidíme, že každá plocha svazku Σ_1 proniká každou plochu svazku Σ_2 v křivce, která jest význačnou p^4 křivkou pro obě tyto plochy.

Když plocha P^4 jest Plückerovým konoidem K^3, tu jest, jak jsme v odst. 3. zde citované práce o P^4 plochách ukázali, jeden význačný svazek na př. svazek Σ_1 svazkem orthogonálních hyperbolických paraboloidů o společných vrcholových přímkách, povrchových to přímkách konoidu jeho středem procházejících, a druhý význačný svazek Σ_2 svazkem rotačních válců souosých s paraboloidy svazku Σ_1.

Lze pak každou pronikovou křivku na orthogonálním paraboloidu, kterou na něm stanoví rotační válec s nim souosý, pokládati za takovou křivku tohoto orthogonálního paraboloidu, která nám s tímto paraboloidem definuje určitý Plückerův konoid. Specialisujeme-li pak pro tento případ poslední zde vyslovenou větu obecnou, vidíme, že Plückerův konoid lze považovati za geometrické místo ∞^1 dvojin přímkových, které mají tu vlastnost, že se po nich může pošinovati přímka tak, aby se dotýkala daného orthogonálního hyperbolického paraboloidu dle křivky, jejíž orthogonálním průmětem do vrcholové roviny paraboloidu jest kružnice. Tyto dvojiny musí však tvořiti druhou význačnou involuci přímkovou na konoidu K^3 t. j. involuci, při které každé přímce konoidu Plückerova odpovídá přímka ku této kolmá v rovině nekonečně vzdálené ležící a osu konoidu kolmo protínající.

Můžeme tudíž vysloviti následující větu o orthogonálních paraboloidech:

Posunujeme-li přímku tak, aby stále kolmo protínala kteroukoli přímku, která kolmo protíná osu daného orthogonálního hyperbolického paraboloidu, a aby současně se tohoto paraboloidu dotýkala, tu se ho dotýká dle křivky, jejímž orthogonálním průmětem do vrcholové tečné roviny jest kružnice.

A Plückerův konoid můžeme pak definovati následovně:

Plückerův konoid jest geometrické místo všech přímek v prostoru, které mají tu vlastnost, že lze po nich pohybovati k nim kolmou přímku tak, aby tato se dotýkala daného orthogonálního hyperbolického paraboloidu dle křivky, která současně leží na s paraboloidem souosém daném rotačním válci.

Když bychom uvažovali Plückerův konoid jakožto souhrn přímek první význačné involuce, tu bychom mohli vysloviti následující definici:

Plückerův konoid jest geometrickým místem všech přímkových dvojin v prostoru, které mají tu vlastnost, že lze po nich posunovati přímku tak, aby tato se dotýkala daného rotačního válce dle křivky, která současně leží na daném s válcem souosém orthogonálním hyperbolickém paraboloidu. Dvojiny ty tvoří pak první význačnou involuci na konoidu.

3. O harmonických plochách lineárních kongruencí vzhledem k dané ploše 2. stupně a o plochách 2. stupně v harmonické poloze.

Uvažujme určitou plochu 2. stupně H_1^2 a dvě libovolné mimoběžné přímky x_2, y_2. Budiž p pak libovolným paprskem lineární kongruence o řídicích přímkách x_2, y_2, a buďtež X_2, Y_2 body tohoto paprsku nacházejícími se na přímkách x_2, y_2, a dále buďtež H_1, H_1' průsečíky paprsku p s plochou H_1^2. Na všech ∞^2 paprscích p lineární kongruence $[x_2, y_2]$ hledáme pak geometrické místo dvojin bodových:

$$H_2, H_2',$$

které jsou dvojinou samodružných bodů involuce dané vždy dvěma dvojinami bodovými:

$$X_2, Y_2; H_1, H_1'.$$

Poněvadž na každém paprsku p existují pouze dva body H_2, H_2', tak vidíme, že hledaným geometrickým místem bodovým jest určitá plocha 2. stupně, kterou si označíme H_2^2. A hned jest patrno, že na této ploše H_2^2 musí ležeti prostorová křivka 4. stupně 1. druhu p^1, dle které se pohyblivá přímka p plochy H_1^2 dotýká a dále, že na ploše H_2^2 leží přímkový sborcený čtyřstran, jehož 4 vrcholy leží na ploše H_1^2, vytaty tam byvše přímkami x_2, y_2, kteréžto přímky jsou tudíž jeho diagonálami. Tak máme tedy hledanou plochu H_2^2 již stanovenu.

Plochu H_2^2 lze považovati za *projektivně zobecněnou t. ř. hlavní středovou rovinu lineární kongruence* $[x_2, y_2]$ vzhledem ku ploše H_1^2 jakožto ploše absolutní. Nahradili-li bychom totiž plochu H_1^2 imaginární kulovou neboli absolutní kružnicí v nekonečnu, tu by nám přecházela plocha H_2^2 *v hlavní středovou rovinu*[1]) kongruence $[x_2, y_2]$ a v rovinu nekonečně vzdálenou. Budeme však v následujícím plochu H_2^2 nazývati *harmonickou plochou lineární kongruence* $[x_2, y_2]$ *vzhledem ku ploše* H_1^2.

Buď P^1 projektivně zobecněný cylindroid stanovený absolutní plochou H_1^2 a základní lineární kongruencí $[x_2, y_2]$. Uvažujme pak libovolnou dvojinu přímek x_2', y_2' té význačné involuce na P^1, ku které náleží též dvojina x_2, y_2 a hledejme nyní harmonickou plochu H_{21}^2 lineární kongruence $[x_2', y_2']$ vzhledem ku absolutní ploše H_1^2. Tato harmonická plocha obsahuje pak zase křivku p^1, neboť dle úvah v 1. odstavci této práce musí se dle této křivky dotýkati plochy H_1^2 každá přímka, která se pohybuje po dvou přímkách, jež tvoří dvojinu téže význačné involuce na P^1, ku které náleží též dvojina x_2, y_2. Dále obsahuje tato harmonická plocha H_{21}^2 sborcený čtyřstran přímkový, jehož 4 vrcholy na ploše H_1^2 vytínají jeho diagonály x_2', y_2', zcela analogicky jako plocha H_2^2 obsahuje sborcený čtyřstran vytatý diagonálami x_2, y_2.

Tyto dva čtyřstrany leží však, jak jsme ukázali na počátku 4. odstavce citovaného zde pojednání o P^1 plochách, opět na určité ploše 2. stupně, která prochází druhým význačným čtyřstranem P^1 plochy, a která obsahuje též křivku p^1. Z toho však ihned vyplývá totožnost obou ploch 2. stupně H_2^2 a H_{21}^2.

Můžeme tedy vysloviti větu, ve které bude výhodno místo názvu P^1 plocha užíti rovnocenného názvu „zobecněný cylindroid“:

Harmonická plocha H_2^2 *dané lineární kongruence* $[x_2, y_2]$ *vzhledem ku dané ploše 2. stupně* H_1^2 *jest současně harmonickou plochou všech* ∞^1 *lineárních kongruencí, jejichž řídicí přímky vyplňují zobecněný cylindroid* P^1, *lineární kongruencí* $[x_2, y_2]$ a *plochou* H_1^2 *jakožto absolutní plochou stanovený. Řídicí přímky těchto lineárních kongruencí tvoří tu význačnou involuci na* P^1, *ku které náleží též dvojina* x_2, y_2.

Z předešlých úvah jest zároveň patrno, že plochy H_1^2 a H_2^2 procházejí každá jedním význačným čtyřstranem na ploše P^1, o kterýchžto čtyřstranech jsme v citované zde práci o P^1 plochách ukázali, že vždycky dvě dvojiny protějších stran jednoho oddělují harmonicky dvě dvojiny protějších stran druhého, a kteréžto čtyřstrany jsme z toho důvodu označili jakožto „dva prostorové čtyřstrany v harmonické poloze.“

---

[1]) *Hlavní středovou rovinou lineární kongruence* rozumíme dle St. Jollesa (viz čl. Fokaltheorie der linearen Strahlenkongruenzen. Math. Annalen sv. 63 pag. 352) rovinu kolmou ku hlavní ose lin. kongruence v jejím středu, rovinu kterou Plücker nazval *centrální rovinou* (viz R. Sturm: „Liniengeometrie I. díl. pag. 154.)

Dvě plochy 2. stupně H_1^2 *a* H_2^2, *z nichž každá prochází jedním ze dvou čtyřstranů v harmonické poloze se nacházejících budeme nazývati dvěma plochami 2. stupně v harmonické poloze.*

Dvě takové plochy stanoví, jak jsme v 4. odstavci citovaného zde pojednání o P^1 plochách ukázali, určitou P^1 plochu. Na této ploše existují dvě význačné involuce, totiž involuce dvojin x_1, y_1 a involuce dvojin x_2, y_2. Jakož jsme dříve ukázali, že všecky ∞^1 přímkové dvojiny x_2, y_2 mají tu vlastnost, že necháme-li se po nich posunovati přímce tak, aby současně se dotýkala plochy H_1^2, že tato pohyblivá přímka dotýká se této plochy vždy dle téže význačné křivky p^4, tak táž vlastnost přísluší přímkovým dvojinám x_1, y_1 druhé význačné involuce, když místo plochy H_1^2 uvažujeme plochu H_2^2. To vyplývá z toho, že když P^1 plochu považujeme za zobecněný cylindroid, že k ní dospíváme právě tak od absolutní plochy H_1^2 a lineární kongruence $[x_2, y_2]$ jako od absolutní plochy H_2^2 a lineární kongruence $[x_1, y_1]$. Křivka zmíněná p^4 jest patrně pronikem obou ploch H_1^2 a H_2^2.

Můžeme tedy vysvětliti větu:

Ze dvou v harmonické poloze se nacházejících ploch 2. stupně jest každá z těchto ploch vzhledem ku ploše druhé harmonickou plochou ∞^1 *lineárních kongruencí. Dvojiny řídicích přímek těchto* ∞^1 *lineárních kongruencí tvoří vždy jednu ze dvou význačných involucí na* P^1 *ploše stanovené oběma v harmonické poloze se nacházejícími plochami 2. stupně.*

Z úvah našich jest též patrno, že každá harmonická plocha kterékoli lineární kongruence vzhledem ku určité ploše 2. stupně, jest s touto plochou v harmonické poloze. Dále pak z úvah našich vyplývá věta:

Dvé v harmonické poloze se nacházející plochy 2. stupně pronikají se v prostorové křivce 4. stupně 1. druhu která jest význačnou p^1 *křivkou pro obě tyto plochy*

Za dvě v harmonické poloze se nacházející plochy 2. stupně můžeme považovati patrně též každý rotační válec a s ním souosý orthogonální hyperbolický paraboloid. Příslušnou P^1 plochou jest zde pak Plückerův konoid. Dále pak vidíme specialisací předchozich úvah obecných, že harmonickou plochou lineární kongruence, jejíž dvě řídicí přímky protínají kolmo osu určitého rotačního válce jest vzhledem ku tomuto válci s tímto válcem souosý orthogonální hyperbolický paraboloid. Harmonickou pak plochou lineární kongruence sestávající se ze všech paprsků, jež kolmo protínají přímku, jež zase kolmo protíná osu daného orthogonálního hyperbolického paraboloidu jest vzhledem ku tomuto paraboloidu s tímto paraboloidem souosý rotační válec.

4. Projektivně zobecněný A^2 komplex a harmonický quadratický komplex kategorie [(11)1111] jest jedno a totéž.

Uvažujme dvě libovolné v harmonické poloze se nacházející plochy 2. stupně H_1^2 a H_2^2. Tyto dvě plochy 2. stupně stanoví určitou P^1 plochu

a uvažujme na této ploše třeba význačnou involucí přímkových dvojin x_1, y_1, které jsou současně dvojinami konjugovaných polár plochy H_1^2. Libovolná přímka p lineární kongruence $[x_1, y_1]$ protínejž plochy H_1^2, H_2^2 a řídicí přímky x_1, y_1 v dvojinách bodových:

$$H_1, H_1'; H_2, H_2'; X_1, Y_1.$$

Dle věty o dvou v harmonické poloze se nacházejících plochách 2. stupně v předešlém odstavci této práce dokázané, jest plocha H_1^2 vzhledem ku ploše H_2^2 harmonickou plochou kterékoli lin. kongruence z ∞^1 lin. kongruencí, jejíchž řídicími přímkami jsou postupně všecky ∞^1 dvojiny význačné involuce dvojin x_1, y_1.

Platí tudíž nejen dvojpoměr:

$$(X_1, Y_1, H_2, H_2') = -1,$$

nýbrž též dvojpoměr:

$$(H_1, H_1', H_2, H_2') = -1.$$

Přímka p jsouc pak přímkou všech ∞^1 lineárních kongruencí, jichž dvojiny řídicích přímek x_1, y_1 tvoří význačnou involuci na P^1, probíhá ∞^3 poloh, a vyplňuje t. ř. projektivně zobecněný A^2 komplex.[1]) Zde jsme ukázali tedy tu vlastnost našeho projektivně zobecněného A^2 komplexu, že každá jeho přímka protíná dvě v harmonické poloze se nacházející plochy 2. stupně H_1^2 a H_2^2 ve dvou dvojinách bodových, jež se harmonicky oddělují. To jest však definice známého quadratického komplexu t. ř. harmonického neboli Battaglini-ho komplexu, který se definuje, jak známo, jako geometrické místo přímek v prostoru, které protínají dvě libovolné plochy 2. stupně ve dvou bodových dvojinách, které se harmonicky oddělují. Náš zde uvažovaný projektivně zobecněný A^2 komplex označme si Γ^2.

O dvou plochách 2. stupně v harmonické poloze jest patrno, že jsou to dvě plochy 2. stupně v takové poloze, že vytínají na jedné dvojině protějších hran jejich společného polárného tetraedru dvě bodové dvojiny, které se harmonicky oddělují. Dvěma protějšími hranami společného polárného tetraedru ploch H_1^2 a H_2^2, jimž tato vlastnost přísluší jsou patrně dvojné přímky P^4 plochy stanovené plochami H_1^2 a H_2^2, a ony vždy dvě harmonicky se oddělující bodové dvojiny na přímkách u, v vytínají vždy dva a dva vrcholy dvou význačných čtyřstranů plochy P^4 (viz 1. odst. citovaného zde pojednání o P^1 plochách). C. Segre a G. Loria ukázali,[2]) že harmonický komplex příslušný dvěma plochám 2. stupně

---

[1]) viz pag. 16 již zde citované mé práce: Příspěvek ku theorii lineárních systémů lineárních komplexů.

[2]) C. Segre et G. Loria: Sur les différentes espèces de complexes du 2e dégrè des droites qui coupent harmoniquement deux surfaces du second ordre. Mathematische Annalen sv. 23. pag. 223 a 224.

s touto vlastností jedné dvojiny protějších hran společného polárného tetraedru, jest jediným harmonickým komplexem kategorie [(11) 1111] a, že jeho plocha singulární náleží do té kategorie přímkových ploch stupně čtvrtého, kterou C r e m o n a očísloval XI.

Dále ukázali S e g r e a L o r i a v této práci, že ta singulární plocha není zcela obecnou plochou kategorie XI. a tato specialisace záleží v tom, jak z onoho pojednání lze poznati, že tato plocha jest námi označenou t. ř. P^1 plochou.[1])

Vidíme tedy, že každý projektivně zobecněný A^2 komplex můžeme považovati za harmonický quadratický komplex kategorie [(11) 1111]. A naopak snadno lze seznati, že každý harmonický komplex kategorie [(11) 1111] lze považovati za projektivně zobecněný A^2 komplex.

Můžeme tudíž vysloviti větu:

Projektivně zobecněný A^2 *komplex a harmonický quadratický komplex kategorie* [(11) 1111] *jest jedno a totéž.*

Obdobně jako jsme v odst. 2. pojednání o P^1 plochách ukázali, že každou P^1 plochu můžeme považovati na ∞^2 způsobů za zobecněný cylindroid můžeme z těchže důvodů vysloviti větu:

Každý quadratický harmonický komplex Γ^2 *kategorie* [(11) 1111] *lze považovati na* ∞^2 *způsobů za projektivně zobecněný* A^2 *komplex.*

Dospíváme totiž ku témuž komplexu Γ^2 jakožto ku projektivně zobecněnému A^2 komplexu od kterékoli plochy 2. stupně význačného svazku Σ_1 nebo Σ_2 jakožto plochy absolutní, a od kterékoliv dvojiny přímek druhé nebo první význačné involuce na singulární ploše P^1, jakožto dvojiny základních přímek lineárního systému S_3 ∞^3 lineárních komplexů.

Jest též patrno, že ku každé singulární ploše P^1 přísluší jediný náš komplex Γ^2, a že tudíž množství těchto komplexů jest stejné jako množství P^1 ploch. Platí tedy následující věta:

Všech projektivně zobecněných A^2 *komplexů existuje* ∞^{15}.

Ku každému harmonickému komplexu B a t t a g l i n i - h o dospějeme na ∞^1 způsobů od ∞^1 dvojin ploch 2. stupně,[2]) specielně pak ku našemu komplexu Γ^2 dospíváme od ∞^1 dvojin ploch z význačných svazků Σ_1 a Σ_2, které se protínají vždy v prostorové křivce 4. stupně, která leží na singulární ploše P^1. Avšak každý harmonický komplex lze vytvořiti též způsobem duálním, totiž že hledáme přímky v prostoru té vlastnosti, že tečné roviny z nich vedené ku dvěma plochám 2. stupně se harmonicky oddělují. Takových dvojin ploch 2. stupně existuje rovněž ∞^1.[3]) V našem případě oba systémy ∞^1 dvojin ploch 2. stupně se stotožňují procházející oběma význačnými čtyřstrany na P^1 ploše.[4]) Patrno jest, že pojem dvou

---

[1]) R. S t u r m: „Liniengeometrie“ III. pag. 489 odst. 858.
[2]) ibidem odst. 755.
[3]) ibidem odst. 756.
[4]) ibidem odst. 858.

ploch 2. stupně v harmonické poloze jest pojem zcela v sobě duální. Můžeme tedy vysloviti dvojvětu:

Geometrické místo přímek, které dvě v harmonické poloze se nacházející plochy 2. stupně protínají ve dvou harmonicky se oddělujících dvojinách bodových jest projektivně zobecněný A^2 *komplex.*

Geometrické místo přímek, z nichž ku dvěma v harmonické poloze se nacházejícím plochám 2. stupně vedené dvojiny tečných rovin se harmonicky oddělují jest projektivně zobecněný A^2 *komplex.*

5. Applikace na A^2 komplex.

Jak jsme v odstavci 3. citovaného zde pojednání o P^1 plochách ukázali, jest při konoidu Plückerově jakožto P^1 ploše jedním význačným svazkem Σ_1 svazek orthogonálních hyperbolických paraboloidů o společných vrcholových přímkách, povrchových to přímkách konoidu jdoucích jeho středem. Druhým význačným svazkem Σ_2 jest svazek rotačních válců, jichž společnou osou jest osa konoidu, a svazek kružnic v rovině nekonečně vzdálené, jichž společným středem jest nekonečně vzdálený bod osy konoidu.

Jako speciální případ dvojvěty v předešlém odstavci můžeme vysloviti pro A^2 komplex následující v sobě duální dvojvětu:

Geometrické místo přímek, které protínají orthogonální hyperbolický paraboloid a s ním souosý rotační válec ve dvou harmonicky se oddělujících dvojinách bodových, jest A^2 *komplex.*

Geometrické místo přímek, z nichž vedené dvojiny tečných rovin, vzhledem ku orthogonálnímu hyperbolickému paraboloidu a kružnici v rovině nekonečně vzdálené, jejíž střed leží na ose paraboloidu, harmonicky se oddělují, jest A^2 *komplex.*

Speciálním případem poslední věty na pravé straně jest věta ve Sturm-ově „Liniengeometrie“ uvedená,[1]) že A^2 komplex lze považovati za Painvin-ův komplex pro orthogonální hyperbolický paraboloid. Abychom toto vytvoření A^2 komplexu jakožto Painvin-ova komplexu dostali, jest nutno ze svazku soustředných kružnic v poslední zmíněné větě uvažovati imaginárnou kružnici kulovou. Tato kružnice jest v tomto svazku kružnic obsažena, ježto každý bod roviny nekonečně vzdálené lze považovati za její střed.

---

[1]) ibidem odst. 860.

6. Speciální případy. Případ, kdy zobecněný A^2 komplex jest harmonickým komplexem kategorie [(11) 22].

V 10. odstavci citovaného zde již mého pojednání: „Příspěvek ku theorii lineárních systémů lineárních komplexů“ byly uvažovány některé speciální polohy dvou základních přímek m, n lineárního systému $S_3\,\infty^3$ lineárních komplexů vzhledem ku ploše absolutní, a byl tam studován příslušný projektivně zobecněný A^2 komplex daný těmito speciálními případy. Zde chceme si povšimnouti ještě dvou speciálních poloh základních přímek m, n, vzhledem k absolutní ploše, které v citovaném pojednání uvažovány nejsou. Dvě ty speciální polohy jsou:

1. Jedna ze dvou základních přímek m, n lineárního komplexového systému S_3 dotýká se absolutní plochy H^2;
2. obě základní přímky m, n lineárního komplexového systému S_3 dotýkají se absolutní plochy H^2.

Když si myslíme projektivně zobecněný A^2 komplex jakožto komplex stanovený dvěma projektivními involucemi J_1 a J_2 ve dvou přímkových řadách téhož hyperboloidu H^2, tu musí patrně projektivnost involucí J_1 a J_2 býti následovně charakterisována v uvedených dvou speciálních případech:

1. jedné samodružné dvojině involuce jedné odpovídá projektivně samodružná dvojina involuce druhé;
2. každé samodružné dvojině involuce jedné odpovídá jedna samodružná dvojina involuce druhé..

Studujme nejprve první z těchto dvou speciálních případů. Buďtež u_1, v_1; u_2, v_2 dvojinami samodružných přímek přímkových involucí J_1, J_2 v přímkových řadách hyperboloidu H^2. Odpovídejž pak samodružné přímce u_1 involuce J_1 určitou projektivností involucí J_1 a J_2 samodružná přímka u_2 involuce J_2. Budiž M průsečíkem těchto samodružných přímek, a budiž u tečnou rovinou ku H^2 v tomto bodě. Bod M lze patrně pokládati též za dotyčný bod přímky m, která ještě s přímkou n tvoří dvojinu základních přímek komplexového systému S_3, o kterém můžeme říci, že indukuje svrchu uvedenou projektivnost involucí J_1 a J_2 v přímkových řadách hyperboloidu H^2.

Uvažujme především singulární plochu projektivními involucemi J_1 a J_2 stanoveného našeho zobecněného A^2 komplexu, komplexu Γ^2. Tou plochou jest patrně zobecněný cylindroid P^1 svazku S_1, který jest se systémem S_3 v involuci, t. j. svazku lineárních komplexů o základní kongruenci $[m, n]$. Zobecněný cylindroid P^1 můžeme však považovati, jak jsme jinde ukázali,[1]) za geometrické místo diagonál ∞^1 sborcených přímkových

[1]) viz str. 8. mého zde již citovaného pojednání „O zobecněném cylindroidu“.

čtyřstranů, jejichž dvě a dvě protější strany jsou přidruženými dvojinami ve dvou projektivních involucích přímek v různých přímkových řadách téhož hyperboloidu. V našem daném případě máme na hyperboloidu H^2 v bodě M čtyřstran jehož dvě a dvě protější strany splývají v přímkách u_1 a u_2. Můžeme pak každou přímku bodem M v tečné rovině μ ležící pokládati za diagonálu tohoto degenerovaného čtyřstranu, a tudíž též za přímku singulární plochy P^4.

Vidíme z toho, že singulární plocha P^4 rozpadá se v rovinu μ a určitou přímkovou plochu 3. stupně, kterou si označíme P^3. Dvojnou řídicí přímkou p této plochy jest patrně transversála bodem M ku přímkám n, n' vedená, kde n' znamená konjugovanou poláru přímky n vzhledem ku ploše H^2. Jednoduchou pak řídicí přímkou q jest spojnice bodů N, N', které vytínají přímky n, n' v rovině μ.

Považujíce P^3 a μ za P^4 plochu musíme dospěti ku dvěma význačným involucím přímek na P^3 a μ, z nichž jednu tvoří dvojiny konjugovaných polár plochy H^2. Tu si vyznačíme jako druhou význačnou involuci[1]) a vidíme hned, že touto druhou význačnou involucí jsou si přidruženy jednak přímky svazku (M, μ), jednak přímky plochy P^3. Vidíme tedy, že při rozpadnutí plochy P^4 v plochu P^3 a rovinu μ též druhá význačná involuce se nám rozpadla ve dvě involuce na P^3 a v μ.

Náš komplex Γ^2 můžeme pak uvažovati jako souhrn ∞^1 lineárních kongruencí, jejichž řídicími přímkami jsou přímky první nebo druhé význačné involuce na jeho singulární ploše. Uvažujme v daném speciálním případě druhou význačnou involuci. Jest pak patrno, že ku našemu komplexu náležejí všecky paprsky procházející bodem M a všecky paprsky ležící v rovině μ. Z toho však vychází, že všecky roviny bodem M procházející jsou singulárními rovinami našeho komplexu, rovněž jako všecky body v rovině μ ležící jsou jeho singulárními body.

Přímky u_1, u_2 jsou pak dvojnými přímkami našeho komplexu. To dokážeme následovně. Každému bodu U_1 na př. přímky u_1 přísluší paprskový svazek parabolické lineární kongruence o v u_1 splývajících na H^2 ležících nekonečně blízkých přímkách řídících, jakožto svazek přímek komplexových, a zároveň máme v tomto bodě druhý svazek komplexových paprsků, totiž svazek (U_1, μ). Tedy každým bodem U_1 přímky u_1 procházejí dva svazky komplexových přímek, které se v této přímce jakožto společném paprsku pronikají. Jest tedy u_1 dvojnou přímkou komplexu, a podobně to platí o u_2. Dále jsou dvojnými přímkami komplexu Γ^2 řídící přímky plochy P_3 totiž přímky p, q. Že jsou dvojnými přímkami komplexu jest patrno z toho, že tyto dvě přímky zastupují dvojné řídicí přímky obecné P^4 plochy, a že v tomto obecném případě byly tyto dvojné přímky dvojnými přímkami komplexu.

---

[1]) ibidem str. 6.

Náleží tudíž tento speciální případ komplexu Γ^2 do kategorie těch quadratických komplexů, které mají 4 dvojné přímky, z nichž dvě jsou mimoběžné a dvě jsou různoběžné, a sice tak, že dvojina různoběžných přímek u_1, u_2, tvoří s jednou dvojnou přímkou, totiž p, trojhran a s druhou dvojnou přímkou, totiž q, trojúhelník. Quadratickým komplexům tohoto druhu přísluší jak známo symbolika [(1 1) 2 2].

I můžeme vysloviti větu:

Dotýká-li se jedna ze dvou základních přímek lineárního komplexového systému S_3 absolutní plochy, tu příslušný projektivně zobecněný A^2 *komplex jest quadratickým komplexem kategorie* [(1 1) 2 2].

Jak jsme zde již ukázali rozpadává se zde druhá význačná involuce ve dvě involuce konjugovaných polár plochy H^2. Jednak v obyčejnou involuci přímek na P^3, jednak v obyčejnou involuci svazku (M, μ). Samodružnými přímkami involuce ve svazku (M, μ) jsou patrně přímky u_1, u_2, involuce pak na ploše P^3 mějž samodružné přímky p_2, p_2'. Tvoří pak 4 přímky u_1, u_2, p_2, p_2' prostorový čtyřstran, jehož diagonálami jsou patrně řídicí přímky p, q plochy P^3, zároveň pak jest tento čtyřstran jedním význačným čtyřstranem P^1 plochy degenerující v P^3 a μ. Svazek ploch 2. stupně tímto čtyřstranem procházejících můžeme si označiti jako druhý význačný svazek Σ_2.

První význačná involuce jest ku druhé residuální, to jest její každé dvě přiřazené přímky leží vždy s dvěma přiřazenými přímkami první involuce na hyperboloidu, a hyperboloidy ty v tomto případě degenerují pak vždy ve dvě roviny. Jednou z těchto rovin jest rovina μ a druhou rovinou vždy jedna rovina svazku, jehož osou jest dvojná řídicí přímka plochy P^3. Odpovídá tedy v této involuci vždy jedné přímce plochy P^3 jedna přímka svazku (M, μ) a naopak. Ze čtyř samodružných přímek této involuce vždy dvě splývají a jsou to přímky svazku (M, μ), které současně leží na ploše P^3. Označme si je p_1, p_1'. První význačný čtyřstran degeneruje nám tudíž tím způsobem, že dvě a dvě z jeho sousedních stran splývají v přímkách p_1, p_1'. Diagonálami jeho zůstávají ovšem řídicí přímky p, q plochy P^3. Vidíme pak, že první význačný svazek Σ_1 sestává:

1. ze všech ∞^1 kuželů 2. řádu, jež mají společný vrchol M a jež dle společných povrchových přímek p_1, p_1' dotýkají se společných tečných rovin proložených přímkami p_1, p a p_1', p;
2. ze všech ∞^1 kuželoseček ležících v rovině μ a dotýkajících se společných tečen $p_1 p_1'$ ve společných bodech dotyčných, průsečících to přímek p_1, q a p_1', q.

Všimněme si blíže obou význačných čtyřstranů. Ježto jsou oba v harmonické poloze, tu jest patrno, že dvě a dvě splývající strany v přímky p_1, p_1' mají tu vlastnost, že dvojina přímek p_1, p_1' odděluje harmonicky v paprskovém svazku $(M\ \mu)$ dvojinu vedlejších stran u_1, u_2 druhého význačného čtyřstranu u_1, u_2, p_2, p_2'.

Máme zde pak takovou zvláštní polohu kužele 2. stupně vzhledem ku ploše 2. stupně, že vrchol tohoto kužele leží na ploše 2. stupně, a že ty povrchové přímky kužele tohoto, které leží v tečné rovině plochy jsou konjugovanými polárami této plochy. Kužel takový jest patrně v harmonické poloze s danou plochou. Jest to patrně harmonická plocha lineární kongruence vzhledem ku dané ploše, jejíž jedna řídicí přímka se dotýká této plochy 2. stupně. Dotyčný bod ten jest patrně vrcholem tohoto kužele.

Zcela duálně mohli bychom říci též o kuželosečce, že jest v harmonické poloze vzhledem ku dané ploše 2. stupně, když tato kuželosečka by ležela v tečné rovině této plochy a současně se dotýkala dvou konjugovaných polár jejích.

Mohli bychom pak náš projektivně zobecněný A^2 komplex v tomto případě definovati jakožto harmonický komplex dané plochy 2. stupně, který jest ku této ploše v harmonické poloze. A nebo též způsobem duálním. Dospěli bychom pak ku harmonickému komplexu kategorie [(1 1) 2 2] týmže způsobem jako k němu dospěli Segre a Loria.[1])

7. Případ kdy projektivně zobecněný A^2 komplex jest komplexem tetraedrálním.

Studujme nyní ten speciální případ, že dvě involuce J_1, J_2 ve dvou přímkových řadách hyperboloidu H^2 jsou si takovou projektivností přiřazeny, že každé samodružné přímce involuce jedné odpovídá vždy jedna samodružná přímka involuce druhé, a sice přímce u_1 odpovídejž přímku u_2, a přímce v_1 odpovídejž přímka v_2. Průsečíky přímek u_1, u_2 a v_1, v_2 označme si M, N a tečné roviny v těchto bodech ku ploše H^2 buďtež označeny jakožto roviny μ, ν. Body M, N jsou též dotyčnými body základních přímek m, n lineárního komplexového systému S_3, který v obou řadách absolutní plochy H^2 indukuje naší projektivností přiřazené přímkové involuce J_1 a J_2.

Hledejme nejprve singulární plochu P^1 našeho komplexu Γ^2 pro tento zvláštní případ projektivního přiřazeni involucí J_1 a J_2. Především jest patrno, že ku této ploše náležejí dva paprskové svazky (M, μ) a (N, ν), jest tedy zbývající část plochy P^4 druhého stupně P^2. Dvojnými přímkami plochy P^4 jsou diagonály přímkového čtyřstranu na H^2, jehož dvěma a dvěma protějšími stranami jsou vždy dvě a dvě samodružné přímky involucí J_1 a J_2.[2]) Označme si tyto dvojné přímky p, q. Jest pak p spojnicí bodu M, N a q jest průsečnicí rovin μ, ν. Že q jest dvojnou přímkou naší

[1]) viz str. 225 citovaného zde společného pojednání Segre-Loria.

[2]) viz str. 8 citovaného zde již pojednání „O zobecněném cylindroidu“.

degenerované plochy jest tedy přímo patrno. Aby též p byla dvojnou přímkou plochy jest nutno, aby zmíněná zde plocha 2. stupně $\mathbf{P}^2$, ve kterou se $\mathbf{P}^1$ v tomto případě rozpadá, obsahovala přímku p jakožto přímku dvojnou. To však jest jenom tehdy možno, když plocha $\mathbf{P}^2$ se rozpadá ve dvě roviny přímkou p procházející. Označme si tyto roviny ρ, σ a buďtež R, S body, které tyto roviny na přímce q vytínají. Jsou tedy v tomto speciálním případě singulární plochou 4 singulární roviny μ, ν, ρ, σ a čtyři singulární body M, N, R, S, které tvoří stěny a rohy téhož tetraedru. Tetraedr tento jest vzhledem ku ploše $\mathbf{H}^2$ polárně invariantním. Přecházejí totiž polaritou plochy $\mathbf{H}^2$ stěny μ, ν, ρ, σ postupně ve vrcholy M, N, S, R.

Příslušný komplex Γ^2 dostaneme pak jako souhrn ∞^1 vzhledem ku $\mathbf{H}^2$ polárně invariantních lineárních kongruencí, jejichž řídicí přímky jsou v polaritě plochy $\mathbf{H}^2$ odpovídající si paprsky svazků (R, ρ) a (S, σ). Jest to patrně t. ř. komplex tetraedrální.

I můžeme pak vysloviti větu:

Dotýkají-li se obě základní přímky lineárního komplexového systému S_3 absolutní plochy, tu příslušný projektivně zobecněný $\mathbf{A}^2$ *komplex jest tetraedrálním komplexem.*

Všimněme si nyní harmonické plochy lineární kongruence $[m, n]$ v uvedené speciální poloze vzhledem ku ploše $\mathbf{H}^2$. V odstavci předešlém této práce, kde jedna z řídicích přímek m, n se dotýkala plochy $\mathbf{H}^2$ jsme ukázali, že dotyčný bod oné řídicí tečné přímky jest singulárním bodem harmonické plochy, neboť tato byla kuželem o tomto vrcholu. V případě našem nyní kdy obě přímky m, n se dotýkají plochy $\mathbf{H}^2$ v bodech M, N má patrně harmonická plocha příslušná této kongruenci dva singulární body M, N, má tedy celou přímku singulárních bodů, a to jest spojnice bodů M, N. Harmonická plocha degeneruje zde tudíž ve dvě roviny ve spojnici bodů M, N se protínající. Vzhledem ku obecnějšímu případu v předešlém odstavci, kdy harmonický kužel v tečné rovině vrcholem svým ku ploše $\mathbf{H}^2$ proložené vytínal dvě přímky, které byly konjugovanými polárami plochy, jest patrno, že harmonická plocha v tomto případě jest dvojinou konjugovaných rovin vzhledem ku $\mathbf{H}^2$ procházejících spojnicí bodů M, N.

Dospěli bychom zde zase ku tedraedrálnímu komplexu, jakožto ku harmonickému komplexu dvou ploch 2. stupně, z nichž druhá plocha přechází ve dvojinu dvou konjugovaných rovin vzhledem ku ploše první. Zde dlužno poukázati na str. 232 dříve zde citované společné práce Segre-Loria.

Zároveň jsme zde mimochodem dospěli k větě.

Pohybuje-li se přímka po dvou mimoběžných přímkách, které se dotýkají určité plochy 2. stupně tak, aby se též současně této plochy dotýkala, tu se

dotýká této plochy dle dvou Ruželoseček, které leží ve dvou rovinách, které jsou ku zmíněné ploše 2. stupně konjugovány.

Dvojinu těchto konjugovaných rovin lze snadno sestrojiti. Na průsečnici rovin μ, ν vytkneme si body $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, které tam vytínají přímky m, n a body H, H', které leží na hyperboloidu H^2. Sestrojíme-li si nyní samodružné body R, S involuce dané dvěma dvojinami $\mathfrak{M}$ $\mathfrak{N}$ a H, H' tu stanoví tyto body R, S s body M, N dvě hledané dvojiny konjugovaných rovin (M, N, R) a (M, N, S).

Ku projektivně zobecněnému A^2 komplexu jakožto ku komplexu tetraedrálnímu dospějeme též od systému S_3 všech ∞^3 lineárních komplexů, jejichž základní přímky m, n se protínají. Protínejtež se v bodě P, a budiž π rovinou, ve které leží. Lze pak systém S_3 považovati za systém všech ∞^3 nullových systémů, které mají jeden nullový bod s příslušnou nullovou rovinou společný. Totiž bod P a rovinu π.

Ku systému S_3 jest v involuci určitý systém S_1. Tento systém S_1 jest svazkem ∞^1 speciálních lineárních komplexů, jejichž řídicí přímky tvoří paprskový svazek (P, π). Utvořme si ku svazku (P, π) vzhledem ku absolutní ploše H^2 polární svazek (P', π'). Lze pak každou přímku x svazku (P, π) a jí polárně přidruženou přímku x' svazku (P', π') považovati za vzhledem ku absolutní ploše H^2 zobecněnou dvojinu osovou vždy jednoho speciálního lineárního komplexu komplexového svazku S_1. Roviny π, π' a dvě tečné roviny τ_1, τ_2 spojnicí bodů P, P' ku H^2 vedené tvoří pak 4 stěny tetraedru, ve který degeneruje v tomto případě obecná singulární plocha P^4 zobecněného A^2 komplexu. Póly P', P, J_1 a J_2 postupně těchto čtyř rovin vzhledem ku ploše H^2 jsou pak vrcholy tohoto tetraedru.

Tento tetraedr jest pak singulární plochou vzhledem ku H^2 projektivně zobecněného A^2 komplexu příslušného systému S_3. Jest tedy tento komplex tetraedrálním a můžeme pak vysloviti větu:

Protínají-li se dvě základní přímky lineárního komplexového systému S_3, tu jest jeho vzhledem ku dané absolutní ploše projektivně zobecněný A^2 komplex komplexem tetraedrálním.

8. O dvou kubických systémech ∞^8 a ∞^7 ploch 2. stupně.

Uvažujme systém všech ∞^7 význačných křivek 4. stupně 1. druhu p^4 na určité ploše 2. stupně H^2. Každou křivkou p^4 jest stanoven svazek ∞^1 ploch 2. stupně jí procházejících a tak dospíváme od libovolné plochy 2. stupně H^2 ku systému ∞^8 ploch 2. stupně, které tuto plochu pronikají vždy ve význačné křivce p^4. Dokážeme nyní větu:

Systém všech ∞^8 ploch 2. stupně, které danou plochu 2. stupně pronikají v jejich význačných prostorových křivkách 4. stupně 1. druhu, jest kubický.

Kubičnost tohoto systému, který si označíme Σ_8^3 dokážeme tím, že dokážeme, že v libovolném svazku ploch 2. stupně jsou 3 plochy, které na základní ploše H^2 vytínají význačné křivky p^4 této plochy. Buďtež A^2 a B^2 dvě libovolné plochy 2. stupně, které stanovi svazek, v němž hledáme ony tři plochy, a buďtež dále a^4 a b^4 křivky, které plochy A^2 a B^2 vytínají na ploše H^2. Mysleme si nyni přímky dvou přímkových řad hyperboloidu H^2 přiřazeny jednojednoznačně na body dvou určitých přímek p_1 a p_2, a buďtež souřadnice bodů první přímky x_1 a druhé x_2. Pak lze křivku a^4 považovati za výtvor určité korrespondence:

$$(a_{22}\,x_1^2 + a_{12}\,x_1 + a_{02})\,x_2^2 + (a_{21}\,x_1^2 + a_{11}\,x_1 + a_{01})\,x_2 + \\ + (a_{20}\,x_1^2 + a_{10}\,x_1 + a_{00}) = \emptyset$$

a křivku b^4 za výtvor určité korrespondence:

$$(b_{22}\,x_1^2 + b_{12}\,x_1 + b_{02})\,x_2^2 + (b_{21}\,x_1^2 + b_{11}\,x_1 + b_{01})\,x_2 + \\ + (b_{20}\,x_1^2 + b_{10} + b_{00}) = \emptyset.$$

Na každé z přímek p_1, p_2 leží 8 bodů X_1 resp. X_2, jež tvoří 8 dvojin X_1, X_2, kterým odpovídá v naší jednojednoznačné přiřazenosti 8 associovaných bodů, průsečíků to křivek a^4 a b^4. Dvojiny ty hoví našim oběma korrespondenčním rovnicím, a hoví tudíž též rovnici:

$$[(a_{22} + \lambda\,b_{22})\,x_1^2 + (a_{12} + \lambda\,b_{12})\,x_1 + a_{02} + \lambda\,b_{02}]\,x_2^2 + \\ + [(a_{21} + \lambda\,b_{21})\,x_1^2 + (a_{11} + \lambda\,b_{11})\,x_1 + a_{01} + \lambda\,b_{01}]\,x_2 + \\ + (a_{20} + \lambda\,b_{20})\,x_1^2 + (a_{10} + \lambda\,b_{10})\,x_1 + a_{00} + \lambda\,b_{00} = \emptyset,$$

kde λ jest libovolný proměnný parametr.

Definuje nám tedy poslední rovnice celý svazek korrespondencí $[2, 2]$, jež patrně vytvoří svazek křivek 4. stupně jdoucích 8 associovanými body stanovenými průsečíky křivek a^4 a b^4.

Aby poslední rovnice nám definovala korrespondenci $[2, 2]$ toho druhu, aby tato byla projektivností dvou involucí, tu jest nutno, jak de Jonquières[1]) ukázal, aby byla splněna podmínka:

$$\begin{vmatrix} a_{00} + \lambda\,b_{00}, & a_{01} + \lambda\,b_{01}, & a_{02} + \lambda\,b_{02} \\ a_{10} + \lambda\,b_{10}, & a_{11} + \lambda\,b_{11}, & a_{12} + \lambda\,b_{12} \\ a_{20} + \lambda\,b_{20}, & a_{21} + \lambda\,b_{21}, & a_{22} + \lambda\,b_{22} \end{vmatrix} = \emptyset$$

kde

$$a_{ik} = a_{ki},\quad b_{ik} = b_{ki}.$$

Rovnice ta jest vzhledem ku proměnnému parametru λ rovnicí kubickou, a vyplývá z toho tudíž, že v našem svazku korrespondencí $[2, 2]$ existují tři korrespondence, které jsou projektivností dvou involucí. Z toho vychází však, že ve svazku prostorových křivek 4. stupně stanoveném křivkami a^4, b^4 existují 3 křivky, které jsou pro hyperboloid H^2 význač-

[1]) viz na př. R. Sturm: Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften, I. díl odst. 178. pag. 266—268.

nými a, že tudíž ve svazku ploch 2. stupně stanoveném plochami A^2 a B jsou obsaženy 3 plochy 2. stupně, které na H^2 vytínají význačné křivky. Tím jest tedy kubičnost našeho systému Σ_8^3 dokázána.

Z kubićnosti systému Σ_8^3 snadno dokážeme nyní následující větu:

Systém všech ∞^7 *ploch 2. stupně, které jsou vzhledem k dané ploše 2. stupně* H^2 *v harmonické poloze jest kubický.*

Systém ten si označíme Σ_7^3. Aby o tomto systému se ukázalo, že jest kubickým jest třeba ukázati, že v lineárním systému ∞^2 ploch 2. stupně existují tři plochy systému. Uvažujme v případě daném lineární systém ∞^2 ploch 2. stupně stanovený plochou H^2 a libovolnými dvěma plochami A^2 a B^2.

Z úvah předchozích (viz 3. odstavec této práce) víme, že dvě plochy 2. stupně v harmonické poloze se nacházející musí se protínati v prostorové křivce 4. stupně, která jest pro obě tyto plochy křivkou význačnou. Mohou tedy v lineárním systému ∞^2 ploch 2. stupně stanoveném plochami A^2, B^2, H^2 plochy vzhledem ku ploše H^2 v harmonické poloze ležící nacházeti se pouze ve třech svazcích, jejichž základními křivkami jsou tři význačné křivky 4. stupně, které na H^2 vytínají tři plochy systému Σ_8^3 obsažené ve svazku stanoveném plochami A^2 a B^2. Avšak jest patrno též z úvah předchozích odstavců, že význačnou křivkou na dané ploše 2. stupně H^2 prochází pouze jediná plocha 2. stupně, která jest ku ploše H^2 v harmonické poloze. Vidíme tedy, že v lineárním systému stanoveném třemi plochami A^2, B^2, H^2 jsou skutečně obsaženy pouze tři plochy systému Σ_7^3, jak bylo dokázati. Plochu H^2 budeme nazývati základní plochou našeho systému.

Všech ∞^7 ploch systému Σ_7^3 obdržíme patrně následovně. Myslíme si libovolný čtyřstran přímkový na ploše H^2. Takových čtyřstranů existuje ∞^4. Ku každému z těchto čtyřstranů přísluší ∞^2 čtyřstranů, jež jsou s ním v harmonické poloze, a každým z těchto čtyřstranů procházejí ∞^1 ploch, které jsou vzhledem ku H^2 v harmonické poloze. Jest patrno, že systém náš jest v sobě duální, a že zcela analogicky by se dokázalo, že v každé řadě ploch 2. třídy existují 3 plochy ku H^2 harmonické. Náš systém není pak pouze souhrnem vzhledem ku H^2 harmonických ploch všech lineárních kongruencí, když tyto plochy považujeme vytvořené bodově, nýbrž též když tyto považujeme jakožto výtvory rovinnové. Kterak duálně k takovým harmonickým plochám lineárních kongruencí dospějeme jest samozřejmo.

Všimněme si nyní degenerovaných ploch v našem systému Σ_7^3. Dle úvah v odst. 6. jest patrno, že v systému Σ_7^3 jest obsaženo ∞^6 kuželů, patrně tedy jest tam obsaženo tolikéž kuželoseček.

Kterýkoli z těchto ∞^6 kuželů obdržíme, když si vytkneme libovolný bod z ∞^2 bodu základní plochy H^2, a bod ten pokládáme za vrchol kteréhokoliv kužele z ∞^4 kuželu, které vytínají v tečné rovině vrcholem ku základní ploše proložené dvě přímky, které jsou konjugovanými polárami základní plochy H^2.

Kteroukoli z těchto ∞^6 kuželoseček obdržíme, když si vytkneme libovolnou tečnou rovinu z ∞^2 tečných rovin základní plochy H^2, a tečnou rovinu tu pokládáme za rovinu kterékoliv kuželosečky z ∞^4 kuželoseček, jejíž tečny vedené z dotyčného bodu tečné roviny základní plochy jsou konjugovanými polárami základní plochy H^2.

Všecky kužele tyto jsou patrně harmonickými plochami všech lineárních kongruencí, jejichž jedna řídicí přímka se dotýká základní plochy.

Dále ku systému Σ_7^3 náleží dle 7. odstavce této práce systém ∞^5 dvojin konjugovaných rovin vzhledem ku základní ploše, kteryžto systém přísluší jakožto systém harmonických ploch všech lineárních kongruencí jejichž obě řídicí přímky se dotýkají základní plochy, nebo jejichž řídicí přímky se protínají. Duálně pak náleží ku systému Σ_7^3 systém všech ∞^5 dvojin konjugovaných bodů vzhledem ku základní ploše.

Posléze lze nahlédnouti, že ku našemu systému Σ_7^3 náleží všecky tečné roviny základní plochy počítané jako plochy 2. stupně degenerující v dvojnásobné roviny. Ty příslušejí jakožto harmonické plochy všem těm lineárním kongruencím, jejichž obě řídicí přímky se protínají, a v prusečném bodě dotýkají základní plochy. Duálně pak náležejí ku systému Σ_7^3 všecky ∞^2 body základní plochy počítané jako vždy dva splývající konjugované body plochy.

O obloukových elementech soustav plošných, které vyhovují určitým podmínkám.

Od **K. Žorawski-ho.**

(Předloženo dne 4. června 1915.)

Můžeme si představiti, že v jednoduše nekonečné soustavě ploch každá plocha vznikla nekonečně malou deformací soumezné plochy. O této deformaci předpokládejme, že při ní doznávají obloukové elementy podél daných orthogonálných soustav křivek danou maximální a minimální dilataci a hledejme obloukové elementy plošných soustav, které tímto způsobem mohou vzniknouti. V některých případech může býti řešení této úlohy, jak v dalším bude ukázáno, převedeno na kvadratury. V obecném případě, jak tento článek ukáže, může býti řešení této úlohy pomocí jedné kvadratury předvedeno na integraci differenciální rovnice:

$$V^3 \frac{d^2 V}{d \tau^2} = F,$$

kde F značí od V neodvislou funkci parametru τ, kterou rovněž kvadraturou obdržíme.

1. Čtverec obloukového elementu plochy S buď dán vzorcem:

$$ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2. \qquad (1)$$

Uvažujme na ploše soustavu křivek:

$$\varphi(u, v) = \text{const.}, \qquad (2)$$

které nejsou křivkami minimálními plochy S a zvolme dvě funkce ϱ a $\bar{\varrho}$ parametrů u, v.

Čtverec obloukového elementu

$$ds'^2 = E'\,du^2 + 2F'\,du\,dv + G'\,dv^2$$

plochy S', která pomocí parametrů u, v tak na ploše S zobrazena jest, že orthogonální trajektorie křivek soustavy (2) na obou plochách mají touž rovnici a podíl $\frac{d\,s'^2}{ds^2}$ pro křivky (2), má hodnotu ϱ a pro orthogonální trajektorie těchto křivek hodnotu $\bar{\varrho}$, dán jest potom vzorcem:

$$ds'^2 = \varrho\, ds^2 + (\bar{\varrho} - \varrho)\,\frac{d\,\varphi^2}{\Delta\,\varphi},^{1)} \tag{3}$$

při čemž použito označení,

$$\Delta\,\varphi = \frac{E\left(\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,v}\right)^2 - 2\,F\,\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,v}\,\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,u} + G\left(\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,u}\right)^2}{EG - F^2}.$$

Vztah (3) může býti nahražen těmito relacemi:

$$\left.\begin{aligned} E' &= \varrho\,E + (\bar{\varrho} - \varrho)\,\frac{\left(\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,u}\right)^2}{\Delta\,\varphi}, \\ F' &= \varrho\,F + (\bar{\varrho} - \varrho)\,\frac{\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,u}\,\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,v}}{\Delta\,\varphi}, \\ G' &= \varrho\,G + (\bar{\varrho} - \varrho)\,\frac{\left(\frac{\partial\,\varphi}{\partial\,v}\right)^2}{\Delta\,\varphi}. \end{aligned}\right\} \tag{4.}$$

Předpokládejme nyní, že veličiny E, F, G ve vzorci (1) závisejí nejen na parametrech u, v, ale též na třetím parametru t. Tím dána jest spojitá soustava elementů obloukových a nabízí se myšlenka, uvažovati takové deformace, které odpovídají nekonečně malým přírůstkům parametru t. Odpovídají-li veličiny E', G', F' hodnotě $t + dt$, máme vztahy:

$$E' = E + \frac{\partial\,E}{\partial\,t}\,dt, \quad F' = F + \frac{\partial\,F}{\partial\,t}\,dt, \quad G' = G + \frac{\partial\,G}{\partial\,t}\,dt$$

a veličiny ϱ a $\bar{\varrho}$ jsou tvaru

$$\varrho = 1 + \sigma\,dt, \qquad \bar{\varrho} = 1 + \bar{\sigma}\,dt,$$

kde σ a $\bar{\sigma}$ jsou funkce parametrů u, v, t.

Píšeme-li nyní soustavu křivek (2), která tomuto případu odpovídá, ve tvaru

$$\omega\,(x, y, t) = \text{const.},$$

---

[1]) Viz moji poznámku „Eine Formulierung der allgemeinen Flächendeformation", Prace mat.-fiz. Sv. XXII. S. 36 Formel (4).

obdržíme z podmínek (4) dif. rovnice:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial t} &= \sigma E + (\bar{\sigma} - \sigma)\,\frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2}{\Delta\,\omega}, \\
\frac{\partial F}{\partial t} &= \sigma F + (\bar{\sigma} - \sigma)\,\frac{\frac{\partial \omega}{\partial u}\,\frac{\partial \omega}{\partial v}}{\Delta\,\omega}, \\
\frac{\partial G}{\partial t} &= \sigma G + (\bar{\sigma} - \sigma)\,\frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2}{\Delta\,\omega}.
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Jsou-li E, F, G dané funkce parametrů u, v, t, můžeme se ptáti po hodnotách σ, $\bar{\sigma}$ a ω.

V případě tom jde o to, určiti pro hodnotu t takové orthogonálné systemy křivek, které také pro hodnotu $t + dt$ jsou orthogonálnými systemy, a vedle toho určiti dilatace, které při tom obloukové elementy těchto orthogonálných systemů doznávají. Otázka tato jest zodpověděna známými elementárními úvahami o deformaci ploch a nebudeme se jí tudíž dále zabývati. Považujme však na druhé straně veličiny ω, σ, $\bar{\sigma}$ za známé funkce proměnných u, v, t a hledejme funkce E, F, G těchže proměnných, při nichž se vyskytují dilatace σ a $\bar{\sigma}$ obloukových elementů křivek $\omega = \text{const.}$ a jejich orthogonálných trajektorií. Úkol ten tvoří cíl tohoto článku.

2. Jde tedy o to, z dif. rovnic (5) integrací určiti neznámé funkce E, F, G. Buďtež uvedeny nejprve dvě poznámky.

Užijeme-li označení

$$T = \sqrt{EG - F^2},$$

obdržíme jednoduchým výpočtem z rovnic (5) podmínku:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{2}\,(\sigma + \bar{\sigma})\,T. \qquad (6)$$

Vezmeme-li zřetel k tomu, že $\frac{1}{2}\,\sigma$ a $\frac{1}{2}\,\bar{\sigma}$ jsou linearní dilatace a plošný obsah plochy dán jest hodnotou integrálu

$$\int\int T\,du\,dv,$$

jest rovnice (6) bezprostředně zřejmá.

Užijeme-li dále označení

$$w = e^{\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} \sigma\,dt}, \qquad \bar{w} = e^{\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} \bar{\sigma}\,dt},$$

kde t_0 značí konstantní hodnotu, máme integrací differenciální rovnice (6) výsledek:

$$T = T_0 \, w \, \bar{w}, \tag{7}$$

při čemž T_0 značí libovolnou funkci proměnných u, v.

Uvažujme dále plochu S_1, která jest tak na ploše S konformně zobrazena, že platí vztah:

$$ds^2 = w^2 \, ds_1^2,$$

kde značí

$$ds_1^2 = E_1 \, du^2 + 2 F_1 \, du \, dv + G_1 \, dv^2$$

čtverec obloukového elementu plochy S_1.

Potom máme:

$$E = w^2 E_1, \qquad F = w^2 F_1, \qquad G = w^2 G_1. \tag{8}$$

Zavedeme-li analogické označení:

$$T_1 = \sqrt{E_1 G_1 - F_1^2},$$

$$\Delta_1 \omega = \frac{E_1 \left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2 - 2 F_1 \frac{\partial \omega}{\partial v} \frac{\partial \omega}{\partial u} + G_1 \left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2}{E_1 G_1 - F_1^2},$$

máme dále:

$$T = w^2 T_1, \qquad \Delta \omega = \frac{1}{w^2} \Delta_1 \omega,$$

a z rovnic (5) plynou rovnice

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial t} &= (\bar{\sigma} - \sigma) \frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2}{\Delta_1 \omega}, \\ \frac{\partial F_1}{\partial t} &= (\bar{\sigma} - \sigma) \frac{\frac{\partial \omega}{\partial u} \frac{\partial \omega}{\partial v}}{\Delta_1 \omega}, \\ \frac{\partial G_1}{\partial t} &= (\bar{\sigma} - \sigma) \frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2}{\Delta_1 \omega}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Z rovnice (7) plyne posléze vzorec

$$T_1 = T_0 \frac{\bar{w}}{w}. \tag{10}$$

3. Integrace differenciálních rovnic (9) a tudíž také differenciálních rovnic (5) lze snadně provésti v případě, že funkce ω nezávisí na parametru t.

V případě tomto snadno seznáme, že derivace veličiny

$$E_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2 - 2F_1\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega}{\partial u} + G_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2$$

dle proměnné t rovná se nulle. Předpokládáme-li, že hodnotě $t = t_0$ odpovídají funkce

$$E_1 = E_0, \qquad F_1 = F_0, \qquad G_1 = G_0,$$

seznáme, že dif. rovnice (9) mají integrál:

$$E_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2 - 2F_1\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega}{\partial u} + G_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2 =$$

$$= E_0\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2 - 2F_0\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega}{\partial u} + G_0\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2. \qquad (11)$$

Jiný integrál má rovnice (10), při čemž jest třeba poznamenati, že musí platiti vztah:

$$T_0 = \sqrt{E_0 G_0 - F_0^2}.$$

Z rovnic (10) a (11) plyne relace

$$\Delta_1 \omega = \frac{w^2}{\overline{w}^2}\Delta_0 \omega, \qquad (12)$$

při čemž $\Delta_0 \omega$ značí differenciální parametr 1. řádu pro differenciální formu:

$$ds_0^2 = E_0\,du^2 + 2F_0\,du\,dv + G_0\,dv^2.$$

Následkem vztahu (12) mají dif. rovnice (9) tvar:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial E_1}{\partial t} &= \frac{(\bar{\sigma}-\sigma)\,\overline{w}^2}{w^2}\frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2}{\Delta_0 \omega},\\
\frac{\partial F_1}{\partial t} &= \frac{(\bar{\sigma}-\sigma)\,\overline{w}^2}{w^2}\frac{\frac{\partial \omega}{\partial u}\frac{\partial \omega}{\partial v}}{\Delta_0 \omega},\\
\frac{\partial G_1}{\partial t} &= \frac{(\bar{\sigma}-\sigma)\,\overline{w}^2}{w^2}\frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2}{\Delta_0 \omega}.
\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Vezmeme-li zřetel k tomu, že integral

$$\int_{t_0}^{t}\frac{(\bar{\sigma}-\sigma)\,\overline{w}^2}{w^2}\,dt = \int_{t_0}^{t}(\bar{\sigma}-\sigma)\,e^{\int_{t_0}^{t}(\bar{\sigma}-\sigma)\,dt}\,dt$$

má hodnotu

$$e^{\int_{t_0}^{t}(\bar{\sigma}-\sigma)\,dt} - 1 = \frac{\overline{w}^2 - w^2}{w^2},$$

obdržíme integrací dif. rovnic (13) výsledek:

$$E_1 = E_0 + \frac{\overline{w^2} - w^2}{w^2} \frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2}{\Delta_0 \omega},$$

$$F_1 = F_0 + \frac{\overline{w^2} - w^2}{w^2} \frac{\frac{\partial \omega}{\partial u} \frac{\partial \omega}{\partial v}}{\Delta_0 \omega},$$

$$G_1 = G_0 + \frac{\overline{w^2} - w^2}{w^2} \frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2}{\Delta_0 \omega},$$

a snadno můžeme verifikovat, že tyto funkce splňují obě relace (10) a (11).

Vzhledem ke vzorcům (8) obdržíme tudíž v uvažovaném případě pro hledanou plochu S fundamentální veličiny;

$$E = w^2 E_0 + (\overline{w^2} - w^2) \frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2}{\Delta_0 \omega},$$

$$F = w^2 F_0 + (\overline{w^2} - w^2) \frac{\frac{\partial \omega}{\partial u} \frac{\partial \omega}{\partial v}}{\Delta_0 \omega},$$

$$G = w^2 G_0 + (\overline{w^2} - w^2) \frac{\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2}{\Delta_0 \omega},$$

takže čtverec obloukového elementu této plochy jest:

$$d s^2 = w^2 d s_0^2 + (\overline{w^2} - w^2) \frac{d \omega^2}{\Delta_0 \omega}.$$

Budiž posléze poznamenáno, že v případě, kdy funkcionální determinant

$$D = \frac{\partial \omega}{\partial u} \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}\right) - \frac{\partial \omega}{\partial v} \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}\right)$$

jest identicky roven nulle, funkce ω vždy může býti nahražena funkcí, která jest nezávislá na t.

V následujícím můžeme tedy vždy předpokládati, že determinant D není identicky roven nulle.

4. Zaveďme v dalším toto označení:

$$\omega' = \frac{\partial \omega}{\partial t}, \qquad \omega'' = \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}.$$

Determinant D, o němž nyní předpokládáme, že není identicky roven nulle, můžeme krátce psáti ve formě:

$$D = \frac{\partial (\omega, \omega')}{\partial (u, v)}.$$

Zaveďme ještě toto označení:

$$\nabla_1(\omega, \omega') = \frac{E_1 \frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega'}{\partial v} - F_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\frac{\partial \omega'}{\partial v} + \frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega'}{\partial u}\right) + G_1 \frac{\partial \omega}{\partial u}\frac{\partial \omega'}{\partial u}}{E_1 G_1 - F_1^2}.$$

Budiž posléze poznamenáno, že v případě, kdy determinant D není identicky roven nulle, čtverec obloukového elementu

$$ds_1^2 = E_1 du^2 + 2F_1 du\, dv + G_1 dv^2$$

může býti vyjádřen ve tvaru

$$ds_1^2 = \frac{\Delta_1\omega'\, d\omega^2 - 2\nabla_1(\omega, \omega')\, d\omega\, d\omega' + \Delta_1\omega\, d\omega'^2}{\Delta_1\omega\,\Delta_1\omega' - \nabla_1^2(\omega, \omega')},$$

při čemž na pravé straně differenciály $d\omega$ a $d\omega'$ vztahují se k parametrům u, v při konstantní hodnotě t.

Máme tedy:

$$\Delta_1\omega\,\Delta_1\omega' - \nabla_1^2(\omega, \omega') = \frac{D^2}{T_1^2},$$

takže vzhledem ke vztahu (10) můžeme psáti:

$$\Delta_1\omega\,\Delta\omega' - \nabla_1^2(\omega, \omega') = \frac{w^2}{\overline{w^2}}\frac{D^2}{T_0^2}. \tag{14}$$

Zaveďme posléze označení:

$$E_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)^2 - 2F_1\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega}{\partial u} + G_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2 = U^2 \tag{15}$$

a všimněme si, že jakmile tuto veličinu dle t differencujeme a vezmeme zřetel k dif. rovnicím (9), obdržíme:

$$E_1\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega'}{\partial v} - F_1\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial \omega'}{\partial u} + \frac{\partial \omega}{\partial u}\frac{\partial \omega'}{\partial v}\right) + G_1\frac{\partial \omega}{\partial u}\frac{\partial \omega'}{\partial u} = U\frac{\partial U}{\partial t}. \tag{16}$$

Vzhledem ke vztahům (10), (14), (15) a (16) máme tedy výrazy:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1\omega &= \frac{w^2}{\overline{w^2}}\frac{U^2}{T_0^2}, \\ \Delta_1(\omega, \omega') &= \frac{w^2}{\overline{w^2}}\frac{U\frac{\partial U}{\partial t}}{T_0^2}, \\ \Delta_1\omega' &= \frac{D^2}{U^2} + \frac{w^2}{\overline{w^2}}\frac{\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)^2}{T_0^2}, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

odkud zřejmo, že můžeme pomocí veličiny U hledaný čtverec obloukového elementu ds_1^2 takto vyjádřiti:

XXX

$$ds_1^2 = \frac{\bar{w}^2}{w^2}\,\frac{T_0^2}{U^2}\,d\omega^2 + \frac{1}{D^2}\left(\frac{\partial U}{\partial t}\,d\omega - U\,d\omega'\right)^2.$$

Naše úloha může býti tudíž zredukována na úlohu určiti funkci U. Tato funkce musí hověti differenciální rovnici, kterou tím způsobem můžeme obdržeti, že vztah (15) dvakrát dle t differencujeme a pomocí differenciálních rovnic (9) a relace (10) vyloučíme veličiny E_1, F_1, G_1 a jejich derivace.

Differencujeme-li vztah (16) dle t a vezmeme-li zřetel k dif. rovnicím (9), obdržíme:

$$E_1\frac{\partial\omega}{\partial v}\,\frac{\partial\omega''}{\partial v} - F_1\left(\frac{\partial\omega}{\partial v}\,\frac{\partial\omega''}{\partial u} + \frac{\partial\omega}{\partial u}\,\frac{\partial\omega''}{\partial v}\right) + G_1\frac{\partial\omega}{\partial u}\,\frac{\partial\omega''}{\partial u} =$$

$$= U\,\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)^2 - \left[E_1\left(\frac{\partial\omega'}{\partial v}\right)^2 - 2F_1\,\frac{\partial\omega'}{\partial v}\,\frac{\partial\omega'}{\partial u} + G_1\left(\frac{\partial\omega'}{\partial u}\right)^2\right].$$

Vzhledem k poslední z rovnic (17) máme:

$$E_1\frac{\partial\omega}{\partial v}\,\frac{\partial\omega''}{\partial v} - F_1\left(\frac{\partial\omega}{\partial v}\,\frac{\partial\omega''}{\partial u} + \frac{\partial\omega}{\partial u}\,\frac{\partial\omega''}{\partial v}\right) + G_1\frac{\partial\omega}{\partial u}\,\frac{\partial\omega''}{\partial u} =$$

$$= U\,\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - T_0^2\,\frac{\bar{w}^2}{w^2}\,\frac{D^2}{U^2} \qquad (18)$$

Ze vztahů (15), (16) a (18) můžeme vyloučiti rozdíly:

$$E_1\frac{\partial\omega}{\partial v} - F_1\frac{\partial\omega}{\partial u}, \qquad G_1\frac{\partial\omega}{\partial u} - F_1\frac{\partial\omega}{\partial v}$$

a obdržíme differenciální rovnici:

$$U^3\begin{vmatrix} \dfrac{\partial\omega}{\partial u}, & \dfrac{\partial\omega}{\partial v}, & .U \\ \dfrac{\partial\omega'}{\partial u}, & \dfrac{\partial\omega'}{\partial v}, & \dfrac{\partial U}{\partial t} \\ \dfrac{\partial\omega''}{\partial u}, & \dfrac{\partial\omega''}{\partial v}, & \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} \end{vmatrix} = T_0^2\,D^3\,\frac{\bar{w}^2}{w^2}. \qquad (19)$$

5. Tuto dif. rovnici nahradíme jinou jednodušší, když zavedeme novou neodvisle proměnnou τ a novou neznámou funkci V rovnicemi:

$$U = m\,(u, v, t)\,V, \qquad \tau = f\,(u, v, t), \qquad (20)$$

kde m a f jsou funkce, které vhodným způsobem určíme, z nichž však první nesmí býti identicky rovna nulle a druhá nesmí býti neodvislá od parametru t. Differencováním obdržíme vztahy:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial t}\,V + m\,\frac{\partial f}{\partial t}\,\frac{\partial V}{\partial\tau},$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 m}{\partial t^2} V + \left(2 \frac{\partial m}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial t} + m \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right) \frac{\partial V}{\partial \tau} + m \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \tau^2},$$

a determinant rovnice (19) přechází ve výraz:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \omega}{\partial u}, & \frac{\partial \omega}{\partial v}, & m \\ \frac{\partial \omega'}{\partial u}, & \frac{\partial \omega'}{\partial v}, & \frac{\partial m}{\partial t} \\ \frac{\partial \omega''}{\partial u}, & \frac{\partial \omega''}{\partial v}, & \frac{\partial^2 m}{\partial t^2} \end{vmatrix} V + \left[\left(2 \frac{\partial m}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial t} + m \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right) D - m \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial D}{\partial t}\right] \frac{\partial V}{\partial \tau} + m \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 D \frac{\partial^2 V}{\partial \tau^2}.$$

Určíme nyní funkce m a f tak, že v tomto výraze součinitelé při V a $\frac{\partial V}{\partial \tau}$ rovnají se nulle. Obdržíme:

$$m = A \frac{\partial \omega'}{\partial u} + B \frac{\partial \omega}{\partial v},$$

kde A a B jsou libovolné funkce parametrů u, v.

Dále obdržíme rovnici

$$2 \frac{\partial \log m}{\partial t} + \frac{\partial \log \frac{\partial f}{\partial t}}{\partial t} - \frac{\partial \log D}{\partial t} = 0,$$

odkud plyne

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{C D}{m^2}, \tag{21}$$

při čemž C značí libovolnou funkci parametrů u, v.

Máme tedy posléze vztah:

$$\tau = C \int_{t_0}^{t} \frac{D\, dt}{m^2} + C',$$

kde C' jest libovolná funkce parametrů u, v.

Tímto způsobem obdržíme z rovnice (19) rovnici:

$$V^3 \frac{\partial^2 V}{\partial \tau^2} = \frac{T_0^2}{C^2} \frac{\overline{w^2}}{w^2}. \tag{22}$$

V této rovnici jest na pravé straně funkce, která určitě obsahuje τ, jakmile není derivace

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\overline{w^2}}{w^2}\right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\overline{w^2}}{w^2}\right) \frac{m^2}{C D} = (\bar{\sigma} - \sigma) \frac{m^2}{C D} e^{\int_{t_0}^{t} (\bar{\sigma} - \sigma)\, dt}$$

identicky rovna nulle. To však stane se jen tehdy, když $\bar{\sigma} = \sigma$, t. j. když nekonečně malá deformace jest konformní. Potom jest také konečná deformace konformní, takže máme jednoduše:

$$E = w^2 E_0, \qquad F = w^2 F_0, \qquad G = w^2 G_0.$$

Náš problém redukuje se tedy v obecném případě na integraci dif. rovnice (22), v níž pravá strana není na τ neodvislou.

Studie o odrazu světla.

Napsal

Dr. **BOHUSLAV HOSTINSKÝ.**

(Předloženo dne 18. června 1915.)

Úvod.

Světelné paprsky naplňující kuželový prostor, jehož vrchol jest v svítícím bodě A, odrážejí se na dané křivé ploše P. Předpokládáme předně, že otvor onoho kužele jest velmi malý, takže odraz děje se jen na malé části plochy P v okolí jistého její bodu O, a za druhé že bod A jest málo vzdálen od normály Oz vztýčené k zrcadlící ploše P v bodě O.

Dle známé theorie tvoří odražené paprsky normální kongruenci t. j. jsou kolmými k řadě ploch (vlnoploch) a můžeme je přibližně považovati za transversály dvou velmi krátkých a navzájem kolmých úseček k_1 a k_2.

Ve zvláštním případě, že P jest rotační plocha a Oz její rotační osa, splývá k_1 s k_2 (nehledíme-li k veličinám vyšších řádů); odražené paprsky jsou homocentrické a nastává bodové zobrazení, jak jest známo z theorie sférických zrcadel.

Není-li však Oz rotační osou zrcadla — tímto případem budu se dále zabývati —, nastávají zcela jiné poměry. Astigmatická difference t. j. nejkratší vzdálenost úseček k_1 a k_2 má obecně konečnou velikost; přesné bodové zobrazení není možné.

V I. části jsou uvedeny obecné vzorce udávající polohu fokálních bodů na odražených paprscích; vzorce ty plynou ze známých Sturmových formulí platných pro lom světla.

V II. části jsou vypočteny souřadnice fokálních bodů na paprsku odraženém v bodě O.

V III. části odvozuji (neodvisle od výpočtů obsažených v částích I. a II.) elementární theorii zobrazení.

Odraz na plochách, jichž hlavní poloměry křivosti mají souhlasná znamení, jest diskutován v části IV.; odraz na plochách, jichž hlavní p. kř. mají nestejná znamení, v poslední části V.

I.

Vzorce, kterými jsou určeny fokální body (body dotyku paprsku s oběma plášti kaustické plochy) na odražených paprscích, obdržíme z obecnějších tří vzorců Sturmových [1]) platných pro lom světla libovolnou plochou.

Budiž počátek souřadnic O v bodě dopadu, $O\,z$ kolnice dopadu, $O\,x\,z$ rovina dopadu. Rovnice lomící plochy P jest

$$z = \frac{1}{2}(r\,x^2 + 2\,s\,x\,y + t\,y^2) + \ldots\ldots; \quad (P)$$

veličiny stupně vyššího než 2. jsou na pravo vynechány.

Sturmovy rovnice pišme v tvaru [2])

$$\left.\begin{aligned} n\cos i\,(R\cos i - r) &= n'\cos i'\,(R'\cos i' - r) \\ n\cos i\,(S - s) &= n'\cos i'\,(S' - s) \\ n\,(T - t\cos i) &= n'\,(T' - t'\cos i'). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Každá z těchto rovnic vyjadřuje neproměnnost jistého „optického invariantu“ při lomu. Směr dopadajících paprsků svírá s osou $O\,z$ ostrý úhel dopadu i obsažený v mezích

$$-90^0 < i < +90^0;$$

v těchže mezích jest obsažen úhel lomu i'. n značí index lomu prvního prostředí (před lomící plochou), n' druhého, a

$$R = -\frac{\partial\alpha}{\partial x},\quad S = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial\alpha}{\partial y} = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial\beta}{\partial x},\quad T = -\frac{\partial\beta}{\partial y}, \quad (2)$$

kde α, β, γ jsou směrové cosinusy dopadajícího paprsku vyjádřené jako funkce souřadnic x, y bodu na vlnoploše procházející bodem dopadu O. Vlnoplocha dopadající může míti libovolný tvar; rozumí se, že rovnice (1) platí pro bod dopadu O.

Veličiny R', S', T' mají obdobný význam pro paprsek lomený resp. vlnoplochu lomenou procházející bodem O. Úhel ϑ, který svírá jeden hlavní normální řez dopadající vlnoplochy v O s rovinou dopadu $O\,x\,z$, příslušný hlavní poloměr křivosti τ_1 a druhý hlavní poloměr křivosti τ_2 souvisí s veličinami R, S, T takto:

$$tg\,2\vartheta = \frac{2\,S}{R - T},\quad \frac{1}{\tau_1} = R + S\,tg\,\vartheta,\quad \frac{1}{\tau_2} = T - S\,tg\,\vartheta\,. \quad (3)$$

---

[1]) C. Sturm, Mémoire sur l'optique (Journal de mathém. t. 3.; 1838); Mémoire sur la théorie de la vision (Comptes Rendus t. 20; 1845).

[2]) Viz A. Gullstrand: Die reelle optische Abbildung (Kungl. Svenska Vetenskapsak. Handlingar. Band 41. No. 3; 1906).

Je-li dopadající vlnoplocha dána, určíme nejprve z rovnic (1) veličiny R', S', T'; veličiny ϑ', τ_1', τ_2', které mají pro lomenou vlnoplochu podobný význam, jako ϑ, τ_1, τ_2 pro dopadající, určují orientaci hlavních normálních řezů a křivost lomené vlnoplochy v O, a jsou dány rovnicemi

$$tg\ 2\vartheta' = \frac{2S'}{R'-T'}, \quad \frac{1}{\tau_1'} = R' + S'\ tg\ \vartheta', \quad \frac{1}{\tau_2'} = T' - S'\ tg\ \vartheta'. \quad (3')$$

Jeli A (ξ, o, ζ) fokální bod, ve kterém se dotýká dopadající paprsek první kaustické plochy, jest $OA = \tau_1$ kladné neb záporné číslo dle toho, je-li ζ kladné nebo záporné. Podobně jest určeno znamení u τ_2, τ_1', τ_2'. Ve zvláštním případě, že se světlo na ploše P *odráží*, jest dosaditi do vzorců (1)

$$n' = -n, \qquad \sin i' = -\sin i, \qquad \cos i' = \cos i\ ;$$

za kladný směr na odraženém paprsku jest opět bráti ten, který svírá s osou Oz ostrý (kladný n. záporný) úhel. Vychází

$$R' = \frac{2r}{\cos i} - R \quad S' = 2s - S, \quad T' = 2t\cos i - T. \quad (4)$$

II.

Řešme nyní tuto úlohu: paprsky vycházející ze svítícího bodu A (ξ, o, ζ) odrážejí se na zrcadlící ploše P; jest nalézti fokální body A_1', A_2' na tom paprsku, jenž se odráží v bodě O. Soustavu souřadnic volíme právě tak jako v části I.

Vlnoplocha dopadající na zrcadlo v O jest kulová plocha o středu A a poloměru $AO = \sqrt{\xi^2 + \zeta^2}$. Budiž A reální svítící bod; ζ musí pak býti záporné, poněvadž paprsky dopadající blízko O mají svírati s Oz ostrý úhel. Značí-li x, y, z souřadnice bodu na kulové vlnoploše, jest

$$\alpha = \frac{x-\xi}{\sqrt{\xi^2+\zeta^2}}, \quad \beta = \frac{y}{\sqrt{\xi^2+\zeta^2}}, \quad \gamma = \frac{z-\zeta}{\sqrt{\xi^2+\zeta^2}}.$$

Dle (2) a (3) bude

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{\tau_2} = R = T = \frac{-1}{\sqrt{\xi^2+\zeta^2}} = \frac{\zeta}{\cos i}, \; S = o. \quad (5)$$

Odmocninu jest bráti kladně.[1])

Vzorce (4) a (3') dávají:

$$\left.\begin{aligned} R' &= \frac{2r}{\cos i} + \frac{\zeta}{\cos i}, \quad S' = 2s, \quad T' = 2t\cos i + \frac{\zeta}{\cos i} \\ tg\ 2\vartheta' &= \frac{2s\cos i}{r - t\cos^2 i}, \quad \tau_1' = \frac{1}{R' + S'\ tg\ \vartheta'}, \quad \tau_2' = \frac{1}{T' - S'\ tg\ \vartheta'} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

[2]) Kdyby bod A byl virtuální ($\zeta > 0$), bylo by vziti odmocninu záporně.

Souřadnice fokálních bodů A_1' a A_2' jsou tedy

$$\left.\begin{aligned} \xi_1' &= \tau_1' \,.\, \sin i' , \quad \eta_1' = o, \quad \zeta_1' = \tau_1' \,.\, \cos i' \\ \xi_2' &= \tau_2' \,.\, \sin i' , \quad \eta_2' = o, \quad \zeta_2' = \tau_2' \,.\, \cos i' \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Pro zjednodušení konečného výsledku doporučuje se zavésti novou soustavu souřadnic, která má s původní soustavou společný počátek O i osu Oz a jejíž roviny $O\,x\,z$ resp. $O\,y\,z$ jsou hlavní normální řezy zrcadlící plochy P v O. P má v nové soustavě rovnici

$$z = \frac{1}{2}\varrho_1 x^2 + \frac{1}{2}\varrho_2 y^2 + \ldots , \qquad (8),$$

kde ϱ_1, ϱ_2 jsou převratné hodnoty obou hlavních poloměrů křivosti. Budiž ω úhel, o který nutno rovinu $O\,x\,z$ prvního hlavního řezu otočiti kolem osy Oz, aby splynula s rovinou dopadu. Pak jest

$$\cos\omega = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \ \sin\omega = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \ \xi = \sqrt{x^2+y^2}, \ \zeta = z \qquad (9),$$

kde (x, y, z) značí nové souřadnice svítícího bodu A, jenž měl v původní soustavě souřadnice (ξ, o, ζ); pro jednoduchost předpokládáme $\xi > o$.

Transformací rovnice (8) na původní soustavu t. j. substitucí

$$x = \xi\cos\omega - \eta\sin\omega, \qquad y = \xi\sin\omega + \eta\cos\omega$$

obdržíme rovnici

$$z = \frac{1}{2}[(\varrho_1\cos^2\omega + \varrho_2\sin^2\omega)\,\xi^2 + 2(\varrho_2 - \varrho_1)\sin\omega\cos\omega\,.\,\xi\eta + (\varrho_2\cos^2\omega + \varrho_1\sin^2\omega)\,\eta^2],$$

která srovnána s rovnicí (P) (viz část I.) dává

$$r = \varrho_1\cos^2\omega + \varrho_2\sin^2\omega, \ s = (\varrho_2 - \varrho_1)\sin\omega\cos\omega, \ t = \varrho_1\sin^2\omega + \varrho_2\cos^2\omega \qquad (10)$$

Těmito vzorci jsou určeny veličiny r, s, t.

Zaveďme nyní předpoklad, že svítící bod jest nekonečně blízko osy $O\,z$ a zjednodušme vzorce pro souřadnice fokálních bodů tak, aby obsahovaly jen veličiny 1. stupně v x a y. Dle (5), (6) a (9) jest

$$\sin i = \pm\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}, \ \cos i = 1, \ R = T = \frac{1}{z}, \ R' = 2r - \frac{1}{z}, \ T' = 2t - \frac{1}{z}$$

$$tg\,2\vartheta' = \frac{2s}{r-t} = -tg\,2\omega, \ \vartheta' = -\omega.$$

Souřadnice x_1', y_1', z_1'. resp. x_2', y_2', z_2' obou fokálních bodů vypočteme užitím vzorců (7). Vychází

$$z_1' = \tau_1' = \frac{1}{2r - \frac{1}{z} - 2s\,tg\,\omega} =$$

$$= \frac{1}{2(\varrho_1\cos^2\omega + \varrho_2\sin^2\omega) - \frac{1}{z} - 2(\varrho_2 - \varrho_1)\sin^2\omega} = \frac{z}{2\varrho_1 - 1}$$

$$|x_1'| = |\xi' \cos\omega| = |z_1' \cdot \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}| = |\frac{x}{2\varrho_1 z - 1}|$$

$$|y_1'| = |\xi' \sin\omega| = |z_1' \cdot \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}| = |\frac{y}{2\varrho_1 z - 1}|.$$

V posledních dvou řádcích jsou uvedeny jen absolutní hodnoty; abychom rozhodli, s jakým znamením jest bráti *sin i*, *cosω*, *sinω*, uvažme, že pro *lim z = o* účinkuje zrcadlo, tak jako by bylo rovinné, že tedy

$$\lim_{z=o} \frac{x_1'}{x} = 1, \quad \lim_{z=o} \frac{y_1'}{y} = 1, \quad \lim_{z=o} \frac{z_1'}{z} = -1$$

Výsledek jest následující:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{x}{1-2\varrho_1 z}, \quad y_1' = \frac{y}{1-2\varrho_1 z}, \quad z = \frac{z}{2\varrho_1 z - 1} \\ x_1' &= \frac{x}{1-2\varrho_2 z}, \quad y_2' = \frac{y}{1-2\varrho_2 z}, \quad z_2' = \frac{z}{2\varrho_2 z - 1} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

V případě $\varrho_1 = \varrho_2$ splynou oba řádky se známými vzorci pro sférické zrcadlo o poloměru $\frac{1}{\varrho_1}$.

V obecném případě lze inteprertovati obsah vzorců (11) takto:

Abychom vyhledali fokální body na paprsku, jenž se odráží v bodě O zrcadla, sestrojme dvě sférická zrcadla nekonečně blízká zrcadlu danému, která se ho v bodě O dotýkají a mají středy v prvním resp. druhém jeho středu křivosti.[1]) *Obrazy svítícího bodu A vytvořené prvním resp. druhým sférickým zrcadlem jsou hledanými fokálními body.*

Tato konstrukce platí ovšem jen potud, pokud bod *A* leží nekonečně blízko normály zrcadla sestrojené v *O*.

III.

Vzorce (11) mohly by sloužiti za základ k vyhledávání fokálních bodů na paprscích, které se odrážejí v bodech blízkých k *O*; bylo by ovšem třeba přihlížeti k variacím v poloze tečné roviny a v křivosti zrcadla.

V následujících řádcích podávám *elementární odvození vzorců platných pro odraz na libovolné ploše*; při tom nebude třeba předpokládati resultátů odvozených v části I. a II. Vycházím od rovnice zrcadlící plochy v tvaru (8). Paprsek vysílaný svítícím bodem *A* (*x*, *y*, *z*) má rovnice

$$X - x = \lambda(Z - z), \quad Y - y = \mu(Z - z), \quad (12)$$

kde *X*, *Y*, *Z* značí proměnné souřadnice; veličiny λ, μ určují směr paprsku. Za nekonečně malé 1. stupně považujeme

$$x, \; y, \; \lambda, \; \mu;$$

ve všech dalších rovnicích jsou vynechány veličiny stupně 2. neb vyššího.

---

[1]) Souřadnice těchto středů jsou $\left(o, o, \frac{1}{\varrho_1}\right)$ resp. $\left(o, o, \frac{1}{\varrho_2}\right)$.

Bod M, ve kterém paprsek (12) protíná zrcadlo, má souřadnice x_0, y_0, z_0, jež obdržíme, nahradíme-li v rovnicích (12) veličiny X, Y veličinami x_0, y_0 a položíme-li $Z = o$, neboť souřadnice z_0 jest 2. stupně, jak ukazuje rovnice (8). Vychází

$$x_0 = x - \lambda z\,,\ y_0 = y - \mu z\,,\ z_0 = o. \tag{13}$$

Normála MN sestrojená k zrcadlu v bodě M má směrové cosinusy

$$\alpha = \frac{-\varrho_1 x_0}{\sqrt{1 + \varrho_1 x_0^2 + \varrho_2 y_0^2}} = -\varrho_1 (x - \lambda z), \beta = -\varrho_2 (y - \mu z), \gamma = 1. \tag{14}$$

Rovnice odraženého paprsku vyhledáme takto: bod, který obdržíme otočíce bod (X, Y, Z) kolem normály MN o 180^0 má souřadnice X', Y', Z', které souvisí se souřadnicemi původního bodu dle rovnic:

$$\left.\begin{aligned} X - x_0 &= (2\alpha^2 - 1)(X' - x_0) + 2\alpha[\beta(Y' - y_0) + \gamma(Z' - z_0)] \\ Y - y_0 &= (2\beta^2 - 1)(Y' - y_0) + 2\beta[\gamma(Z' - z_0) + \alpha(X' - x_0)] \\ Z - z_0 &= (2\gamma^2 - 1)(Z' - z_0) + 2\gamma[\alpha(X' - x_0) + \beta(Y' - y_0)] \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Rovnicemi (15) vyloučíme předně X, Y, Z z rovnic (12); výsledek jsou dvě relace mezi X', Y', Z' (rovnice odraženého paprsku). Zavedeme-li pak ještě na místo x_0, y_0, z_0, α, β, γ příslušné hodnoty (13) a (14) a vynecháme-li akcenty u proměnných souřadnic, obdržíme rovnice odraženého paprsku v definitivním tvaru:

$$\left.\begin{aligned} X - x + 2\varrho_1 x Z + \lambda(z - 2\varrho_1 z Z + Z) &= o \\ Y - y + 2\varrho_2 y Z + \mu(z - 2\varrho_2 z Z + Z) &= o\,; \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

ve kterých se vyskytují toliko křivosti hlavních normálních řezů ϱ_1, ϱ_2 v O, souřadnice svítícího bodu x, y, z a parametry λ, μ.

První rovnice (16) představuje svazek rovin, jehož osa k_1 jest rovnoběžná s osou Oy a protíná rovinu Oxz v bodě o souřadnicích

$$x_1 = \frac{x}{1 - 2\varrho_1 z}\,,\quad y_1 = o\,,\quad z_1 = \frac{z}{2\varrho_1 z - 1} \tag{17}$$

Druhá rovnice (16) představuje svazek rovin, jehož osa k_2 jest rovnoběžná s Ox a protíná rovinu Oyz v bodě o souřadnicích

$$x_2 = o\,,\quad y_2 = \frac{y}{1 - 2\varrho_2 z}\,,\quad z_2 = \frac{z}{2\varrho_2 z - 1} \tag{18}$$

Všechny odražené paprsky protínají dvě přímky navzájem kolmé k_1 a k_2.
Astigmatická difference (vzdálenost těchto dvou přímek)

$$z_1 - z_2 = \frac{2(\varrho_2 - \varrho_1) z^2}{(2\varrho_1 z - 1)(2\varrho_2 z - 1)}$$

může se rovnati nulle pro libovolné z jen tehdy, je-li $\varrho_1 = \varrho_2$ t. j. při sférickém zrcadle.

Obecně jest $z_1 - z_2 = o$ jenom pro $z = o$. Přesně bodově zobrazí se toliko svítící předmět ležící nekonečně blízko zrcadlu, které pak účinkuje jako zrcadlo rovinné.

Astigmatická difference jest nekonečně veliká, je-li $z = \frac{1}{2\varrho_1}$ nebo $z = \frac{1}{2\varrho_2}$ t. j. nalézá-li se svítící bod v jedné z ohniskových rovin; tak nazývám roviny, jež jsou kolmo na přímce $O\,z$ uprostřed mezi vrcholem O zrcadla a jedním neb druhým středem křivosti.

Přehled o průběhu odražených paprsků zjednáme si dle C. Sturma, jestliže sledujeme ty dopadající paprsky, které protínají rovinu $z = o$ v kružnici K_0 o poloměru a, jež má rovnici

$$x_0^2 + y_0^2 = a^2;$$

x_0, y_0 a $z_0 = o$ jsou zároveň souřadnice bodu dopadu. Dle (13) jest tedy

$$(x - \lambda z)^2 + (y - \mu z)^2 = a^2;$$

zavedeme-li pomocný úhel φ rovnicemi

$$x_0 = x - \lambda z = a\cos\varphi,\ y_0 = y - \mu z = a\sin\varphi,$$

můžeme z rovnic (16) eliminovati λ a μ. Tak najdeme, že pro každý bod (X, Y, Z) na odraženém paprsku (leží-li bod dopadu na kružnici K_0) platí

$$\left.\begin{aligned} X + \frac{x}{z}\,.\,Z &= \cos\varphi\,.\,(a + \frac{a}{z}\,.\,Z - 2a\varrho_1 Z) \\ Y + \frac{y}{z}\,.\,Z &= \sin\varphi\,.\,(a + \frac{a}{z}\,.\,Z - 2a\varrho_2 Z) \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Přímková plocha utvořená všemi těmito odraženými paprsky jest tudíž protata každou rovinou $Z = Z_0$ kolmou k ose $O\,z$ v ellipse E, jejíž osy jsou rovnoběžné s $O\,x$ resp. s $O\,y$. Střed ellipsy E má souřadnice

$$-\frac{x}{z}Z_0\,,\ -\frac{y}{z}Z_0\,,\ Z_0;$$

leží proto vždy právě na onom paprsku, který se odrazil v bodě O. Průseky tohoto paprsku s přímkami k_1 a k_2 mají, jak snadno vypočteme, souřadnice dané vzorci (11), jsou to tedy fokální body.

Poznamenejme, že poloosy ellipsy E:

$$a + \left(\frac{a}{z} - 2a\varrho_1\right)Z_0\,,\ a + \left(\frac{a}{z} - 2a\varrho_2\right)Z_0$$

jsou nezávislé na x, y, nemění se tedy, pohybuje-li se svítící bod v rovině kolmé k $O\,z$. Pro $Z_0 = \frac{z}{2\varrho_1 z - 1}$ jest první poloosa rovna nulle a E se redukuje na úsečku ležící v přímce k_1; pro $Z_0 = \frac{z}{2\varrho_2 z - 1}$ jest druhá poloosa rovna nulle, E leží v přímce k_2.

Tím, že astigmatická difference jest konečná, liší se zobrazení podstatně od zobrazení sférickým zrcadlem. Abychom aspoň přibližně po-

psali zjevy, jež pozorujeme při odrazu světla na ploše, jež není rotační, představme si oko jako pouhý bod $C\ (o, o, c)$ na ose $O\ z$.

Hodnoty λ, μ příslušné tomu odraženému paprsku (16),[1]) jenž okem prochází, najdeme dosadíce do rovnic (16) $X = o$, $Y = o$, $Z = c$. Vychází

$$\lambda = \frac{2\,\varrho_1\,x\,c - x}{2\,\varrho_1\,z\,c - c - z}\,,\ \mu = \frac{2\,\varrho_2\,y\,c - y}{2\,\varrho_2\,z\,c - c - z}$$

Dosaďme tyto hodnoty do rovnic (16) a učiňme $\lim c = \infty$. Rovnice odraženého paprsku, jenž přijde do oka, jsou

$$X\,(1 - 2\,\varrho_1\,z) - x = o\,, \qquad Y\,(1 - 2\,\varrho_2\,z) - y = o.$$

Díváme-li se z veliké dálky proti zrcadlu, jest dojem asi takový, jakoby světlo vycházelo z bodu, jehož první dvě souřadnice jsou

$$x' = \frac{x}{1 - 2\,\varrho_1\,z}\,,\ y' = \frac{y}{1 - 2\,\varrho_2\,z}\,; \tag{20}$$

třetí souřadnice z' jest neurčitá.

IV.

Vyšetřme nyní případ, kdy oba hlavní poloměry křivosti mají

$$R_1 = \frac{1}{\varrho_1}\,,\ R_2 = \frac{1}{\varrho_2}$$

souhlasná znamení. Zrcadlo budiž konkávní se strany kladné osy $O\,z$ a volme označení tak, aby

$$o < R_1 < R_2\,.$$

Bod $(o, o\ R_1)$ jest první střed křivosti, (o, o, R_2) druhý střed křivosti, $\left(o, o, \frac{1}{2} R_1\right)$ první ohnisko, $\left(o, o, \frac{1}{2} R_2\right)$ druhé ohnisko. Zabýváme se zobrazením *reálního* předmětu a rozeznáváme tyto případy:

1. Je-li $o < z < \frac{1}{2} R_1$, jsou — viz vzorce (20) — podíly $\frac{x'}{x}$, $\frac{y'}{y}$ kladné. Rovinný obrazec, jehož rovina stojí kolmo na ose $O\,z$ ve vzdálenosti z od zrcadla, zobrazí se podobně jako dutým sférickým zrcadlem, stojí-li mezi vrcholem a ohniskem. Obraz jest ovšem deformován a deformace ve směru $O\,x$ roste do nekonečna, blíží-li se předmět první ohniskové rovině. Přímky k_1 a k_2 jsou virtuálné.

2. Je-li $\frac{1}{2} R_2 < z$, jsou oba podíly $\frac{x'}{x}$, $\frac{y'}{y}$ záporné; obraz jest převrácený podobně jako reální obraz vytvořený dutým sférickým zrcadlem. Deformace obrazu ve směru $O\,y$ roste do nekonečna, blíží-li se předmět druhé ohniskové rovině. Přímky k_1 a k_2 jsou reálné.

---

[1]) Tento paprsek sestrojíme jako transversálu k přímkám k_1 a k_2 vedenou bodem C.

3. Zvláště zajímavý *případ, který nemá analogie při zobrazování sférickým zrcadlem*, nastává, je-li $\frac{1}{2}R_1 < z < \frac{1}{2}R_2$.

Tu jest

$$\frac{x'}{x} < o\,, \qquad \frac{y'}{y} > o\,.$$

Nehledíme-li k zvětšení a k deformacím obrazu, můžeme shrnouti resultát takto: *Díváme-li se stojíce na rovině xz, která protíná zrcadlo v hlavním normálním řezu o větší křivosti, z přiměřené dálky proti dutému zrcadlu a je-li předmět mezi oběma ohnisky, jeví se nám obraz právě tak, jak by se jevil předmět pozorovateli přímo naň se dívajícímu a stojícímu na rovině xz blízko zrcadla.*

Z toho plyne: otočí-li se zrcadlo při nezměněné poloze předmětu o úhel φ kolem osy Oz, otočí se obraz o úhel 2φ kolem téže osy atd. Přímka k_1 jest reální, k_2 virtuální.

4. Jde-li konečně o zrcadlo konvexní, můžeme vzíti $z < o$. Pak jest $\frac{x'}{x}$ i $\frac{y'}{y}$ kladné (R_1 i R_2 jsou kladná čísla); přímky k_1 i k_2 jsou virtuální a zrcadlo působí podobně jako konvexní zrcadlo sférické.

V.

Předpokládejme nyní, že zrcadlící plocha je *sedlovitá*. Hlavní poloměry křivosti mají nestejná znamení; označení volme tak, aby

$$R_2 < o < R_1$$

Prvnímu ohnisku $\left(o, o, \frac{1}{2}R_1\right)$, přísluší první střed křivosti (o, o, R_1) a rovina xz prvního hlavního normálního řezu; podobně druhému ohnisku $\left(o, o, \frac{1}{2}R_2\right)$ rovina yz.

Rozeznávejme dva případy:

1. Pro $o < z < \frac{1}{2}R_1$ nebo pro $\frac{1}{2}R_2 < z < o$ jest $\frac{x'}{x} > o$, $\frac{y'}{y} > o$; přímky k_1 a k_2 jsou obě virtuální.

Zrcadlo účinkuje podobně jako duté zrcadlo ohniskové dálky $\frac{1}{2}R_1$ nebo $\frac{1}{2}R_2$ v případě, že předmět jest mezi ohniskem a zrcadlem.

2. Pro $\frac{1}{2}R_1 < z < +\infty$ jest $\frac{x'}{x} < o$, $\frac{y'}{y} > o$; přímka k_1 jest reální, k_2 virtuální. Podobně pro $-\infty < z < \frac{1}{2}R_2$ jest $\frac{x'}{x} > o$, $\frac{y'}{y} < o$; přímka k_2 jest reální, k_1 virtuální. Tu nastává podobný případ jako 3. v části IV.

Je-li předmět dále od zrcadla než ohnisko ležící s ním po téže straně zrcadla, a díváme-li se z přiměřeně veliké vzdálenosti proti zrcadlu stojíce na rovině hlavního řezu příslušné onomu ohnisku, jeví se nám obraz právě tak, jakoby se jevil předmět pozorovateli přímo naň se dívajícímu a stojícímu na řečené rovině blízko u zrcadla.

Tak na př. pravá ruka před zrcadlo postavená jeví se opět jako pravá ruka. Otočí-li se předmět kolem Oz o úhel φ, otočí se obraz o stejný úhel v protivném směru; otočí-li se zrcadlo kolem Oz o úhel φ, otočí se obraz o úhel 2φ v témže směru atd.

Poznamenejme ještě, že rozměry obrazu rostou směrem Ox do nekonečna, jestliže se předmět blíží první ohniskové rovině, podobně ve směru Oy, blíží-li se předmět druhé ohniskové rovině.

Zrcadlo válcové zobrazuje zcela podobně; příslušné vzorce obdržíme kladouce v předešlých na př. $\varrho_2 = o$ (jedno ohnisko jest v nekonečnu).

K přesné verifikaci formulí uvedených v odst. III. bylo by třeba experimentálně stanoviti polohu přímek k_1, k_2 i rozměry ellips E. Naopak bylo by snad možno z takových pozorování ustanoviti křivost zrcadla.

Určování rovnováhy užitím centrální projekce lineárního komplexu.

(Se 4 obr. v textu.)

V. ř. univ. prof. Dr. **JURAJ MAJCEN** (Záhřeb).

Rozličné otázky statiky, zvláště otázky týkající se rovnováhy a equivalence prostorových soustav sil, byly uvedeny v bližší souvislost s geometrií lineárního komplexu (nullového systemu) Möbius-em, Sylvestrem, Cayley-em a Chasles-em. O vztazích zde se vyskytujících bylo hlouběji pojednáno později zvláště Chelinim[1]) a Sturmem[2]), při čemž Sturm užil methody více nebo méně ryze synthetické.

Charakteristika všech těchto úvah spočívá jednak ve snaze, vyskytujícím se otázkám dáti geometrický význam a nalézti nutný důkaz pro řečené souvislosti, jednak v užití pojmu momentu, který až dotud v ryze geometrických pojednáních nebyl účelně zaveden. Tyto úvahy vyznačují se především tím, že jde při řešení těchto otázek statiky o skutečné konstruktivní provedení a dosažení výsledků, tak jak to činíme v grafické statice. Ježto zde máme co činiti se vztahy prostorovými, jest v prvé řadě třeba zvoliti účelný způsob promítání, který připouští *jednoduché určení nullového systému* i s jeho *konstruktivním provedením* a užitím.

Rozličné otázky statiky jest potom řešiti ve zvolené projekci v ryze geometrickém smyslu: při tom však má býti pomíjeno použití silových a momentových polygonů právě tak jako os momentových, ježto se v projekci nevyjadřují dosti jednoduše.

V těchto sloupcích budiž opět přihlíženo v tomto smyslu k otázce *rovnováhy nebo equivalence čtyř mimoběžných sil* a vzhledem k tomu budiž

[1]) *Sugli assi centrali delle forze e delle rotazioni nell' equilibris e nel moto dei corpi*, Memorie della Acc. delle Scienze dell' Ist. di Bologna, ser. II., T. VI. (1866), p. 1.

[2]) *Sulle forze in equilibris*, Annali di Matematica pura ed applicata, ser. IIª, T. VII., Milano 1875—6, zvláště §§ 12—21.

pojednáno o *equivalenci n* sil působících na hyperbolický paraboloid s dvojicí sil.

Že čtyři mimoběžné síly jsoucí v rovnováze musí ležeti na hyperboloidu, bylo již Möbiovi známo.[1]) Tato otázka byla později předmětem vyšetřování, jímž se zabývali Cayley, Chelini[2]) a Sturm.[3])

Jakkoli Sturm naproti uvedeným dvěma autorům řečenou otázku snažil se rozřešiti cestou ne analytickou, nýbrž částečně synthetickou,[4]) budiž poznamenáno, že u něho řešení nebylo provedeno vzhledem k *lineárnímu komplexu*, nýbrž že u něho zavedení komplexu, případně lineární kongruence bylo užito teprve při určení rovnováhy *pěti* a *šesti* sil.

V předložené práci budiž odvozena podmínka pro *rovnováhu čtyř sil z komplexu*, v němž síly leží, a budiž ukázáno, že dospějeme k jednoduchému konstruktivnímu určení rovnováhy systemu, když se omezíme jen na vlastnosti komplexu.

2. V jedné novější práci ukázal pan A. Del Re,[5]) jak lineární komplex a lineární kongruenci můžeme zobraziti v centrální projekci a jak tohoto zobrazení můžeme použíti pro skládání a rozkládání prostorových systemů sil. Za tím účelem byla zavedena specielní rovinná korrelace. Degeneruje-li totiž jedna z řídících kuželoseček dvou rovinných systemů korrelativních ve dvě přímky s_1 a s', degeneruje, jak známo, druhá ve dva body S_1 a S_2, při čemž spojnice $S_1 S_2$ prochází průsečíkem přímek s_1 a s'.

Další specielní případ této korrelace nastane, když jedna ze základních přímek (třeba s_1) přejde do nekonečna, takže spojnice $S_1 S_2$ jest rovnoběžná k základní přímce s', která leží v konečnu.

Této specielní korrelaci v obrazové rovině centrální projekce použil pan Del Re k zobrazení lineárního komplexu a ukázal, že zavedení řečené korrelace úplně postačí pro zobrazení komplexu.

Že užití této korrelace působí rušivým dojmem, ukázal jsem v jedné své práci,[6]) při čemž jsem dokázal, že na místo této korrelace může Sylvestrovo *vytvoření lineárního komplexu býti uvedeno v přímou souvislost s centrálním zobrazením*, takže všechny operace jsou podstatně zjednodušeny.

---

[1]) Nový tvar důkazu dal H. Darboux; viz Appell: *Traité de Mécanique rationnelle* I. S. 137.

[2]) l. c., § 26;. S. 31.

[3]) l. c., S. 222—224.

[4]) Stalo se tak užitím metrických vztahů a poukazem na Chaslesa.

[5]) Del Re: *La representazione dei complassi e delle congruenze lineari in geometria descrittiva e sua applicazione alla Statica grafica* (Rend. della R. Acc. della Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, fasc. 8—10, 1904.)

[6]) Majcen: *„Prilozi za centralnu projekciju linearnoga kompleksa i za uporabe u grafickoj statici“*, Rad Jugosl. Akademije (Zagreb), sv. 208. (1915.) Výtah z této práce viz „Bulletin de la classe des Mathem. et des Sciences naturelles“ jihoslovan. Akademie, II. 4. (1915.)

Budiž mi dovoleno pro lepší porozumění uvésti hlavní body z mé uvedené práce a potom jich použiti k řešení některých otázek. Dva paprskové svazky (S_1, σ_2), (S_2, σ_1) se samodružným paprskem $S_1 S_2 \equiv s$ určují lineární komplex, v němž σ_1 a σ_2 značí nullové roviny odpovídající bodům S_1 resp. S_2. Sdružené paprsky S_1 $(a_1, b_1, c_1 \ldots,)$ a S_2 $(a_2, b_2, c_2, \ldots)$ jsou konjugované poláry komplexu.

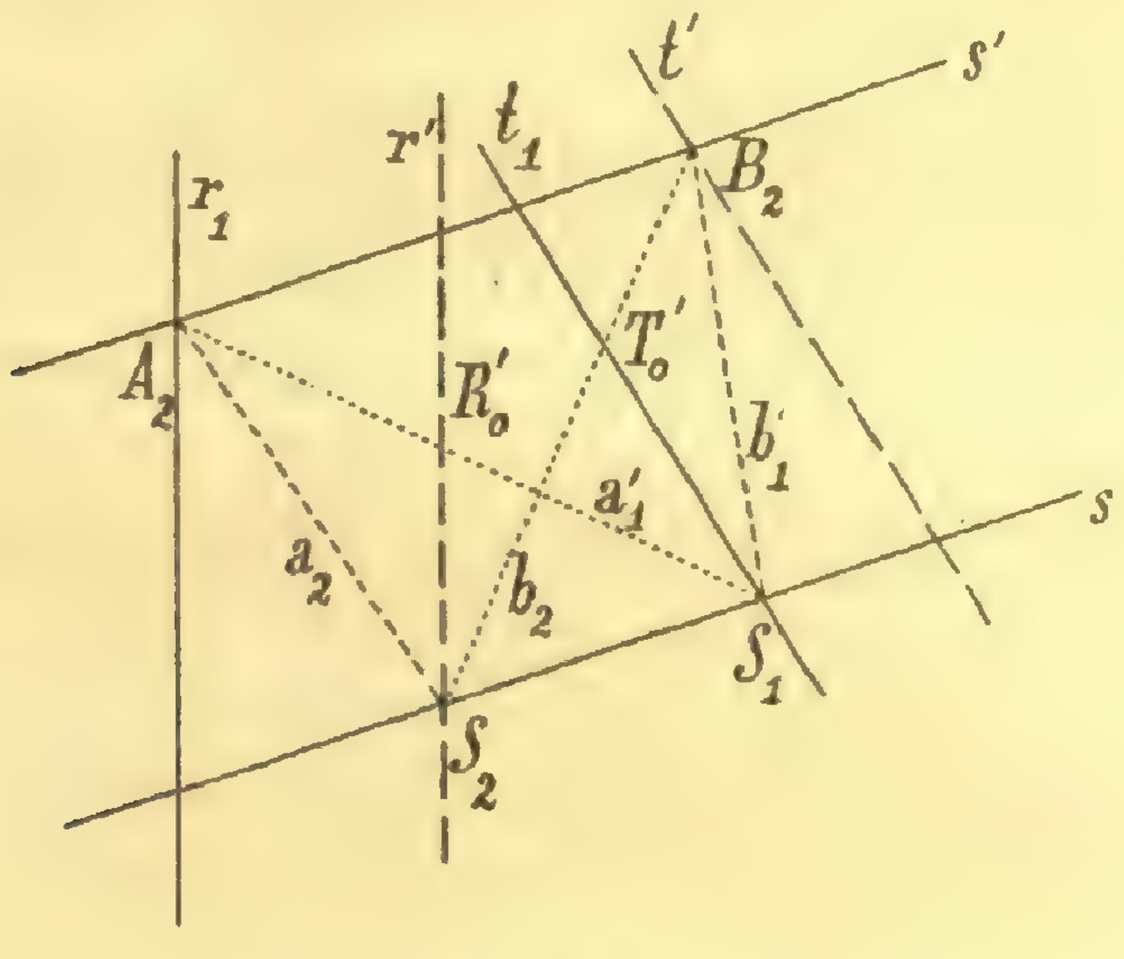
Můžeme zvoliti rovinu σ_1 za nákresnu centrální projekce. Rovina σ_2', položená středem promítání C_0 rovnoběžně k σ_2 protíná σ_1 v přímce s' rovnoběžné k s, takže rovina σ_2 v centrální projekci jest určena přímkami s a s'. Je-li současně C_0 nullovým bodem roviny σ'_2, vzhledem k danému komplexu, jest komplex sám úplně určen elementy s, s' a S_1, S_2 a můžeme těchto elementů velmi dobře použiti k centrálnímu zobrazení komplexu.

V takto zvoleném případě polohy středu C_0 protínají totiž v σ_1 ležící paprsky S_2 $(a_2, b_2, c_2 \ldots,)$ přímku s' v bodech $A_2, B_2, C_2 \ldots$, které jsou současně úběžníky sdružených paprsků S_1 $(a_1, b_1, c_1, \ldots)$, takže tyto paprsky v centrálním zobrazení jsou zobrazeny přímkami $S_1 A_2$, $S_1 B_2$, $S_1 C_2, \ldots$. Ježto nyní na př. $C_0 A_2$ jest paprsek, který paprsek a_2 v A_2 protíná, jest $C_0 A_2$ *paprsek komplexový*, poněvadž protíná dvě konjugované poláry komplexu a_1 a a_2; ježto tato okolnost platí pro všechny paprsky C_0B_2, $C_0C_2 \ldots$ v σ'_2, jest C_0 vskutku nullovým bodem roviny σ_2'.

Je-li tedy s' perspektivní průsek svazku S_2 $(a_2, b_2, c_2, \ldots)$ a centrální projekce S_1 $(A_2, B_2, C_2 \ldots)$ paprskového svazku S_1 $(a_1, b_1, c_1, \ldots)$, můžeme zobraziti celý komplex (právě tak jako příslušný nullový system) na základě pevných elementů $s \equiv S_1 S_2$, s' a dají se tudíž relace v nullovém systemu zcela jednoduše vyjádřiti pomocí těchto elementů.

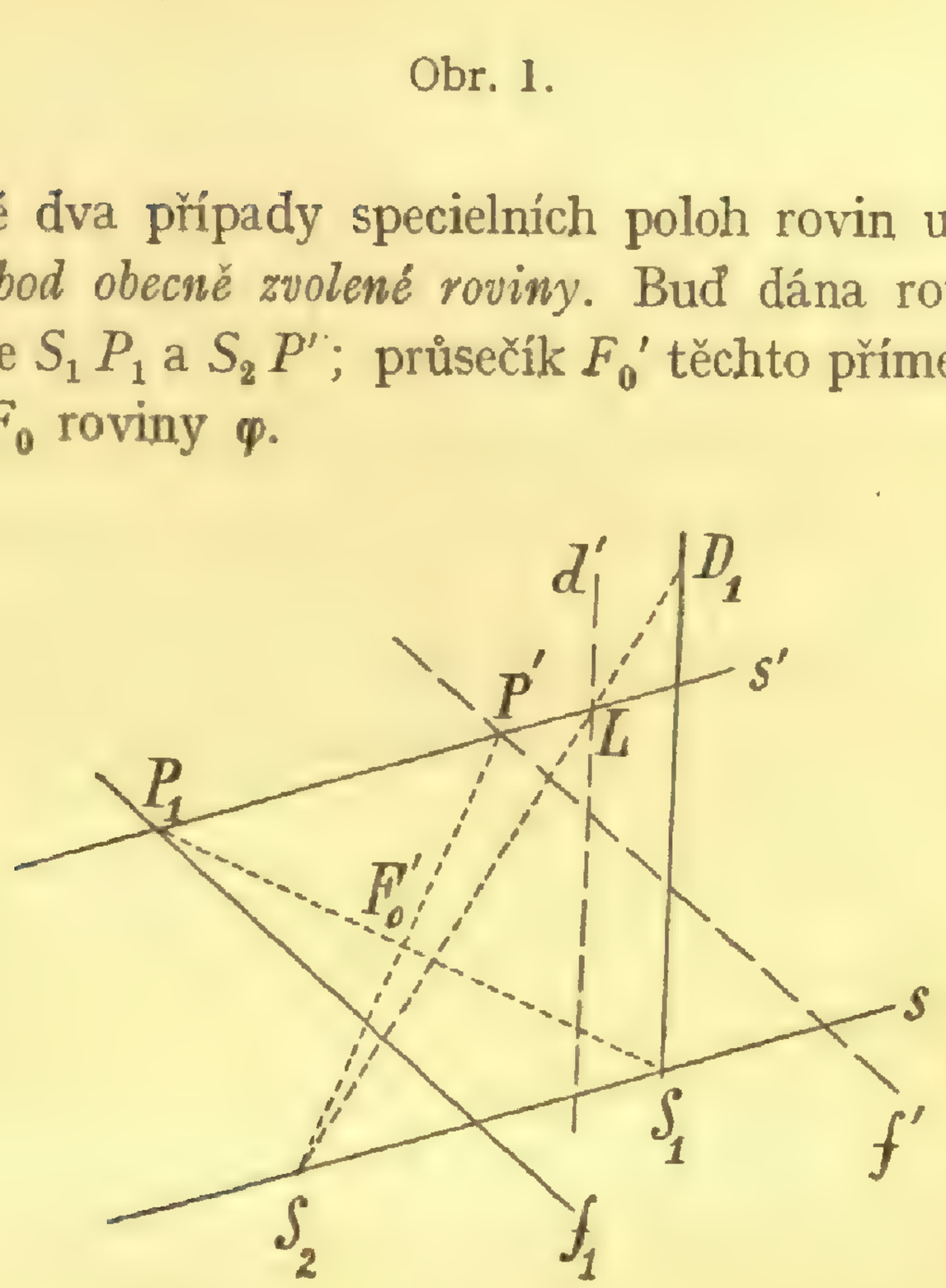
Ježto S_2 jest nullovým bodem pro σ_2, a C_0 nullovým bodem pro $\sigma'_2 \parallel \sigma_2$, musí býti C_0 S_2 *komplexový průměr* příslušný poloze σ_2 (nebo σ_2'). Bod S_2 jest tudíž centrálním průmětem nullového bodu nekonečně vzdálené roviny z bodu C_0 na σ_1. Budiž nyní ukázáno, jak ze základních elementů S_1, S_2 a s' může býti konstruován *nullový bod* dané roviny a jak pro libovolnou přímku v prostoru může býti určena *konjugovaná polára* v komplexu. Budiž dána taková rovina $\varrho \equiv (r_1, r')$, jejíž úběžnice obsahuje bod S_2 (obraz 1 v levo). Spojením bodu $A_2 \equiv r_1 \,.\, s'$ s bodem S_2 obdržíme paprsek (a_2) svazku $(S_2\ \sigma_1)$; spojnice $A_2 S_1 \equiv a_1'$ jest potom centrální projekcí sdruženého paprsku a_1 v $(S_1 \sigma_2)$. Rovina ϱ protíná paprsky a_1 a a_2 ve dvou bodech, jichž spojnice jest paprskem komplexu, leží v ϱ a musí tudíž obsahovati nullový bod této roviny. Hledaný bod nullový R_0 musí míti tudíž centrální obraz R_0' někde na $A_2 S_1$, neboť centrální průmět řečeného paprsku v ϱ splývá s $A_2 S_1$. Na druhé straně jest ϱ *rovinou průměrovou* komplexu, neboť obsahuje S_2, a následkem toho jest její nullový bod v nekonečnu, a jeho průmět centrálný tudíž na úběžnici r'. Průmět R_0 nullového bodu roviny ϱ jest tedy průsečíkem přímek r' a $A_2 S_1$. Budiž dále rovina $\tau \equiv (A_1, t')$, jejíž stopa prochází bodem S_1 (obr. 1 na pravo). Ježto tato rovina obsahuje nullový bod S_1 roviny σ_1, jest její stopa t_1 komple-

xovým paprskem; nullový bod T_0 roviny τ leží tudíž na t_1. Označme B_2 průsečík přímek s' a t', takže je $S_2 B_2 = b_2$ paprsek svazku (S_2, σ_1) a $S_1 B_2$ centrálním obrazem b_1' sdruženého paprsku v (S_1, σ_2). Ježto oba tyto paprsky jsou vzhledem ke komplexu sdruženy a ježto rovina τ obsahuje jeden z nich $(S_1 B_2)$, leží její nullový bod na druhém paprsku $S_2 B_2$. Průmět $T_0' \equiv T_0$ hledaného nullového bodu jest tedy průsečíkem t_1 a $S_2 B_2$.



Obr. 1.

Uvažované dva případy specielních poloh rovin učí nás jednoduše nalézti *nullový bod obecně zvolené roviny*. Buď dána rovina $\varphi = (f_1, f')$. (Obr. 2.) Spojme $S_1 P_1$ a $S_2 P'$; průsečík F_0' těchto přímek jest průmětem *nullového bodu* F_0 roviny φ.

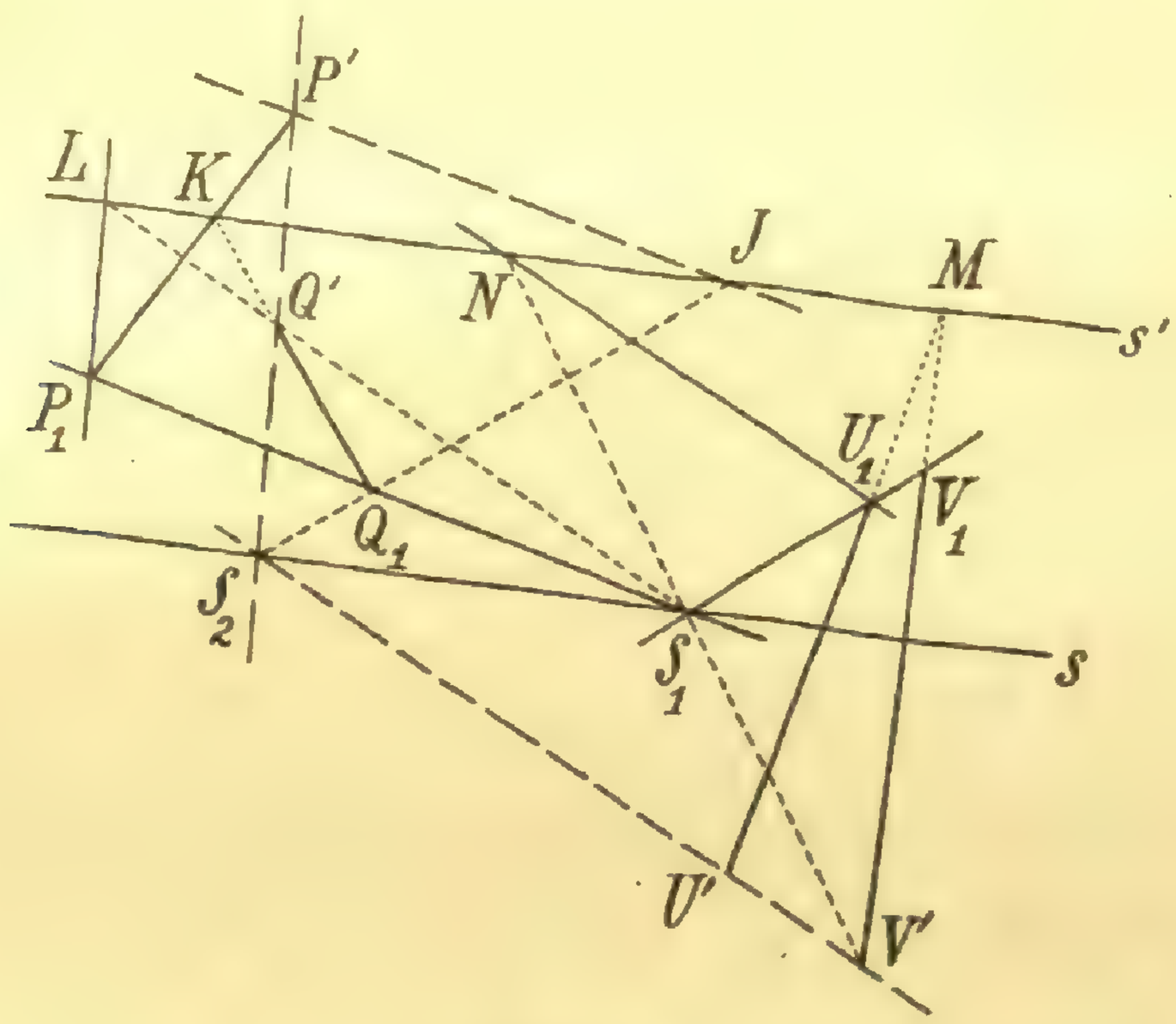


Obr. 2.

Obě stopy f_1 a f' roviny vytínají totiž na s' úsečku $P_1 P'$, kterou můžeme považovati za centrální průmět přímky ležící v rovině φ. Všechny roviny položené přímkou $P_1 P'$ mají své nullové body na poláře konjugované k $P_1 P'$. Ježto mezi těmito rovinami jest i σ'_2, jejímž nullovým bodem jest C_0, jest konjugovanou polárou k $P_1 P'$ centrálně

promítací paprsek, t. j. všechny nullové body rovin položených přímkou $P_1 P'$ mají *týž centrální průmět.*

Ze všech rovin položených přímkou $P_1 P'$ můžeme zejména zvoliti dvě specielní roviny a to onu, která má úběžnicí $P' S_2$, a druhou tu, jejíž stopa na průmětně prochází bodem S_2 a splývá tudíž s přímkou $S_1 P_1$. Prvá rovina má nullový bod, jehož průmět leží na $P_1 S_1$ (srovnej obr. 1), druhá rovina má nullový bod, jehož průmět leží na $S_2 P'$. Hledaným průmětem nullového bodu roviny φ jest tudíž vskutku průsečík $P_1 S_1 \times P' S_2$, neboť všechny roviny položené přímkou $P_1 P'$ mají v bodě F_0 společný průmět nullových bodů. Je-li linearní komplex určen elementy s', S_1 a S_2, můžeme stanoviti pro libovolnou přímku prostoru $P_1 P'$ konjugo-



Obr. 3.

vanou poláru $Q_1 Q'$ takto. (Obr. 3 v levo.) Položme přímkou $P_1 P'$ onu rovinu, jejíž úběžnice obsahuje bod S_2; její nullový bod Q' obdržíme jako dříve pomocí $L S_1$. Položíme-li přímkou $P_1 P'$ rovinu, jejíž stopa prochází bodem S_1, tu jest její nullový bod Q_1 dán pomocí $S_2 J$. Přímka $Q' Q_1$ jest hledaná konjugovaná polára; její bod Q' jest průmětem nekonečně vzdáleného bodu, tudíž příslušným úběžníkem, naproti tomu jest Q_1 v nákresně a tudíž jest příslušnou stopou poláry. Libovolnému průměru $D_1 S_2$ komplexu (obr. 2) odpovídá nekonečně vzdálená konjugovaná polára. Rovina δ položená touto polárou a stopníkem D_1 má tedy bod D_1 bodem nullovým. Úběžnice d' této roviny prochází bodem L a jest rovnoběžna k $D_1 S_1$. Při tom jest $L \equiv S_2 D_1 \times s'$. Všechny ku $D_1 S_2$ konjugované roviny tvoří osnovu rovin, jejíž úběžnicí jest d'.

Průměty dvou konjugovaných polár ($P_1 P'$, $Q_1 Q'$) mají svůj průsečík K stále na s'. Ze středu promítání může totiž býti vždy položena transversála k oběma polárám; tato transversála jest komplexovým

paprskem, který leží v σ'_2, ježto obsahuje nullový bod C_0 této rovinny Transversála jest tudíž *centrálně promítajícím paprskem* v σ_2'; jest tudíž vskutku určena bodem K na s' a současně průsečíkem obou obrazů polár.

3. V obr. 3 jest mimoběžná dvojice přímek U', U_1, V_1 V' tak určena, že přímky $P_1 P' \equiv p$, $Q_1 Q' \equiv q$, $U_1 U' \equiv u$ a $V_1 V' \equiv v$ jsou čtyřmi plošnými přímkami téhož systemu hyperboloidu. Jak známo určují čtyři mimoběžné přímky hyperboloidu lineární komplex, jakmile považujeme každé dvě z nich za konjugovanou dvojici polár. Je-li p, q prvá, u, v druhá dvojice polár, nalezneme základní elementy komplexu jednoduše takto. Spojnice $P_1 Q_1$ a $U_1 V_1$ dávají svým průsečíkem základní bod S_1; spojnice $P' Q'$ a $U' V'$ určují dále základní bod S_2. Průsečíky K a M průmětů $P_1 P'$ a $Q_1 Q'$ resp. $U_1 U'$ a $V_1 V'$ určují základní přímku s', která musí býti rovnoběžná k $S_1 S_2$.

Jiné seskupení daných přímek po dvou dává přirozeně také jiný lineární komplex.

Opačně můžeme užitím lineárního komplexu lehce určiti čtyři přímky téhož systemu na hyperboloidu.

Zvolme libovolně tři přímky, třeba $P_1 P'$, $Q_1 Q'$ a $U_1 U'$ a považujme prvé dvě za sdružené poláry komplexu. Veďme přímku $P' Q'$ a bodem P_1 k ní rovnoběžku $P_1 L$, zvolme dále průsečíkem $K \equiv P_1 P' . Q_1 Q'$ nějakou přímku s', která nechť seče přímku $P_1 L$ v bodě L; přímky $P_1 Q_1$ a $L Q'$ dávají svým průsečíkem základní bod S_1 a bodem tímto vedená rovnoběžka ku přímce s' seče přímku $P' Q'$ v druhém základním bodě S_2. Tím jest teprve určen lineární komplex a nyní můžeme udaným způsobem k přímce $U_1 U'$ určiti konjugovanou poláru $V_1 V'$ v našem komplexu. K tomu slouží bod $M \equiv (U_1 U' . s')$. V tomto druhém případě určili jsme nejen čtyři mimoběžné přímky hyperboloidu v centrální projekci, nýbrž současně i onen lineární komplex, který jest těmito čtyřmi přímkami určen. Seznáme, že různá seskupení těchto čtyř přímek v dvojice sdružených polár vedou sice k různým komplexům, ale že to nemá vliv na řešení otázek, jimiž se zde budeme zabývati.

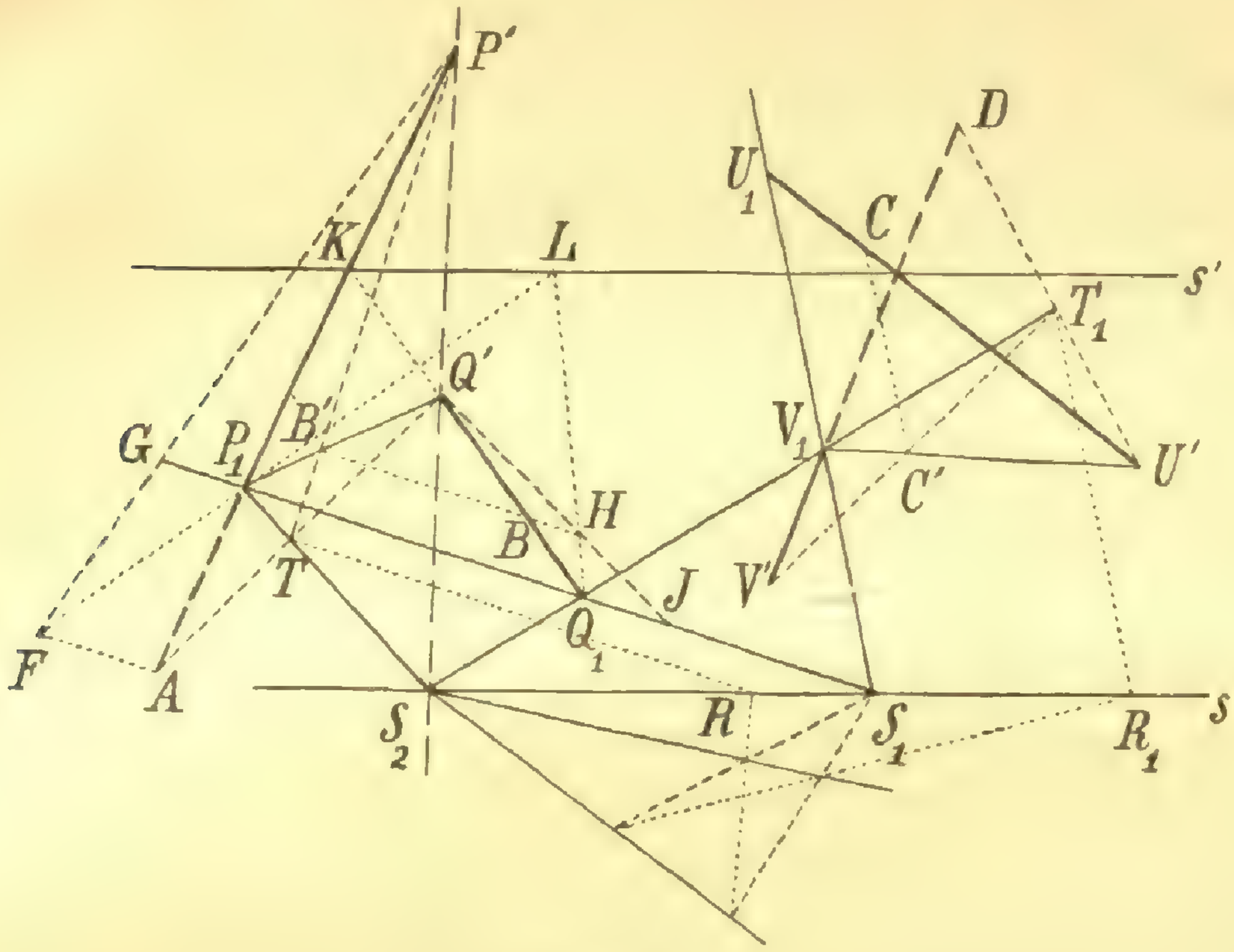
4. Je-li převésti prostorový system sil co do směru a velikosti ve dvě mimoběžné síly,[1]) jest tím také určen lineární komplex, jehož paprsky mají vzhledem k systemu moment nullový. Určení lineárního komplexu základními elementy S_1, S_2, s' jest toto: Jsou-li obě síly na mimoběžkách p a q dány příslušnými vektory $P_1 A$, $Q_1 B$, můžeme určiti na př. pro působiště P_1 směr a velikost příslušné *redukční resultanty*; směr této výslednice jest jak známo *průměrem* lineárního komplexu. V centrální projekci získáme tudíž touto cestou úběžník průměru, t. j. základní bod S_2.

V obraze 4. jest směr obou sil dán paprsky $P_1 P'$ a $Q_1 Q'$; příslušné vektory jsou $P_1 A$ a $Q_1 B$. Poněvadž $P_1 P'$ a $Q_1 Q'$ jsou konjugovaným po-

---

[1]) Převedení stane se jak známo na základě skládání a rozkládání vektorů z daného systemu. Viz A p p e l l, l. c., str. 20.

lárami příslušného komplexu, jest průsečík K průmětů sil bodem přímky s'. Abychom získali ještě jeden bod (L) této přímky, přičteme na spojnici $P_1\ Q_1$ působišť která leží v σ_1, libovolný vektor $P_1\ G$ a odečteme stejně veliký vektor opačného směru $Q_1\ J$.



Obr. 4.

Síly $P_1\ A$ a $P_1\ G$ skládají se ve výslednici $P_1\ F$, síly $Q_1\ B$ a $Q_1\ J$ v sílu $Q_1\ H$; (toto skládání obdržíme v nákresně užitím P' a Q'). Daný system $P_1\ P'$, $Q_1\ Q'$ může býti nahražen $P_1\ F$, $Q_1\ H$. Směry těchto obou sil jsou opět konjugované poláry lineárního komplexu, který jest $P_1\ P'$, $Q_1\ Q'$ určen a průsečík $L \equiv P_1\ F\ .\ Q_1\ H$ leží tudíž na s'. Tím jest získána přímka $s' \equiv KL$.

Vedeme-li nyní bodem P_1 (centrálně promítací) rovnoběžku $P_1\ Q' \parallel Q_1\ Q'$ a určíme-li na ní pomocí $B\ B' \parallel P_1\ Q_1$ bod B', známe v bodě P_1 rovnoběžník sil $P_1\ A\ T\ B_1$. Redukční resultanta má tudíž velikost $P_1\ T$; její směr jest $P_1\ S_2$, při čemž S_2 jest průsečíkem $P_1\ T$ a $P'\ Q'$, poněvadž výslednice sama musí býti rovnoběžna k rovině, která jest rovnoběžna se směry $P_1\ P'$ a $Q_1\ Q'$. Tím získali jsme základní bod S jakožto *úběžník* všech *průměrů*. Vedeme-li bodem S_2 přímku rovnoběžnou k s' a protneme-li ji spojnicí $P_1\ Q_1$ v bodě S_1, obdržíme druhý základní bod. (Srovnej obr. 3.) Tím jest také jednoznačně určen systemu sil náležející lineární komplex (až na absolutní délky daných úseček, které teprve volbou pevného středu promítání C_0 mohou býti vyšetřeny).

S t u r m udal ve svém pojednání [1]) tento výsledek pro určení čtyř sil v rovnováze:

[1]) l. c. str. 224.

Jsou-li dány tři přímky g_1, g_2 g_3, *mohou býti na dvou z nich libovolně zvoleny vektory příslušných sil; potom jest jednoznačně určen vektor na* g_3, *jakož i čtvrtá síla* g_4, *která jest s prvními v rovnováze. Směr síly* g_4 *leží s* g_1, g_2, g_3 *v téže soustavě plošných přímek hyperboloidu* (g_1 g_2 g_3).

To vše jest z předcházejícího (obraz 4.) nejen jednoduchým způsobem odvozeno, nýbrž jest současně system konstruktivně určen. Je-li totiž U_1 U' (obr. 4.) směr třetí síly (kterou S t u r m značí g_3), tu jest čtvrtá síla (g_4) konjugovanou polárou v již určeném lineárním komplexu. Tato čtvrtá síla, kterou jsme udanou cestou získali, leží s prvními tiemi vskutku na *hyperboloidu*, neboť dva páry konjugovaných polár nullového systemu jsou vždy plošnými přímkami hyperboloidu. Potom jest třeba jen konstruovati příslušné vektory na $U_1 U'$, $V_1 V'$ tak, aby tyto čtyři síly byly v rovnováze. K tomu cíli určíme nejprve redukční resultantu systemu P_1 P', P_1 A; Q_1 Q', Q_1 B pro působiště S_1. Směr její splývá s průměrem $S_1 S_2$ a vektor S_1 R výslednice obdržíme, když vedeme T $R \parallel P_1$ Q_1, až bod R přijde na S_1 S_2. Ježto dva systemy sil P_1 P', Q_1 Q' a U_1 U', V_1 V', které jsou v rovnováze, mají na téže přímce výslednicové (to jest na průměru komplexu) stejné vektory opačných smyslů,[1]) jest třeba přenésti nejprve vektor S_1 R na S_1 S_2 v opačném smyslu od S_1 k R_1. To se může státi úplným čtyřrohem, neboť skupina bodů S_2, R, S_1, R_1 jest harmonická (s bodem S_2, jako projekcí jednoho bodu v nekonečnu).

Je-li tedy redukční výslednice sil U_1 U', V_1 V' dána S_2 S_1, S_1 R_1, můžeme tyto rozložiti na dvě komponenty směru U_1 U', V_1 V'. Stane se to právě opačným pochodem, než byl předchozí, v němž jsme získali z P_1 P', Q_1 Q' výslednice S_1 S_2, S_1 R. Obdržíme oba vektory V_1 D a U_1 C, takže posléze všechny čtyři v rovnováze jsoucí síly v centrálně promítacím zobrazení mají směry P_1 A, Q_1 B, U_1 C a V_1 D. Získali jsme tudíž vskutku ze tří daných směrů sil P_1 P', Q_1 Q', U_1 U' a vektorů P_1 A, Q_1 B na dvou z nich příslušný system rovnovážný, jak to vyjadřuje S t u r m v uvedené větě.

Zvolíme-li ze tří daných směrů sil P_1 P', Q_1 Q', U_1 U' třeba první a třetí za sdružené poláry komplexu, který se má stanoviti, a vytkneme-li na nich vektory P_1 A a U_1 C (tudíž t é ž e hodnoty, jako v prvém případě), tu jest tento nový komplex různý od prvního, ale na system rovnováhy nemá tato geometrická změna vlivu. Neboť redukční resultanty sil P_1 P', U_1 U' a Q_1 Q', V_1 V' na témže průměru komplexu musí míti stejnou velikost opačného směru a resultanta sil Q_1 Q', V_1 V' dá se jen jedním způsobem rozložiti v komponenty na těchto přímkách. Těmito komponentami jsou tudíž vzhledem k neproměnlivosti systemu rovnováhy v každém případě stejné veličiny Q_1 B a V_1 D, ježto P_1 A a U_1 C zůstávají stejnými jako dříve.

---

[1]) Cfr. D e l R e, l. c. str. 18.

5. Sturm dal rovnováze čtyř prostorových sil také jinou formu[1]) a sice:

Jsou-li dány na hyperboloidu 4 plošné přímky téže soustavy co směry sil a zvolíme-li na jedné z nich silový vektor libovolně, jsou již tím vektory na zbývajících třech přímkách určeny, má-li býti celý systém čtyř sil v rovnováze.

Mají-li býti čtyři dané síly (na hyperboloidu) $P_1 A$, $Q_1 B$, $U_1 C$, $V_1 D$ v rovnováze tu jest vždy možno utvořiti z nich dva equivalentní systemy.

Vedeme-li totiž ve směrech posledních dvou sil dvě příslušně k nim stejně velké síly opačných smyslů $-U_1 C$, $-V_1 D$, jsou tyto síly se silami $U_1 C$, $V_1 D$ v rovnováze. Oba systemy $P_1 A$. $Q_1 B$ a $-U_1 C$, $-V_1 D$ jsou tudíž equivalentní, neboť každý z nich jest v rovnováze se systemem $U_1 C$, $V_1 D$. Řečené equivalentní systemy mají tudíž směry působnosti, které musí býti v udaných párech konjugovaných polár téhož nullového systemu, tudíž také površkách téže soustavy hyperboloidu.

Jsou-li tudíž dány čtyři směry působnosti $P_1 P'$, $Q_1 Q'$, $U_1 U'$, $V_1 V'$, jako v obr. 3, tu můžeme jednoznačně určiti příslušný lineární komplex (a tedy také nullový system), jak bylo na konci čl. 2 provedeno, při čemž současně vysvítá nutná podmínka, že tyto čtyři směry patří témuž hyperboloidu.

Je-li dán ve směru působnosti $P_1 P'$ vektor $P_1 A$, mohou býti nalezeny ostatní tři vektory stejně jako v obr. 4. Neboť jest známa redukční resultanta $P_1 S_2$ co do směru, ježto jest znám základní bod S_2, a příslušný vektor $P_1 T$ určí se pomocí $A Q'$. Tím jest také určena komponenta $Q_1 B$; obdržíme ji, když určíme průsečík $B' \equiv P_1 Q_1 . T P'$ a potom vedeme bodem B' ku $P_1 Q_1$ rovnoběžku až k průsečíku B s přímkou $Q_1 Q'$.

Tím jest však uvažovaný případ převeden na předchozí. Oba vektory $U_1 C$ a $V_1 D$ stanovíme právě tak jako v obr. 4 způsobem jedině možným, a to užitím vektoru $S_1 R_1$ na společné redukční resultantě $S_1 S_2$ obou soustav, které jsou v rovnováze.

Jest ještě uvažovati jen případ, ve kterém danou sílu ($P_1 P'$, $P_1 A$) skládáme s některou jinou ze čtyř daných sil, jako jsme předpokládali v konstrukci právě vyložené. Můžeme se totiž ptáti na rovnovážnou soustavu, jestliže pokládáme $P_1 P'$ a na př. $U_1 U'$ za sdružené poláry v novém lineárním komplexu, při čemž síla $P_1 P'$ má míti opět velikost $P_1 A$ jako dříve.

Považujme užitý již základní bod S_1 za působiště čtyř sil, které procházejí jím rovnoběžně k uvažovaným čtyřem směrům působení, takže rovnoběžka vedená k $P_1 P'$ bude míti velikost $P_1 A$, a určeme redukční resultantu, tím, že složíme jednak $P_1 P'$ a $U_1 U'$, jednak $Q_1 Q'$ a $V_1 V'$ ve výslednice. Obdržíme zřejmě dva stejně veliké vektory opačných směrů na přímce h jdoucí bodem S_1, neboť rovnováha nebyla tímto skládáním

[1]) l. c., str. 224.

porušena. Složka na rovnoběžce vedené k $U_1 U'$ musí býti právě tak veliká, jak v prvním případě. Kdyby totiž nebyla tato složka rovna vektoru $U_1 C$, musil by se změniti aspoň jeden z vektorů na $Q_1 Q'$ nebo $V_1 V'$. V tomto případě nemohly by však obě soustavy $P_1 P'$, $U_1 U'$; $Q_1 Q'$, $V_1 V'$ býti v rovnováze.

Přímka h není však ničím jiným, než průměrem nového lineárního komplexu a následkem toho obdržíme nezměněnou soustavu také užitím tohoto komplexu. Třemi našimi směry působení můžeme položiti celkem tři různé komplexy.

6. Sturm podává na základě momentových polygonů také toto určení ekvivalence:[1])

Jestliže na n površkách téže soustavy hyperbolického paraboloidu působí síly, jejichž polygon silový jest uzavřen, možno nahraditi dané síly dvojicí sil, jejíž rovina jest rovnoběžna k řídicí rovině druhé soustavy površek.

Také toto určení možno získati jednoduše užitím lineárního komplexu. Budiž předem podotčeno, že jde zde o síly, jejichž redukční resultanta má hodnotu nula, že však soustava nemusí býti v rovnováze, nýbrž že může býti ekvivalentní s dvojicí sil. Rovina této dvojice sil bude opět rovinou konjugovanou k průměru, na němž leží rosultanta nulového vektoru, předpokládáme-li, že hyperbolický paraboloid vložen jest do lineárního komplexu.

Skutečně, je-li hyperbolický paraboloid obsažen v komplexu, musí površky jedné soustavy býti paprsky komplexovými, površky druhé soustavy pak přímkami řídícími (polárami) komplexu. Předpokládejme, že daných n sil leží na polárách paraboloidu a že δ jest rovina řídící příslušná této soustavě polár. Beřme dále za základ takový lineární komplex, pro který jest rovina δ rovinou průměrovou. Úběžná přímka této roviny budiž d'; vzhledem k centrální projekci komplexu shora stanovené bude d' obsahovati úběžník S_2 všech průměrů a úběžníky směrů působení daných n sil budou ležeti na d'. Ježto každý bod na d' jest úběžníkem jedné površky paraboloidu, která náleží téže soustavě jako daných n sil, bude mezi těmito površkami obsažen také jeden průměr k komplexu, neboť bod S_1 leží na d'.

Vektory n sil možno vždy voliti tak, aby resultanta na průměru k měla velikost nula. Položíme-li totiž přímkou k rovinu δ' rovnoběžnou k δ a vedeme-li v této rovině libovolným bodem K přímky k rovnoběžky ke směrům působení n sil, možno vždy odvoditi z n-1 vektorů vektor n-tý tak, aby velikost resultanty byla nula. Dvojice sil ekvivalentní těmto n silám leží, jak řečeno, v rovině ε', která musí býti sdružena v komplexu ku k. Najděme tuto rovinu ε' bodem K na k. Bodem tímto prochází nejprve površka l paraboloidu, která leží ve druhé soustavě površek, totiž té, jíž k nenáleží, a která tedy jest paprskem komplexovým. Ježto dále rovina

---

[1]) l. c., S. 225.

ε' sdružená ke k má svůj nulový bod v K, plyne odtud, če ε' obsahuje nutně paprsek l. Rovina ε' obsahuje tudíž kromě l ještě jednu površku paraboloidu, a to takovou površku (f), která náleží s přímkou k téže soustavě. Poněvadž však rovina ε' jest ke k sdružena, obsahuje nekonečně vzdálenou poláru sdruženou v komplexu ke k. Tato polára jest tedy totožna s površkou f, neboť tato protíná nutně též přímku l. Hledaná rovina dvojice sil obsahuje tedy nekonečně vzdálenou površku paraboloidu a jest tudíž rovnoběžna ke druhé řídící rovině (ε).[1]) Tuto řídící rovinu možno tedy snadno stanoviti graficky, užijeme-li oné konstrukce, kterou jsme provedli ku sestrojení směru d' sdruženého k průměru $S_2 D_1$ v obr. 2.

7. V problémech zde uvažovaných pokládali jsme lineární komplex dostatečně stanoveným, byly-li dány základní prvky S_2, S_1, s'. Toto určení nutno nazvati potud *relativním*, pokud jde o jakékoli veličiny, které přicházejí v komplexu, jejichž *metrická* stanovení není však třeba znáti. V tomto smyslu měli jsme tedy co činiti jen s projektivními vzájemnými vztahy. Má-li však síla míti velikost absolutně danou a její směr působení směr úplně přesně definovaný, jest pro polohu středu promítání nutná znalost hlavního bodu i kružnice distanční. Ježto střed promítání C_0 jest zároveň nulovým bodem roviny $(C_0 s')$, jest teprve oním údajem poloha svazku $(S_1 \sigma_2)$ v rovině σ_2 dokonale určena. Všecky ostatní metrické vztahy v konstrukci přicházející určíme na základě uvedených dat známým způsobem, takže na př. pro čtyři síly v rovnováze možno z naší projekce určiti nejen podmínky *rovnováhy samé*, nýbrž také absolutní velikost a směr každé jednotlivé síly. Uvedený zde způsob určení lineárního komplexu v centrální projekci umožňuje tedy vyhledání oněch metrických vztahů způsobem velmi jednoduchým, aniž jest k tomu třeba jak v provádění důkazu tak při konstrukci užívati vyhledávání momentů.

---

[1]) Srovnej podstatně různé provedení důkazu Darbouxem v: Appell, l. c., S. 138.

O thermophilních aktinomycetech se zvláštním zřením k Actinomyces SPINAE (n. sp.).

I.

Z bakteriologického ústavu c. k. vysoké školy technické v Praze.

Podává

Prof. dr. ALOIS VELICH,

přednosta ústavu.

Předloženo 4. června 1915.

(Se 7 obrazy a tabulkou.)

Při studiích thermophilních mikrobů, jimž jsem se v posledních letech (od 1908—1914) věnoval, zkoumal jsem soustavně řadu látek, zda chovají mikroby při 60—70° C se vyvíjející. Vyšetřoval jsem ve směru tom vzduch, různé vody pramenité i říční, syrové, vařené i „sterilisované“ mléko, serum krevní, maso různých zvířat se stálou i měnivou teplotou tělesnou, rozličné rostliny pícní čerstvé i různě konservované, vatu, dále chléb, zelí, mrkev, obsah žaludku i střev různých zvířat a lidí, sekret z nosu, povlak ze zubů, hnis, smegma, hnůj, hnojůvku, zem z různých míst, zahrad, polí i lesů, bahno; rašelinu i uhelný prach.

Ve všech těchto hmotách zjistili jsme thermophilní mikroorganismy při 60—65 a v některých případech i při 70° C rostoucí. Pozorování, učiněná při studiích změn látkových, těmito mikroby vyvolávaných, svědčí, že celá řada změn těch, při nižších teplotách probíhajících, může se díti i za teploty 60—65 stupňů C, a že mikroorganismy, jež za takových poměrů činnost svou rozvíjejí, jsou z části specifické mikroby thermophilní, kteréž při teplotách nižších buď jen špatně se daří, nebo vůbec nerostou. Dosavad provedeny byly v ústavě mnou řízeném práce o *denitrifikaci* při 60—70° C, jež uveřejněny byly Ambrožem a Charvátem.[1—1a]) Další pozorování, kteráž konali Kroulík s Ambrožem, týkala se *denitrifikace* kol 60° C v *prostředí čistě umělých*. Zvláště se při tom osvědčily živné roztoky s jablenečnanem vápenatým. Prací touto byly zjištěny přesně mezipro-

dukty i konečné zplodiny tohoto pochodu. Konstatováno, že vzniká přechodně nitrit a na konec dusík a kysličník dusnatý. Dusičitý nebyl nikdy nalezen. Část dusíku dusičnanů se assimiluje.

Při *rozkladu bílkovin* za teploty kol 60° C dokázán vývoj methanu i vodíku. Pracemi v tomto směru zabýval se K r o u l í k.

Týž autor pokračoval v mých pracích, jimiž zjištěn byl rozklad cellulosy za *aerobiosy* při 60—65° C. Při tom nalezl,[2]) že se tvoří jako konečné splodiny kyseliny mastné. Při anaerobise dokázal mimo to i vodík. Dle výzkumů K r o u l í k o v ý c h, dosud neuveřejněných, tvoří se při cellulosovém kvašení za vysokých teplot, vedle vodíku i methan, ***jen tehdy,*** *jsou-li v živném roztoku současně bílkovité látky* (bouillon.)

Také rozklad sírných sloučenin za vysoké teploty sledován. Tak zvané sirovodíkové kvašení pozorovali jsme jednak jako vedlejší pochod, hlavně při anaerobním rozkladu uhlohydrátů, kdy v živném roztoku byl siran, rovněž však i samostatně, ku př. v D e l d e n o v ě živné tekutině. Při tom byl konstatován sirník železnatý, jakož i redukci tu provádějící mikroorganismy.

Při pokusech docíliti tak zv. kvašení máselného a octového za teplot kol 60° C dospěli jsme rovněž ku zajímavým positivním resultátům.

Za to amoniakální kvašení a rozklad tuků při této teplotě probíhati jsme neviděli.

Zkoumaje mikroby thermophilní, kteréž jsem při svrchu vytčených vyšetřováních z rozličných hmot isoloval, seznal jsem též řadu thermophilních aktinomycet a i vyšších plísní. Podávám touto prací prvé sdělení o některých z těchto aktinomycet, jež se mi zdařilo vypěstit v čisté kultuře a jichž dalším studiem nyní se zabývám.

Thermophilních aktinomycet jest posavad známo jen několik druhů. Vypěstovány byly těmito autory:

G l o b i g[3]) zmiňuje se r. 1888 o dvou druzích mikrobů ze země isolovaných, jež později teprve G i l b e r t,[4]) jakožto aktinomycety právem označil.

K ę d z i o r[5]) r. 1896 vypěstoval thermophilní aktinomyces z kloakální vody a z vody ze Sprevy.

Č i k l i n s k á[6]) isolovala ze země, sena, slámy, různých obilnin, hnoje, brambor jeden druh, mimo to ještě jiný druh rovněž z hnoje. (1899.)

S a m e s[7]) popsal (1900) aktinomyces z nevařeného mléka s optimem vzrůstu při 55° C. Ježto však rostla i při 22° dlužno ji čítati pouze k mikrobům thermotolerantním, nikoli však ku pravým thermophilním.

V dalších letech (1903) podala opět Č i k l i n s k á zprávu o dvou thermophilních druzích, z nichž jeden pocházel z výmětů dospělých osob, druhý z faeces dětských.

Roku 1904 vyšla důležitá publikace Gilbertova (l. c.) o „Aktinomyces thermophilus“. Organismus ten vypěstován byl Gilbertem ze země, z kořínků tuřínu a i z příškvarů ze favu. Do toho však přišel dle autora bezpochyby jen znečištěním.

Na to v r. 1905 uveřejnil Bruini[10]) publikaci o dvou species z lejna dospělých lidí a třech z faeces kojenců. Mimo to zjistil aktinomyces i ve vaccině. Táž však po opětovném přeočkování při vysoké teplotě už vůbec nevyrostla.

Také Miehe[11]) nalezl jeden druh aktinomyces v zapařeném seně.

Konečně Schütze[12]) vypěstoval z jetelového sena, chovaného v zinkových krabicích při 68° po 3—4 dny, dva rozličné druhy thermophilních aktinomycet (1908).

Mimo uvedených publikací nalezl jsem v literatuře pouze kusé zmínky o tom, že aktinomycety při vysoké teplotě rostoucí pozorovali Rossi Doria[13]) Pretti,[14]) Lehmann, Schütze[15]) a Schöne,[16]) kteryžto posledně jmenovaný autor konstatoval aktinomyces thermophilní v horkém třísle a ve zbytcích ze samovzníceného surového cukru.

Lze dále připustiti, že i mezi aktinomycety, jež Berestněv,[17]) [18]) pozoroval a jež dle něho tvoří pravidelně bílé skvrny na kouscích slámy, do sterilisovaného písku zastrkaných a v thermostatu chovaných, mohly též býti aktinomycety thermophilní. Miehe l. c. aspoň tak soudí a uvádí mimo to, že i aktinomyces, Severinem[19]) vypěstovaná z hnoje byla asi blízkou aktinomyces thermophilus. Určitě však to tvrditi nelze ani o aktinomycetách Berestněvových ani o Severinově, ježto autoři neudávají přesně nároků mikroorganismů těch na temperaturu.

V poslední době — jak z referátu seznávám — též Reiss[21]) isoloval aktinomyces thermophilus a sice z vody řeky Mains u Würzburgu.

Celkem jsou tedy v literatuře určitější údaje o thermophilních aktinomycetách od řady autorů. Ze značné však části týkají se jednoho a téhož druhu. Lehmann a Neumann (l. c.) popisují ve své známé učebnici podrobně jen jediný aktinomyces therm. Gilbertův a vedle něho uvádějí pouze, že Lehmann se Schützem nalezli pravidelně v zapařeném seně mimo Gilbertovy aktinomyces therm. též „Actinomyces glaucus, vyznačující se zelenými, oválními, něco většími, *jednotlivě* na krátkých stopkách na myceliu se vytvářejícími sporami.“ Mimo to čteme v knize Lehmann-Neumannově, že „Schütze popsal ze zapařeného sena Aktinomyces monosporus“. (Viz č. 12.) Jinak praví se tam výslovně, „že mnoho autorů popsalo kmeny thermophilních aktinomycet, jež mezi sebou tak dobře souhlasí, že souditi se musí, že jsou to *rassy* téhož druhu.“

Popis thermophilních aktinomycet u mnohých ze svrchu jmenovaných badatelů, jest na mnoze neúplný, ba někteří z nich vůbec ani správně neudávají, o jaký druh mikroorganismů se jedná.

Tak Globig (l. c.) píše pouze, že viděl na sterilisovaných bramborech, na něž rozprášil zem a choval je při 58° C, téměř pravidelně rozličné veliké, kruhovité, intensivně bílé skvrny. Zhotovil-li barevné preparaty, seznal, že složeny jsou z kulatých tělísek třikráte větších než kokky hnisové. Tělíska ta chovala se vůči barvivům jako spory plísní. Vedle kulatých tělísek těch pozoroval i jemná, krátká, rozvětvená vlákna, na nichž upevněna byla kulatá ona tělíska. Mimo to viděl Globig na bramborech při 58° C vývoj i jiných mikroorganismů, vlivem jejichž vzrůstu vklesával mělce, nálevkovitě povrch bramboru. Barvu měly kultury ty jasně šedou, neb hnědavou. Na preparátech znamenati bylo vlákna silně vinutá, rozličně dlouhá a tlustá, často rozvětvená. Globig označil oboje ony mikroorganismy jako „plísně" a, jak uvedeno, teprve Gilbert (l. c.) shledal, že to byly bezpochyby thermophilní aktinomycety. Nehledě k svrchu uvedené poznámce Globigově, podal vlastně prvý podrobný popis thermophilní aktinomycety Kędzior (l. c.) nazval však mikroorganismus, jejž isoloval, nesprávně *Cladotrix thermophilní.*

Pravé aktinomycety vůbec byly pod různými jmény popisovány. Nejčastěji dáváno jim jméno *streptothrix,* jež r. 1874 zavedl Cohn M. (Viz 4) pro mikroorganismy, vykazující se vlastnostmi, jež převážnou většinou platí za známky pro aktinomycety charakteristické. Jménem streptothrix označil totiž jmenovaný badatel mikroorganismy jevící se jako neobyčejně jemná, jako bacilly tenká vlákénka, jevící *pravé rozvětvení,* tvořící často na koncích vláken spory buď jednotlivé neb růžencovitě uspořádané a nemající žádných specifických organů fruktifikačních. Jméno *aktinomyces* pochází od Harze, který pojmenoval tak pathogenní mikroorganismus, jím u hovězího dobytka nalezený (1877), jenž jevil zjevně příbuznost s Cohnovou „Streptothrix".

Roku 1882. Zopf (Viz Gilbert[4])) označil Cohnův druh streptothrix jménem „Cladothrix", což ovšem nebylo správno, ježto cladotrichy nazvány byly mikroorganismy vykazující *nepravé* větvení. Názvu toho přidržel se právě Kędzior (l. c.) a ještě dosud užívá ho ve své učebnici Macé.[20])

Později popisovány byly aktinomycety pode jménem *Nocardia,* na počest Nocarda, který popsal mikroba farcin du boeuf. Jméno to snažili se uplatniti de Toni a Trevisano (1889). Na to zase Sauvageau a Radois navrhli název *Oospora* (1892) (viz Gilbert[4])). Proti všem těmto pojmenováním vystoupil v roce 1892 Gasperini, a po něm r. 1897 Berestněv a 1898 Lachner Sandoval, kteří ukázali mimo jiné, že označení *streptothrix,* jež nejvíce bylo pro aktinomycety užíváno, není přípustné, ježto jméno to již r. 1839 dal Corda jedné z nejvyšších plísní a mimo to bylo totéž jméno navrženo Migulou pro druh vláknitých nerozvětvujících se, pouzdrem opatřených chlamydobakterií.

Proto rozhodl se Gasperini pro Harzeův název „aktinomyces“. Berestněv[18]) podporoval návrh ten co nejrozhodněji, dovolávaje se při tom i té okolnosti, že mikroorganismy ty tvoří na umělých půdách výživných kolonie jevící paprskovité uspořádání.

Důvody Gasperiniho a Berestněvovy řídila se Čiklinská,[16]) když popsala r. 1899 dvě specie mikroorganismů thermophilních, pod názvem Thermoaktinomyces vulgaris a Aktinomyces thermophilus.

Leč Sames (l. c.) který rok po té vydal publikaci o thermophilních mikrobech, mluví opět ve smyslu Cohnově o streptothrix. A sama Čiklinská [8 a 9]), v další své práci (1903), rozhodla se proti dřívějšímu svému přesvědčení a pojednává o thermophilní streptothrix Nro 12 a Nro 20.

V následujícím na to roku uveřejnil Gilbert (l. c.) důležitou práci o aktinomyces thermophilus, po něm roku 1905 Bruini (l. c.) opět mluví ve své publikaci o thermophilních streptotrichách.

V novější době však téměř všichni autoři, o thermophilních aktinomycetech jednající, přidržují se názvu aktinomyces. Tak Miehe[11]), Lehmann a Neumann[15]), Schütze[12]), Schöne[16]) i Reiss[22]).

V připojené tabulce I. jsou srovnány údaje o dosavad popsanych thermophilních aktinomycetách.

Z přehledu toho vychází, že byly thermophilní aktinomycety nalezeny v zemi, ve vzduchu, vodě, mléce, zapařeném seně, v slámě, na různých obilninách, bramborech, v samozahřátém třísle a cukru, v lejnu různých zvířat a lidí a i v jiných hmotách. Některé rostly i při 20° (Sames), 22° (Čiklinská, Gilbert), 27° (Schütze), neb 30° C (Miehe), ovšem ale dařily se i při 58—60°. Tyto aktinomycety mohly by z části zařaďovány býti jen mezi mikroby *thermotolerantní*. Řada však popsaných tu aktinomycetů měla minimum nad 37, ba některé i nad 45°, optimum pak při 55° a maximum až i při 68° C (Čiklinská).

Tyto aktinomycety vším právem nutno čítati mezi *přísně thermophilní mikroorganismy*.

Drobnohledně jeví se thermophilní aktinomycety, jako jemnounká, rozvětvená často spirálovitě se stáčející, dlouhá vlákna, různé tloušťky i u téhož druhu značně kolísající (od 0·1—1 μ). Čiklinskou popsaná aktinomyces thermophilus vytváří vlákna nejsilnější a i ta jsou pouze 1·5 μ tlustá. Zřejmo z toho, že se vesměs jedná o mikroorganismy velice tenounké.

Zvláštní blánu popisují u svých druhů Kędzior a Schütze (l. c.)

Vzdušná vlákna bývají tlustší než vlákna primerní a jeví se makroskopicky jako sněhobílé pápěří. Spory jsou u velké většiny aktinomycet thermophilních kulaté, buď jednotlivě na konci kratinkých větviček nebo, a to většinou, tvoří se v celých řetězech a jeví uspořádání růžencovité. Rozměry spor jsou u různých druhů rozličné od 0·5 až do 0·8 i 1·3 μ. Ovoidní spory mají *někdy* aktinomycety Čiklinské, Samesova

a Bruiniho, *pravidelně* však *jen* aktinomyces monosporus Schütze. Spory této aktinomycety vyznačují se též značnou poměrně velikostí, jsouf 1·8 μ dlouhé a 1·4 široké.

Při tvoření se spor mění se barva kultur všech thermophilních aktinomycet. Nezdolnost spor vůči varu je u rozličných druhů značně rozdílnou. Některé hynou při teplotě varu již po 5 sekundách (Sames), jiné až po 4½ hodinách! (Kędzior, Gilbert (l. c.).

Kędziorova aktinomyces snese beze škody i 10 dnů trvající působení 5% kyseliny karbolové.

Vlákna všech dosud popsaných thermophilních aktinomycet barví se dobře anilinovými barvivy i dle Grama. Jen některá vlákna zůstávají někdy z části nezbarvena. Spory rovněž většinou se barví. Pouze centrální části dle údajů Globiga, Kędziora, Čiklinské a Gilberta nepřijímají barviva, leda, jsou-li barvena karbolovým fuchsinem za horka. Jiní autoři udávají, že se spory aktinomycet jimi popisovaných barví v celku i bez jakýchkoli mořidel. Kędzior i Gilbert pozorovali, že zbarvení spor vzdorovalo kyselinám. Sames soudí, že to platí pouze pro některé spory. Spory aktinomycety Schützem nalezené, působením kyselin se odbarvovaly.

Klíčení spor dálo se jedním i dvěma protivnými směry.

V bouillonu tvořily dosud isolované thermophilní aktinomycety vesměs v hloubí u dna i po stěnách se přichycující kulovité útvary, zřejmě paprskovité skladby. Bouillon se nekalí, vyrostou-li kolonie na povrchu jsou s počátky bílé, vločkovité, později splývají v bílou kůžičku, kteráž u aktinomycety Kędziorovy a u Schützeovy Aktinomyces monosporus stává se později šedozelenavou.

Gelatinu některé zkapalňují. Jiné ani po několika týdnech nezpůsobují ztekucení, jak lze se přesvědčiti, dá-li se eprouvetka s kulturou z thermostatu do studena. V případech těch totiž gelatina, vysokou teplotou stekucená, zase úplně stuhne.

Na agaru vytvářejí thermophilní aktinomycety z pravidla kolonie jevící koncentrické kruhy, vykazující paprskovité uspořádání. Povrch pokrývá se bílým práškem (sporami). Kolonie bývají vrostlé pevně do živného media (Miehe, Schütze). Na bramboru tvoří skoro všechny bílý, nebo žlutavě bílý povlak. Schützeova Aktinomyces thermophilus daří se na bramboru jen po předchozím „akklimatisování“ na agaru ze zapařeného sena. Aktinomyces monosporus jediná na bramboře vůbec neroste.

Mléko většinou aktinomycety thermophilní sráží. Výminku činí Čiklinské streptothrix Nro 20, Bruiniho streptothrix Nro 14 a 15 a Schützeův Aktinomyces monosporus.

Některé thermophilní aktinomycety vydávají specifický zápach, tak Kędziorova, Samesova, Gilbertova.

XXXIII.

Mně zdařilo se thermophilní aktinomycety zjistiti v nesterilisovaném i „sterilisovaném“ bouillonu obyčejném, i v bouillonu s přídavkem ledku, neb močoviny, ve „sterilisované“, „pektinové“ půdě výživné, připravené z mrkve, ve „sterilisované“ vatě, v žabích vnitřnostech, v hlenu nosním, ve smegmatu, ve hnisu při hnisotoku dásňovém se tvořícím, ve faeces lidských i zvířecích, ve vzduchu, vodě a v zemi.

Čisté kultury vypěstoval jsem dosud z bouillonu, z vaty, z hlenu nosního, ze vnitřností žáby, ze prachu laboratorního a ze země.

Celkem se od sebe mnoho neliší. Až na aktinomyces *Spinae* v mnohém se shodují s různými dosud popsanými rasami aktinomyces thermophilus. Aktinomyces *Spinae* je však naprosto odlišnou všech dosud popsaných aktinomycet, takže v ní spatřuji nejen novou species, ale i nový druh čeledě Actinomyces.

O otázce umístění r. Actinomyces v systemu Schizomycet, jako čeledi, jakož i o rozdělení čeledě té v rody bude ovšem možno definitivně rozhodnouti, až bude prostudován podrobně způsob tvorby spor u Actinomyces. Tímto thematem zabývám se nyní spolu s dvorním radou prof. K r u i s e m.

Aktinomyces Kruisi.

V bouillonu obyčejném masopeptonovém i bouillonu s přídavkem ledku (1%) neb močoviny, připraveném za použití *vltavské* vody dle známé methody, avšak nesterilisovaném, nebo pouze jednou a to po dvě hodiny v páře sterilisovaném, chová-li se při teplotě 60—65° C v thermostatu, objevují se někdy již druhého dne u dna nebo po stěnách eprouetek 1—2 vločkovité, kulovité kolonie, jež v příštích dnech ještě něco rostou, zvětšují se. Při tom zůstává ostatní bouillon úplně čirý. Na povrchu se kolonie v žádném případě nevytvořily. Vyšetřují-li se vločky ty, ukazuje se, že jsou složeny z velice dlouhých, jemnoučkých, vlnovitě probíhajících a rozvětvujících se vlákének 0·3—0·8 μ v průměru. Vlákna barví se velice snadno anilinovými barvivy. Spor nikdy jsem nepozoroval, ač vyskytování se aktinomycety této v bouillonu, po dvě hodiny působení proudící páry vydaném, svědčí o tom, že musí tvořiti formy trvalé, vysokou nezdolností se vyznačující.

Na žádných z pevných prostředí živných, na něž jsem ji přenášel, nerostla.

Upozornění na existenci mikroba tohoto má význam též potud, že je příkladem určité relativnosti sterilisace. Bouillon za užití vltavské vody připravený, po dvě hodiny v páře sterilisovaný, ukázal se při mých pozorováních někdy sterilním pro teplotu 36—38°. Týž bouillon však nebyl sterilním pro teploty vyšší, specielně pro teplotu 60—65°. V eprouetkách, jichž bouillon zůstal v thermostatu při 38° po dva dny úplně čirým, byly-li přeneseny do thermostatu na 60° vytápěného, vyrostly v některých případech během dne kolonie aktinomycet těch.

Při pěstování thermophilních mikrobů dlužno vůbec zvýšenou pozornost věnovati této relativnosti sterility výživných prostředí.

I pokud čistých kultur thermophilních mikrobů se týče, je potřebí býti zvláště opatrným, jak jsem se již opětovaně přesvědčil během řady let, po kterouž se pozoruhodnými těmi mikroorganismy zabývám. Příprava spolehlivých výživných prostředí pro thermophilní mikroby vyžaduje sterilisace při 130°, aspoň po dobu 10 minut. Jinak může se přihoditi, že vyrostou v kultuře, vedle vočkovaných mikrobů i jiné. Okolnost tato může vésti a již vedla, ku klamným závěrům nápadného pleomorphismu thermophilních mikroorganismů.

Příkladem, jak snadno mohou vzniknouti omyly při posuzování změn morphologických za různých temperatur, bylo mi pozorování, při němž v „čisté“ kultuře bacillů thermophilních, za teploty 60° C pěstovaných, ukázaly se formy nápadně odlišné, když teplota v thermostatu zvýšila se na 65° C. Původní formy úplně vymizely. Nebyla to však změna podoby. Vyšetřování totiž ukázalo, že odlišné útvary byly *mikroby jiného druhu.*

Při pěstění th rmophilních mikrobů je nezbytno, co nejhojnější stavění kontrolních eprouetek a lití kontrolních misek, s týmž výživným prostředím, avšak neočkovaným. Často vyrostou v kontrolních neočkovaných prostředích kolonie mikrobů, jichž zárodky, buď při nedostatečném sterilisování v živných prostředích se uchovaly, nebo při lití ploten do nich dostaly se ze vzduchu.

Aktinomyces z vaty obvazové.

Při studiu thermophilních mikrobů obvazového materiálu, jež v ústavě mnou vedeném konal plukovní lékař docent dr. Novotný, nalezena na plotně agarové, v thermostatu při 60° chované, kol chuchvalku vaty vočkované vyrůstající kolonie aktinomycet. Kolonie mikroba toho na obyčejném agaru byly barvy bělavě šedé až šedavonažloutlé, okrouhlé. (Viz obr. I.) Na koloniích patrná střední část barvy bělavé se zřejmým bělejším tlustším okrajovým valem. Centrum vlastní něco nažloutlé; v něm rysují se jeden neb dva sytěji bílé, znatelné kroužky koncentrické. Od valu okrajového koncentricky souměrně rozšiřuje se bledá zona okrajová, plísňovitého vzhledu, jevící zřejmé radierní vlášení. Mikroskopické vyšetřování bílého valu vykazuje při mírném zvětšení (obj. 2. okul. 4.) tmavohnědý, až černý kruh na okrajích složený z plísňovitě propletených vláken černavých, které přecházejí v hnědou část okrajovou. Vnitřek kolonie jeví se tmavohnědým, granulovaným bez differenciace. Koncentrické kroužky makroskopicky na kolonii zřejmé, při vyšetřování mikroskopickém odlišují se od ostatních částí kolonie pouze temnějším zbarvením.

V bouillonu roste aktinomyces tato v podobě mlhovitých chuchvalečků u dna nahromaděných. Jinak je bouillon čirý. Na povrchu nikdy nerostla. Na bramboru tvoří suchý vráscitý šedavěbílý povlak.

Roste též na agaru vyluhovaném bez přísad, na agaru s extraktem země. V mléce roste, sráží ho a částečně opět ztekucuje.

Při mikroskopickém vyšetřování viděti dlouhé rozvětvené nitě 0·15—0·3 μ široké. Postranní větve vytvářejí kulaté spory. Ve starší kultuře nalézti lze pouze nepatrné zbytky rozvětvených vlákének, jinak pouze samé spory asi 1 μ v průměru mající.

Obr. I.

Aktinomyces z hlenu nosního.

Na masovém agaru, na nějž natřen byl hlen z nosu, nalezena kolonie, jež při vyšetřování objevila se býti kolonii aktinomycet.

Na plotnách agarových vytvářela aktinomyces ta kolonie s patrným bílým středem, kolem něhož byl žlutavý dvůrek, ohraničený zřetelně vystupujícím bílým kruhem, složeným z radialně probíhajících vláken. Nejpernější kruh okrajový byl barvy nažloutlé, nerovný, rovněž z radiálně uspořádaných vláken se skládající. Mezi ním a bílým kruhem někdy se vytváří bezbarvá nebo žlutavá brázdička stejného vzhledu jako dvůrek kolem centra. (Viz obr. II.)

Na starších koloniích rozšiřovala se bílá zona od centrálního dvůrku do značné šířky a na ní vytvářely se koncentrické kruhy, jichž přibývalo s velikostí a stářím kolonie.

Velké kolonie byly nepravidelné, často hluboce laločnaté a nejperifernější zona rozbíhala se na všechny strany. Na ní krásně pozorovati bylo plísňovitý ráz kolonie.

Při malém zvětšení (obj. 2. ok. 4.) jevily kolonie granulování hnědavě žluté, koncentrické kruhy vyznačovaly se barvou tmavohnědou. Od centra zřejmá radialní struktura kolonie. Když byly plotny vyňaty z thermostatu na 60° C vyhřátého a uloženy při obyčejné teplotě, *mizely* pravidelně obrysy kolonií tak, že téměř neviditelnými se staly. Po vložení do thermostatu (při 60°) vystoupily opět zřetelně a rostly dále.

Obr. II.

V bouillonu tvoří u dna mlhovité kolonie kulovité. Na povrchu někdy vytváří hrbolatou kůžičku vzhledu voskovitého. Ostatní bouillon zůstává čirý. Na povrchu bouillonu nikdy nevyrostla.

Mléka nemění.

Mikroskopické vyšetřování mladých kultur vykazuje dlouhé rozvětvené nitě tloušťky 0·3—0·4 μ. Větvičky zakončují v některých případech palicovitě zduřenou stluštěninou. Starší kultury skládají se skoro jen ze samých kulatých spor o průměru 0·8 μ.

Aktinomyces z vnitřností žab.

Byly-li do thermostatu při 60°—65° C dány stažené, rozříznuté žáby v misce s vodou tak, aby nebyly vodou úplně pokryty, vytvořil se

v některých případech na vnitřnostech jejich i na mase bělavý povlak. Při vyšetřování ukázalo se, že složen je z aktinomykotických vláken.

Na plotnách tvořila aktinomyces ta okrouhlé kolonie, barvy žlutavé, okrajů nerovných, plísňovitých, z radiálních vlakének složených. Na koloniích patrny aspoň tři koncentrické kruhy, z nichž prvý — okrajový, — je v procházejícím světle žlutavobělavý, radiální vlákna jevící. Pak následuje bledší pás bez differenciace, na to opět bílá zona a zase pás bezbarvý. Po tom jeví se bělejší zona, bezbarvá brázdička a vlastní bělavý střed nepravidelných obrysů.

Obr. III.

Při slabém zvětšení (obj. 2. ok. 4.) nelze pozorovati na kolonii zvláštních differenciací. Koncentrické pruhování makroskopicky tak význačné, jeví se při vyšetřování mikroskopickém pouze temnějším zabarvením hnědším, v granulované hmotě celkové.

V bouillonu roste dobře v podobě mlhovitých kuliček v hloubí i po stěnách.

Někdy na povrchu bouillonu tvoří kruhovité voskovým kapkám ne nepodobné kolonie, jež splývají brzy v souvislou kůžičku voskovitého vzhledu. Na této jeví se pak komůrkovité prohloubeniny, jedna vedle druhé. Mléko sráží a peptonisuje, což provázeno bývá žloutnutím tekutiny.

Na bramboru nikdy nebylo docíleno vzrůstu.

Při mikroskopování viděti jest hustě rozvětvená vlákna 0·2 až 0·8 μ tlustá. Na větvičkách postraních v řídkých případech pozorovati lze hruškovité, neb kyjovité útvary, jež v centru neb na konci jeví kulaté tělísko velikosti spory, anilinovými barvami se barvící. starší kultury skládají se jen ze samých kulatých spor o průměru as 1 μ.

O významu kyjovitých útvarů u aktinomyces z nosu a z vnitřností žab, jakož i o způsobu tvorby spor u aktinomycetů thermophilních vůbec, hodlám vydati studii zvláštní.

Mimo uvedených aktinomycet získal jsem v čisté kultuře ještě aktinomyces, jež spontanně vyrostla v několika případech na agarových plotnách kontrolních, neočkovaných, při 60° C chovaných. Tvoří na agarových plotnách nápadně křídově bílé, suché, vrásčité kolonie v koncentrických kruzích rostoucí. Od ostatních mnou vypěstovaných aktinomycetů thermophilních liší se tento mikrob nejnápadněji vzrůstem na bouillonu, kdež vytváří na povrchu poměrně velice silnou, křídově bílou kůžičku.

Spory jsou různě veliké 0·8—1·4 μ.

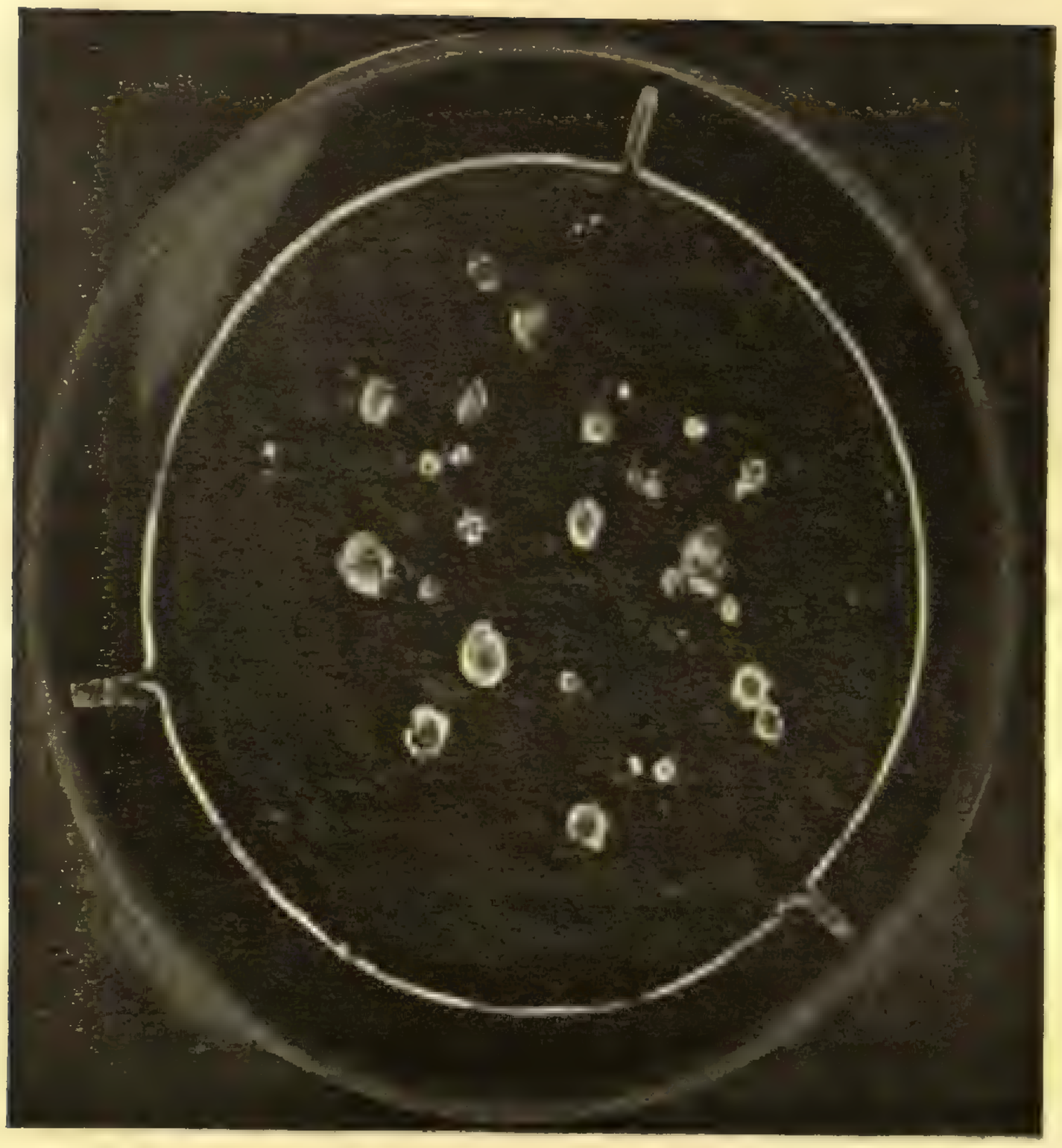
Dobře se daří i na agaru z odvaru listí neb ze země. Vlákna jeví též rozdíly v tloušťce. Od 0·14—0·4 μ. Na bramboru neroste. Mléka nemění.

Dále konstatoval jsem, jak svrchu bylo uvedeno, aktinomycety při 60° C rostoucí i v hlenu ze zubů, ve smegmatu, na filtračním papíru, na vlhké zemi se rozkládajícím. Isolace těchto mikroorganismů se dosud nezdařila.

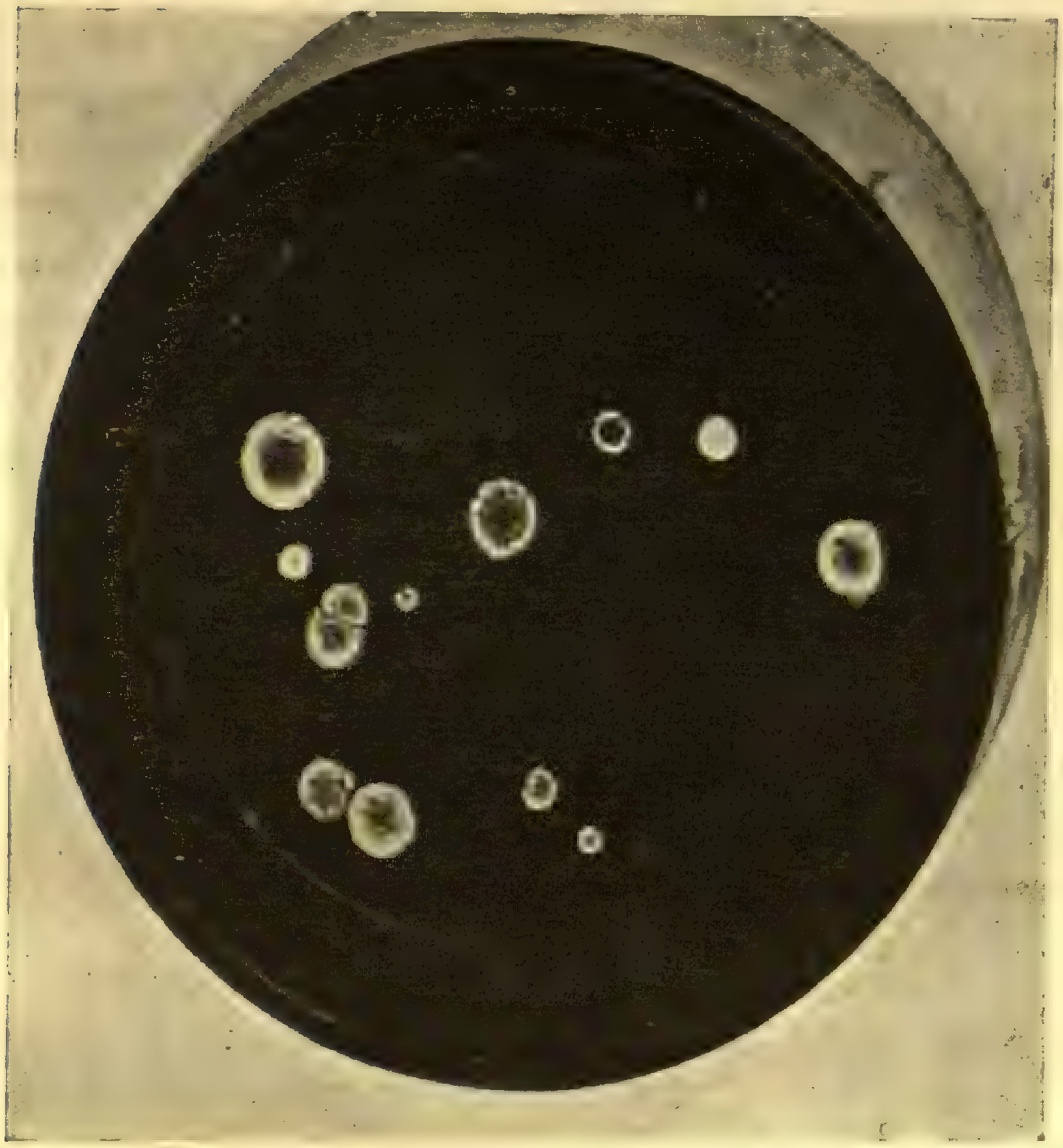
Aktinomyces Spinae.

Při studiu thermophilního rozkladu cellulosy, jimž se zaměstnávám již od roku 1908, konal jsem četné pokusy s rozličnými vzorky půd z různých lokalit v Čechách. Zkoumal jsem jejich schopnost rozkládati cellulosu za aerobních podmínek a při vysokých teplotách (60—70° C), jakéž v zapařujícím se hnoji bývají pozorovány. Pokusy prováděl jsem tak, že jsem vkládal do Petriho misek zinkové, neb z jiného kovu, po případě ze skla zhotovené kroužky. (Viz obr. IV.) Prostor, kroužkem ohraničený, vyplnil jsem zkoušenou zemí a na tu položil jsem čtverec filtračního papíru sterilisovaného. Prostor mezi zevní stěnou kroužku a vnitřní stěnou misky naplňoval jsem a čas od času znovu doplňoval sterilní vodou.

Na četných vzorcích půdy rozličného charakteru, z různých míst Čech i Moravy pozoroval jsem na plotnách svrchu vylíčeným způsobem zhotovených, vytvořovati se jednak na filtračním papíru, častěji však přímo na zemi, v místech papírem nekrytých, bílé, jako sněhové pápěrky. Vyšetřuje je shledal jsem, že složeny jsou z tenkých mnohonásobně se větvících vlákének, úplně schodných s vlákny jiných aktinomycetů thermophilních.



Obr. IV.



Obr. V.

Pravidelně již druhého dne po postavení misek se zemí do thermostatu na 60—65° C vytápěného, byly na půdě patrny pápěrkovité ony kolonie. Velikost jich byla na jedné a téže plotně různá. Za 48 hodin dosáhly některé rozměru až 2 *mm* v průměru. Třetí nebo čtvrtý den vykazovaly průměr 4—6 *mm* a měly z pravidla již všechny šedavé něco plošší středy, okraje však byly bílé. V dalších dnech pokračuje oplošťování a temnější zbarvování středních částí kolonií a bílý porost na periferii. Vzrůst děje se v koncentrických kruzích. (Viz obr. V.) Za různé teploty, při různém stupni vlhkosti a vlivem občasného vynětí z thermostatu je rozličně rychlý.

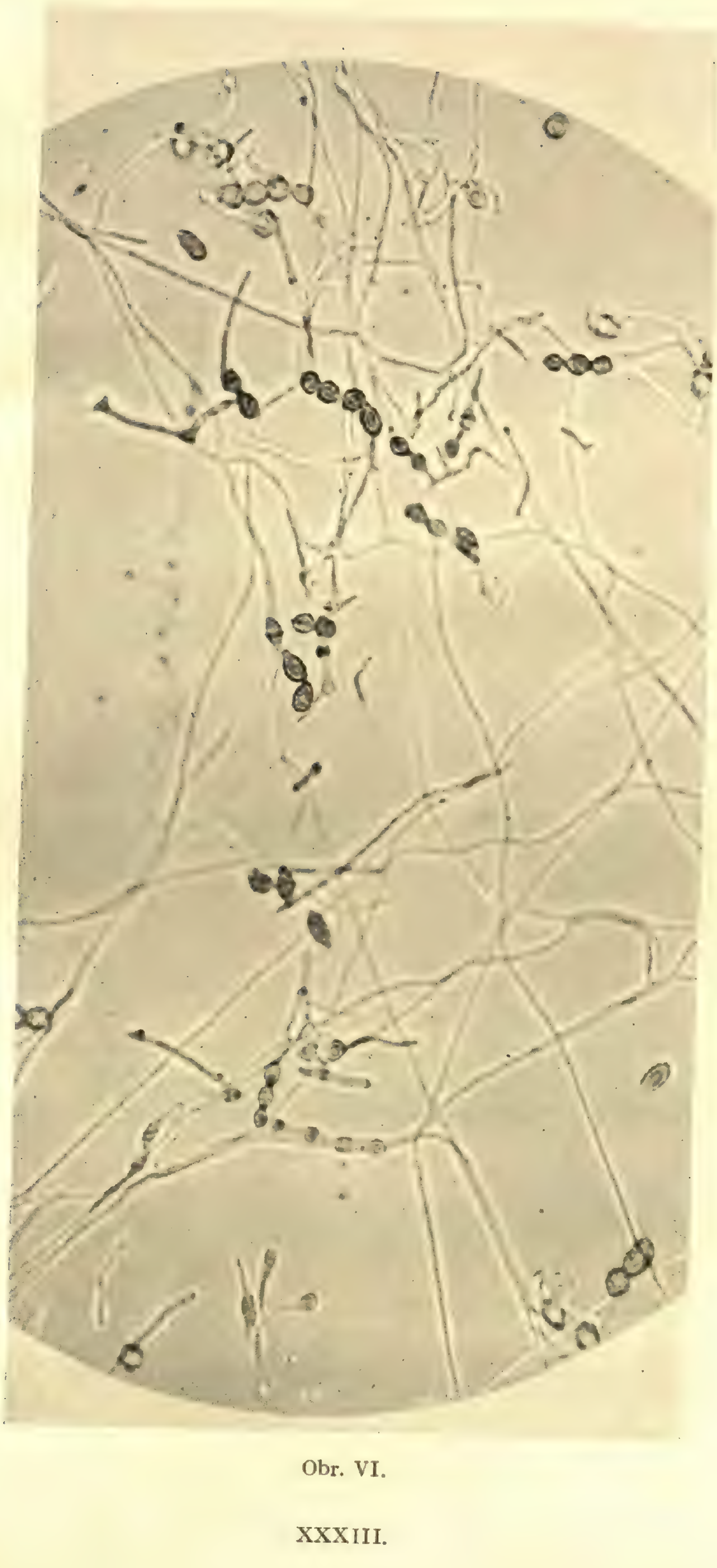
Kolonie nabývají stále více olověněšedého zbarvení a objevují se na nich jasné, bezbarvé krůpěje. Okraje zůstávají dlouho bělejší než ostatní části. Po 14—21 dnech vystupují v šedé části mnohých kolonií nové, malé kolonie bílé, sekunderní.

Mikroskopické vyšetřování kolonií — nejméně 3—4 dny starých, zjevilo, že periferní partie kolonie byly složeny z vláken 0·4—0·8 μ tlustých v bohatou síť se větvících. Více ku středu šedavě zabarvené části skládaly se hlavně ze sporangií.

Mycel stáčí se na četných místech mnohonásobně v závity často těsně k sobě přiložených vláken, proplétajících se a místy splývajících, takže nelze někde rozeznati jednotlivých vláken. Na mnoha místech spojena jsou vlákna sousedící kratší neb delší větví. Viděl jsem obrazy splývání dvou i více vláken po délce k sobě přiložených. Vlákna barví se dobře anilinovými barvivy.

Olověně šedé partie centrálních částí jsou, jak praveno, složeny téměř ze samých sporangií. Jsou to útvary vejcovité, později hlavně vřetenovité, růžencovitě spolu spojené značně užšími můstky. Studiem tvorby jejich popsati hodlám podrobně v publikaci zvláštní. Zde uvádím pouze povšechně, že nejlépe lze pozorovati vytváření spor na praeparátech za živa vyšetřovaných. Viděti lze tu, že vlákna, v nichž se mají spory vyvinouti, stloustnou, protoplasmatický obsah jich se něco stáhne na určitých ohraničených místech, čímž vytvoří se řada útvarů válcovitých, později vejčitých a membrana v místech mezi útvary těmi stále více zaškrcuje, takže nabývají tvaru vřetenovitého a na konec souvisejí spolu jen úzkými spojkami, pouze z membrany sestávajícími. Můstky tyto při hotovení praeparatu velice snadno se přetrhávají, takže na praeparatu viděti jest. vedle růžencovitě spojených řad, většinou spousty jednotlivých sporangií, Membrana zevnější útvarů těch, původně hladká a tenká, tloustne a vytvářejí se na celém jejím povrchu ostny. Uvnitř útvarů nachází se membranou opatřená spora vejčitá, neb kulovitá. (Viz obr. VI.)

Velikost sporangií značně kolísá. I v jedné řadě nebývají stejné. Také lze na některých místech pozorovati, že se tvoří po stranách větví na malé „stopce“ pouze jediné sporangium, značně větších rozměrů než obyčejně. Průměrně kolísá velikost sporangií mezi 3·2—4·6 μ v rozměru delším a mezi 1·4—2·5 μ v rozměru kratším.



Obr. VI.

Kolonie aktinomyces *Spinae* rostou pouze na povrchu země, neb jiné půdy živné. Naleje-li se hodně vody na zem, na niž se vytvořily, odchlípne se celá kolonie a plave po povrchu vody.

Velmi dobře roste též na extraktu ze země. Již v mých miskách s kroužkem pozorovati lze vedle kolonií na zemi se vytvářejících i na povrchu vody mezi kroužkem a vnitřní stěnou misky, vznášející se kolonie. Přidá-li se do extraktu ze země fosforečnan draselnatý, a očkujeme-li sporami z centra kolonie, pokryje se v brzku celý povrch tekutiny bílými vločkami vzdušných hyf. Kolonie rostou zcela obdobně jako na zemi.

Také na roztoku manitu s fosforečnanem draselnatým jak pro azotobakter se připravuje, roste aktinomyces *Spinae* tak dobře, že souditi lze již z toho na schopnost její assimilovati dusík vzdušný.

Při pokusech, při nichž jsem různé hmoty v miskách s kroužky v thermostatu při 60—70° choval, vyrostly kolonie aktinomyces *Spinae* i na drobounkých úlomcích uhelných při prohazování uhlí získaných. Pokryly celý povrch jejich a vyrostly i na vodě mezi kroužkem a stěnou. Rovněž na písku v misce s kroužkem ukázala se kolonie. Když byla kolonie ta po povrchu písku rozetřena, vytvořil se pak téměř souvislý povlak na celé ploše.

Pokusy dokazující schopnost aktinomyces Spinae assimilovati vzdušný dusík nejsou ještě skončeny, ale *výsledky dosavadních prací nasvědčují tomu, že se assimilace ta skutečně děje.*

Snahy vypěstovati aktinomyces *Spinae* v čisté kultuře dlouho neměly výsledku. Vyskytují se v koloniích na zemi se vytvářejících vedle ní ještě mnohé bakterie thermophilní, jež nelze snadno odstraniti. Ulije-li se plotna z obyčejného agaru masopeptonového, vyrostou bez výminky pouze tyčinky různé velikosti většinou s elipsovitými sporami konečnými.

Ani jednou nezdařilo se způsobem tím získati byť i jen směs aktinomyces *Spinae* obsahující. Poprvé získal jsem čistou kulturu na plotnách agarových s odvarem země. Kolonie na této půdě rostou podobně jako na zemi. Nejprvé ukáží se sněhobílé papěrkovité útvary, již v dalších dnech stále v koncentrických kruzích se šíří, oplošťují se, střed nabývá více barvy šedavé. Stále nové a nové koncentrické kruhy vytvářejíc, roste kolonie zvolna, při čemž periferní partie ze vzdušných hyfů převážně se skládající, vždy jsou vyšší. V centrálních částech kolonií vytváří se bílé sekunderní kolonie, vyklíčením spor vzniklé. Koncentrické kruhy, jež kolonie při vzrůstu tvoří, zůstávají stále zachovány a jsou od středu k obvodu stále význačnější. Vždy se střídá světlejší kruh s tmavším. Ze spodu jeví kolonie v centru barvu žlutavou.

Staré kolonie sešednou, sploští se a skládají se téměř jen ze samých sporangií.

Také na agaru s odvarem faeces králíčích, zdařilo se mi dostati čisté kultury. Tvoří tu malé kolonie podobně rostoucí jako na odvaru ze země.

Na agaru masopeptonovém zpravidla nevyroste, ani když je na prostředí to přeočkována čistá kultura. Jen třikráte — z velice četných přeočkování — zdařilo se mi dostati na agaru tom na dolení části nakloněné plochy, kde bylo více kondensované vody, mazlavý povrchní porost z vláken aktinomyces se skládající. Vlákna ta jevila nepravidelné stluštěniny uvnitř se rozpadávající.

Byla-li v prvých dnech vytváření svého přenesena částečka povlaku toho na sterilisovanou zem, vyrostly na ní známé papěrkovité kolonie. Později se pokus takový více nezdařil. Patrně aktinomyces zašla.

Na praeparátech zhotovených z porostu na agaru masopeptonovém bylo viděti též obrazy kyjovitých naduřenin větví postraních. Při barvení na Muchova granula, barvily se útvary ty sytě červeně, kdežto vlákna modře. — O významu úkazu toho pojednám ve zvláštní práci o tvorbě spor u aktinomycetů.

Přeočkováním čistých kultur docílil jsem vzrůstu aktinomyces *Spinae* mimo na agaru s odvarem země, neb králíčích faeces, též na agaru s odvarem listí, slámy, sena. Dále rostla i v tekutině *Omelianského* s cellulosou, a v agaru mannitovém. Vzrůst na půdách těchto je při 60° C dobrý. Vytváří na nich bílé a později šedé kolonie, tak jako při pěstění na zemi.

Kolonie v půdách tekutých zasahují polokulovitě do tekutiny. Na pevných půdách rostou jen povrchně a dají se lehce z povrchu setříti, čímž vedle způsobu tvorby spor v ostnatých sporangiích liší se od ostatních aktinomycetů, jež, jak známo, prorůstají hluboko do živného prostředí.

Nejlépe odpovídá aktinomyces *Spinae* odvar ze země. Na tomto prostředí jeví i při 37—40° patrný, byť ovšem skrovný vzrůst. Na ostatních půdách zde uvedených při této teplotě neroste. Při 48° je zřejmý vzrůst též na agaru s odvarem ze slámy, listí, sena, nebo s manitem. V bouillonu, mléce, na bramboru, chlebě, nikdy, při jakékoli teplotě nevyrostla. Maximální teplota, za které ještě na agaru s odvarem země spory vyklíčily a kolonie se vytvořily byla 68° C. Na svrchu uvedených živných půdách ostatních, na nichž při 55—60° velmi dobře se daří, při této teplotě však neroste. Z fakt těch zřejmě vychází, jak důležito je minimum i maximum určovati na nejvhodnějším materiálu živném.

Klíčení spor lze studovati, přenese-li se sporový materiál na utuhlou desku agarovou s odvarem země. V temperatuře 60° C již během 6 hodin spory vyklíčí. Otisknutím na sklíčko lze zhotoviti praeparát, na němž zřejmo, že ze spor vychází vlákno v jednom nebo dvou směrech.

Spory vzdorují dlouho vyschnutí. Kolonie vytvořené na zemi v mých miskách, nechány dvě léta v suchu. Zem úplně se vysušila, rozpraskala. Kolonie byly na ní jen stěží patrny jako olověně šedočernavé do fialova zabarvené, velice tenké porosty. Když bylo přilito do prostory mezi kroužkem a miskou dostatečně vody a vystaveny v thermostatu při 60° C, tu již během 24 nejdéle pak 48 hodin, objevily se tam, kde byly zaschlé kolonie,

bílá, chmýřitá místečka, skládající se z mycelií a vzdušných hyfu. Během několika dnů celá kolonie zbělela. (Viz obraz VII.)

Kromě aktinomyces *Spinae* seznal jsem při vyšetřování thermophilních mikroorganismů přímo na zemi v miskách mých při 60° rostoucích, vedle různých bakterií i jiné aktinomycety a plísně vyšší.

Obr. VII.

Tak přesvědčil jsem se, že Thermomyces lanuginosus Čiklinské roste velmi dobře přímo na zemi. Vytváří tu pavučinovité kolonie v koncentrických kruzích se šířící, složené z jemnoučkých šedavých vláken.

Studiem této plísně zabývá se nyní v mé laboratoři Velich ml. Dosavadní výsledky jeho prací podstatně doplňují sporá dosud pozorování a údaje namnoze jen kusé, jež Čiklinská [6]) a Miehe [11]) dosavad jediní o této zajímavé thermophilní plísni publikovali.

Vytýkám tu z nálezů jeho: tvoření barviva červeného na agaru z masa koňského, pozorování produkce amylasy, glykogenasy, saccharasy, vzrůst v kyselině hippurové, výborné využití glykokolu a solí ammonatých.

Dále jsem pozoroval opětovaně vedle aktinomyces *Spinae* vytvářeti se na zemi v mých miskách při teplotě 60—65°, plíseň tvořící porost z malých bílých skvrn se skládající. Při vyšetřování objevilo se mycelium určitě septované, které místy, kde řada vláken se stýkala, nebo v závity stáčela, jevily partie značně stluštělé, v kulaté konidie se rozdělující. Při tom

jevily se obrazy, jež nasvědčovaly tomu, že vlákna *po délce* k sobě přilého-jící, splývají a v konidie se dělí. Na četných místech daly se zjistiti komu-nikace vláken, napříč jdoucími větvemi spojujícími.

Konče první část sdělení svých o dosavad vykonaných studiích thermophilních organismů, děkuji co nejlépe p. dvor. radovi K r u i s o v i, jemuž zavázán jsem za to, že bylo mi lze provoditi práci svou řadou fotografií. Vzácné jeho umění mikrofotografické umožnilo mi též přiložiti k publikaci obrazy živoucích vláken a spor Actinomyces *Spinae*, obrazy to, jež skýtají ničím jiným nenahraditelnou možnost ku spolehlivému studiu morfologie organismu toho, zvláště pak ku sledování vývinu spor.

POZNÁMKY.

[1]) Ambrož, Denitrobacterium thermophilum spec. nova, jako příspěvek, ku biologii bakterií thermofilních. Část I.

[1a]) Ambrož a Charvát, totéž, část II. (Rozpravy Č. Akademie. R. XXI., č. 5, 1912, též němec. v Centr. f. Bakt. etc., II. Abt., Bd. 37, Nr. 1—3. 1913).

[2]) Kroulík, Rozklad typické cellulosy mikroorganismy za vysoké teploty. (Rozpr. Č. Akad. R. XXII., č. 4, 1913; předběžná zpráva v Centr. f. Bakt. etc., II. Abt., Bd. 36, Nr. 6—14, s. 339—346, 1912.)

[3]) Globig. Über Bacterien-Wachsthum bei 50—70°. (Zeitschrift f. Hygiene B. III., s. 294—321. 1888.)

[4]) Gilbert, Über Actinomyces thermophilus und andere Actinomyceten. (Zeitschrift f. Hygiene B. XLVII, S. 383—405, 1904.)

[5]) Kędzior, Über eine thermophile Cladotrix, (Archiv f. Hygiene B. XXVIII. S. 328—338, 1896.)

[6]) Mlle Tsiklinsky, Sur les mucédinées thermophiles. (Annales de l'institut Pasteur XIII., S. 500—505. R. 1899.)

[7]) Sames, Zur Kenntniss der bei höherer Temperatur wachsenden Bakterien und Streptothrixarten. (Zeitschrift f. Hygiene etc. Bd. XXXIII., S. 313—362, 1900.)

[8]) Mlle Tsiklinsky, Sur la flore microbienne thermophile du canal intestinal de l'homme. (Annales de l'institut Pasteur XVII. Str. 217—240, 1903.)

[9]) Mlle Tsiklinsky, Recherches sur les microbes thermophiles. Thèse. Genève. 1903. Editeur H. Kündig.

[10]) Bruini, Ueber die thermophile Mikrobenflora des menschlichen Darmkanals. Central. f. Bakteriol. I. Abt., XXXVIII., S. 177—185, S. 298—307.

[11]) Miehe, Die Selbsterhitzung des Heus. Eine biologische Studie. Jena. 1907. Verlag von G. Fischer.

[12]) Schütze, Beiträge zur Kenntniss der thermophilen Actinomyceten und ihrer Sporenbildung. Archiv f. Hygiene, Bd. LXVII., 1908.

[13]) Rossi-Doria, Sur di alcune specie di Streptothrix trovate nell' aria. (Ann. d'Igiene spec. I., 1892. Citov. dle Bardou, Etude Biochimique de quelques Bactériacées thermophiles etc. Thèse. Lille. Imprimerie Danel 1906.)

[14]) Pretti, citováno dle Gilberta (4). (Uvedeno v Güntherově učebnici: Einführung in das Studium der Bakteriologie. V. vyd., 1898.)

[15]) Lehmann a Neumann, Bakteriologie und bakteriologische Diagnostik. V. vyd. Str. 641. R. 1912.

[16]) Schöne, Was wissen wir über die Wärmeerzeugung durch Mikroorganismen etc. (Die deutsche Zuckerindustrie. R. XXXVI., Nr. 33, S. 608—611 a Nr. 33, S. 628—632, r. 1911.)

[17]) Berestněv, Aktinomykosa. Disertace. Moskva 1897.

[18]) Berestněv, Zur Aktinomykosefrage. (Prager med. Wochenschrift XXVI., S. 619—621, 632—634. 1899.)

[19]) Severin, Die im Mist vorkommenden Bakterien etc. 3. Mitteilung. (Zentrallblatt f. Bakt. II. Abt., Bd. 3, S. 707, 1897.)

[20]) Macé, Traité pratique de bactériologie. 6. Edition Bailliere Paris. 1913.

[21]) Reiss, Studien über die Bakterienflora des Mains bei Würzburg etc. Verhandl. d. Physik. Medicin. Gesellschaft 1911. Würzburg. Bd. 41, Nr. 7. (Refer.) Cent. f. Bakt. II., Nr. 34, S. 244—245.)

VÝKLAD TABULEK.

I. Kolonie aktinomycetů z vaty obvazové.

II. Kolonie aktinomycetů z hlenu nosního.

III. Kolonie aktinomycetů z vnitřností žáby.
I., II., III. vesměs na masopeptonovém agaru.

IV. Miska s kroužkem naplněná zemí, na níž přímo vyrostly kolonie „Actinomyces Spinae“ (3 dny).

V. Jiná miska s kroužkem naplněná zemí. Kolonie „Actinomyces Spinae“ (5 dnů).

VI. Vlákna a sporangia „Actinomyces Spinae“. Fotografováno za živa ultrafialovým světlem. Zvětšení 1 : 3000.

VII. Miska s kroužkem naplněná zemí. Kolonie rok stará, jež byla dva dny znovu chována při teplotě 60—65° C.

Veškery fotografie zhotoveny byly p. dvor. radou prof. Kruisem.

Rok publikace	1888	1888	1896	1899	1899	1900	1903	1903	1904	1905	1905	1905	1905	1905	1907	1908	1908
Autor	Globig	Globig	Kędzior	Čiklinská	Čiklinská	Sames	Čiklinská	Čiklinská	Gilbert	Bruini	Bruini	Bruini	Bruini	Bruini	Miehe	Schütze	Schütze
Jméno autorem dané			Thermophilní cladotrix.	Thermoactinomyces (Thermostreptotrix) vulgaris.	Actinomyces (Streptotrix) thermophilus.	Thermotolerantní streptotrix.	Streptotrix thermophilní Nr. 12.	Streptotrix thermophilní Nr. 20.	Actinomyces thermophilus.	Streptotrix Nr. 8.	Streptotrix Nr. 9.	Streptotrix Nr. 12.	Streptotrix Nr. 14.	Streptotrix Nr. 15.	Actinomyces thermophilus Berestněv.	Actinomyces thermophilus Berestněv.	Actinomyces monosporus.
Materiál, z něhož isolován.	Zem.	Zem.	Voda kloak a ze Sprevy.	Zem, seno, sláma, různé obilniny, hnůj, brambory a j.	Hnůj.	Syrové mléko.	Lejno třídenního dítěte.	Lejno dospělého člověka.	Zem, kořínky tuřínu. (Příškvar z favu.)	Lejno.	Lejno.	Lejno čtyřdenního dítěte.	Lejno 6 a 8denního dítěte.	Lejno čtyřdenního dítěte.	Seno.	Seno jetelové.	Seno jetelové.
Teplota ve stupních C, při níž autory pozorován vzrůst.	58.	58.	35—65.	48—68.	48—68.	22—61.	20—59.	Při 45 neroste, opt. 55., max. 66.	22—60 opt. 50—55.	37—58.	Nad 37 do 58.	Nad 37 do 58.	Nad 37 do 58.	37—58.	30—58.	Nad 30, při 60 přestává vzrůst.	27—60 optimum 55.
Tvar a tloušťka vláken.	Jemná, krátká, rozvětvená vlákna.	Různě tlustá a různě dlouhá rozvětvená vlákna velmi nepravidelně vinutá.	Dlouhá, spiralovitě stočená vlákna, membranou opatřená, rozvětvená, 0·75 μ široká, velmi dlouhá (až přes 360 μ). Vzdušná vlákna tvoří sněhobílé vločky.	Spiralovitě stočená, dlouhá vlákna rozvětvená, 0·5 μ široká; vzdušná vlákna jsou bílá.	Vlákna rozvětvená 1·2—1·5 μ široká.	Velmi dlouhá, homogenní vlákna rozvětvená, šířky 0·3—0·5 μ. Vzdušná vlákna širší (0·5 až 0·8 μ). Na konci větviček kyjovité stluštěniny.	Vlákna rozvětvená, velmi dlouhá, spiralovitě stočená, šířky 0·5 μ.	Spiralovitě stočená, rozvětvená vlákna šířky 0·6 μ. Konce větví zduřují v ovoidní útvary.	Dlouhá, rozvětvená vlákna homogenní, šířky 0·5—0·6 μ. V hloubí a na obrubě kolonie rozpadají se ve formy tyčinkovité i kokkovité.	Vlákna vinutá, dlouhá, v pravém úhlu se rozvětvující, šířky 0·5 μ.	Rozvětvená vlákna, šířky 0·4—0·6 μ.	Rozvětvená vlákna šířky 0·2—0·6 μ neb bacillovité formy.	Vlákna rozvětvená, šířky 0·1—0·5 μ. Na koncích mají větve často zduřeniny kyjovité.	Rozvětvená vlákna šířky 0·2—0·5 μ. V bouillonu formy zohybaných bacillů.	Tenká, silně se rozvětvující vlákna, jež se zdají tvořiti anastomosy. Šířka 0·4 μ i více.	V pravém úhlu se větvící vlákna šířky 1 μ, z toho připadá na membránu 3·0 μ.	Vlákna rozvětvená, šířky 1 μ.
Tvar, rozměry, uspořádání a klíčení spor.	Spory kulaté, na vláknech pevně lpějící, třikrát tak veliké jako hnisavé kokky.	Tvorba spor nebyla pozorována.	Při tvoření spor ztrácí kultura sněhobílou barvu a stává se špinavě zelenou. Spory kulaté, 1 μ v průměru, sedí na konci kratičkých ($^1/_2$ až $1^1/_2$ μ) větviček.	Spory po jedné na konci větviček, jsou kulaté neb ovoidní.	Spory kulaté v řadách, velmi často růžencovitě uspořádané.	Při tvorbě spor objevuje se šedivé zabarvení. Spory kulaté neb ovoidní, tvoří se ze vzdušných vláken, jsou streptokokkovitě uspořádány, 0·5—0·8 μ. Řady spor jsou vývrtkovitě stočeny. Spory klíčí většinou na dvě strany.	Spory ovoidní neb kulaté.	Spory kulaté.	Při tvorbě spor vystupuje šedé zabarvení kultury. Spory jako šňůry perel seřaděny v průměru 0·8—1 μ, klíčí jedním i dvěma protivnými směry.	V průběhu vláken kulaté útvary, jako spory. Mimo to volné kulaté spory.	Spory kulaté v průměru 0·8—1 μ.	Spory kulaté neb ovoidní v průměru 0·8—1·3 μ.	Volné spory kulaté, v průměru 0·8 μ.	Spory kulaté as 1 μ v průměru.	Zbarvení kultury při tvorbě spor hnědě žlutavé. Spory kulaté, tvoří se podobně jako konidie u penicilií.	Kulaté spory, tvoří se z krátkých postranních vláken, pravouhle od mateřských vláken odbočujících. Nejčastěji viděti jest řetězy ze 5 spor sestávající.	Při tvorbě spor zabarvení kultury šedozelené. Spory ovoidní na postranních vláknech vždy jen po jedné. Rozměry spor 1·8 dlouhá, 1·4 široká. Nikdy nejsou v řadách.
Nezdolnost spor proti účinkům vysoké teploty.			Při 100° C udrží se některé spory 2—3 hodiny, některé zhynou až po $4^1/_2$ hodinách.	Varem zahubí se po 20 minutách.	Varem zahubí se po 5 min. 80° C snesou po 3 hodiny.	Usmrtí se proudící parou v 5—10 sekundách.			Při 100° hynou spory teprve po $4^1/_2$ hodinách. Absolutní sterilisace dosáhne se teprvé účinkem 130° po 5 min.						Snesou zahřátí 100° po 10 min.	Při teplotě 100° C za 5 min. zhynou. Při 75° za 20 minut.	Při teplotě 100° v 5 min. jsou zahubeny. Při 75° C až po 40 minutách.
Chování se vláken a spor vůči barvivům a odbarvování kyselinami.	Vlákna barví se dobře anilinovými barvivy. Spory zůstávají v centru úplně nezbarveny. Po desítiminutovém zahřívání v Ziehlově roztoku jsou spory dobře zbarveny.	Vodními barvivy lehce se dá většina vláken zbarviti. Jen některá zůstávají nezbarvena.	Vlákna se barví obyčejnými anilinovými barvivy. Spory za horka zbarveny Ehrlich-ovým neb Ziehlovým roztokem fuchsinu kyselinou se neodbarvují.	Vlákna se snadno barví anilinovými barvivy i dle Grama. Spory zůstávají uvnitř nezbarveny.	Vlákna i spory lehce se barví anilinovými barvivy.	Vlákna se barví obyčejnými anilinovými barvivy i dle Grama. Spory zbarvené karbolovým fuchsinem, některé kyselinou se odbarvují, jiné zůstanou zbarveny.	Vlákna se barví dobře anilinovými barvivy i dle Grama. Některé části vláken zůstávají nezbarveny.	Vlákna se barví dobře anilinovými barvivy i dle Grama.	Vlákna se dobře barví anilinovými barvivy i dle Grama. Centrální část spor se nezbarvuje. Spory i po účinku kyselin zůstávají zbarveny.	Vlákna i spory se barví anilinovými barvivy i dle Grama.	Vlákna i spory se barví anilinovými barvivy i dle Grama.		Vlákna se barví anilinovými barvivy i dle Grama. Uvnitř vláken často serie sitěji zbarvených bodů. (Snad základy spor?)	Vlákna se barví anilinovými barvivy i dle Grama.	Vlákna se barví karbolovým fuchsinem, methyl. modří i dle Grama. Spory barví se i bez moření.	Vlákna i spory dobře se barví anilinovými barvivy. Kyselinami se odbarvují.	Vlákna i spory barví se lehce anilinovými barvivy i dle Grama. Membrana se nebarví. Zbarvené kyselinám nevzdoruje.
Vzrůst v bouillonu.			Na povrchu bílé vločky, sněhobílé kolonie, později tlustá, pevná, křídově bílá kožička, která časem stává se tenší, lomivou, špinavě zelenavou.	Bouillon zůstává čirý, na dně tvoří kolonie vločky, na povrchu vytváří se sněhobílá kožička.	Jako thermoaktinomyces vulgaris.	Bouillon čirý, v hloubí vločkovité kolonie, jež lehce zůstávají tkvíti po stěnách i na dně. Na povrchu jemné vločkovité kolonie, pak bílá kožička, celý povrch pokrývající. Po několika dnech plísňovitý, bílý neb šedivý povlak.	Bouillon čirý, na dně malé, kulovité, pak vločkovité kolonie. Na povrchu bílé kolonie, později souvislá, dosti silná kožička.	Bouillon čirý, kolonie tvoří malé vločky.	Bouillon čirý, kolonie tvoří malé vločky, zřejmé paprskovité skladby.	Bouillon čirý, na dně vločkovité kolonie.	Ojedinělé vločkovité kolonie na dně i po stěnách eprouvety. Na povrchu vločkovité terčíky, jež později se dotýkají, při čemž okraje se ohrnují a tvoří se membrana jevící alveolární skladbu. Z části pokrývá se membrána bílým práškem. Starší blány přijímají vzhled detritu neb krystalických jehel.	Vyvíjí-li se ve formě bacillů (?), bouillon se zakaluje. Vyvíjí-li se ve formě streptotrix, zůstává bouillon čirý a plovou v něm bílé vločky.	Bouillon se nekalí, tvoří se v něm malé vločkovité kolonie, později na dně mračnovitá massa.	Vločkovité kolonie, později na dně mračnovitá massa.	Na povrchu kruhovité ostrůvky s čistě bílým centrem, ty splývají pak v bílou blánu celý povrch povlékající. Na dně kulovité kolonie.	Různě veliké mračnovité kuličky na dně zkoumavky. Dostanou-li se na povrch, utvoří bílé, pápěrkovité vločky.	Tvoří mlhavé kuličky jako actinomyces thermophilus. Na povrchu krásný bílý, pápěrkovitý porost, jenž se později, když se spory vytvoří, zbarví do šedozelena.
Vzrůst v gelatině.			Nezkapalňuje.	Zkapalňuje.	Nezkapalňuje ani po 4 týdnech.	Při 56° zkapalňuje po několika dnech, při 22° až po několika týdnech.	Rychle zkapalňuje.	Nezkapalňuje ani za 4 týdny.	Tvoří na gelatině bledě žluté malé kolonie. Zkapalňuje značně.						Zkapalňuje.	Zkapalňuje.	Zkapalňuje.
Vzrůst na agaru.			Při 55° C hlubší kolonie jsou skoro kulovité poloprůhledné. Povrchní kolonie mají křídobílý povlak. Na něm koncentrické kruhy. Vzrůst kolonie ve všech směrech radierní, i do vzduchu, kamž vysílá sněhobílé hyphy, ido vnitř agaru, kamž roste ve formě polokoule. Při 35° tvrdé, bradavkovité, kruhovité kolonie.	Povrchní kolonie pokryté bílým prachem, povrch vráskčitý, paprskovitě od středu rozpukaný.	Povrchní kolonie jeví koncentrické kruhy, jsou pokryty bílým prachem, střed rozpraskán, paprskovitě od středu vráskován, okraj je zoubkovaný.	Okrouhlé, hladké, mdle bílé neb světlošedé, častěji též drsné, bradavkovité, žlutavé kolonie. Při 55° jeví mnohé kolonie různobarvý plísňovitý nádech. Starší kolonie tvoří žlutohnědý hlen někdy bublinovité massy. Někdy bývají kryty černavým povlakem	Kolonie jsou složeny z paprskovitých vláken. Střed kompaktní.	Paprskovité kolonie, pokryté bílým prachem.	Bledé, šedožlutavé kolonie, z jejichž, brzy tmavěji zabarvených center na všechny strany vycházejí vlákna obklopující střed jako světlejší obruba. Blízko centra lesklé kapičky, pod mikroskopem stříbrošedé.	Roste špatně, tvoří zrnité nesplývající, ale převrstvující se kolonie.	Kolonie vyvíjejí se v koncentrických zonách, tvoří dvorce střídavě průhledné a bělavé. Od středu jdou brázdy lehce se rozvětvující, kolonii hvězdovitý tvar propůjčující. Později pokrývají se kolonie prachem a ztrácejí paprskovitý vzhled.	Popelavě bílé, kruhovité kolonie, s tenčím, na periferii průhledným středem. Někdy se tvoří v centrum tmavý bod.	Okrouhlé, žlutavé kolonie, paprskovité skladby; některé jsou bílým prachem jakoby bílou, paprskovitě rozbrázděnou blanou pokryty. Kolem mají malý bezbarvý dvorec.	Na obyčejném agaru neroste. Na glycerinovém tvoří povlak silný, lpějící, bezbarvý.	Kolonie kruhové, vězí pevně v agaru, nedají se odškrábati. Pouze bílý, práškem pokrytý střed něco vystupuje z agaru. Na senuovém agaru jeví se zřetelně vrstvení koncentrické.	Kolonie pevně vrostlé do živného prostředí. Tvoří žlutavý, lesklý, povrchní povlak, později se svrašťující, a pouze místy malé, bílé, opýřené skvrny jevící.	Kruhovité, lesklé, povrchní kolonie, žlutavé barvy s roztřásněným okrajem. Starší kolonie jeví záhyby a vypukliny.
Vzrůst na bramboru.	Křídově bílé skvrny, později zcela jemný povlak.	Tvoří nálevkovité prohlubinky neb brázdy (po natření) na povrchu bramborového řízku. Povlak barvy jasně šedé neb hnědavé, odlišující se jen nezřetelně od neporostlého povrchu bramboru.	Křídově bílý povlak.	Bílý, práškovitý povlak.	Bílý, práškovitý povlak	Matné, žlutohnědé bradavkovité kolonie, nebo mazlavé žlutohnědé massy. Většinou nabývá brambor černého vzhledu. Na některých místech bílé, vzdušné hyphy.	Tvoří velké kolonie, pokryté vrstvou bílého prachu. Velmi staré kultury jsou černé.	Tvoří bílý prach.	Žlutavý povlak, na něm bílé vyvýšeniny, jež brzy splývají v povlak mnohonásobně v závity složený. Bílé povlaky jeví třetí den šedé poprášení. Po čtyřech dnech jsou celé matně šedé až i černé. Syrové brambory se pokrývají jemným chmýřím.	Jemné, žlutavě bílé, zrnité, někdy oranžově zbarvené tečkování. Na staré kultuře bílá zrnéčka.	Bělavý, u starých kultur kaštanově hnědý povlak, nepravidelného okraje se zonami bílým, jemným práškem pokrytými.	Žlutavý, místy zlatožlutý povlak.	Okrouhlé kolonie, s bělavým centrem, obklopeným zvýšeným hladkým dvorcem. Staré kolonie jsou hnědé, místy jeví bílé skvrny.	Jemný, žlutobílý povlak.	Nejdříve bílé skvrny, ty se vyklenují a tvoří bělavě žlutý povlak, hrbolatý, neb vráskčitý, konsistentní. Později stává se povlak tmavějším.	Na bramboru roste jen po předchozím „aklimatisování“ umělým půdám. (Po týdenním vzrůstu na agaru ze zapařeného sena.)	Vůbec neroste.
Vzrůst v mléce.				Mléko sráží, pak znovu rozpouští. Reakce stává se silně kyselou.		Mléko se sráží a jeví reakci slabě alkalickou.	Koaguluje a pak peptonisuje.	Mléko se nemění.	Na povrchu mléka tvoří se oranžově žlutá krusta. Po 4—5 dnech koagulace. Po 8 dnech reakce slabě kyselá.		Mléko sráží.	Mléko sráží.	Nesráží.	Nesráží.		Mléko sráží.	Nesráží.
Vůně kultury.			Na všech půdách silný, na truhlářský klih upomínající zápach.	Bez zápachu.	Bez zápachu.	Kultury páchnou sladce dextrinovitě. Na glyc. agaru „kysele“. Když se utvoří plísňovitý nádech, páchnou plísňovitě.			Kultury vydávají ovocnou vůni. Když vytvoří spory, páchnou stuchlinou.								Když jsou spory zralé, zvláštní zápach.

O slepencích žiteckých — nejspodnějším horizontu českého kambria.

Podává

Dr. **RADIM KETTNER** v Praze.

S 8 vyobrazeními v textu a 3 přílohami.

(Předloženo dne 18. června 1915.)

I.

Povšechný úvod.

Stratigrafií okolí příbramského zabývalo se až dosud jen málo pracovníků, přes to, že horniny příbramské jeví značnou rozmanitost petrografickou a poskytují tak mnoho vděčné látky k úvahám lithogenetickým a stratigrafickým. Obyčejně dělívá se nejbližší okolí příbramské geologicky ve čtyři pásma sedimentárních hornin, jež probíhají od JZ k SV, a z nichž krajní pásmo jihovýchodní těsně hraničí se středočeským masivem žulovým. Vycházejíce od žuly u *Brodu* nebo u *Hájů* J od Příbramě a postupujíce k SZ, t. j. kolmo na směr vrstev, označili horníci příbramští uvedené čtyři pruhy sedimentárních hornin postupně takto: *první pásmo břidličné, první pásmo drobové, druhé břidličné* a *druhé drobové*. Označování toto, jež v praksi se dobře osvědčilo, udržuje se mezi horníky do dnes.

Dnes víme zcela bezpečně, že obě pásma břidličná náleží svým stářím geologickým algonkiu, obě pásma drobová pak kambriu; mezi prvním pásmem drobovým a druhým břidličným probíhá mohutná dislokace — známá *příbramská rozsedlina jílová* —, podle níž algonkium druhého pásma břidličného bylo vyzdviženo nad kambrické první pásmo drobové.

K zmíněným čtyřem pásmům dlužno v širším okolí příbramském přibrati ještě další pruh kambrických drob a slepenců, který se vkládá mezi žulu a první pásmo břidličné mezi *Háji* a *Kocábou u Tuškova* (j. od Svatého Pole u Dobříše). Toto t. zv. *dubenecko-druhlické pásmo kambrické* ohraničeno jest proti prvnímu pásmu břidličnému podélnou dis-

lokací podobného rázu, jako jest příbramská rozsedlina jílová; podle ní první pásmo břidličné při variském vrásnění *Barrandienu* [1]) bylo tlakem od SZ k JV se šířícím vyzdviženo nad kambrický pruh dubenecko-druhlický a přes tento přesmyknuto. Jak se zdá, sousedí pruh tento mezi *Háji* a *Druhlicemi* těsně se středočeskou žulou, poměr však žuly k němu není zřetelný — jeť hranice zakryta většinou svahovými hlinami. Dále na severovýchodu vystupuje však v podloží pásma dubenecko-druhlického poznovu algonkium, jež jest Kocábou mezi *Druhlicemi* a *Tuškovským vrchem* dobře odkryto.

O algonkiu příbramského okolí budiž jen krátká zmínka učiněna; zdůrazním zde pouze ony věci, jež pro další úvahy naše mají nějakou důležitost. Nejdůležitějším pro nás jest, že *první pásmo břidličné není s druhým pásmem břidličným totožné ani pokud se stáří, ani pokud se petrografického složení týče. V druhém pásmu břidličném* vyskytují se namnoze (u Hluboše, Pičína, Bukové, na Aglajině výšině u Dobříše a j.) *buližníky*, již dávno odtud známé, a rovněž *effusivní vyvřeliny spilitové*, jež poprvé zde zjistil prof. Fr. Slavík a v práci současně s pojednáním tímto vydané podrobně popisuje.[2]) *V prvním pásmu břidličném* naopak není ani buližníků, ani spilitů, za to ale vystupuje zde *horizont slepencový*, jejž podařilo se mi sledovati od *Dobříše* přes *Brod* až k *Střebsku* JZ od Příbramě. O slepencovém horizontu tomto, jakož i o souvrství algonkických břidlic a drob z nadloží jeho jest, jak jsem již dříve byl ukázal,[3]) nepochybno, že jest mladší jak spilitů, tak buližníků — obojí horniny vyskytly se již v algonkických slepencích jako valouny.

Jest tudíž první pásmo břidličné mladším členem českého algonkia, než-li druhé pásmo břidličné.

Kdežto obě pásma algonkická (břidličná), pokud se sedimentů týče, jsou petrograficky dosti monotonní, jsou pruhy kambrické (drobové) ve svém složení velmi rozmanity. Již J. Grimm [4]) zdůrazňuje oproti pásmům břidličným značnou pestrost hornin pásem drobových, které liší se mezi sebou nejen barvou, ale i strukturou a velikostí i povahou klastického materiálu. Podati popis veškerých odrůd hornin v pásmech

---

[1]) Názvem tím označuji *soubor etáží Barrandeových*; označení „*starší palaeozoikum*“ pro všecky tyto etáže není vhodné, neboť nejstarší Barrandeovy etáže A a B z největší části již k staršímu palaeozoiku nepatří, náležejíce algonkiu, tedy archaeozoiku. Názvu „*Barrandien*“, zajisté důstojně připomínajícího jméno slovutného francouzského učence, jenž dílem svým „Système silurien“ etc. učinil střední a jihozáp. Čechy územím klassickým, užil po návrhu T. Mc. Hughesa v pracích svých i Fr. Pošepný.

[2]) O spilitech v algonkiu příbramském, vyd. Čes. Akademií, Praha 1915.

[3]) Ein Beitrag zur Kenntnis der geol. Verhältnisse der Umgebung von Königsaal (Böhmen). Verh. d. k. k. geol. Reichsanstalt, Wien 1914, Nr. 17 u. 18; Několik poznámek k otázce stratigrafického rozčlenění českého algonkia, Věstník V. sjezdu čes. přírodopisců a lékařů v Praze r. 1914, str. 317—318.

[4]) Die Erzniederlage bei Příbram in Böhmen, Prag 1855.

drobových se vyskytujících jest podle Grimma nemožno, neboť i při největší úplnosti nebyly by všecky odrůdy vyčerpány. Hranice pásem břidličných proti drobovým jsou podle Grimma vždy ostré, není nikde mezi oběma souvrstvími přechodu. Pro nás jest zvlášť zajímavo, že již Grimmovi neušlo, *že nejspodnější člen drobových pásem, většinou slepence, podstatně se liší od ostatních křemitých slepenců a křemitých drob*, které teprve o něco výše v drobových pásmech se vyskytují. Popis těchto spodních slepenců, na svou dobu velmi správně podaný, citujeme zde z práce Grimmovy doslovně:[5]).

„Was die Konglomerate anbelangt, so bestehen die größeren Geschiebe von Faust- bis Kopfgröße und darüber fast ausschließlich aus Kieselschiefer von verschiedener Färbung, selten aus anderen festen Schiefergesteinen oder aus Quarz, am seltensten aus Granit, Granitporphir und Feldsteinporphir.

Die kleineren Geschiebe unter Faustgröße bis zur Nuß- und Haselnußgröße herab sind vorwaltend Quarz, von verschiedener Farbe, dann schwarzer Kieselschiefer, fester Thonschiefer und graue Grauwacken; selten ist es Granit oder ein Porphirgestein. Feldspathstückchen sind die seltensten Erscheinungen.

Die Bindemasse der Konglomerate ist entweder ein blau- oder grünlichgrauer Schieferteig, oder eine thonige aus Feldspaththeilchen, Quarz- und verschiedenen Schieferkörnern zusammengemengte Grauwacke von graurother oder brauner Farbe, oder eine Grauwackenmasse, die entweder thonig, glimmrig und röthlich, gelblich, grau, bräunlich gefärbt ist, oder welche vorwaltend quarzig, bald grau und weiß gesprenkelt, bald weiß oder anders gefärbt ist, von grobem oder feinerem Korne, oft auch ganz dichtem Gefüge.

In dieser Bindemasse sind an einigen Orten, so bei Duschnik, Dubno, Langlhota, die Geschiebe so dicht gedrängt beisammen, daß das Bindemittel gar nicht bemerkbar ist. Die Geschiebe sind theils rund, theils länglichrund, theils nur flachrund und knollig. Gegenseitige Eindrücke sind an denselben nicht wahrzunehmen. Bei den sehr groben Konglomeraten ist die Bindemasse gewöhnlich mehr thonig, dickschieferig und von geringerer Festigkeit. Derlei Konglomerate kommen meistens an den Scheidungen mit den Schieferzonen vor. Von Interesse ist es, daß an vielen Punkten in der Nähe der Scheidungen außer den abgerundeten Geschieben auch viele große Stücke und Blöcke von Kieselschiefer mit scharfen Ecken und Kanten eingebettet sind, und daß manche dieser Blöcke auch eine Größe von vielen Kubikfußen erreichen, so bei Dubno, Duschnik, Pitschin und bei Přibram am Schreckengebirge.“

Správnost tohoto líčení Grimmova pochopíme teprve později, až budeme podrobně pojednávati o nejspodnějších vrstvách kambria

---

[5]) l. c. [4]) str. 17—18.

příbramského, zvl. o jejich povaze petrografické. Jest pozoruhodno, že Grimm jediný ze starších badatelů Příbramska si povšiml zvláštního rázu spodních slepenců, jevícího se nejen v barvě a povaze tmelu, ale i ve složení materiálu klastického svědčícího na transport z neveliké dálky. Též údaj valounů žulových svědčí o Grimmově bystrosti pozorovatelské. Místa, v citátu Grimmově uvedená jsou, jak později seznáme, právě nejtypičtějšími lokalitami pro nejspodnější kambrium příbramské.

Roku 1860 upozornil V. M. Lipold[6]) ve zprávě o svých geologických výzkumech ve středních Čechách na značnou *diskordanci*, která existuje mezi břidlicemi a drobami, až dosud Barrandem společně k azoickým vrstvám etáže B čítánými. Diskordanci tu pozoroval na pravém břehu Litavky j. od mlýna *Valchy* u *Trhových Dušník* a znázornil ji na profilu vedeném od Příbramě k Jincům. Okolnost tato vedla Lipolda k tomu, že Barrandeovu etáž B rozčlenil ve dvě oddělení: na spodnější „*příbramské břidlice* (= dnešní algonkium) a svrchnější „*příbramské droby*“ (kambrické). — Všeobecně má se za to, že Lipold první poukázal na diskordanci mezi příbramskými břidlicemi a příbramskými drobami. Leč již o 5 let dříve píše Grimm,[7]) že droby u ústí dědičné štoly u Trhových Dušník spočívají mírně ukloněny na příkře stojících břidlicích. Citát tento, nemálo důležitý, uvedeme níže na patřičném místě v doslovném znění. Nikoliv tedy Lipold, nýbrž Grimm byl, pokud až dosud známo, prvním objevitelem nesouhlasnosti v uvrstvení mezi příbramskými břidlicemi a drobami. Lipold byl ovšem první, jenž na diskordanci tu s patřičným důrazem upozornil.

Později i jiní badatelé, jmenovitě Krejčí, K. Feistmantel, Pošepný a Katzer zdůrazňovali diskordanci mezi příbramskými břidlicemi a příbramskými drobami. Jest proto s podivením, jak ještě r. 1892, tedy hodně pozdě po velmi správných pozorováních Grimmových, Lipoldových, Pošepného a j. mohl Josef Schmid[8]) v montanisticko-geologickém popise příbramského rudního obvodu napsati, že na západních hranicích mezi pásmy břidličným a drobovým vystupují *slepence jakožto členy přechodní* („Übergangskonglomerat“). V břidlicích příbramských na styku s příbramskými drobami objevují prý se valounky křemenné a břidličné, jichž množství a velikosti pozvolna přibývá, takže posléze jako vrstvy slepencové vystupují. Směrem do nadloží pak stávají se slepence ty jemnozrnnějšími a sprostředkují tak přechod do normálních drob. Ostrá hranice mezi břidlicemi a drobami nebyla prý podle Schmida nikde pozorována.

---

[6]) Verhandl. d. k. k. geol. Reichsanstalt, Vídeň 1860, str. 89.

[7]) l. c. [4]), str. 31, § 24.

[8]) Montangeologische Beschreibung des Příbramer Bergbau-Terrains; herausgegeben im Auftrage des k. k. Ackerbau-Ministeriums v. d. k. k. Bergdirektion in Příbram, Wien 1892, str. 4., 6., 19.

Vyvraceti údaje Schmidovy, o jejichž nesprávnosti každý na mnoha místech se může přesvědčiti, bylo by zbytečno. Zdá se mi, že pozvolný přechod příbramských břidlic do slepenců pozoroval Schmid asi na slepencích algonkických, které u *Dubna* se vyskytují v neveliké vzdálenosti od basálních slepenců kambrických, a nepovšiml si, že mezi slepenci algonkickými a basálními kambrickými táhne se ještě dosti široký pruh normálních příbramských břidlic. — Grimmovi však rozdíl slepenců v příbramských břidlicích se vyskytujících od basálních slepenců pásem drobových byl dobře znám již v r. 1855, jak z jeho popisů lze se přesvědčiti.[9])

Stratigrafií kambrických pásem na Příbramsku nejpodrobněji až dosud zabýval se Fr. Pošepný[10]); na základě odlišné povahy petrografické rozličných hornin drobových pásem rozčlenil ve své práci o příbramských adinolách kambrická souvrství drobová ve tři oddělení: na vrstvy *žitecké*, vrstvy *bohutínské* a vrstvy *březohorské*. Rozčlenění toto založeno jest na profilu vedeném napříč prvním pásmem drobovým od vrchu *Žitce* u *Nesvačil* k *Vranovicům*, jakož i na četných jiných místech, kde vrstevní sled dobře jest odkryt, tak zvl. u rybníka lázského a j. Litovati jest, že Pošepný nikde nezmiňuje se podrobněji o petrografické povaze hornin jednotlivých svých tří oddělení. *Žiteckými* vrstvami nazývá zpravidla slepence na basi souvrství kambrických vystupující, které, jak ve své práci o adinolách na str. 178 uvádí, *hlinitým tmelem* se vyznačují. Vrstvy *bohutínské* jsou zpravidla černými křemitými pískovci, *březohorské* pak představují nám křemité pískovce a slepence světlé barvy. Slepence z Pošepného vrstev *březohorských* kryjí se asi s horninami, jež podle J. Krejčího označujeme jakožto *slepence třemošenské*.

Ve své geologické mapě okolí příbramského, kterou Pošepný r. 1895 publikoval k svému stěžejnímu spisu o montanisticko-geologických poměrech příbramských,[11]) vyznačil ze svých tří oddělení v kambriu zvláštní barvou jen *slepence žitecké* (Žitecer Conglomerat etc.), vrstvy bohutínské a březohorské spojil však v jedno a označil je jako *příbramský pískovec* (Příbramer Sandstein). V mapě připojené k Pošepného práci o adinolách vyznačeny jsou vrstvy bohutínské a březohorské odlišně, žitecké však naopak scházejí. Vidíme tedy, že Pošepný užívá pro své tři stupně v mapách vždy jen dvou barev. Srovnáváme-li pak Pošepného mapy s textem, přesvědčíme se na mnoha místech, že spolu nesouhlasí. Tak na př. v kambrické skupině třemšínské a na blízké Štěrbině u Rožmitála zmiňuje se Pošepný v textu o vrstvách bohutínských, které však v mapě označuje jako žitecké. Vůbec zdá se nám, že Pošepný

---

[9]) l. c. [4]).

[10]) Ueber die Adinolen von Přibram in Böhmen, Tschermaks Min. u. petr. Mitteil., Wien 1888, str. 178 a 182.

[11]) Beitrag zur Kenntniss der montangeologischen Verhältnisse von Příbram; Archiv für praktische Geologie II., 1895.

zaznamenával svá správná jinak pozorování do mapy až později, nikoliv však na místě při pozorování samém; tím vysvětlují se asi četné chyby v jeho mapě, jakož i nesouhlas mapy s textem. Text oproti mapě bývá zpravidla spolehlivějším.

Jak dalece jest Pošepného rozčlenění drobových pásem ve tři oddělení správné, nelze dnes ještě s určitostí říci. Zdá se, že v jihozápadních partiích příbramského kambria se dosti osvědčuje, v severovýchodních však užíti ho dobře nelze. Výsledky pozorování Pošepného v kambriu příbramském dosud velmi málo pronikly do odborné literatury a také od vydání Pošepného mapy až dosud téměř nikdo se nepokusil o kontrolu pozorování Pošepného. A přece zasluhovala by celá práce Pošepného náležité revise; ne snad proto, že v publikacích jeho shledáváme tolik nesrovnalostí mezi mapou a textem, nýbrž spíše proto, aby se zjistilo, co vlastně jest z Pošepného pozorování v pracích jeho správně podáno. Přišel jsem k přesvědčení, že na Pošepného údajích vždy jest mnoho správného a zajímavého, vždy nějaké zrnko pravdy; následující studie jest toho dokladem. Ale právě okolnost, že Pošepný psal své dílo o Příbramsku patrně ze starých svých poznámek a mapy kreslil pozdě po pozorování, značně snižuje cenu jeho publikací.

Příčina, proč v posledních 15 létech tak malý zájem se jeví o kambrium příbramské, spočívá ve zdánlivé přílišné složitosti poměrů na Příbramsku a pak asi i v tom, že veškerá pozornost badatelů při projednávání otázek českého kambria se týkajících soustředila se na dosud nejdůkladněji prozkoumaném území českého kambria, na okolí *Tejřovic* a *Skrej*. Jak ke konci práce této však ukážeme, není kambrium skrejsko-tejřovické ku projednávání těchto základních otázek českého kambria právě nejvhodnějším, neboť jest oproti kambriu příbramsko-jineckému mnohem méně mocné a tím i mnohem neúplnější.

Loňského roku na podzim přinesl prof. Fr. Slavík z exkurse na Příbramsko slepence z několika míst, jež na mapě Pošepného byla označena barvou *slepenců žiteckých*. Nezvyklá povaha slepenců těchto vyznačujících se zeleným chloritickým tmelem a přítomností drobných valounků z nejrůznějších odrůd spilitických vyvřelin, které velmi hojně vedle valounků a ostrohranných zrn křemenných ve slepencích se vyskytovaly, vzbudila naši pozornost zvláště proto, že nedlouho před tím jsem nalezl v algonkiu záp. od *Jíloviště* u Zbraslavě slepence (dnes jako algonkické určitě dokázané), které rovněž obsahovaly hojnost valounků spilitových a tak „žiteckým“ slepencům z Příbramska velmi se podobaly. Podobnost tato, zvláště však ráz slepenců prof. Slavíkem přinesených, naprosto odchylný od typických drob a slepenců třemošenských, vedly nás nejprve k domněnce, zda Pošepného „*žitecké slepence*“ nejsou snad nějakým dosud neznámým oddílem českého algonkia, a nebo, jsou-li již kambrické, není-li u *Jíloviště* snad vyvinuto též kambrium.

Exkursemi podniknutými do území nepochybných algonkických slepenců, zvl. na *Říčansko* a do okolí *Mníšku* a *Dobříše*, jakož i mikroskopickým výzkumem slepenců algonkických záhy jsme se přesvědčili, že diabasové valounky, mezi nimi velmi mnoho význačně spilitických, jsou v algonkických slepencích hojné; z takových nalezišť algonkických slepenců, kde vyskytly se spility jako valounky, uvádíme vedle *Jíloviště* zvláště *Zelený* (kota 446) u *Chouzavy* jižně od Kytína, *údolí Říčanského potoka* sev. od *Říčan*, *Tuškovský vrch* u Svatého Pole a j. Dále jsme v brzku seznali, že žitecké slepence P o š e p n é h o všude od typického algonkia *ostře* jsou odděleny, spočívajíce na něm *diskordantně* (t. zvl. u Trhových Dušník sev. od Příbramě), směrem k nadloží však, místy zcela povlovně, přecházejí do ostatních drob kambrických.

Z toho jsme nabyli přesvědčení, že *žitecké slepence nenáleží algonkiu*, nýbrž, že jsou *nejspodnějším kambriem*. Přítomnost valounků spilitových není nikterak směrodatným znakem při určování stáří a příslušnosti slepencových hornin, vždy dlužno vzíti v úvahu i způsob uložení slepenců a studovati přechody jejich do sousedních hornin. Již po prvních orientačních exkursích, jež jsme společně s prof. Slavíkem na Příbramsku vykonali, zjistili jsme, že P o š e p n é h o *žitecké slepence mají oprávnění jakožto samostatný obzor příbramského kambria*. Bylo nyní další úlohou sledovati je ve všech třech pruzích kambrických, jež širším okolím příbramským prostupují a zjistiti tak, odkud až kam slepence žitecké sahají a není-li mezi nimi facialních změn.

P o š e p n ý označil na své geologické mapě okolí příbramského žitecké slepence na těchto místech: *V pruhu dubenecko-druhlickém* na Tuškovském vrchu (kota 445) sev. od Dušník; v *prvním pásmu drobovém* v pruhu od Dubna na jih až k silnici vedoucí od Svaté Hory k Hájům, na jv. a v. svahu Vojny (662) a v jižním konci Narysova, posléze v pruhu táhnoucím se z jz. okolí koty 535 u Střebska přes Strejčkov na vrchol Žitce (550) u Nesvačil a na j. břehu Hlubokého rybníka u Nesvačil. Dále jest označen jakožto slepenec žitecký vršek s kapličkou kota 606 u silnice mezi Bohutínem a Vranovicemi. *V druhém pásmu drobovém* vyznačeny jsou žitecké slepence sev. od Škrtilky u Trhových Dušník, na vrcholu 547 jv. od stříbrné huti, v pruhu mezi Podlesím, Orlovem a kozičínskou šachtou, u Horního Lázu a jz. odtud přes koty 732 a 741 na jv. svahu Plešce u myslivny vranovické. Posléze kreslí P o š e p n ý žitecké slepence na sv. svahu *Štěrbiny* a v několika kruzích kol *Třemšína*.

II.

Rozšíření slepenců žitetckých.

Na četných exkursích, jež jsme společně s prof. S l a v í k e m na Příbramsku vykonali a na nichž jsme věnovali zvláštní pozornost spodním hranicím kambrických uloženin, zjistili jsme rozšíření pravých žitetckých

slepenců tak, jak v odstavci tomto podrobně bude vylíčeno. Rozšíření slepenců těch podle našich pozorování jest daleko větší, než jak je Pošepný ve své mapě uvádí, naopak ale nemohli jsme jich zjistiti mezi *Podlesím* a *Zalány*, kde Pošepný kreslí široký pruh slepenců žiteckých. Vůbec měli jsme příležitost na mnoha místech mapu Pošepného korigovati. Spodní hranici kambrických pruhů sledovali jsme od *Rožmitála* až do sv. okolí *Dobříše* věnujíce při tom pozornost nejen žiteckým slepencům samým, nýbrž i algonkiu v podloží jich, i ostatnímu souvrství kambrickému z jejich nadloží.

Na mapce, jež k práci své přikládám, znázorněno jest rozšíření žiteckých slepenců podle pozorování našich. Vedle toho zvlášť vyznačuji v algonkiu výskyty spilitových vyvřelin, buližníků a slepenců, pokud námi byly stanoveny. Z rozšíření hornin těchto vyniká na mapě podstatný rozdíl obou algonkických pásem břidličných. Dále zakreslil jsem do mapky i *příčné dislokace*, jež sledováním slepenců žiteckých jsem přímo zjistil, neb o jichž existenci z odchylek směrů a úklonů vrstev a z morfologického obrazu krajiny jsem přesvědčen. Ovšem, že příští podrobné mapování průběh jich na mnoha místech opraví. Mapka má jest pouhou skizzou a nečiní proto nároků býti přesným geologickým obrazem Příbramska; spíše má *schematicky* znázorňovati, pokud se tektoniky týče, plán, podle kterého jest část Brd mezi Dobříší a Rožmitálem stavěna.

Skupinám Štěrbiny a Třemšína byla věnována jen jediná toura orientační a nebudu proto v následujícím bráti k nim zřetel. Poměry na *Rožmitálsku* jsou tak spletité a nejasné, že vyžadovati budou dlouhého studia, které znesnadněno zde jest nedostatkem odkryvů a hustým porostem lesním. Mohl-li jsem si učiniti přece jakýsi pojem o složení a tektonice krajiny této, vděčím to vzácné laskavosti pana J. Syrovátky, kníž. arcibisk. správce v Rožmitále, jenž nás v lesnatém terrainu pod *Třemšínem* zavedl k četným výchozům skal a na mnoho geologicky důležitých míst nás upozornil. Na několika místech prošel jsem na příč pruhy, jež Pošepný označil v mapě barvou žiteckých slepenců, ale nikde nemohl jsem slepenců těch zjistiti, any hustě porostlé stráně pokryty jsou ssutí typických slepenců třemošenských, budujících vrchol Třemšína i Štěrbiny. Pouze severně od arcibiskupského letního sídla u *Roželova* (na mapě 1 : 75.000 označeno jako myslivna u koty 630) měl jsem příležitost ohledávati výchozy skal v místech, kde Pošepný barevně vyznačuje žitecké slepence. Skály ty, přímo v nadloží břidlic algonkických se vyskytující, jsou však černé pískovce křemité, zcela podobné typickým pískovcům bohutínským. Směr vrstev jest zde SSV. (hora 1), úkl. 65° k ZSZ. Zdá se, že Pošepný, jenž v textu mluví [12]) zde pouze o vrstvách bohutínských a březohorských, o přítomnosti slepenců žiteckých však se nezmiňuje,

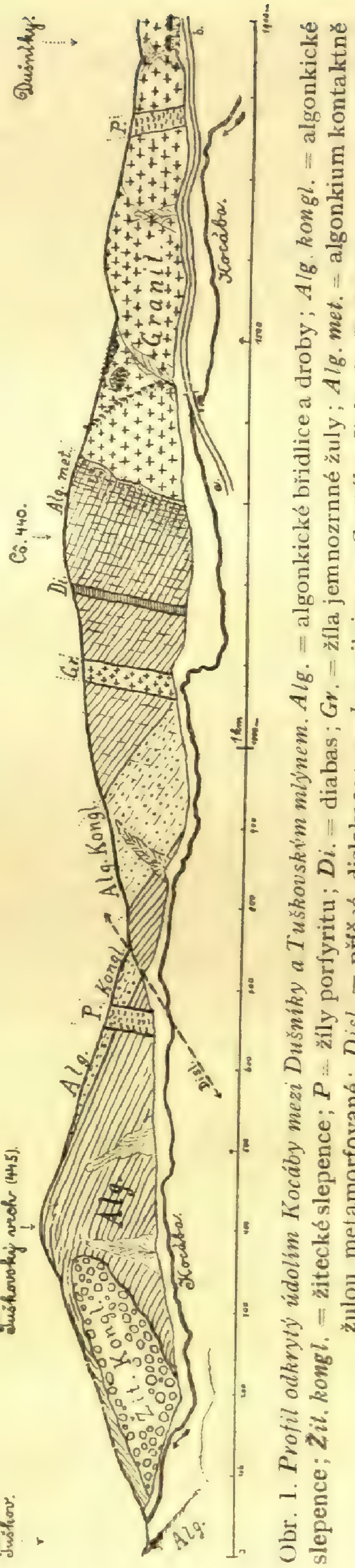
[12]) I. c. [11]) str. 660 a dále.

omylem označil na mapě své ve skupině Třemšína a Štěrbiny pískovce bohutínské jakožto vrstvy žitecké.

V pruhu dubenecko-druhlickém pozorovati lze ponejvíce jen světlé křemité pískovce a slepence březohorské, které probíhají směrem téměř SV a příkře jsou ukloněny k SZ. Nejspodnější člen souvrství tohoto pruhu odkryt jest pouze na nejzazším konci jeho na severovýchodě ve příkrých stráních *Kocáby* na záp. svahu *Tuškovského vrchu*, tedy na těch místech, kde kambrický pruh dubenecko-druhlický oddělen jest od středočeské žuly vrstvami algonkickými.

Kambrium na záp. svahu *Tuškovského vrchu* jsou *žitecké slepence* v nejtypičtější podobě. Pro pochopení poměrů úložných budiž zde podrobně popsán profil odkrytý údolím Kocáby mezi *Dušníky a Tuškovem*, jenž jest zároveň jakousi korekturou nedosti přesných údajů P o š e p n é h o. (Srv. obr. 1., 2. a 3.)

Obec *Dušníky* stojí na pokrajní facii středočeského masivu žulového, na hrubozrnné až porfyrické žule. Žulu tu sledovati můžeme v údolí Kocáby až do lesa na jižním svahu koty 440, tedy o něco málo severněji, než jak mapa P o š e p n é h o zakresluje. Nepříliš daleko od sev. konce *Dušník* prostoupena jest žula žilou porfyrické horniny barvy narudlé, která probíhá směrem V-Z a pod úhlem 80° k J zapadá. Žílu tuto v lomu na pr. břehu Kocáby dobře odkrytou zaznamenává již P o š e p n é h o mapa a to jakožto porfyr. Výbrus z horniny té pořízený poskytuje pro mikroskopické studium mnoho zajímavého: mámeť zde několik generací živců, z nichž nejstarší, ve velikých porfyricky vyloučených krystalech, náleží orthoklasu, poněkud mladší, rovněž porfyrické, krásně dvojčatně lamellovaným kyselejším plagioklasům, nejmladší živce si



Obr. 1. *Profil odkrytý údolím Kocáby mezi Dušníky a Tuškovským mlýnem. Alg.* = algonkické břidlice a droby; *Alg. kongl.* = algonkické slepence; *Žit. kongl.* = žitecké slepence; *P* = žíla jemnozrnné žuly; *Alg. met.* = algonkium kontaktně žulou metamorfované; *Di.* = diabas; *Gr.* = žíla porfyritu; *Dísl.* = příčná dislokace; *a—b* = silnice ze Svatého Pole do Dušník.

vytvořeny jsou pak ve velmi krásných sférokrystalech neb vějířkových útvarech složených z vláskovitých plagioklasů. Křemen jest nejstarší vyloučeninou, vyskytá se poměrně dosti zřídka ve velikých magmaticky korrodovaných zrnech. Z barevných součástek vyskytá se tu a tam biotit. Jest nejsprávněji, označíme-li horninu jakožto *křemenem chudý porfyrit*, ač pro přítomnost orthoklasu i název *monzonitický porfyr* by nebyl neoprávněným.

Od vrcholu kota 440 následují *břidlice algonkické*, které nesou poblíže žuly, ač ne přílis daleko, stopy kontaktní přeměny v rohovcovce a břidlice skvrnité. Tak jako všude v okolí *Slap*, *Nového Knína* a *Libčic*, i zde kontaktně změněné břidlice algonkické nápadně vynikají na hranici žulové nad okolní žulový terrain vzdorujíce účinněji denudaci než-li žula. Vrstvy zapadají k JV pod úhlem asi 25° a jsou prostoupeny diaklasami směru VJV (hora 7), kterými řídí se i drobná *žíla diabasová* na sev. svahu vrcholu kota 440 prorážející, a poněkud dále na sever i apofysa *jemnozrnné žuly*. Za žilou touto objevují se *algonkické slepence* zapadající pod úhlem 30° k JV, zcela totožné se slepenci od Lhotky neb z Modřanské rokle. Můžeme je sledovati až k údolíčku přicházejícímu s pravé strany na jižním svahu Tuškovského vrchu.

Údolíčko toto, jak se zdá, sleduje příčnou dislokaci, jsouť algonkické slepence na sev. břehu jeho poněkud k západu posunuty. Algonkické slepence běží pak odtud po délce *Tuškovského vrchu* na jeho jv. svahu v nevelké vzdálenosti od vrcholu. Směrem k SV stávají se jemnozrnnějšími skládajíce se z drobnějších valounků, patrně spilitických a ze zeleného, chloritem bohatého tmelu. Na jz. od vrcholu Tuškovského vrchu jsou slepence prostoupeny od V k Z směřující žilou téže horniny, kterou jsme byli dříve žulou prorážející pozorovali. Jest to opětně *porfyrit* s vějířkovitými živci, leč oproti prvnímu porfyritu (z žuly) bez porfyrických vrostlic orthoklasových.

O algonkických slepencích z *Tuškovského vrchu* zmínil se již P o š e p n ý v práci o adinolách (str. 184) a podrobněji v pojednání o montanisticko-geologických poměrech okolí příbramského (str. 629 a 637). Povšiml si i vyvřelé žíly porfyritu jimi prorážející. P o š e p n ý uvádí, že vrstvy zapadají tu příkře k SV, kdežto já jsem zjistil směr SV, úklon asi 30° k JV. Na mapě P o š e p n é h o jest vrchol a velká část jihových. úbočí Tuškovského vrchu označena již jakožto kambrický slepenec žitecký. Udání toto jest nesprávné, ano jihových. úbočí budováno jest, jak uvedeno, slepenci algonkickými, vrchol pak černými algonkickými drobami, jež v podloží algonkických slepenců dosti daleko až dolů do údolí Kocáby na západojihozáp. svahu Tuškovského vrchu lze sledovati. Jejich směr stává se zde odchylným (od S k J), úklon 30° k V.

Žitecké slepence vystupují *na záp. svahu Tuškovského vrchu* asi v místech, kde Kocába činí prudký ohyb k východu. Jsou místy velmi hrubozrnné skládajíce se z valounů buližníkových i jiných hornin až jako

hlava velikých. Velmi nedokonalé a nepravidelné vrstvení, způsobené asi nepravidelností vodních proudů v době sedimentace, jakož i nesčíslný počet diaklas beze všeho pravidla všemi možnými směry slepencem prostupujících naprosto znemožňují stanoviti směr a úklon vrstev. Abych zjistil správný poměr žitecký ch slepenců na Tuškovském vrchu k algonkiu v podloží jich vystupujícímu, provedl jsem podrobné zmapování záp. svahu Tuškovského vrchu a vyšetřil přesně ohraničení žitecký ch slepenců.

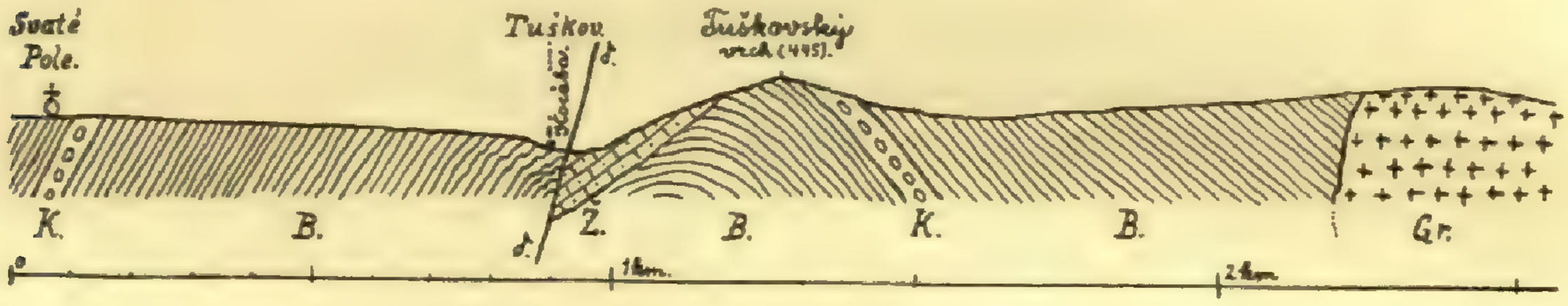
Obr. 2. *Mapka znázorňující geologické poměry v okolí Tuškovského vrchu.* Vodorovně čárkováno = algonkické slepence; svisle čárkováno = žitecké slepence; π = žíly porfyritové; *di.* = diabas; *gr.* = žíla jemnozrnné žuly; A—B = přesmyk I. pásma břidličného přes pásmo dubenecko-druhlické; δ—δ = příčná dislokace; x—y = směr profilu obr. 3.

Oproti mapě P o š e p n é h o zjistil jsem rozšíření jejich daleko menší; rovněž neshledal jsem, že by směrem k nadloží přecházely do světlých pískovců, o nichž se P o š e p n ý na dvou místech v textu zmiňuje a jež v mapě své barvou „příbramských pískovců“ označuje.

Ze zjištění hranic žitecký ch slepenců vychází na jevo, že transgresní plocha jejich dosti příkře se svažuje k SZ; naopak u vrstev algonkický ch (i v samém podloží žitecký ch slepenců) pozorovali jsme nejčastěji úklon k JV. Z toho jest zřejmo, že máme zde zřetelně stanovenu *značnou diskordanci mezi algonkiem a nejspodnějším kambriem*, i jest tedy profil Tuškovského vrchu v tomto ohledu velmi důležity. Proti Tuškovskému mlýnu na sev. svahu Tuškovského vrchu vystupují již opětně černé droby

algonkické, ukloněné ale pod úhlem 40° k SZ. Transgreduje zde tedy kambrium přes zvrásněné vrstvy algonkické.

Žitecké slepence nalezl jsem i *proti Tuškovskému vrchu* na l. břehu Kocáby v sev. konci úzkého lesíka asi v místech, kde na mapě 1 : 25.000 stojí písmena *KO* nápisu „*Ko*zaba". Levý břeh Kocáby u Tuškovského mlýna, jakož i levý břeh údolíčka u písmene „O" nápisu „Kozaba" do Kocáby ústícího budován jest břidlicemi algonkickými, které jsou zde silně pohmožděné. Jest jisto, že Kocába sleduje zde mohutnou podélnou dislokaci rázu, jako jest příbramská rozsedlina jílová, podle níž algonkium tlakem od SZ k JV působícím nad kambrium bylo vyzdviženo a přes toto přesunuto. — Sledujeme-li profil náš ještě dále na SZ, zjistíme na jižním konci obce *Svatého Pole* opětně *algonkické slepence*, které zde jsou velmi porušeny nesčetnými puklinami a drobnými dislokacemi a místy silně stlačeny. Zapadají příkře k ZSZ.



Obr. 3. *Profil vedený napříč Tuškovským vrchem od žuly sv. od Dušník ke Svatému Poli.* (Srv. přímku *x—y* v mapce obr. 2.) *B* = algonkické břidlice a droby; *K.* = algonkické slepence; *Ž.* = slepence žitecké; *Gr.* = středočeský masiv žulový; δ—δ = přesmyk I. pásma břidličného přes pásmo dubenecko-druhlické (na obr. 2. linie *A—B*).

Zajímavy jsou veliké *valouny žulové*, které v žitecký slepencích *Tuškovského vrchu* velmi hojně se vyskytují a svou narůžovělou barvou ostře se odlišují od stejně velikých valounů buližníkových. Jest věru s podivením, že P o š e p n ý si jich nepovšiml a nepoužil přítomnosti jejich k podepření svého názoru o prahorním stáří středočeské žuly. Nálezy žulových valounů v žitecký slepencích jsou novým dokladem, že *máme v Čechách již žuly předkambrické*, které jsou to však, dosud nevíme; téměř celý žulový masiv středočeský zajisté jest stáří karbonského.

Nyní budeme sledovati žitecké slepence v t. zv. **prvním pásmu drobovém** t. j. v pruhu kambrických hornin táhnoucím se od *Nesvačil u Rožmitála* k myslivně *Brodci* sz. od *Dobříše*. Severní omezení jeho jest, jak uvedeno, tektonické, jsouc dáno příbramskou rozsedlinou jílovou. Kdežto na jz. konci pruh tento jest značně široký, zúžuje se na konci severovýchodním velmi prudce, až u myslivny Brodce se tektonicky vykliňuje. Na levý břeh *údolí lipížského*, jež kolem Brodce směrem sz.—jv. vede a ústí do velikých rybníků dobříšských, kambrium prvního pásma drobového více nepokračuje. Sleduje údolí lipížské mohutnou dislokaci příčnou, která pokračování kambria zde utíná a příbramskou rozsedlinu jílovou

k SZ značně posunuje. Ta pokračuje pak dále k VSV vstrvami algonkickými na jižním svahu buližníkové *Aglajiny výšiny* (kota 490).

U myslivny *Brodce* nalezneme v polích rozpadlé slepence žitecké složené z četných valounů bílých křemenů a buližníků. Potok jižně od myslivny prořezává u koty 373 kambrium a odkrývá v podloží jeho břidlice algonkické. Výchozy žiteckých slepenců nalézáme pak na protější straně, t. j. v malém lomu na sv. svahu *Čihadla* mezi silnicí a lesem. Lze je sledovati směrem jz. až do lesa, kdež však těsně v jižním sousedství jejich (právě asi 200 *m* sev. od písmen „dl" „Čih*adlo*" na mapě 1 : 25.000) vystupují i slepence algonkické. Od místa toho na východ, tam, kde mapa 1 : 25.000 zaznamenává u silnice zářez, vystupují ale opětně skalky žiteckých slepenců v silnici, i můžeme odtud sledovati hranici jejich proti algonkiu směrem jihozápadním přes silnici k Hostomicům vedoucí (vých. od koty 420) až na pokraj lesa u vodovodu dobříšského (vých. od „*Díly*" na mapě 1 : 25.000).

Jak patrno, jest severovýchodní konec kambrického prvého pásma drobového velmi komplikovaný, jsa několikrát napříč dislokován. Poměry komplikují se zde nad to i tím, že v sousedství hrubozrnných slepenců žiteckých vystupují i *slepence algonkické*, zvláště v pruhu mezi kotami 420 a 385 u *Papežského rybníka*. Snadno mohlo by se přihoditi někomu, kdo nezná dobře povahy slepenců algonkických i žiteckých, že by oba slepence v mapě stejným způsobem označoval. Oba druhy slepenců na povrchu bývají rozpadlé a valouny z nich pokrývají pole slézajíce daleko do údolí. Rozeznáme v polích takto rozpadlé slepence od sebe nejlépe tím, že *slepence algonkické složeny jsou téměř výhradně z valounů algonkických drob*, ale neobsahují *nikdy* valounů křemenných, buližníkové pak velmi vzácně. Naopak rozpadlé *slepence nejspodnějšího kambria* zanechávají pravidlem *mnoho valounů křemenných i buližníkových*.

Nadložím žiteckých slepenců u *Čihadla* (sz od Dobříše) jsou růžové slepence a pískovce drobivé, snadno v písek a štěrk se rozpadající (= naše slepence hlubošské). Jsou dobře odkryty ve stráních na sev. svahu *Čihadla* na pravém břehu potůčku od dvorce *Trnové* k *Brodci* přitékajícího.

Kdežto hranice žiteckých slepenců proti podložnímu algonkiu probíhá přibližně směrem SV—JZ, mají algonkické vrstvy vých. od *Čihadla* (břidlice i slepence) směr čistě V—Z. Z tohoto fakta souditi lze na velmi značnou diskordanci, která zde mezi kambriem a algonkiem jest vyvinuta.

Žitecké slepence zjistil jsem dále v polích poblíž kraje lesa jv od koty 433 u *myslivny svatoanenské*. Odtud sledovati je můžeme dobře na jz. do lesa „*Říhovka*" zvaného, kdež tvoří všude zřetelné skalky a v lesním údolíčku právě v tupém ohybu jeho mezi písmeny H a O na mapě 1 : 25.000 (nápisu Říhovka) vystupují. Srovnáme-li výskyt žiteckých slepenců z *Říhovky* se slepenci nejblíže na sever odtud zjištěnými, t. j. od *dobříšského vodovodu*, vidíme hned, že jsou oproti těmto značně k východu posunuty podle příčné nějaké dislokace. Dislokace ta probíhá nejspíše

směrem VJV, jako mnohé jiné v jižním okolí dobříšském positivně zjištěné, a bude jí odpovídati asi příčné údolíčko u lomu na algonkické břidlice a slepence sev. od *Lhotky*. Tomu svědčí nejen morfologický obraz této partie, ale i naprosté vytracení se algonkických slepenců jižně od lomu toho. —

Dále k jihozáp. má probíhati hranice kambria proti algonkiu podle mapy P o š e p n é h o krajem lesa sev. od koty 395 na záp. konci rybníka mezi *Sychrovem* a *Vobořištěm*. Hranice ta zdá se býti dosti správně vedena, výchozů typických slepenců žiteckých však jsem zde nalézti nemohl, ježto mírné svahy kol rybníka zakryty jsou jednak hlinami, jednak slézajícími valouny z rozpadlých slepenců kambrických (hlubošských). Mezi rybníkem u *Vobořiště* a *Sychrovem* neb *Rosovicemi* vyvinuty jsou velmi mohutně drobivé rozpadavé slepence a pískovce barvy růžové až červené, od nichž všecka pole jsou červeně zbarvena a činí tak dojem polí v krajinách permských. Západně od *Rosovic* a *Sychrova* na hřbetu zvaném „Kamení“ (485) převládají pak typické křemité pískovce a slepence třemošenské.

V polích na záp. od *Vobořiště* nelze nalézti výchozů skal a tudíž hranice kambria proti algonkiu jest velmi problematická. Teprve údolíčko vedoucí od *Kotenčic* k ovčínu u *Vobořiště* poskytuje opětně několik spolehlivých odkrytů. U ovčína vystupuje v břidlách algonkických horizont slepencový, jejž podařilo se mi sledovati až do polí sev. od *Dlouhé Lhoty*. Právě na sever od zámku v Dlouhé Lhotě, záp. od koty 429 vystupují v pravém břehu údolíčka od *Kotenčic* spějícího opětně žitecké slepence. Jsou zde jemnozrnnější, než jinde a přecházejí místy do polymiktních drob. Sledujíce je k JZ, zjistíme, že jsou dvakráte příčnou dislokací postiženy a vždy poněkud k severozápadu posunuty. Vrchol *Velkého Chlumu* (kota 479) u *Suchodolu* budován jest drobivými růžovými slepenci, tedy vyšším již členem souvrství kambrického, než slepence žitecké, tyto však vycházejí na den v polích na jv. svahu *Vel. Chlumu*.

Jižně od *Suchodolu* směrem k *Dubnu* zjistil jsem neklamné žitecké slepence sev. od koty 461 (vých. od *Občova*), pak na kotě 485 j. od *Občova*, odkud pokračují v polích až ke Kocábě mezi *Dubnem* a *Dubencem*.

Nejkrásněji vyvinuté žitecké slepence, které kdy jsem viděl, nalezneme ale nad protějším břehem Kocáby u *Dubna* několik kroků záp. od koty 500. Zde odkryty jsou v malých jamách jednak slepence dosti jemnozrnné s mnoha spilitickými valounky, jednak slepence velmi hrubozrnné složené z ohromných, více než hlava velikých valounů buližníkových (viz fotografii č. I na tabulce II.). Tmelem jsou normální žitecké slepence jemnozrnnější. Podrobným ohledáním nejbližšího okolí těchto odkryvů můžeme se přesvědčiti, že tyto obrovské slepence jsou přímo slepenci basálními, v jichž podloží bezprostředně následují algonkické břidlice směru SV s příkrým úklonem (75°) k SZ. Jak z výše uvedeného citátu G r i m-

mova patrno, bytv tyto slepence od *Dubna* Grimmovi dobře známy a popis povahy i složení jejich, jejž Grimm podává, nejlépe se právě na tyto slepence hodí.

Nadložím žiteckých slepenců u *Dubna* jsou opětně růžové drobivé slepence hrubozrnné na SZ svahu koty 545 zřetelně vystupující, v nichž podařilo se mi zjistiti dosti četně zastoupené valouny aplitické. — Nedaleko v podloží žiteckých slepenců setkáváme se v algonkických břidlicích i s horizontem slepencovým, jenž odkryt jest též na l. břehu Kocáby mezi *Dubnem* a *Dubencem* v malém opuštěném lomu. Slepence tyto znal již Grimm.[13]) Mezi slepenci žiteckými a algonkickými vyvinut jest pruh algonkických břidlic.

Žitecké slepence můžeme s koty 500 dobře sledovati k JZ přes jihových. svah koty 545. Rovněž pokračování slepencu algonkických lze na mnoha místech stanoviti, tak na cestě z *Dubna* do *Hájů* vedoucí. Mezi kotami 602 a 588 sev. od *Hájů* jest však pokračování obou druhů slepenců náhle přerušeno. Přicházíme tu k mohutnému příčnému zlomu, podle kterého se udál patrně pokles kry severní a zároveň posun ve smyslu horizontálním směrem SZ—JV. Pokračování žiteckých slepenců od Dubna sešinuto jest k JV na vršek na záp. straně od silnice *Dubno-Háje* mezi kotami 588 a 602 se zvedající, slepence algonkické posunuty jsou na vých. stranu silnice a vystupují v malém lomu v polích na kraji lesa jjz. od koty 602. Kambrium pruhu dubenecko-druhlického, jež ve skalkách na kotě 602 ještě vystupuje, nemá na jihu dalšího pokračování jsouc dislokací ostře odříznuto. Příčný zlom, jejž sledováním slepencových hornin jsme sev. od *Hájů* mohli zjistiti, odpovídá asi též posunu a prohnutí příbramské rozsedliny jílové ve *Květné* sev. od Příbrami, jakož i přerušení přímého pokračování slepenců žiteckých mezi *Škrtilkou* a zákrutem silnice jižně od mlýna *Valchy* u *Trhových Dušník.*

Na vršku v lese mezi kotami 588 a 602 jsou slepence žitecké vyvinuty v nejtypičtější podobě. Dále k JZ jest dosti nesnadno sledovati je, an povrch této krajiny jen málo spolehlivých odkryvů poskytuje. Hranice kambria proti algonkiu běží asi, po nepatrném přerušení příčným zlomem mezi kotami 588 a 582 sz. od *Hájů* nepřetržitě směrem JZ přes kotu 559 sev. od *Brodu* k údolí, jímž vede dráha z Milína do Příbrami. Slepence algonkické, u *Hájů* blízkou žulou silně metamorfované a, což zajímavo, zde nadobyčej jemnozrnné, sledovati můžeme až ku *Brodu.*

Pokračování až dosud sledovaných hornin jest velikou dislokací příčnou u *Brodu* opětně přerušeno. Po dislokaci této jde údolíčko mezi *Brodem* a mlýnem *Hornovým* j. od Příbramě; na sz. sledovati ji můžeme přes *Orlov* k sedlu mezi *Dubovou Horou* a *Třemošnou.*

Úbočí jižně od *Žežiček* a *Žežic* neposkytují valných odkryvů jsouce zakryta hlinami a ssutí. SV od myslivny *Vojny* nacházíme v lese typické

---

[13]) l. c. [4]), str. 13.

slepence třemošenské podobně jako na vrcholu *Vojny* (kota 662). Žitecké slepence vyvinuty jsou na jihových. svahu *Vojny* na kotě 617, kdež v malých skalkách v polích na kraji lesa všude vystupují. Poněkud západněji vystupují též v lese samém jižně od jihozápadního vrcholku *Vojny*. Ten budován jest světlými křemitými pískovci s jednotlivými šupinkami muskovitu; na rozvětvených puklinkách usadily se v nich sekundární rudy železné a manganové, které ostatně v tomto okolí se porůznu vyskytují i v celých žilách, t. zvl. pyrolusit u *Narysova.*[14])

Na záp. svahu *Vojny* u jižního konce obce *Narysova* můžeme zjistiti novou příčnou dislokaci. Typické třemošenské slepence z vrcholu *Vojny* (662) k JZ pokračující jsou jí před *Narysovem* náhle přerušeny a v pokračování jich na jižním konci vesnice objevují se opětně slepence žitecké. Příčný vrstevní posun lze konstatovati i na mapě Pošepného, na níž slepence žitecké jsou prudce ohnuty od JV svahu *Vojny* do *Narysova.* Ostatně též Schmid[15]) poznamenává, že v okolí *Vojny* i na *Vojně* samé vrstvy jsou mnohonásobně zlomy porušeny.

Zajímavým jest osamocený výskyt třemošenských slepenců na kotě 577 již. od *Narysova*, tedy již v území algonkickém, kdež malým lomem jsou odkryty a k SZ zapadají.

O složení území mezi *Vysokou*, *Střebskem* a *Modřovicemi* těžko lze se vysloviti, neboť v krajině této ssuť a svahové hlíny všude zakrývají výchozy skal. Teprve z polí záp. od *Modřovic* možno sledovati bezpečně slepence žitecké přes obec *Strejčkov* na vrchol *Žitce* u *Nesvačil.* Partii tuto zaznamenává Pošepný ve své mapě poměrně správně. Pro úplnost budiž zde ještě uveden výskyt horizontu slepencového v algonkiu sev. od *Modřovic* na záp. od kříže u cesty do *Střebska* vedoucí. Směr vrstev jest zde SV—JZ (hora 2½), úklon k SZ. Naleziště algonkických slepenců u *Modřovic* jest až dosud nejjižnějším místem, které jsme mohli stanoviti. Slepence dosti se na první pohled liší od typických slepenců ze Lhotky neb Modřanské rokle skládajíce se z drobných, více méně ostrohranných úlomků břidlic a drob algonkických, ovšem že opětně drobovým tmelem spojených. Leč již slepence algonkické od Dubence a Hájů mají svůj klastický materiál ostrohranný.

Nás zvláště zajímati bude v jihozáp. konci prvního pásma drobového profil vedený od *Vranovic* přes *Žitec* k *Namnicům* a to z několika důvodů. Jeť *Žitec* místem podle kterého Pošepný označil nejspodnější slepence kambrické *žiteckými*; dalo se proto souditi, že slepence ty jsou zde právě nejtypičtěji vyvinuty. Dále uvádí Pošepný, že na *Žitci* u *Nesvačil* dobře možno pozorovati *diskordanci* mezi praekambriem a kam-

---

[14]) Srv. Pošepný, l. c. [11]), str. 698 a Ad. Hofmann: Ueber den Pyrolusit von Narysov, Věstník král. čes. spol. nauk, Praha 1903, č. XVIII.

[15]) l. c. [8]), str. 8.

briem [16]) a konečně jest profil *Žitec-Vranovice* základem P o š e p n é h o rozdělení příbramského kambria ve tři stupně.

Sledoval jsem podrobně profil od žuly u *Oslí* až k severnímu konci *Hlubokého rybníku* u *Vranovic*. U *Oslí* vyvinuty jsou všude velmi krásně metamorfované břidlice algonkické, které na P o š e p n é h o mapě označeny jsou v bezprostředním styku se žulou jako rula; jejich směr jest SSV, úklon asi 30° k vých. Zvláště dobře odkryty jsou v železničním zářezu záp. od Oslí u km. 3·2 na lokálce Březnice-Rožmitál. Napříč zářezem tímto běží podélná dislokace směrem SSV (hora 1), pod úhlem 60° k VJV ukloněná, podle které byly algonkické břidlice na vých. straně vyzdviženy. Břidlicemi na záp. od dislokace odkrytými prostupují dvě vyvřeliny: *biotitický diorit*, jenž dislokací byl postižen a v profilu jen jako vklíněná kra se jeví, a *minetta* na rozhraní mezi dioritem a břidlicemi ve směru VJV (hora 7), tedy právě kolmo na vrstvy. Směr SSV u vrstev algonkických zjistiti můžeme též u ústí údolíčka od *Nammic* přitékajícího, úklon k východu zde však jest značně mírnější, než v železničním zářezu. Četné diaklasy směrem SSV břidlicemi prostupující a příkře k vých. zapadající na mnoha místech znemožňují určiti správně směr a úklon vrstev.

Postupujíce údolíčkem směrem k *Nesvačilům* nenalézáme zprvu ve stráních na l. břehu spolehlivých odkryvů; teprve asi od místa mezi kotami 506 a 516 patrny jsou opětně úložné poměry algonkických vrstev, leč směr i úklon jejich jsou zcela jinaké, než až dosud jsme pozorovali. Vrstvy běží od VSV k ZJZ (h. 5) a zapadají pod úhlem 30° k SSZ. Jižně od *Nesvačil* jsou prostoupeny od V k Z (ne od S k J, jak P o š e p n ý na mapě vyznačuje) četnými žilami porfyrických a diabasových hornin, které námi blíže zkoumány nebyly. Na protějším břehu vidíme zde řadu starých ryžovnických kopečků.

Žitecké slepence objevují se pak nad algonkickými vrstvami jižně od vrcholu 550 na *Žitci*. Jsou zde nesmírně mocně vyvinuty budujíce vrchol *Žitce* a sahajíce až k *Hlubokému rybníku*, kdež zvláště čerstvé kusy v otevřených lomech lze sbírati. V ohledu petrografickém jsou žitecké slepence na *Žitci* vskutku v typické podobě vyvinuty podobně jako u Dubna, na Tuškovském vrchu a j. Obsahují četné valouny nejrůznějších odrůd spilitových, tu a tam objevují se i valouny aplitických žul. V četných odkryvech na *Žitci*, zvláště však v lomech u *Hlubokého rybníka* dobře vyniká střídání se velikosti klastického materiálu slepence skládajícího, místy vytvořeny jsou slepence velmi hrubozrnné (leč nikdy ne takové, jako u Dubna neb na Tuškovském vrchu), místy vyvinuty jsou jako jemnozrnné polymiktní droby charakteristicky zelené barvy. Vzdor tomuto rychlému střídání ve velikosti zrna jest téměř nemožno stanoviti směr a úklon vrstev; vrstvení jest velmi nepravidelné, často diagonalní, a slepence při tom

---

[16]) Ueber die Adinolen v. Příbram etc. (l. c. [10])), str. 179 a Beitrag zur Kenntniss d. mont. geol. Verhältnisse v. Příbram (l. c. [11])), str. 646.

jsou zde tak masivní, že vrstevní plocha, ani v lomech, není nikde spolehlivě odkryta. Podle sledu vrstevního, jaký nám profil od *Žitce* k *Vranovicům* vedený poskytuje, je nepochybno, že úklon obrácen jest na SZ, podobně jako jest jisto ze sledování žiteckých slepenců a hranic jejich vůči algonkiu směrem k *Strejčkovu*, že směr jejich jest SV (hora 3½—4), ale velikost úklonu naprosto nelze zjistiti. Z toho důvodu nemůžeme oproti tvrzení Pošepného pokládati profil přes *Žitec* vedený za obzvlášť příhodný pro zjištění diskordance mezi kambriem a algonkiem. Že diskordance mezi oběma útvary i zde existuje, jest nepochybno, ale jest zde nejasností úložných poměrů zakryta. Také vrstvení algonkických hornin v bezprostředním podloží žiteckých slepenců jest nezřetelno.

Stejně vyjadřuje se i J. L. Barvíř,[17]) jenž styku žiteckých slepenců a břidlicemi příbramskými na *Žitci* věnoval zvláštní pozornost. Nechává zde nerozhodnuto, zda úchylky vrstvení slepence žiteckého ode směru a úklonu vrstvení břidlic příbramských u Nesvačil jsou následkem dynamické přeměny polohy vrstev břidlic příbramských před usazováním se vrstev slepencových, či vznikly-li teprve později snad jen následkem měnlivosti velmi rozdílně velikého materiálu vrstev slepencových či snad částečně i ještě později při tektonických poruchách v oboru etáží Barrandeových.[18])

Žitecké slepence na *Žitci* jsou neobyčejně mocně vyvinuty; na žádném jiném místě ze všech tří kambrických pruhů příbramských neshledal jsem takovou mocnost žiteckých slepenců, jako právě zde. Vyskytují se i na pravém břehu nesvačilského potůčku na záp. straně *Hlubokého rybníka*, kdež jsou však oproti slepencům na Žitci poněkud k SZ posunuty; též Pošepného mapa správně tento posun vrstevní zaznamenává.

Podle Pošepného mají býti nadložím žiteckých slepenců u *Nesvačil* jeho *vrstvy bohutínské*. Námi zjištěn byl nad slepencem žiteckým makroskopicky jemnozrnný pískovec křemitý barvy nazelenale šedé, ne tak kompaktní jako horniny třemošenské (= Pošepného březohorské) nebo temné bohutínské pískovce ze samého okolí *Bohutína*. Větraje nabývá pískovec tento barvy hnědé a vzhledu dosti podobného zvětralým

---

[17]) O výskytu zlata na některých důležitějších naleziskách českých se stanoviska petrograficko-geologického, Věstník král. čes. spol. nauk 1896, str. 26.

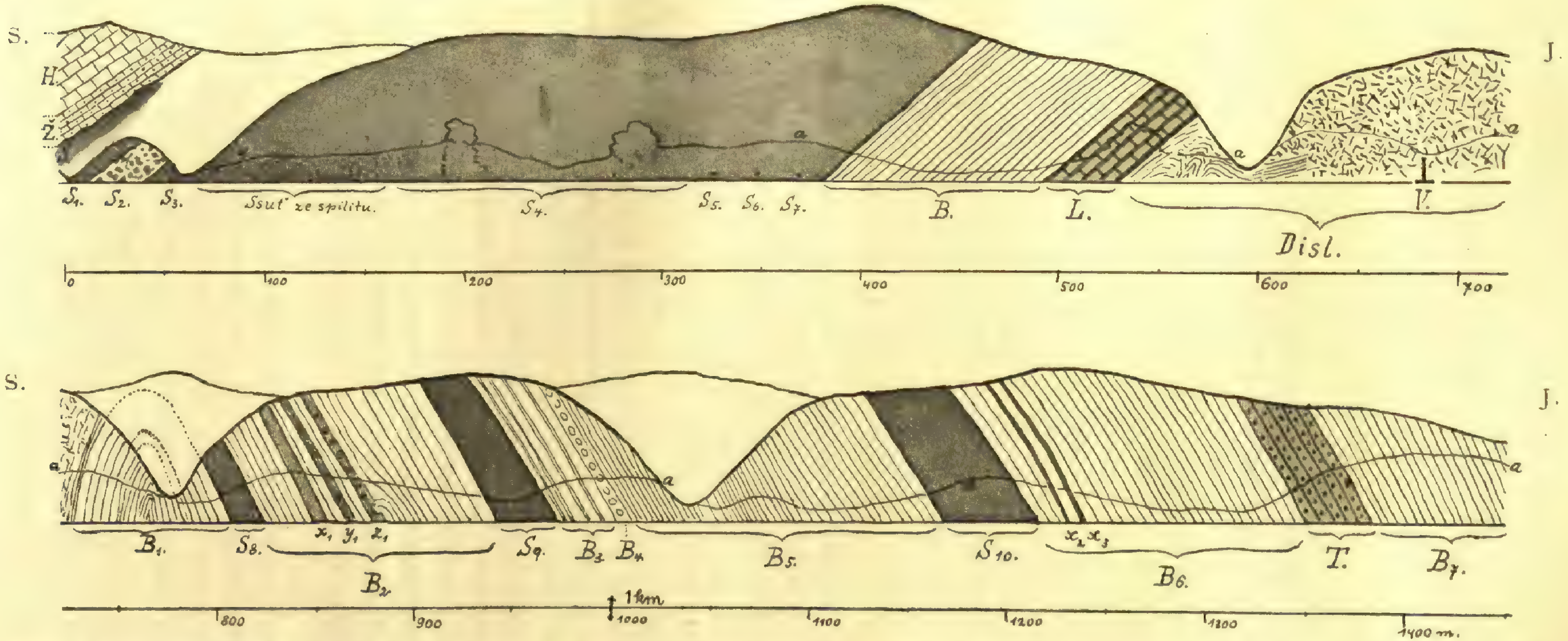
[18]) Zdá se, že Barvíř hledá jisté analogie mezi Pošepného slepenci žiteckými a slepenci z břidlic příbramských (algonkickými); to patrno jest právě na tuto uvedeném místě, kde jedná o slepencích žiteckých při zmínce o slepencích *Ďábelské hory* u Zahořanského potoka (algonkických). Podobně staví Barvíř k sobě algonkické slepence od *Sulic, Chotouně* a *Petrova* se slepencem od *Netvořic* (srv. Barvíř: Gedanken über den künftigen Bergbau bei Eule etc., Věstník kr. čes. spol. nauk, 1902, str. 5), který srovnává se žiteckým. Podle mínění našeho jest slepenec netvořický odchylný i od slepenců algonkických i žiteckých. Slepenec z koty 399 (Jáchymův vrch) sev. od Netvořic podobá se žiteckému pouze barvou, nijak jest naprosto odlišný.

slepencům žiteckým, ale liší se od těchto veskrze křemitou povahou klastického materiálu. Místy v lomech v lese sev. od cesty z *Nesvačil* do *Strejčkova* střídají se pískovce uvedené povahy s vložkami dosti hrubozrnných slepenců.

Z toho, co tuto pověděno o bezprostředním nadloží slepenců žiteckých a přímém podloží nepochybných pískovců a slepenců březohorských (= třemošenských), které SV od *Hlubokého rybníka* v lese na den vycházejí, stává se nejasným, *co vlastně máme označovati jako pravé bohutínské vrstvy* P o š e p n é h o. Jsou-li temné křemité jemnozrnné pískovce u *Bohutína* typickými, a tomu asi tak bude, jak název vrstev těchto sám nasvědčuje, pak *stěží možno pískovce v nadloží žiteckých slepenců u Hlubokého rybníka zváti bohutínskými*. Jest to pouhý povlovný přechod od slepenců žiteckých do vrstev březohorských podmíněný tím, že slepence žitecké směrem k nadloží stávají se jemnozrnnými křemitými pískovci, chloritického tmelu jejich ubývá, přibývá však tmelu křemitého. Růžových drobivých pískovců a slepenců, jak jsme je všude SV od *Dubna* pozorovali, zde u *Žitce* v nadloží žiteckých slepenců není. Jest věru litovati, že P o š e p n ý nepodal aspoň sebe kratší petrografické charakteristiky svých tří stupňů příbramského kambria. —

Pokud jsem mohl zjistiti, vyskytují se pravé žitecké slepence **v druhém pásmu drobovém** již severně od *Dobříše*. Zvláště důležitým jest pro pochopení úložných poměrů severního okolí dobřišského profil, jejž poskytuje nám *údolí lipížské* svými překrásnými odkryvy novou silnicí získanými. Údolím tímto také započneme naše líčení rozšíření slepenců žiteckých v druhém pásmu drobovém.

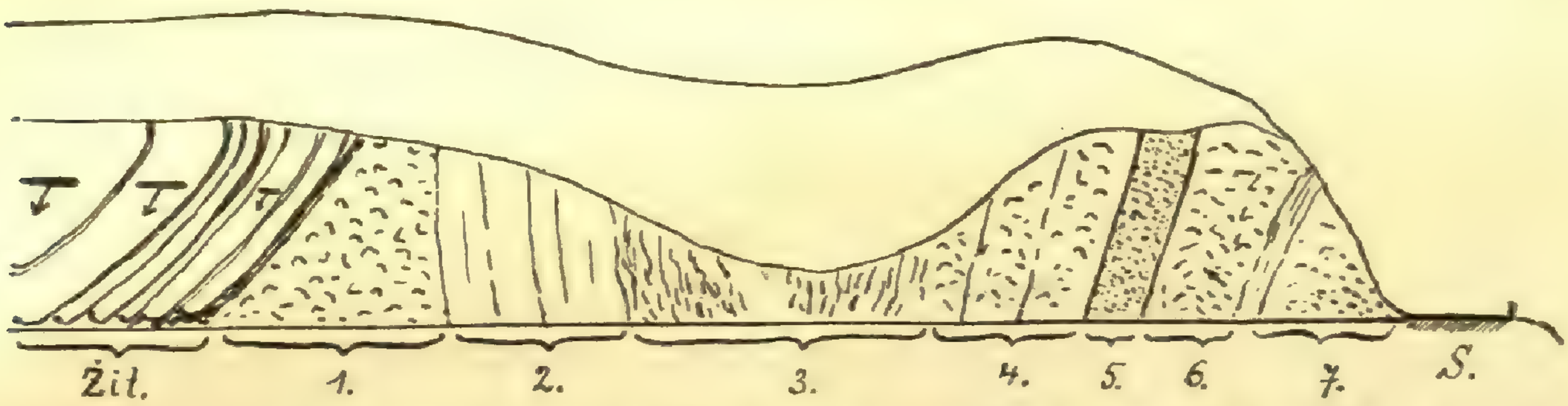
Jak již výše uvedeno, sleduje *údolí lipížské* mohutný příčný vrstevní zlom, podle kterého vrstvy na l. břehu jeho více než o půl *km* k SZ byly posunuty a jímž odříznuto bylo pokračování prvního pásma drobového. Posun vrstevní zřejmý jest jednak na algonkických slepencích, jednak na průběhu příbramské rozsedliny jílové, která až sem zabíhá, jednak na hranici algonkia s druhým pásmem drobovým. Sledujeme-li profil *lipížský* směrem od *Dobříše*, přicházíme nejprve na velmi mocné *slepence algonkické* na *Větrném vrchu*; mají směr V—Z a zapadají pod úhlem 45° až 50° k jihu. V podloží jich následují nejprve masivní algonkické droby tu a tam s břidlicemi se střídající, jež sledovati můžeme nepřetržitě až k místu, jež na mapě 1 : 25.000 nalezneme asi 8 *mm* jižněji od písmeny „Ž“ nápisu „Lipiž“. Vrstvy stávají se příkřejšími zapadajíce místy až pod úhlem 80° k jihu. (Srv. profil obr. 4.) Pak přicházíme k zajímavým brekciovitým a slepencovitým horninám, jež chovají úlomky neklamných turfů, spilitů i drob a břidlic. V mohutném souvrství masivních drob a černých pískovců hojně s břidličnými vložkami se střídajících, jež sledovati můžeme od brekciovitých hornin těchto až ku vratům na silnici, zjistíme *3 lože diabasů*, pravděpodobně effusivních. Za vraty (o profilu „*V.*“), jimiž jest nová silnice v údolí lipížském asi na poloviční cestě ke kotě 402 přepažena, vystupuje asi 100 metrů široké



Obr. 4. *Profil údolím Lipížským sz. od Dobříše.* S = jemnozrnný spilit, S_1 = zrnitý, z části uralitický diabas, S_2 = plagioklasový porfyrit sdružený s tufem spilitovým, S_3 = diabas, S_4 = zrnitý, z části uralitický diabas, S_5 = leukokratní plagioklasový porfyrit, S_6 = uralitický diabas, S_7 = plagioklasový porfyrit, S_8 = uralitický diabas, S_9 = dosti hrubozrnný diabas, S_{10} = diabas, B = zvětralé, limonitem rezavě zbarvené algonkické droby, B_1 = černé, místy silně drcené droby střídající se s břidlicemi, B_2 = jemnozrnné droby přecházející místy v mikrobrekcie barvy temně šedé a střídající se s jemnozrnnými jílovitými břidlicemi, B_3 = černé polymiktní pískovce drobové se 4 ostře se odlišujícími vložkami černých břidlic, B_4 = černé droby s kulovým rozpadem, B_5, B_6, B_7 = normalní droby a břidlice; x_1, x_2, x_3 = břidličné vložky s konkrecionárními útvary; y_1 = vložka břidličná jevící diagonální zvrstvení; z_1 = břidlice s kulovitými konkrecemi; $L.$ = buližník; $T.$ = tufitické brekcie; *Dis.* = poruchové pásmo v drobách, odpovídající asi pokračování příbramské rozsedliny jílové; $Ž.$ = žitecké slepence; H = hlubošské slepence; V = vrata na silnici; *a-a-a* = čára značící hranici odkryvů; ostatní jest doplněno.

pásmo naprosto rozdrcených hornin algonkických; *toto pohmožděné pásmo představuje nám pokračování příbramské rozsedliny jílové.* Na sev. konci tohoto pohmožděného pásma odkryty jsou v zářeze silničním pěkně detailně zvrásněné droby algonkické. Za pohmožděným pásmem jsme již v pruhu algonkických hornin, jenž odpovídá druhému břidličnému pásmu příbramskému. Zprvu uvidíme v něm *skalky buližníkové,* na nichž možno měřiti úklon vrstev 30° k sev., pak následují zvětralé droby algonkické a posléze ohromné *massy spilitové,* jež pokračují nepřetržitě až ke kotě 402. Zde přichází od vých. strany údolíčko a hned za ním vystupuje nápadné skalnaté návrší s čerstvými odkryvy hornin, s geologického stanoviska neobyčejně důležité. Vyskytají se zde překrásné *tufy algonkické* s porfyrity a masivními spility se střídající; *jest to první místo v českém algonkiu, kde až dosud tufy ke spilitovému komplexu přináležející byly zjištěny.*

SV. JZ.



Obr. 5. *Uložení žiteckých slepenců* (Žit.) *na algonkických massách spilitových v postranním údolíčku u Lipíže.* 1. = jemnozrnný spilit; 2. = augitický porfyrit; 3. = sut z rozpadlého spilitu; 4.—7. = různé partie zrnitého, z části uralitického diabasu; *S.* = silnice v hlavním údolí Lipížském.

Za návrším se spilitovými tufy přichází od vých. strany opětně údolíčko, v němž ve vzdálenosti asi 200 *m* od lipížské silnice přijdeme k místu, kde končí massy spilitové a kde ukládá se *diskordantně* na ně velmi jemnozrnný *slepenec žitecký* vyznačující se sytě zelenou barvou a zřetelným vrstvením, jež jde přesně směrem SV—JZ (hora 3) při úklonu 40° k SZ. (Srv. obr. 5.) Směrem k nadloží přecházejí žitecké slepence do drobivých, rozpadavých slepenců růžové barvy, jež označujeme názvem slepenců hlubošských.

Profil lipížský má neobyčejný význam pro stratigrafické studium v oboru českého algonkia; zde podal jsem jen zcela krátce popis jeho, abych čtenáře orientoval o geologických poměrech tohoto důležitého místa a abych ukázal na poměr žiteckých slepenců k diabasovým horninám v algonkiu zde se vyskytujícím. Náležité ocenění jeho ponechávám si pro svou větší práci o algonkických slepencích, pro niž již delší dobu přípravná studia konám. Diabasy, spility i algonkické tufy z profilu lipížského jsou podrobně popsány po stránce petrografické prof. Slavíkem v práci, jež současně s touto prací Akademii byla předložena.[19])

[19]) O spilitech v algonkiu příbramském.

O výskytu diabasu u koty 402 v *Lipíži* zmínil se též v nedávno vydané práci Ernst Nowak;[20]) popisuje jej *jakožto žílu jihovýchodním směrem kambriem prostupující.* Údaje tyto jsou ovšem nesprávné; Nowakovi ušla patrně direktní transgresní plocha kambria přes tuto diabasovou horninu, jakož i přítomnost tufů a mandlovců, jež v údolí *Lipíže* v lomu právě u koty 402 jsou vyvinuty a žilnou povahu vyvřeliny diabasové přímo vyvracejí.

Maje zjištěny neklamné žitecké slepence v krásném profilu lipížském pokusil jsem se je sledovati v lesnatém terrainu západního okolí dobříšského nejen směrem k jihozápadu ale i k severovýchodu ke *Kytínu* u Mníšku. Zde podařilo se mi je stanoviti všude na rozhraní kambria s algonkiem: záp. od koty 485 j. od *Spáleného* (554), na SZ svahu hřbetu kotou 484 sev. od *Aglajiny výšiny* označeného, jakož i na jv. svahu *Točky* (503). Nadloží žitecký slepenců tvoří zde vesměs mohutně vyvinuté červenavé rozpadavé slepence hlubošské. Okolnost, že v krajině této všude ještě vyvinut jest nejspodnější člen kambrického souvrství, vede nás k poznání, že hranice mezi kambriem a algonkiem jz. od *Kytína* není ještě tektonická. Teprve asi u *Kytína* počíná mohutný přesmyk algonkia přes starší palaeozoikum, který zvláště zřetelně vyvinut jest v *údolí všenorském*, u *Bání*, u *Záběhlic* a *Závisti* na Vltavě, u *Točné* a v *Modřanské rokli.*[21]) Tím zdá se býti i rozřešena otázka, je-li tento závistský zlom pokračováním příbramské rozsedliny jílové, jak J. Krejčí a K. Feistmantel[22]) nadhodili, čili nic. Podle vysledků pozorování našeho pokračováním jejím rozhodně není; rozsedlina jílová, kterou zastihli jsme krásně odkrytu v profilu lipížském, pokračuje jižním svahem *Aglajiny výšiny* směrem k *Voznici* a zde se vytrácí. Ostatně i směr tektonického pohybu vrstev, jenž se podle obou dislokací udál — u příbramské rozsedliny jílové od SZ k JV, u zlomu závistského od JV k SZ — rozhodně mluví proti identifikaci obou dislokací.

V algonkiu sev. od nejzazšího pokračování příbramské rozsedliny jílové, t. j. v úseku mezi údolím lipížským, hranicí kambria a Voznicí, konstatovali jsme s prof. Slavíkem výskyt mnoha zajímavých hornin, jež v mapě Nowakově vyznačeny nejsou a o nichž ani v textu Nowak zmínky nečiní. Jsou to předně *porfyrity* a *mandlovce*, jež čítáme k vyvřelinám komplexu spilitového. Tak na kotě 485 j. od *Spáleného* (554) vystupuje zajímavá hornina výhradně z živců složená (kyselého oligoklasu a orthoklasu), na silnici od *Knížecí studánky* záp. od Spáleného

---

[20]) Geologische Untersuchungen im Südflügel des mittelböhmischen Silur, Jahrb. d. k. k. Geol. Reichsanstalt in Wien, Bd. 64, 1914, str. 236.

[21]) Srv. R. Kettner: Ein Beitrag zur Kenntnis der geol. Verhältnisse der Umgebung von Königsaal. Verh. d. k. k. geol. Reichsanst., Wien 1914, Nr. 17 a 18.

[22]) Orografický a geotektonický přehled území silurského ve stř. Čechách, Archiv pro přír. výzkum Čech 1890, str. 73.

[23]) l. c. [20]), str. 224.

odkryty jsou lomem skalky spilitové; spility odtud, zřejmě do *mandlovců* přecházející, pokračují patrně ve velkých massách směrem k VSV budujíce hřbet s kotou 484. V severním úpatí hřbetu toho vystupují slepence-žitecké, vedle těch pak zjistíme na něm též *buližníky* z části pěkně brekciovité, normální algonkické druhy a zmíněné již spilitické mandlovce. Kterak probíhají hranice jednotlivých těchto hornin, nelze dnes ještě říci, to musí býti ponecháno příštímu důkladnému mapování území tohoto. *Křemité břidlice* („kieselige Schiefer"), jež Nowak[23]) vyznačuje na *Aglajině výšině*, jsou pravými algonkickými buližníky a nelze je ztotožňovati s buližníkovitými břidlicemi od kontaktů ložních žil porfyrových, na př. na *Zlatém vršku* u *Mníšku* a *Malé sv. Hory*. Buližníky nalezl jsem též mezi kotami 484 a 402 sev. od *Aglajiny výšiny*, jakož i na jv. svahu *Točky*.

Výskyt buližníků a spilitických vyvřelin v úseku algonkia mezi *Lipíží* a *Voznicí* omezeném na j. pokračováním příbramské rozsedliny jílové potvrzuje mínění naše, *že zde ještě činiti co máme s částí příbramského druhého pásma břidličného.*

Příčnými dislokacemi mezi *Voznicí* a kotou 581 na *Hřebenech* a mezi *Božími vrážky, Kytínem* a *Novým Knínem* omezena jest kra algonkia u *Chouzavy*, v níž zvlášť zajímavým jest výskyt více než 2 *km* dlouhého pruhu *algonkických slepenců* na *Zeleném* (446); o slepencích těchto u Nowaka též není ani zmínky.

V lesnatém terrainu mezi *Lipíží* a *Litavkou* sev. od Příbramě byly v druhém pásmu drobovém zjištěny žitecké slepence na těchto místech: JV od *Kazatelny* (524) a v polích na kraji lesa u dvora *Trnové*, jihozáp. od *Trnové* na kotě 485 jižně od „*Roubené studánky*" (velmi typické), na kotě 452, pak na samém okraji mapy 1 : 25.000 sekce Mníšek-Dobříš-Nový Knín záp. od koty 467, dále záp. od samoty „*U Lesa*" u *Bukové*, na jv. svahu *Malého Chlumu* sev. od *Hluboše*, na silnici mezi *Hlubošem* a *Pičínem*, u *Německých Pasek*, zvl. ale na Litavce sev. od *Trhových Dušník*. V okolí *Hluboše* jsou žitecké slepence poměrně v malé mocnosti vyvinuty, za to ale mohutně vystupují růžové drobivé slepence a pískovce v nadloží jejich budujíce význačné vrcholky v okolí, t. zvl. *Malý Chlum* (584) neb vršek s kostelíkem *sv. Trojice* (500) u Hluboše. Navrhuji, aby tyto slepence bezprostředně po žitecých následující byly podle Hluboše, kdež v typické podobě jsou vytvořeny, nazvány byly *hlubošskými slepenci*. Slepence tyto nelze ztotožňovati se slepenci třemošenskými, od nichž liší se snadno rozpadavým tmelem, jinou barvou i stářím. Slepence třemošenské jsou mnohem mladší.

Zvláště důležitým pro nás jest profil odkrytý údolím *Litavky* sev. od *Trhových Dušník*. Profil ten má předně vyznam historický, neboť právě zde byla *Lipoldem* seznána diskordance mezi příbramskými břidlicemi a příbramskými drobami jižně od mlýna *Valchy*. Pro značnou důležitost prostudovali jsme s prof. Slavíkem tento profil podrobně a znázorňujeme ho na přiloženém vyobrazení č. 6.

U myslivny na silnici vých. od *Trhových Dušník* vystupují v několika odkryvech algonkické břidlice, které zde mají směr SSV, úklon příkrý k VJV. Ve skalnatém výběžku pod zákrutem silnice na Litavce naproti sev. konci *Trhových Dušník* vidíme pak střídati se 4 *lože diabasová* s břidlicemi, jež mají ale směr SV až VSV (hora $3^1/_3$), úklon 60^0 k JJV. Zdá se býti nepochybným z geologického vystupování diabasů, zřejmě konkordantních s břidlicemi, že, třeba by byly od pravých spilitů poněkud strukturně odchylné, přece jen náleží ke komplexu vyvřelin spilitových. Sev. od skalek těchto u stavidla mlýnského náhonu proti nejsevernějším domkům *Trhových Dušník* vyvinuty jsou světle žlutošedé droby mnoho plagioklasu a břidličného materiálu obsahující. Ty sledovati můžeme až k prvnímu mlýnu sev. od Trhových Dušník, kdež přecházejí do zřejmých zkřemenělých břidlic. Úbočí údolní jižně od I. mlýna jsou porostlá travou a neposkytují proto zřejmých odkryvů, za to ale za silnicí před můstkem j. od I. mlýna otevřen jest lom, kterým profil náš můžeme si doplniti. Jsou zde odkryty algonkické droby, hojné úlomky spilitického materiálu obsahující, a v nich lože diabasu zcela totožného s diabasy výše uvedenými. Hned za I. mlýnem sev. od Trhových Dušník vystupuje v drobách drobné lože *diabasu* značně hrubozrnnějšího, než jsou diabasy proti Trhovým Dušníkům, ale přece jim značně příbuzného. V podloží jeho vyvinuty jsou opětně droby, zprvu s břidlicemi se střídající, směrem k podloží však do podivných temných hornin přecházející, na nichž pozorovati můžeme zvláštní kulovitou odlučnost. Měli jsme zprvu za to, že máme před sebou brekciovitý spilit téže povahy, jaké zjistil Slavík u *Zbečna, Častonic, Skomelna* a j. v západočeském algonkiu, autor pak na *Závisti* u Zbraslavě, leč petrografický výzkum poučil nás, že jsou to zase jen droby. Kulovité útvary drob těchto jsou většinou hrubozrnnější nežli droby ostatní, obsahují mnoho materiálu břidličného nad křemen převládajícího a poskytly i malý valounek dioriticko-aplitické horniny s granofyrickým srůstem křemene s živci, zcela podobné horninám aplitickým, jež na mnoha místech ve slepencích žitecký ch jakožto valouny byly zjištěny. Mezerní hmota těchto drobových koulí byla opětně droba, leč značně jemnozrnnější. — Dále k severu až za II. mlýn sev. od Trhových Dušník vyvinuty jsou až k samému styku s kambriem výhradně droby barvy světle zelenošedé neb temněšedé až černé; jsou buď jemnozrnné neb hrubší a jeví místy opětně kulovitou odlučnost. Tu obzvlášť dobře pozorovati můžeme v bezprostředním styku algonkia s kambriem; droba odtud chová mnoho čerstvých plagioklasů, v tmelu obsahuje pak hojnost allothigenního chioritu. Není vyloučena možnost, že tyto droby obsahují hojnost klastického materiálu sopečného původu, že to jsou tedy droby tufitické.

Až k samému kontaktu s kambriem zapadají vrstvy algonkických drob pod úhlem 50^0 k JV. Kambrium pak vystupuje v příkrých skalkách asi 200 *m* severně od druhého mlýna jsouc vytvořeno ve velmi typické podobě žitecký ch slepenců podobně jako u *Dubna.* (Viz obr. 2. na tab. II.)

Valouny buližníkové „až jako hlava veliké, setmeleny jsou hmotou jemnozrnnějších žiteckých slepenců hojnost chloritu a rozložených diabasů obsahující. Kdežto však u Dubna byly slepence s obrovskými valouny buližníku přímo basalním členem kambrickým, vyskytuje se na Litavce v podloží hrubozrnných slepenců ještě vrstvička žiteckých slepenců jemnozrnnějších. Algonkické droby u samého styku s žiteckými slepenci se slabými vložkami černých břidlic se střídající jsou silně drceny, na břidlicích pak pozorovati lze lokální svraštění.

Přirozeně první úlohou naší na tomto místě bylo zjistiti poměr uložení kambria k algonkiu. Lavice *žiteckých slepenců* jsou zde příkře postaveny zapadajíce pod úhlem 70—80° k JV, tedy *pod* vrstvy algonkické. Jelikož několik kroků dále na sever vrstvy kambrické, jakožto růžové slepence a pískovce „*hlubošské*“ vytvořené (tedy mladší, než slepence žitecké) zapadají pod úhlem 40° k SZ, jest zřejmo, že žitecké slepence na pravém břehu Litavky u kontaktu s algonkiem odkryté jsou překoceny.

Okolnosti této, jak se zdá, povšiml si i P o š e p n ý [24]) a píše proto oproti L i p o l d o v i, že výchoz styku kambria s příbramskými břidlicemi j. od mlýna *Valchy* není zrovna jasný a směrodatný pro stanovení diskordance mezi oběma souvrstvími. Domnívá se, že tudy prochází mezi kambriem a algonkiem dislokace. Ohledával jsem místo to podrobně, nemohu ale podati svědectví o nějakém vrstevním zlomu na hranici obou souvrství probíhajícím. Jsou-li břidlice a droby algonkické v sousedství žiteckých slepenců — zde tak hrubozrnných — silněji svraštěny a tak pohmožděné pásmo dislokační napodobují, lze to vysvětliti právě ohromným rozdílem v petrografické povaze obou stýkajících se hornin. Zajisté jiným způsobem reagovaly hrubozrnné slepence žitecké na pochody vrásnění, než poddajnější břidlice a droby algonkické. Dle mínění mého nelze tu o dislokaci mluviti, a odkryv ukazuje tudíž nesouhlasný poměr uložení vrstev kambrických vůči algonkiu zcela zřejmě.

Že zapadají žitecké slepence na tomto místě *pod* vrstvy algonkické, má příčinu svou snad právě i *v diskordanci* mezi kambriem a algonkiem. Algonkium zajisté bylo již před usazením vrstev žiteckých intensivně zvrásněno a denudováno a vrásnění variské bylo pro ně vlastně jen vrásněním posthumním. Jednou svraštěné souvrství klade jakožto celek vrásnícímu tlaku daleko větší odpor, než souvrství vodorovná, vrásněním dosud nepostižená, a proto právě dochází v místech, kde diskontinuita v komplexech vrstevních jest největší, t. j. poblíž ploch transgresních, k četným lokálním tektonickým anomaliím.[25]) Myslím, že jedná se tu o tektonický zjev podobného rázu, jako nejnověji upozornil H a n s C l o o s [26]) ze severního okraje Harcu, kde rovněž diskordantně se stýkající

---

[24]) l. c. [10]), str. 179 a [11]), str. 646.

[25]) Srv. O. W i l c k e n s, Grundzüge der tektonischen Geologie, Jena 1912, str. 54—56.

[26]) Eine neue Störungsform, Geol. Rundschau VI., str. 113, 1915.

proti *Škrtilce* k profilu neobyčejně důležitému. (Viz profil obr. 7.) Nikde nevystupuje diskordance mezi kambriem a algonkiem tak zřetelně, jako zde. Kdežto algonkické droby v podloží kambria mají směr SSV a úklon příkrý (55°) k VJV, na východním konci profilu u železničního mostu jsou pak nad to zřetelně zvrásněny, sklání se kambrium pod velmi mírným úklonem (30°) k SZ, tedy právě na opačnou stranu. Nejspodnějším členem kambria jsou zde opětně typické slepence žitecké; jsou odkryty v četných skalkách v návrší l. břehu Litavky proti *Škrtilce* a jsou oproti žitecským slepencům od Valchy mnohem jemnozrnnějšími skládajíce se z úlomků hornin a valounků velikosti hrachu až lískového ořechu. Směrem k západu, v polích, přecházejí žitecké slepence opětně do hlubošských, které v malém lomu proti *Maršovickému mlýnu* jsou odkryty a pod úhlem 35° k SZ jsou ukloněny. K nadloží stávají se jemnozrnnějšími a přecházejí tak povlovně zprvu do drobivých, později do pevných červenavých, žlutohnědých neb šedých pískovců s tmelem křemitým a hlinitým, porůznu se slídnatými břidlami se střídajících, zvláště typicky vyvinutých na *Jalovčinách* a u opuštěné *šachty sádecké*. Horniny tyto označuji provisorně jakožto *vrstvy sádecké*; jsou mladší slepenců hlubošských, ale starší slepenců třemošenských.

Výzkum složení hornin v podloží žitecských slepenců v profilu u *Škrtilky* byl velmi obtížný. Horniny zde vystupující jsou z velké části drobami žlutošedé neb zelenošedé barvy, jsou masivní, zkřemenělé a dosti nedokonale zvrstvené, za to však nesčetnými nepravidelnými puklinami prostoupené; někde velmi napodobují svým zevním vzhledem skalky spilitické. Na vých. straně profilu převládají spíše břidlice nad drobami. Poblíže zvrásněných vrstev u železničního mostu jeví droby opětně kulovitý rozpad, zcela podobně, jak jsme to pozorovali v profilu na pravém břehu Litavky sev. od *Trhových Dušník*.

Na čtyřech místech prostupují drobami *žíly proterobasů*, jež v práci Slavíkově podrobně jsou prozkoumány. U žíly nejzápadnější, kde kontakt s drobami nejzřetelněji jest odkryt, zjištěn byl směr prorážení k SSZ. Horniny tyto poprvé byly námi na Příbramsku zjištěny, není však dosud určito, omezují-li se jen na algonkium, či prostupují-li i kambriemi. V profilu u *Škrtilky* přes několikeré bedlivé pátrání nepodařilo se nám zjistiti, že žíly *proterobasové* vnikají i do slepenců žitecských. Snad máme co činiti zde s *žilnými horninami předkambrického stáří* příslušnými ke komplexu vyvřelin spilitových.

Dodatkem k našim popisům obou profilů u *Trhových Dušník* budiž zde citováno jedno místo z Grimmova pojednání: „Die Erzniederlage bei Příbram etc.“[27]), o němž již na počátku krátkou zmínku jsme učinili.

---

[27]) l. c. [4]), str. 31, § 24.

„In dieser zweiten Schieferzone ist die Schichtung häufig verworren und undeutlich, jedoch fast überall, wo sie ausgenommen werden kann, in der Nähe der Lettenkluft steil in Nordwest aufgerichtet, oder seiger, entfernter davon fast durchwegs bis wieder in die Nähe der Scheidung mit der zweiten Grauwackenzone steil nach Südsüdost, dann aber wieder nach Nordwest steil einfallend oder seiger. Interessant sind die Erscheinungen unmittelbar an der Gränze mit der zweiten Grauwackenzone. Man kann dieselben sehr gut beim Kaiser Josef Erbstollen und unterhalb Duschnik beobachten. Am ersteren Orte nehmen die Schieferschichten gegen die Scheidung mit der Grauwacke hin statt der früheren südöstlichen eine nordwestliche steile Fallrichtung an, und *die Grauwacke legt sich flach auf* (!). Am letzteren Orte haben die Schieferschichten bis hart an die Scheidung eine südöstliche Lage, so daß die angrenzenden Konglomeratbänke und die Grauwacke *unter dem Schiefer einfallen* (!). Die Schichtung der Grauwacke nimmt jedoch in kurzer Entfernung von der Scheidung schon ein nordwestliches steiles Einfallen an, welches sich mehr entfernt immer flacher auflegt.“ —

Ve dvou bodech jest tento citát z Grimma pro nás pozoruhodným. Předně, že Grimm povšiml si nesouhlasného uložení mezi vrstvami pásma břidličného a drobového na styku obou, a po druhé, že již Grimmovi bylo známo zapadání kambrických slepenců na Litavce sev. od Trhových Dušník pod břidlice a droby II. pásma břidličného. Jest to novým svědectvím bystrého pozorovacího talentu tohoto příbramského badatele. Poznámky Grimmovy, že droba II. pásma drobového pod mírným sklonem klade se na příkře postavené vrstvy II. pásma břidličného, jak se zdá, si dosud nikdo nepovšiml; jest neklamným svědectvím, že již před pozorováními Lipoldovými věděl Grimm o nesouhlasnosti uložení mezi II. pásmem břidličným a II. pásmem drobovým, i *náleží tudíž priorita v poznání této nesouhlasnosti* Grimmovi, nikoliv ale Lipoldovi. Ovšem, Lipold byl první, jenž plný vyznam této diskordance pochopil a z ní pro svá stratigrafická studia dovedl těžiti. —

Ve hřbetu mezi *Příbramí* a *Stříbrnou hutí u Liščích Kamen* vystupují žitecké slepence na pokraji lesíka sev. od *Jarošovky*, ale značně jižněji, než jak Pošepný ve své mapě zaznamenává. Nad žitečkými ani zde nescházejí rozpadavé slepence „hlubošské“. Severní konec hřbetu toho proti Stříbrné huti budován jest z jemnozrnných světlých křemitých pískovců, jichž uložení jest zde asi zlomy značně porušeno, zapadajíť pod úhlem 35° k ZJZ. Záp. od koty 547 vystupují skály slepenců třemošenských. Na záp. svahu hřbetu mezi Příbramí a Stříbrnou hutí nalézáme na haldách kamení z polí vyvezených záp. od Jarošovky slepence velmi podobné žitečkým zelenavou barvou (od chloritického tmelu), slepence ty však obsahují téměř výhradně křemen ve svém klastickém materiálu. Dle mého mínění jest však tyto slepence čítati k žitečkým.

Od Litavky u *Podlesí* pod *Dubovou Horou* až k *Zalámům* nikde neshledáváme žitečkých slepenců, přes to, že Pošepný zde všude kreslí

široké pruhy. Jest dvojí příčina, proč slepence žitecké zde na den nevycházejí. Předně, že svahová suť z rozpadlých slepenců třemošenských v mocných massách zakrývá všude úbočí horská, druhou příčinou pak jest *podélný zlom jižně od Orlova přes kozičínskou šachtu k Lázu probíhající*, podle kterého kambrium druhého pásma drobového oproti algonkiu pokleslo.

Na kotě 557 vych. od *Orlova* vycházejí skalky typických slepenců hlubošských, ale v přímém pokračování jejich na JZ vystupují na kotě 620 skály pravých slepenců třemošenských pod úhlem 45° k SZ ukloněných. Jak patrno, běží mezi kotami 557 a 620 příčný zlom, podle kterého asi jz. křídlo pokleslo; jak se zdá, jest to pokračování téhož zlomu, jejž jsme zjistili u *Brodu* a jenž asi odděluje skupinu *Dubové Hory* od *Třemošné*. Třemošenské slepence hraničí pak na povrchu u kozičínské šachty těsně s horninami algonkickými (u kozičínské šachty se spilitem), spodnější oddíly kambrického souvrství na den nevycházejí jsouce v podloží slepenců třemošenských v hloubce skryty. O podélné dislokaci u kozičínské šachty zmiňuje se již P o š e p n ý ve své práci o montanisticko-geologických poměrech okolí příbramského na str. 646, jakož i J. S c h m i d na str. 20 svého pojednání, kdež i poměry zdejší na obr. 7. znázorňuje.

Záp. od *Bohutína* u *rybníka lázského* poblíž pily odkryty jsou podle P o š e p n é h o [28]) typické vrstvy bohutínské a na nich březohorské; nejspodnější člen však — slepence žitecké — zde schází. Udání toto jest správné. U pily vystupují skalky černých křemitých pískovců s úklonem 15° k SSV, nad nimi pak u lázského rybníka typické slepence třemošenské (= Pošepného březohorské) s úklonem 25° na tutéž stranu obráceným. Srovnáváme-li směr vrstev u lázského rybníka — zajisté velmi abnormální — se směrem zjištěným na třemošenských slepencích poblíž kozičínské šachty, musíme přijíti k přesvědčení, že i zde někudy probíhá příčná dislokace. Soudě z morfologie krajiny, položil bych dislokaci tu v pokračování příčného zlomu v *Narysova* záp. od *Vojny*; dislokace ta mířila by přes *Bohutín* (záp. od šachty *Štěpánské*) na rybník *Pilku*.

U *Františkovy boudy* a *myslivny vranovické*, jz. od *Lázu*, kdež P o š e p n ý značí na mapě slepence žitecké, vyvinuty jsou slepence třemošenské. Celý pruh mezi *Podlesím* a *Zalány* jest nejlepším svědectvím, kterak P o š e p n é h o mapa málo souhlasí s textem.

Algonkium druhého pásma břidličného možno sledovati od Litavky u *Podlesí* nepřetržitě až k *Lázu*, nemohli jsme však zjistiti pokračování jeho jz. od *Lázu* mezi vranovickou myslivnou a vranovským dvorem. Tam, kde P o š e p n ý kreslí v místech těchto algonkické břidlice (koty 586 a 587 jižně od silnice vedoucí z Lázu k Věšínu), jest nepochybné kambrium, a což zajímavo, na kotě 586, pravé slepence žitecké. Rovněž na *vršku s kapličkou kota 606* na silnici z Bohutína do Vranovic jsou haldy slepenců

---

[28]) l. c. [10]), str. 182. a l. c. [11]), str. 646.

žiteckých. Toto poslední místo jest i na mapě P o š e p n é h o označeno barvou žiteckých slepenců, S c h m i d [29]) pak k výskytu tomu poznamenává, že u zmíněné kapličky hnali vranovičtí občané svého času šachtu na uhlí (!), při čemž slepenec ten z hloubky byl vynesen. Podle S c h m i d a chová slepenec, jenž „podle základni hmoty“ náleží již k druhému pásmu břidličnému, v zelenošedém, křemitém tmelu vedle mnoha malých zrn křemenných a valounů křemene železitého i bílého úlomky břidlic, od základní hmoty odchylných, adinoly a buližník. S c h m i d o v y „*adinoly*“ jsou valouny spilitové.

Slepence od kapličky kota 606, jakož i z vršku 586 sz. cd *Vranovic* vyznačují se temně šedou barvou podmíněnou hojné přítomným magnetitem a haematitem. Jak níže podaný popis mikroskopického složení ukáže, jsou slepence z obou míst pravými slepenci žiteckými, ale poněkud metamorfovanými massami žulovými neb dioritickými, jež všude v sousedství vystupují (na př. u *Sedlic*) a v hloubce pod povrchem asi k sv. až k *Bohutínu* pokračují. — Ke kterému pásmu kambrickému žitecké slepence z vršků 606 a 586 náleží, zda k prvnímu pásmu drobovému, či snad již druhému, nechávám zatím nerozhodnuto, výskyt jejich však, jakož i nedostatek výchozů algonkia v těchto místech zdají se dosvědčovati, že jedná se tu o kru dvěma příčnými dislokacemi omezenou, z nichž jedna běží asi *od rybníka lázského* k *Modřovicům*, druhá od *Hlubokého rybníka* u Nesvačil na jihozáp. svah *Plešce*. Okolnost, že bohutínské černé pískovce od pily u lázského rybníka vyskytují se značně severněji od třemošenských slepenců od Františkovy boudy záp. od Lázu, jest přesvědčujícím důkazem správnosti mínění našeho.

Záp. od koty 586 u *Vranovic* na vršku 619 u samoty „*U Hájku*“ (sev. od *Sedlic*) vyskytuje se opětně algonkium, a to značně metamorfované blízko u žulou.

Okolí Rožmitálu, jak již výše uvedeno, jest značně dislokováno a prostupující žulou (granodioritem) porušeno, takže výskyty kambria i algonkia jsou zde velmi nepravidelné. Vedle uvedeného místa „*U Hájku*“ vyskytá se algonkium na kotě 575 u *Sedlic*, pak jižně od kříže na rozcestí jižně od *Zalán*, jakož i právě nad písmenem „m“ slova „Alt-Rožmitál“ mapy 1 : 75.000. Kambrium pak zjištěno bylo v podobě křemitých pískovců a slepenců třemošenských na násl. místech: K koty 529 u *Hodomyšlského rybníku*, v sev., vých. i již. okolí *Nového rybníku* sz. od *Starého Rožmitála*,[30]) jakož i vých. od koty 562 sev. od „*žm*“ nápisu „Alt-Rožmitál“ v mapě 1 : 75.000. V *Rožmitálu* samém podle lask. sdělení pana správce S y r o v á t k y vyskytá se u splavu před zámkem temný slepenec s četnými úlomky algonkických břidlic; zcela totožná hornina byla vykopána při

---

[29]) l. c. [8]), str. 17—18, srv. i Pošepný, l. c. [11]), str. 641.

[30]) Pošepný kreslí vých. od Nového rybníka žulu, u hodomyšlského rybníka algonkium. —

hloubení studně před poštou. Oba slepence jsou dle mínění našeho žitecké, nesou však zřejmé stopy kontaktní přeměny žulou rožmitálskou způsobené.

Podobně přeměněné slepence, jež rovněž dlužno čítati k žiteckým, zjištěny byly *na Vršku* (626) u *Bukové* sz. od Rožmitála. P o š e p n ý kreslí na místě tom algonkium.

* * *

Dodatkem k výčtu nalezišť nepochybných žiteckých slepenců zmiňuji se tu ještě o slepenci z východní strany *Čertova pahorku* (kota 486) sev. od Příbramě, z pamětihodné lokality příbramských adinol. Slepenec barvy temně žluto- neb zelenošedé skládá se z mnoha ostrohranných úlomků černých buližníků a obsahuje i velmi četné valounky neb úlomky z nejrůznějších odrůd spilitových. Se stanoviska petrografického jest téměř naprosto identickým se slepenci žiteckými, leda snad větší zastoupení buližníků bylo by nepatrným a málo podstatným rozdílem.

Přes to, že petrografická povaha horniny této nasvědčovala by slepenci žiteckému, nechávám příslušnost její zatím nerozhodnutu a nevyznačuji jí proto na mapě. Slepenec z *Čertova pahorku* vyskytá se totiž na sz. okraji prvního pásma drobového v nevelké vzdálenosti od rozsedliny jílové. Směr vrstev jest VSV (h. $4^2/_3$), úklon na vrcholu (486) příkrý k SSZ, poblíže Luckého mlýna však velmi příkrý k JJV. Podle názorů, jež až dosud o tektonice nejbližšího příbramského okolí panují, byli bychom zde na kraji severozáp. křídla synklinály, v kterou první pásmo drobové jest složeno, i byl by tedy výskyt žiteckých slepenců na těchto místech do jisté míry oprávněným. Podobného významu jest i vyskytování se bohutínských pískovců u *Bohutína* a snad i žiteckých slepenců na kotě 606 a 586 u *Vranovic.*

V případu, že by slepenec z *Čertova pahorku* byl pravým slepencem žiteckým a synklinála I. pásma drobového správnou, pak měly by horniny na jv. straně Čertového *pahorku,* tedy v nadloží našeho slepence, odpovídati slepencům hlubošským. Takových hornin jsem však nikde nenalezl, a právě tato okolnost vede mne k pochybnostem o příslušnosti slepence z *Čertova pahorku.* Vždyť v profilu k SZ přes *Čertův pahorek* vedeném vyskytují se naše hlubošské slepence v nadloží žiteckých jak v prvním pásmu drobovém, tak i v druhém, proč by tedy mělo býti nadloží slepence žiteckého na *Čertově pahorku* vyvinuto jinak? Též horniny na *Květné:* růžově šedé neb zelenavé pískovce s vložkami břidličnými, v těsném styku s příbramskou rozsedlinou jílovou se vyskytující nevím, kam bych ve vrstevním sledu příbramského kambria správně měl zařaditi.

Tyto sporné otázky nelze dříve zodpověděti, dokud nebude prostudována do sebe menších podrobností tektonika okolí příbramského za současného detailního petrogratického výzkumu hornin nejen na povrchu, ale i v dolech příbramských, kdež poměry tektonické obzvlášť krásně musí vyniknouti. Takováto práce, arci s naprostou přesností a s moderních

hledisek prováděná, měla by význam nejen pro Příbramsko samé, ale vrhala by i patřičné světlo *na tektoniku celých Brd*, o níž dosud tak málo víme a o níž beze všech náležitých odůvodnění smělé theorie se uveřejňují.

III.

Petrografie slepenců žiteckých.

(Srv. mikrofotografie na tab. III.)

V ohledu petrografickém jeví slepence nejspodnějšího oddílu souvrství kambrických na Příbramsku podstatný rozdíl od ostatních slepenců a drob českého kambria. Kdežto tyto vyznačují se většinou křemitým, řídčeji hlinitým tmelem, jsou slepence žitecké setmeleny hmotou chloritickou, která jim dodává charakteristické zelené barvy. Jako ostatní horniny kambrické, obsahují i slepence žitecké hojnost křemenů a buližníků ve svém klastickém materiálu, vedle těchto se však vyskytují na rozdíl od vyšších slepenců a drob kambrických velmi hojně i úlomky břidlic a drob algonkických, zvláště však spilitů, a což zajímavo, i valouny, po příp. ostrohranné úlomky žul, pegmatitů, žul písmenkových, hornin dioritických, aplitických, dioriticko-aplitických a j.

Křemen ve slepencích žiteckých obsažený jest dvojího rázu. První jeví se jakožto aggregát malých zrn, zubovitě do sebe zapadajících a nepravidelně omezených, i jest zřejmě *původu žilného*; mnohý křemen tohoto původu chová růžencovité vrostlice helminthové. Druhý křemen tvoří zrna neb valounky jednotné, tedy jen z jednoho jediného individua složené, a pochází patrně *z rozrušených pegmatitů*. To dosvědčuje i často pozorovaný případ, že větší valounky z takovýchto jednotných křemenů složené obsahují někdy uzavřený krystal orthoklasu neb jiného živce. Podobně asi budou pocházeti z rozrušených pegmatitů, žul, dioritů a pod. i veliké, ostrohranné úlomky *živců*, většinou *plagioklasů* význačně dvojčatně lamellovaných buď pouze podle zákona albitového, buď podle obou pro plagioklasy obvyklých srůstů dvojčatných. *Orthoklasy*, jež jsme v klastickém materiálu žiteckých slepenců prohlížením výbrusů zjistili, bývají zakaleny a jeví zhusta charakteristické čtverečkování mikroklinu. Často nalezneme i úlomky *živců písmenkově prorostlých křemenem* (Tuškovský vrch, Strejčkov, Žitec, Dubno, záp. od výšiny Aglajiny, Trhové Dušníky a j.). Též *muskovit* dostal se často do slepence z nějakých pegmatitů jakožto materiál klasticky. V ojedinělém případě ve slepenci z *Říhovky* shledán byl i ostrohranný úlomek granátu. Buližník bývá někdy brekciovitý, tak zvl. z *Čihadla* u Brodce.

Křemen v žiteckých slepencích oproti ostatním horninám kambrickým bývá velmi nedokonale zaoblen přicházeje v zrnech ostrohranných. Totéž platí i o buližnících a úlomcích algonkických hornin, jmenovitě drob. Nejdokonaleji bývají zakulaceny horniny prostřední tuhosti, tedy

valounky z poněkud tvrdších, celistvějších odrůd spilitických, zvl. variolitových afanitů. Zvětralé diabasy hrubozrnnější, odrůdy augitické, zvláště však úlomky ze skelných brekcií spilitového komplexu jeví nedokonalé zaoblení právě snad proto, že byly příliš měkkými. Okolní tvrdší materiál klastický transportovaný v době usazování se slepenců žiteckých s úlomky těchto sklovitých a snad v chlorit se rozkládajících odrůd spilitových velmi nepříznivě působil na možnost zachování jejich jako valounů, spíše je rozmělňoval a přeměňoval v budoucí svůj tmel. Jsem přesvědčen, že velká část chloritu tvořícího tmel žiteckých slepenců, někdy zcela celistvého neb proudovité uspořádání temnějších partií ukazujícího, není ničím jiným, leč rozloženým diabasovým sklem z mezerních hmot brekciovitých odrůd spilitových.

Celkem vzato možno říci, že *klastický materiál žiteckých slepenců jevící stopy nedokonalého zaoblení nebyl transportován z dálky*, nýbrž, že pochází právě *z blízkých hornin algonkických*.

Velkých *rozdílů faciálních* v povaze klastického materiálu u žiteckých slepenců z nejrůznějších lokalit snesených pozorovati není. Všude zachovává se význačná zelenavá barva od chloritického tmelu, všude skládají se žitecké slepence jen z místního nedokonale zaobleného materiálu, valouny a úlomky odrůd spilitických nescházejí pak téměř v žádném výbruse. Jediný rozdíl byl by snad jen v poměru zastoupení spilitického materiálu vůči úlomkům drobovým a břidličným. Zvláště na jihozáp. obvodu kambria příbramského, na Rožmitálsku, spíše převládají proti spilitovým valounkům úlomky z břidlic a drob algonkických, lithogeneticky vzato nemění se tím však na povaze slepenců žiteckých nic.

Pokud se *velikosti zrna* týče, jsou rozdíly slepenců žiteckých arci velmi značné. Pozorovali jsme zvláště na *Tuškovském vrchu* nebo na *Žitci*, jak rychle se mění povaha klastického materiálu co do velikosti. Toto střídání se partií jemnozrnnějších s hrubozrnnými, jakož i časté vykliňování se poloh buď jemnozrnných neb hrubších jest svědectvím, že žitecké slepence jsou útvarem čistě pobřežního rázu v mělkém moři usazeným. Nejčastěji kolísá velikost materiálu klastického mezi velikostí hrachu a lískového ořechu, ale velmi hojné jsou i slepence hrubší. Jakožto dva extrémy žiteckých slepenců různě velikého zrna kladu k sobě žitecký slepenec *od Dubna* a žitecký slepenec *z nadloží spilitu u Lipíže* sz. od *Dobříše*; v prvním případě máme slepence *s ohromnými valouny buližníkovými*, v druhém pak slepence velmi jemnozrnné, lépe řečeno již *polymiktní droby*. Povaha tmelu a klastického materiálu u obou s petrografického stanoviska jest však táž.

V některých výbrusech pozorujeme, že ostrohranné úlomky hornin a valouny hustě na sebe jsou natlačeny, takže tmel úplně ustupuje do pozadí. Tam, kde sousedí valounek spilitový s ostrohranným zrnem křemenným neb buližníkovým, bývá toto vtlačeno do spilitu. (Srv. v obr. 6., tab. III. křemenné zrno v pravo nahoře.) Toto působení

křemenných úlomků na spilitové valounky jeví se nejpatrněji na skelných brekciích, které tlaku kladly nejmenší odpor. —

Na těchto místech sluší vzpomenouti ještě zajímavých klastických hornin, které se vyskytly jakožto valouny v žiteckých slepencích na několika lokalitách (Tuškovský vrch, Dubno, Trhové Dušníky a j.). Vedle ostrohranných zrn křemenných jest v nich pozorovati i idiomorfně omezené lištny plagioklasové, hojně klastického chloritu i zrn leukoxenových; někdy i drobný úlomek diabasové horniny možno nalézti. Také strukturou liší se tyto horniny od normálních drob algonkických dosti podstatně; kdežto u těchto klastický materiál vždy po celém výbruse touž přibližně velikost udržuje, střídá se zde velikost zrn dosti nápadně. V tmelu pak objevuje se na rozdíl od normálních drob algonkických i hojnost novotvořeného živce.

Majíce odhadnouti pravou povahu těchto méně obvyklých sedimentů, povšimněme si zvláště přítomných plagioklasů. Stěží bychom si představili jejich mnohdy velmi dokonalé omezení plochami krystalovými, kdybychom předpokládali. že dostaly se do klastického materiálu z rozložených a rozpadlých diabasů. Zajisté, že při rozkladu diabasů neuvolňují se živce tak snadno a dokonale, aby i potom své primární omezení zachovaly.

Soudím, že máme zde *klastické horniny algonkické s materiálem tufovým*, tedy *tufity*. Těmto horninám zdají se nasvědčovati i přítomné leukoxeny a zvláště bezstrukturní chlorit, zajisté přeměněné to sklovité vyvrženiny sopečné. Domněnka naše jest podepřena i tím, že zcela podobné horniny sedimentární s materiálem sopečným nalezeny byly *na primárním výskytu* na *Litavce* sev. od *Trhových Dušník*, zvláště však *v profilu lipížském* u *Dobříše*. —

V následujícím podáme krátký popis některých nejvýznačnějších odrůd effusivních hornin spilitických, jež jsme ve slepencích žiteckých zjistili, jakož i charakteristiku petrografické povahy valounů žulových a ostatních hornin hlubinných.

a) Valouny spilitové.

Tuškovský vrch u Dušník.

Slepence žitecké poskytly na tomto nalezišti velmi mnoho krásných odrůd spilitických hornin. Podařilo se nám zjistiti tyto odrůdy:

Faneromerní diabas s ofiticky uspořádanými velkými lištnami plagioklasovými a hojným zeleným chloritem, jenž poukazuje k tomu, že vznikl rozložením augitu diabasového. Hojně leukoxenu.

Normální spilit, v němž některé větší lištny plagioklasové sestavují se po třech do hvězdových skupin prorůstajíce se v úhlu 60°. Hojně ilmenitu.

Velmi hustý spilit s předlouhými jehlicovými plagioklasy ofiticky neb změteně v hornině uspořádanými a drobnozrnným temným augitem.

Tu a tam vyskytují se mandlové dutinky vyplněné chloritem. Zajímavo jest, že augitová zrnka seskupují se někdy do kroužků kol těchto dutinek.

Spilit s rovnoběžným slohem podmíněným proudovitě neb do paralelních řad seskupenými živci. Totéž uspořádání po plagioklasech opakují i ilmenity hojně v hornině zastoupené. Podobnou horninu popsal jsem z Povltaví od *Dolan*.[31])

Spilit s čerstvě zachovanými dlouze lištnovitými a na koncích roztřepenými plagioklasy, jež sestaveny jsou do snopečků. Augit i ilmenit oproti živcům sestupuje zde silně do pozadí.

Spilit při menším zvětšení *úplně hustý* a nedovolující rozlišiti jednotlivých součástek. Při velmi silném zvětšení jeví se složen ze samých zrníček augitových, většinou v chlorit přeměněných, v nichž tu a tam vynikají hvězdičkovitě seskupené vláskovité plagioklasy.

Spilit se základní hmotou augitickou, četné ilmenity uzavírající a se zajímavým způsobem kostrovitě vytvořenými lištnami plagioklasovými. Tyto jsou do keříčkovitých figur sestaveny a jsou uprostřed nejužší, uvnitř plné, k oběma koncům pak se rozšiřují a stávají se dutými. Duté konce vyplněny jsou pak drobounkým augitem, po příp. i ilmenitem. Zvláště na příčných, téměř čtvercových průřezech takových kostrovitých plagioklasů jest temná výplň dutin dobře patrna.

Nádherný *spilit se živci o dvou generacích*. První živce, porfyricky vyloučené, jsou nelamellované a tvoří dlouhé, při tom ale dosti tlusté lištny na koncích kostrovitě vyvinuté. Někdy bývají takovéto kostrovité krystaly živců celé duté a vyplněny jsou pak zrnky ilmenitu. Zvláště na příčných průřezech tato výplň pěkně vystupuje. Živce druhé generace jsou oproti prvním o mnoho menší, při tom jsou ale dlouze a úzce lištnovité, dvojčatně lamellované a jsou sestaveny do překrásných keříčků o mnoha větvích. Mezi těmito větvemi, jakož i mezi jednotlivými lištnami plagioklasovými tyto keříčkovité útvary skládajícími usadil se v drobných zrníčkách hnědý augit (dnes ponejvíce v chlorit a aktinolith rozložený) a zvláště hojný ilmenit, jenž zhusta jeví kostrovitý vývoj. (Viz obr. 1. na tab. III.)

Spilit, dnes většinou již rozložený, že ani živců, ani augitu nelze pozorovati, ale s krásně zachovanou strukturou primárně založenou keříčkovitě seskupenými ilmenity (dnes v leukoxen přeměněnými), které původně vyplňovaly asi prostory mezi keříčkovitě neb hvězdovitě seskupenými plagioklasy. (Viz obr. 6. na tab. III.)

Porfyrit. Základní hmotou jest spilit s lištnovitými plagioklasy oficticky neb do hvězdovitých figur sestavenými a s droboučkými hnědými zrnky augitovými do hustých skupinek nahloučenými neb kol lamellek plagioklasů základní hmoty umístěnými. Porfyricky uzavřeny jsou v této

---

[31]) R. Kettner: O některých vyvřelinách z povltavského algonkia, Rozpravy Čes. Akademie XXI., 1912, čís. 30, str. 17, vzorek čís. 5.

základní hmotě spilitické veliké krystaly plagioklasové, které jsou sice dnes již většinou rozloženy ve světlou slídu, jichž obrysy ale jsou velmi dokonale idiomorfní. Zvláště dobře byla patrna zakončení destiček plagioklasových plochami 001 a 10$\bar{1}$. Velikostí liší se porfyricky vyloučené živce od živců základní hmoty značně; kdežto první jsou 1—2 *mm* dlouhé a $^1/_4$—$^1/_2$ *mm* široké, dosahují lištny plagioklasové v zákl. hmotě délky sotva $^1/_2$ *mm*, tloušťky pak jen 0·05—0·1 *mm*. Zajímavo jest, kterak plagioklasové lištny základní hmoty seskupují se proudovitě neb v paralelních řadách, kol porfyrických vrostlic, tyto pak zhusta na obvodu svém vroubeny jsou přímo narostlými zrnky augitovými. (Viz obr. 2. na tab. III.)

Augitický afanit složený ze snopečků vláknitého hnědého augitu, dnes tu a tam v aktinolith změněného a temnějšího augitu, zrnéčkovitého, jenž usadil se mezi vlákny augitu prvního.

Augitický afanit složený z variolitícky seskupených sférokrystalů vláknitého augitu. Střed mnohých sférokrystalů vyplňují krásně kostrovitě vytvořené tlusté tabulky neb lamellky plagioklasové. Na svých koncích bývají plagioklasy ty roztřepeny v řadu užších rovnoběžných proužků hmoty živcové, mezi něž vnikl zrnéčkovitý augit. Mikroskopický obraz mnohdy nápadně upomíná na krásné augitické afanity z uzavřenin brekciovitého spilitu od *Vodochod*.[32]) Někde mezi jednotlivými sférokrystaly uzavřeny jsou zbytky skelné base.

Augitický variolit tvořený nedokonalými, v sebe splývajícími variolami vláknitého a zrnéčkovitého hnědého augitu. Poslední jest mladší a usadil se v prostorách mezi augitem vláknitým. Někdy uzavírají varioly ve středu svém lištnu plagioklasovou. Mezi jednotlivými variolami utuhlo zelenavé, zcela isotropní diabasové sklo.

Variolit s četnými drobnými variolkami buď ojediněle neb ve skupinách po dvou i více v mezerní hmotě roztroušenými. Dnes jsou většinou rozloženy v chlorit, vláknitý aktinolith a novotvořený živec, zdá se však, soudě ze struktury jejich, že byly původně tvořeny augitem vláknitým. Ve středu mnohych variolek uzavřena jsou zrnka leukoxenu vzniklého z primárního ilmenitu. Mezerní hmota mezi variolkami jest augitická (augit rozložen z velké části v chlorit) a jest přeplněna kalnými zrny leukoxenu. Plagioklasových lišten v mezerní hmotě jest velmi málo.

Úlomek *brekciovitého spilitu* se zachovalou sklovitou hmotou mezerni uzavírající ostrohranné úlomky velmi hustého variolitového afanitu s jehlicovitými do hvězdových skupin sestavenými plagioklasy.

Úlomek *spilitického skla* barvy temně hnědé, v němž jakožto produkty odesklení uzavřeny jsou paprsčitě seskupené jehlice plagioklasové.

Žitecký slepenec od **myslivny Brodce** sz. od Dobříše poskytl tyto odrůdy spilitové:

---

[32]) R. Kettner, l. c. [31]), str. 23.

Spilit s lištnami plagioklasovými do paprsčitých skupin sestavenými. Mezi lištnami hromadí se zrníčkovitý augit a leukoxen vzniklý z ilmenitu.

Spilit se zajímavým uspořádáním živců. Jak se zdá, jsou ve dvou generacích, z nichž první vytvořily se v lištnách poněkud větších a tlustších, druhé pak v lištnách kratších a mnohem tenších. Mladší živce seskupily se vějířovitě na obou koncích plagioklasu generace starší. Augit rozložen v chlorit, ilmenit v leukoxen.

Spilit se snopečkovitě seskupenými velmi tenkými, dlouhými lištnami plagioklasovými; mesostasí mezi živcovými skupinami jest zrníčkovitý temný augit a ilmenit.

Úlomek *porfyrického variolitového afanitu* ze skelné brekcie. Živce jsou ve dvou generacích. První, porfyricky vyloučené, vytvořily se v tlustších lištnách kostrovitých neb na koncích v úzké proužky roztřepených. Druhé, značně menší, téměř vláskovité, sestaveny jsou do sférokrystalů, jež obrůstají živce generace první neb jako štětky na koncích jejich se upevňují. Na mnoha místech prostupuje v prostorách mezi sférokrystaly horninou sklo — dnes v chlorit přeměněné — se zbytky četných temně zbarvených produktů původního odesklení. Hranice skla proti sférokrystalům jsou mnohdy matné od hustě nahromaděných produktů odesklení, jež poblíže sférokrystalů hojněji se vylučovaly.

Úlomek *sklovité brekcie*, kde ve skle temně hnědém uzavřeny jsou paprskovitě seskupené jehlice plagioklasové.

Čihadlo sz. od Dobříše.

Úlomek *diabasového skla* s krásnými zjevy proudovými patrnými z četných produktů odesklení (variolek) do rovnoběžných řad sestavených.

Variolitový afanit upomínající na podobné horniny z Kamence u Radnic.

Rozložený *normální diabas*.

Říhovka u Dobříše.

Krásné *variolitové afanity* téměř zcela totožné s oněmi, jež Slavík popisuje *z Kamence* u Radnic.[33]) Dlouhé tenké jehlice plagioklasové sestavují se do překrásných sférokrystalů, drobný zrníčkovitý augit narůstá pak na jednotlivých vláknech živcových.

Hojně vyskytují se zde *spility s velmi hustou základní hmotou* tvořenou četnými zrníčkovitými augity barvy hnědé, zrnky ilmenitu a allotriomorfním plagioklasem; v této zákl. hmotě uzavřeny jsou dlouhé lištny plagioklasové nepravidelně roztroušené neb do hvězdových skupin se sestavující.

Spilit (lépe *živcový porfyrit*) tvořený skoro výhradně dlouhými lištnami andesinu, které buď ve svazečkách neb paprskovitých figurách

---

[33]) O kamenečných a kyzových břidlicích západočeských. Rozpr. Čes. Akademie XIII., 26, 1904; str. 30—31, obr. 3. na tab.

hustě na sebe jsou natlačeny neb nepravidelně se proplétají. V obyčejném světle nápadně odlišovala se od čirých lamell živcových drobounká zrnéčka temného augitu, ve skupinách obrůstající jednotlivé lamelly živcové neb prázdné prostory mezi nimi vyplňující.

Porfyrit s krásným fluidálním slohem podmíněným lamellami andesinu, velmi často zohýbanými. Základní hmota tvořena jest směsí živce, drobného zrnéčkovitého augitu a větších zrnek ilmenitu (po příp. leukoxenu).

Kota 500 u Dubna.

Žitecké slepence odtud přeplněny jsou valouny spilitovými, jež jeví ohromnou rozmanitost strukturní. Zjištěny byly hlavně tyto faciální odrůdy spilitového komplexu:

Normální spility, jichž základní hmota téměř celistvá skládá se z nakupených lišten plagioklasových uzavírajících rozložená zrna augitová. Tu a tam vyskytují se porfyricky vyloučené drobné lištny plagioklasové na koncích často rozštěpené.

Spilitů s význačně ofitickou strukturou vyskytlo se poměrně dosti málo. Jeden valoun jevil se jako *velmi hustý spilit* složený z přejemných jehlic plagioklasových změteně seskupených neb do svazečků se sestavujících, s augitem zrníčkovitým neb krátce tyčinkovitým a s mandlovými dutinkami vyplněnými chloritem.

Nejhojnějšími byly překrásné *variolitové afanity* vyznačující se dlouhými tenkými jehlicemi plagioklasovými paprsčitě seskupenými do sférokrystalů. Drobounká zrnka temného augitu umístěna bývají ve sférokrystalech živcových mezi jednotlivými jehlicemi živcovými jsouce na nich narostlá. Mnohé takové variolitové afanity živě upomínají svou strukturou na podobnou horninu, kterou jsem popsal *z Dolních Chaber*.[34]) (Srv. obr. 3. a 4. na tab. III.)

Vyskytují se dále i *variolitové afanity*, v nichž vyvinuty jsou porfyricky tlustě tabulkovité oligoklasy mnohdy kostrovitě vykrystalované.

Jiný valounek ukázal se býti krásným *porfyritem*. Základní hmota jeho byl typický spilit s dlouhými lištnami plagioklasovými, sestavenými do svazečků neb vějířků. Lištny byly mnohdy na koncích roztřepeny, zpravidla dvojčatně lamellovány a svou souměrnou úchylkou zhášení na ploše $\perp$ (010) poukazovaly na členy řady plagioklasové mezi oligoklasem a andesinem. Zrníčkovitý hnědý augit, zřejmě mladší plagioklasu, usadil se mezi lištnami živcovými. V této základní hmotě spilitické uzavřeny byly idiomorfně omezené veliké krystaly živcové, tlustě tabulkovité a velmi uzounkými lamellkami dvojčatnými prostoupené.

Ojediněle nalezl jsem i drobný valounek *celistvého afanitu augitického*. Svými nádhernými sférokrystaly vláskovitého hnědého augitu

---

[34]) l. c. [31]), str. 27—28, obr. 6. na tab.

upomíná valoun ten na obdobné horniny z *Vodochod*[35]) neb z *Krchůvku* u *Bělče*.[36])

Mnohé *faneromerní diabasy* ve slepenci z Dubna zastoupené s dlouhými lištnovitými plagioklasy ve světlou slídu zvětralými a s hojným chloritem z rozloženého diabasového augitu vyznačovaly se přítomností velikých zrn leukoxenových, která jevila zřetelný ještě kostrovitý vývoj primárního ilmenitu a mnohdy upomínala v případech, kdy primární ilmenit byl dvojčatně lamellován, na známé obrazce Widmannstättenovy z meteorických železa.[37])

Nejzajímavější jest však přítomnost *sklovitých spilitů brekciovitých*, které v žiteckém slepenci od Dubna velmi hojně se vyskytují. Jeden takový úlomek v mnohém upomínal na t. zv. „*tufovitou drobu*" *Rosiwalovu*[38]) z údolí *Karáskova potoka* pod Kamennou Hůrkou u Tejřovic, jiné opětně na Slavíkova vyobrazení skelných brekcií ze *Skomelna* a *Skočické mýtě* u Roupova.[39]) (Viz obr. 5. na tab. III.) Primární sklo arci jest většinou rozloženo v chlorit, ale původní proudovitý sloh bývá dobře zachován. Temná zrnéčka v chloritické hmotě uzavřená a mnohdy proudovitě seskupená, zdají se nasvědčovati bývalým drobným variolkám augitovým vzniklým odesklením původní hmoty mezerní. — Zdá se, že většina chloritu tvořícího tmel žiteckého slepence od Dubna jsou vlastně rozložené úlomky primárního diabasového skla formace spilitové.

Pozoruhodným byl i valounek *variolitového afanitu* s nedokonale variolitickou strukturou, kde mezi jednotlivé radiálně paprsčité útvary jehlic živcových vnikalo zelenavé diabasové sklo oddělujíc tak tu a tam jednotlivé sférokrystaly od sebe.

Žitec u Nesvačil.

Valoun *brekciovitého spilitu*, kde původní sklo, dnes ve směs epidotu, aktinolithu, chloritu, novotvořeného živce a křemene rozložené, uzavírá úlomky dosud čerstvých spilitů dosti rozmanitého vývoje strukturního. Uzavřeniny jsou nejčastěji ostrohranné, méně často úplně zaoblené; hranice jejich proti hmotě mezerní jsou zpravidla ostré, někdy však i dosti nejasné od hustěji nakupených produktů původního odesklení kol uzavřenin. Uzavřeniny spilitové mají v největším počtu případů základní hmotu zrníčkovitě augitickou s četnými zrnky ilmenitu, a s porfyricky vyloučenými oligoklasy buď tlustě tabulkovitými, buď lištnovitě, mnohdy kostrovitě vyvinutými. Tlusté tabulky jeví vedle dvojčatného srůstu albitového i srůst periklinový. — V jiných uzavřeninách nahromaděny jsou četné

---

[35]) R. Kettner, l. c. [31]), str. 23, obr. 5. na tab.

[36]) Fr. Slavík, Spilitické vyvřeliny v praekambriu mezi Kladnem a Klatovy, Archiv pro přír. výzkum Čech, Praha 1909, str. 103.

[37]) O podobných zrnech leukoxenových zmiňuje se i Fr. Slavík, l. c. [36]), str. 82 a 108.

[38]) Srv. Slavík, l. c. [36]), str. 89, vyobr. č. 2 na tab. III.

[39]) l. c. [36]), str. 47, 48 a 74, 75 a vyobr. č. 1 a 2 na tab. IV.

lištny plagioklasové v rovnoběžných řadách a jeví tak krásné fluidální uspořádání. Též pěkné porfyrity bývají v mezerní hmotě uzavřeny.

Spilit s přečetnými drobnými zrnéčky ilmenitu kol plagioklasů do keříčkovitých skupin sestavenými.

Variolit s variolami složenými z augitu zrnéčkovitého a sklem mezi variolami. Zrnéčkovitý augit jeví seskupení paprsčité, které podmíněno jest paprskovitým seskupením vláken živcových, dnes rozložených.

Diabas s krátce tyčinkovitými živci, rozloženým diabasovým augitem a hojným ilmenitem.

Žitecký slepenec **záp. od Aglajiny výšiny** u Dobříše.

Normální diabas s ofiticky seskupenými lištnovitými plagioklasy a v chlorit rozloženým augitem diabasovým. Živce prorůstají se někdy po třech do hvězdových skupin. Hojný leukoxen pochází z velikých krystalů ilmenitu.

Plagioklasový porfyrit se základní hmotou tvořenou leptomorfními plagioklasy a s velikými tlustě tabulkovitými porfyrickými vrostlicemi andesinu.

Variolitový afanit živcový. Sférokrystaly plagioklasové jsou hustě na sebe směstnány a nabývají tak mnohdy polyedrických obrysů. Jsou odděleny od sebe pouze úzkými proužky zrnéček augitových (většinou v chlorit rozložených), jež i ve sférokrystalech samých prostory mezi lamellkami živcovými vyplňují. Více však ještě, než zrníčkovitý augit, usadily se mezi sférokrystaly i v nich samých tyčinkovité ilmenity.

Úlomek *diabasového skla.*

Lipíž (nedaleko koty 402 sz. od Dobříše).

Žitecký slepenec z Lipíže, jejž lépe pro jeho jemnozrnnost bylo by označiti jakožto polymiktní drobu, chová ve svém klastickém materiálu hojnost úlomků z nejrozmanitějších spilitů, t. zvl. *variolitových afanitů, afanitů augitických, normálních spilitů* i *sklovitých brekcií.* Hojnost chloritu v tmelu neb ve velkých úlomcích zachovaného nasvědčuje na rozložené diabasové sklo. Mnohdy uzavřeny jsou v něm temnější, ostře odlišné kulovité partie, jakoby rozložené původní variolky odesklením vzniklé.

Jižně od Roubené studánky.

Spilitických valounů jest zde v žiteckém slepenci velmi mnoho. Jsou to úlomky *variolitových afanitů* podobných oněm z Kamence, úlomky *normálních spilitů i mezerních hmot sklovitých.*

Trhové Dušníky (z profilu od Škrtilky).

Ze spilitů, jichž ve slepenci žiteckém jest zde velmi hojně, sluší na prvním místě vzpomenouti *variolitu se sklovitou mezerní hmotou.* Sklovitá hmota jest sice dnes ve chlorit rozložena ale původní povaha její jest zcela nepochybna. Variolky v ní uzavřené jsou složeny z vláskovitého hnědého augitu jenž se přeměnil v aktinolith. Na mnoha místech nakupila se kol variolek zrnéčka leukoxenová.

Jiný valounek vyznačoval se *velmi hustou základní hmotou* složenou *z nakupených zrnéček hnědého augitu*, porfyricky pak vyloučeny byly v základní hmotě veliké lištny plagioklasové, dnes rozložené a směsí chloritu a světlé slídy nahražené.

Plagioklasový porfyrit. Hornina složená výhradně z paprsčitě seskupených lišten a jehlic plagioklasových. Augit, ani jiný primární temný nerost v hornině té vyvinut nebyl. Podobnou horninu zjistili jsme na primárním výskytu záp. od *Aglajiny výšiny* sz. od Dobříše (srv. práci Slavíkovu o spilitech z příbramského algonkia). Plagioklasové lištny jsou zde poměrně krátké a někdy dvěma i více uzounkými dvojčatnými lamellkami prostoupené.

Velmi zajímavým byl i *porfyrit se základní hmotou* výhradně *augitickou* (z velmi hustě nakupených zrníček hnědého augitu) a místy v chlorit rozloženou a s velikými, nepříliš dlouhými, za to však poměrně tlustými porfyricky vyloučenými vrostlicemi plagioklasu buď ojediněle v zákl. hmotě uzavřenými neb do skupin po několika sestavenými.

Porfyrit plagioklasový s porfyricky vrostlými lištnami plagioklasovými v základní hmotě tvořené leptomorfními živci.

Velmi hrubozrnný diabas slohu ofitického až intersertálního. Tlusté lištnovité plagioklasy dvojčatně lamellované někdy se staví do hvězdových skupin; náleží andesinu. Primární augit jest rozložen v chlorit, místy ale jsou zachovány ještě obrysy po něm. Velké kalné leukoxeny zachovávají omezení primárního ilmenitu. Dosti často v mezerách mezi lištnami plagioklasovými vytvořil se křemen.

Tato poslední hornina, v jednom výbruse žiteckého slepence mezi ostatními valounky značně převládající, *jest naprosto identickou s hrubozrnnými ložnými diabasy z pravého břehu Litavky proti Trhovým Dušníkům.*[40]) Tyto jsou sice čerstvější majíce zachované dosud veliké krystaly čirého augitu, jehož jsme v našich valounech zjistiti nemohli, ale totožnost jejich vyplývá jak ze struktury horniny, podoby i povahy plagioklasů a leukoxenů, tak zvláště i z přítomnosti křemenné mesostase mezi lištnami živcovými. *Tím podán jest přesvědčující důkaz, že hrubozrnné diabasy z pravého břehu Litavky, podstatně se lišící od hornin komplexu spilitového až dosud známých, jsou stáří předkambrického a náleží tudíž rovněž ke komplexu spilitovému.* Ostatně i jejich způsob geologického výskytu tomu nasvědčuje. Hrubozrnné diabasy algonkického stáří a rovněž effusivní zjistili jsme též v *profilu lipížském* u Dobříše, kdež doprovázeny jsou tufy.

b) Horniny hlubinné a žilné.

Velmi hrubozrnné žuly vyskytující se ve velkých valounech v žiteckém slepenci na *Tuškovském vrchu.*

---

[40]) Srv. práci F. Slavíkovu o spilitech z algonkia příbramského.

Hornina slohu panidiomorfně zrnitého složená výhradně jen z růžového živce (orthoklasu neb mikroklinu) a křemene. Živce tvoří zakalené tlusté tabulky, někdy dvojčatně lamellované o indexu světelného lomu menším než u křemene. Jest jisto, že z části jsou živce starší vyloučeninou v hornině než křemen, jenž kolem, celkem idiomorfních krystalů živcových ve velikých allotriomorfních zrnech se kupí, ale shledány i časté případy, že v živci byla zrna křemenná uzavřena, neb že omezení a vývoj některých živcových jedinců křemenem byly podmíněny. V jednom případě pozorován byl i nepochybný písmenkový srůst živce s křemenem. Jest tedy nepochybno, že v jisté fázi tuhnutí magmatu krystalovaly živec a křemen současně. Pořídku bývá v živci uzavřen i sloupečkovitý apatit velmi vysokým lomem světelným nápadný. Křemen vyplňuje mnohdy ve velkých allotriomorfních zrnech trhliny v hornině, v nichž usadil se jakožto nejmladší vyloučenina magmatická. Mnohdy zakončují zrna křemenná uprostřed trhliny nedokonalými krystalovými plochami zanechávajíce v ojedinělých případech i malé druzové dutinky. V křemenech jest hojně dutinek vyplněných plynem neb s drobnými libellkami, i vrostlic, tak zvl. zhusta objevují se dlouhé jehlicovité vrostlice sagenitové do paprsčitých skupin sestavené.

Valounek *dioriticko-aplitické horniny* ze slepence žiteckého na *Tuškovském vrchu.*

Hornina velmi zajímavá svým vývojem živců. Jsou dvojí generace. První, vytvořené ve velikých idiomorfně omezených krystalech porfyricky vyloučených náleží orthoklasu, druhé, na základní hmotu se omezující jsou vláknitým plagioklasem (mají index svět. lomu větší než křemen) a jsou vyvinuty v krásných sférokrystalech.[41]) Sférokrystaly tyto jsou hustě na sebe nakupeny nezanechávajíce mezi sebou místa a jsou proto polyedricky ohraničeny. Lze pak na nich rozeznati dvě zony: vnitřní, výhradně živcovou, a vnější, s primárně uzavřeným křemenem mezi vlákny živcovými a s těmito granofyricky srůstajícím.

Písmenková žula z žiteckého slepence *z Vojny.* (Viz obr. 8. v textu.)

Velmi čerstvá tato hornina skládá se výhradně z živce (orthoklasu) a křemene, jež písmenkovým způsobem se prorůstají. Ojediněle spatříme rozložené veliké krystaly pyritové vytvořené v krychlích nebo pentagonálních dodekaedrech.

Aplitická hornina ze slepence na *Žitci u Nesvačil.*

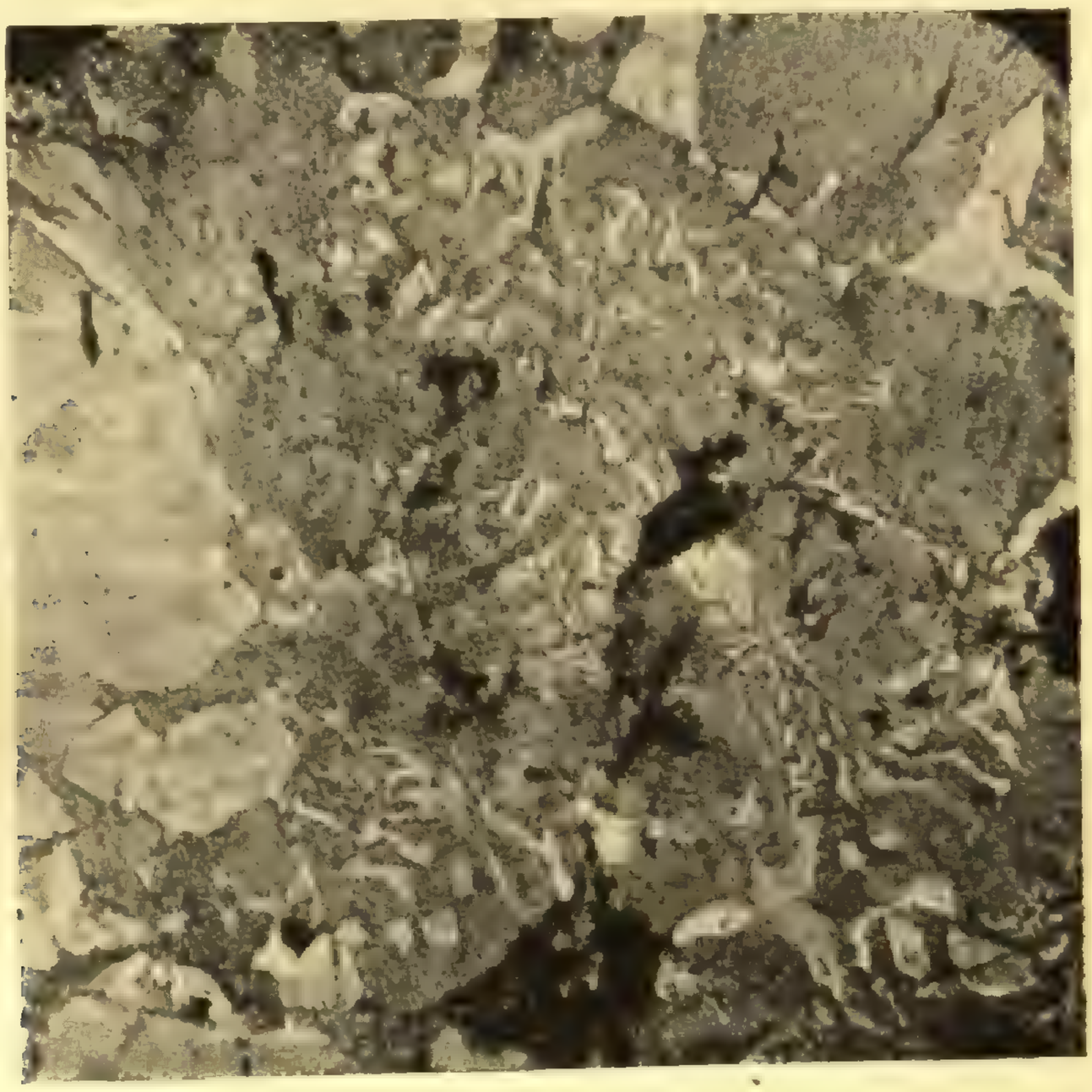
Téměř výhradní součástkou této horniny jsou nelamellované plagioklasy o vyšším indexu svět. lomu, než-li má křemen. Křemen jen ve sporých zrnech se vyskytující bývá omezen allotriomorfně. Struktura je význačně aplitická.

---

[41]) O podobných sférokrystalech zmiňuje se i H. Rosenbusch ve svých „Elemente der Gesteinslehre" III. Aufl., str. 244.

Valoun *biotického porfyritu* (žilná hornina) z žiteckého slepence *Tuškovského vrchu.*

Hornina složena z biotitu a plagioklasů; obojí součástky vyvinuly se ve dvou generacích: jakožto porfyrické vrostlice a jako součástky základní hmoty. Porfyricky vyloučené biotity, tvořící tabulky na příčných průřezích až 2 *mm* dlouhé a $^1/_4$—$^1/_2$ *mm* tlusté, jsou dnes skoro úplně proměněny ve chlorit, takže původní hmota biotitická zachovala se jen ve zbytcích uvnitř tabulkovitých obrysů. Porfyrické plagioklasy jsou tlustě tabulkovité, zdvojčatěné podle zákona albitového a jeví nezřídka zonární sloh. Zpravidla bývají následkem zvětrání ve světlou slídu zaka-



Obr. 8. *Písmenková žula z žiteckého slepence z Vojny.*
Fotografováno v obyčejném světle za 20-tinásobného zvětšení.

leny, takže nedovolují již stanoviti úchylku shášení. Zdá se však, že byly původně jistě basičtějšími, než-li živce základní hmoty. Živce základní hmoty jsou lištnovité, nepravidelně nebo hvězdicovitě seskupené a zpravidla zdvojčatěné podle albitového zákona. Úchylka shášení na ploše ⊥ na (010) poukazuje na kyselé členy řady plagioklasové (oligoklasy). Též biotit vrací se v základní hmotě ve druhé generaci, jest ale již většinou přeměněn v chlorit.

Na těchto místech budiž učiněna též zmínka o petrografické povaze *aplitické horniny*, která velmi hojně se vyskytuje jakožto valouny *ve slepencích hlubošských u Dubna*. Jest to *dioritický aplit* (*plagiaplit*), velmi kyselý, složený z živce (oligoklasu) a velmi převládajícího křemene. Podřízeně objevuje se i primární muskovit a pyrit. Pyrit jest nejstarší vyloučeninou

v hornině, bývá omezen idiomorfně plochami krychle neb pentagonálního dodekaedru a zpravidla jest uzavřen ve velikých porfyrických vyloučeninách živcových. Hornina jest celkem jemnozrnná, ale tu a tam spatříme v základní hmotě uzavřeny veliké porfyrické vyloučeniny živcové neb křemenné. Zvláště křemen bývá již pouhým okem patrný. Porfyrické živce jsou velmi kyselé oligoklasy tlustě tabulkovité a dvojčatně lamellované podle albitového zákona. Někdy přistupuje též dvojčatný srůst periklinový. Porfyricky vyloučený křemen objevuje se ve velikých zrnech o nedokonalém omezení krystalovými plochami. Na obou porfyrických vyloučeninách dobře lze pozorovati vzrůst jedinců apposicí: u živců na zonárním slohu, u křemene na rovnoběžném uspořádání drobounkých vrostlic. Celkové omezení porfyrických vyloučenin dosti se blíží idiomorfnímu, zajímavo ale jest, že obrys jak křemenů, tak živců jest nepravidelně zubovitě vykrajován a že v prohlubinkách pak zpravidla tkví menší zrna křemenná neb živcová základní hmotě náležející. Zjev tento nelze vyložiti ani magmatickou korrosí, ani kataklasou nebo snad vetlačením okolních zrn základní hmoty do okrajů porfyrických vrostlic; poukazuje spíše k tomu, že v jisté fázi tuhnutí horniny, kdy porfyrické vyloučeniny na svém obvodu ještě dorůstaly, ale již svému definitivnímu vytvoření se blížily, dálo se současně již i tuhnutí základní hmoty. Struktura základní hmoty jest panidiomorfně zrnitá s náběhem ke struktuře porfyrické. To jeví se zvl. idiomorfním omezením jisté části živců (oligoklasů), kterými pravděpodobně tuhnutí základní hmoty započalo. Potom ale krystalovaly živec a křemen současně, jak na hojném písmenkovém prorůstání obou jest patrno. —

* * *

Vylíčivše petrografickou povahu žiteckých slepenců typické podoby obraťme se nyní k těm slepencům *okolí rožmitálského*, o nichž jsme výše vytkli možnost příslušnosti jejich ke slepencům žiteckým a jež liší se od těchto makroskopicky hlavně svou temnou barvou. Mezi tyto slepence náleží i temná hornina *od kaple 606* u *Lázu a z vrcholku 586 sz. od Vranovic*

Petrografický výzkum jejich ukazuje, že slepence tyto, makroskopicky svou barvou od normálních žiteckých odlišné, nejeví vlastně podstatných rozdílů od těchto skládajíce se z mnoha ostrohranných i zaoblených křemenů žilné povahy, úlomků buližníků, algonkických břidlic a drob, jakož i spilitů a obsahujíce ve tmelu velmi mnoho hmoty chloritické. Nanejvýše možno vytknouti zde ten rozdíl, že spilitové valounky oproti břidličným a drobovým dosti značně ustupují do pozadí. To, co dodává slepencům těmto nezvyklé temné barvy, jsou četná zrnéčka železných rud (magnetovce nebo haematitu) v tmelu i uvnitř jednotlivých valounů roztýlená vedle hojných součástek uhelnatých.

Tak na př. slepenec *z koty 586 u Vranovic* obsahuje v tmelu i ve valounech zde přítomných diabasů a j. hornin hojnos vykrystalovaného

magnetovce. Slepenec od *kaple kota 606* jest silně proniklý jak v tmelu, tak i ve valouncích zrnky haematitovými, jak z červenavé barvy při propadání světla tenšími šupinkami jest zjevno. Mnohdy pseudomorfuje haematit v rozložených valounech diabasových lištny plagioklasové obrůstaje je neb dutiny po nich vyplňuje. V jednom valounku diabasové horniny nahromadil se v základní hmotě haematit tak hustě, že stává se zcela neprůhlednou a jen zachovalé ofiticky seskupené lištny plagioklasové haematitem neproniknuté naznačují původní sloh horniny.

Pravděpodobně dostaly se zde valounky z diabasů a spilitů do slepence již dosti zvětralé, takže i chlorit z augitu vzniklý obsahoval hojnost dalším rozkladem uvolněného limonitu. Jelikož haematit jest z největší části omezen idiomorfně, lze souditi, že vznikl překrystalováním. Zcela podobným způsobem vznikl asi i magnetovec ve slepenci od *Vranovic*.

Mám za to, že překrystalování limonitu v haematit nebo magnetovec způsobeno bylo vyšší teplotou vzbuzenou intrusí spoust žulových neb dioritových pod slepenci v hloubkách patrně ukrytých a souvisejících asi s žulou (granodioritem) rožmitálskou a tudíž i středočeskou. Tomu svědčil by zajisté i blízký výskyt dioritu bohutínského, jenž leží v přímém sv. pokračování přeměněných slepenců žiteckých z koty 586 u Vranovic a kaple (606) jz. od Lázu.

Nepochybnou jest kontaktní přeměna i pro žitecké slepence od splavu před zámkem rožmitálským a ze studny před poštou v *Rožmitále*. Slepence tyto jsou v tmelu přeplněny drobnými zrnéčky magnetovce, většinou idiomorfně omezenými Úlomků hornin spilitových obsahovaly slepence rožmitálské velmi málo, za to ale hojnými byly břidlice a droby algonkické, jakož i četná ostrohranná zrna křemenná vesměs žilný původ ukazující a četné růžencovité vrostlice helminthu obsahující.[42])

Nejpatrněji vyniká kontaktní přeměna žiteckých slepenců okolí rožmitálského na drobném valounku metamorfovaného *variolitu*[43]) ze slepence z *Vršku u Bukové*. Variolit ten skládá se z četných vario ek m sty hustě na sebe natlačených a tudíž deformovaných. Variolky tvořeny jsou jednotnou nelamellovanou hmotou plagioklasovou velmi zakalenou šedými produkty pozdějšího zvětrání. Že tato jednotná hmota vznikla pozdějším překrystalováním původně jinak složených variolek živcových dosvědčuje hlavně ta okolnost, že všecky variolky v polarisovaném světle zhášejí ve výbruse současně. — Mezerní hmota variolitu jeví se jako směs složená z křemene, novotvořeného živce a hojných jehliček zeleného minerálu, jenž podle vysokých barev polarisačních a zřejmého pleochroismu jest aktinolithem.

---

[42]) Podobné vrostlice zjistili A. Hofmann a F. Slavík v křemeni aplitické žíly u Zduchovic. Srv. Über Telluride in einem Aplitgange bei Zduchovic, Věst. kr. čes. spol. nauk 1909, str. 10.

[43]) Pozn.: Teprve *až ve slepenci* metamorfovaného.

Vedle variolitu zjištěn ve slepenci z *Vršku u Bukové* i *spilit* s plagioklasovými lištnami kostrovitě vyvinutými a proudovitě uspořádanými. Základní hmota proniklá jest sekundárně vzniklým magnetovcem.

Tmel slepence z Vršku u Bukové jest chloritický, jest ale silně proniknut součástkami uhelnými a magnetovcem a místy i přeměněn v jehličkovitý aktinolith.

* * *

Polymiktní slepenec kambrický z *Čertova pahorku* sev. od Příbramě místy do droby přecházející, o jehož pochybné stratigrafické příslušnosti výše jsme se zmínili, jest v ohledu petrografickém typickým slepencům žiteckým téměř k nerozeznání podoben. Jako tyto, skládá se z materiálu většinou nedokonale zakulaceného: z hojných ostrohranných křemenů, buližníků a z velkých úlomků spilitových. Křemeny jsou dílem rázu žilného, dílem pocházejí asi z pegmatitů, čemuž i hojná přítomnost ostrohranných úlomků lamellovaných živců zdá se nasvědčovati. Křemenné úlomky jsou buď značnějších rozměrů, nebo jsou rozmělněny do drobných zrníček, jež hustě na sebe jsou natlačena a neposkytují mnoho místa pro tmel. Tam, kde tmel jest vyvinut ve větším množství, jest vždy chloritický jako u slepenců žiteckých. Buližníky, zde neobyčejně hojné a již při makroskopickém ohledávání horniny nápadné, zastoupeny jsou ve velikých ostrohranných úlomcích, mnohdy hustě nakupených. Na styku křemenných neb buližníkových zrn s úlomky spilitovými opakuje se tentýž zjev, jejž jsme všude pozorovali na slepencích žiteckých: zrnko křemenné bývá do spilitu vetlačeno. — Spility neposkytují zde svou strukturou mnoho zajímavého; celkem zjištěny byly spility s paprsčitě seskupenými lištnami plagioklasovými a s velmi hojným ilmenitem, plagioklasové porfyrity a variolitové afanity. Zajímavy jsou však tím, že jeví z velké části přeměnu živců v zoisit, po příp. epidot, augitů pak v aktinolith, tedy podobnou přeměnu, jakou pozoroval Slavík[44]) na spilitech jihozáp. českého algonkia v pořící dolní Úhlavy, Úslavy, Mže mezi Plzní a Zvíkovcem a j. a autor[45]) v algonkiu dolního Povltaví. Zoisit vyplňuje mnohdy i veliké trhlinky ve spilitové hornině. Přeměna horniny vznikla zde však dříve, než-li se dostal spilit do slepence jako valoun, tedy nikoliv až ve slepenci samém. Tomu nasvědčuje jednak přítomnost velikých ostrohranných zrn epidotu a zoisitu v klastickém materiálu slepence z Čertova pahorku, jednak i ta okolnost, že žilky zoisitové vždy se omezují jen na spilitový valoun nevnikajíce nikdy též do okolní hmoty slepencové. —

* * *

Přehlédněme ještě jednou popis odrůd spilitových, jež v žiteckých slepencích jsme zjistili. Vidíme zde pohromadě téměř veškeré faciální

---

[44]) l. c. [36]), str. 121—123.
[45]) l. c. [31]), str. 15—28.

odrůdy, jež Slavík a *autor* v komplexu spilitových vyvřelin zjistili, a to zrovna v nejkrásnějším způsobu vývoje, jaký vůbec jen lze si přáti. Téměř všecky faciální odrůdy, jež na primárních výskytech spilitových jen pracným a dlouholetým výzkumem veliké oblasti dají se zjistiti mezi jednotvárnými poměrně horninami komplexu spilitového, můžeme zde demonstrovati v některých případech (na př. z Dubna neb Tuškovského vrchu) třeba jen na jediném výbruse žiteckého konglomerátu. Většina spilitů zde zastoupených jeví vedle svého krásného vývoje strukturního i poměrně ještě dosti dobře zachovanou čerstvost, jakou málo kdy nalézáme u vycházejících skalek spilitových. Čerstvost tato, jakož i oproti ostatnímu klastickému materiálu žiteckých slepenců dosti dokonalé zaoblení mnohých valounků spilitových, možné za podmínek, v nichž vznikaly slepence žitecké, jen u materiálu tuhého, prostředně tvrdého a nikoliv křehkého (jako jsou na př. křemeny a j. součástky), jest důkazem, že byly to právě asi tvrdší partie původních mass spilitových, jež jako valounky se zachovaly. Většina ostatního materiálu spilitového, jež do transgredujícího moře nejstaršího kambria v Čechách se dostala, padla za obět rozrušující činnosti mořských vln, byla rozmělněna a rozložena a jeví se dnes ve slepencích žiteckých v jiné podobě, jakožto chloritický tmel. Jest tedy nahromadění nejrozmanitějších odrůd strukturních dílem silného přebírání a koncentrace klastického materiálu mořskými vlnami.

Případ náš vede nás zároveň i k domněnce, že nejzajímavější strukturní odrůdy komplexu spilitového, nápadně odlišné od nejobyčejnější typické struktury spilitické, t. j. struktury celistvého diabasového porfyritu, omezují se asi na tvrdší místa spilitových mass; na místech těchto dálo se patrně tuhnutí původního magmatu od okolí odchylným způsobem, namnoze rychleji, i mají se takové odlišné strukturní variety spilitového komplexu (zvl. variolity, variolitové a augitické afanity) k ostatním spilitům jako šmouhy v massách spilitických. Zvláště variolitové afanity musily býti takovými nejtvrdšími partiemi, proto objevují se ve slepencích žiteckých poměrně nejhojněji.

Spilitové valouny ve slepencích nejspodnějšího českého kambria se vyskytující jsou novým přesvědčujícím důkazem o předkambrickém stáří komplexu vyvřelin spilitických.

Též *valouny hornin žulových a aplitických* zasluhují náležité pozornosti. Vidíme na nich opětně, že musíme počítati v Čechách s hlubinnými horninami stáří předkambrického a zároveň i s ohromnou denundací předkambrických komplexů vrstevních, která vedla k odkrytí těchto hlubinných těles vulkanických. Obnažení jejich nespadá však až do doby mezi zvrásněním a odnosem souvrství algonkického a usazením slepenců žiteckých, musilo nastati již mnohem dříve. Máme nepochybné hlubinné horniny již ve valounech slepenců algonkických,[46]) ba ještě dříve; poukazuji zde na

[46]) Srv. R. Kettner, l. c. [3]), str. 181.

nález úlomku žuly s granofyrickým srůstem křemene a živce, zcela totožné s oněmi, jež na mnoha místech jsme zjistili ve slepencích žiteckých, v algonkických drobách profilu sev. od *Trhových Dušník*, tedy v souvrství starším, než-li jest algonkický horizont slepencový. Podle petrografické povahy žulových valounů, jež náležejí většinou ke kyselým, hrubozrnným, aplitickým neb pegmatitickým odrůdám, souditi lze, že denudace zasáhla jen *nejsvrchnější, pokrajní* facii hlubinných těles algonkických.

Pozornosti zasluhují snad na tomto místě i valounky a úlomky spilitů ve slepenci z *Čertova pahorku* jevících přeměnu plagioklasu v zoisit a epidot a augitu v aktinolith. Přeměna udála se jistě na primárním výskytu spilitů těchto. Výzkumy S l a v í k o v y v algonkiu západočeském ukázaly, že přeměna tato způsobena byla thermálními prameny v době dozvuků větších vulkanických erupcí. Většinou udála se přeměna tato v algonkiu západočeském v době vystupování četných žilných vyvřelin vázaných na palaeozoické pně žulové. Ale případ *z Čertova pahorku* nás učí, že podobná přeměna patrně se stala i v době dřívější. Není sice dosud rozhodnuto přesné stratigrafické postavení kambrického slepence *z Čertova pahorku*, ale tolik zdá se nám jisto, že v kambriu o přeměně toho rázu, o níž výše byla řeč, nemůže být ani pomyšlení — nejsouť dosud u nás známy vyvřeliny kambrického stáří, na něž by horké prameny mohly býti vázány. Jest tedy na snadě domněnka, že *přeměna spilitů ze slepence z Čertova pahorku spadá již do algonkia*, a jest pravděpodobno, že byla v jisté závislosti qa erupcích žul a j. hlubinných hornin, jichž valouny ve slepencích kamnrických nalézáme.

Máme tedy zjištěnu existenci nejen hlubinných vyvřelin algonkického stáří, ale i případ přeměny hornin způsobené procesy vázanými na tyto vyvřeliny. Případ tento není první; již ve slepencích algonkických podařilo se mi u *Sulic* nalézti ve společenství valounů žulových i valoun kontaktně metamorfovaného sedimentu.

Důkladné pátrání po valounech hlubinných hornin a hornin metamorfovaných ve starých slepencových sedimentech, jakož i podrobný petrografický výzkum jejich slibuje mnohé ještě překvapení v geologii nejstarších českých útvarů; největším objevem by ovšem bylo — podaří-li se to vůbec kdy — nalezení primárního výskytu předkambrických žulových spoust, jež dodávaly klastický materiál jednak slepencům algonkickým, jednak i kambrickým.

IV.

Žitecký horizont českého kambria, jeho poměr k algonkiu a ostatnímu kambriu. Některé poznatky tektonické.

Sledováním spodních hranic příbramského kambria proti algonkiu a podrobným petrografickým výzkumem kambrických hornin nabyl jsem přesvědčení, že P o š e p n é h o *slepence žitecké vyskytují se pravidelně*

na basi všech tří kambrických pruhů na Příbramsku udržujíce společný petrografický ráz zcela odlišný od ostatních hornin kambrických a *jevíce se* tak *jakožto význačný horizont stratigrafický*. Vidíme tedy, že Počepného rozčlenění kambria příbramského ve tři stupně u slepenců žitec kých výborně se osvědčilo.

Petrograficky možno horniny žiteckého horizontu v krátkosti definovati jakožto polymiktní slepence a droby s tmelem chloritickým a s ostrohrannými neb málo zakulacenými úlomky hornin algonkických, jmenovitě spilitů, jakožto podstatnými součástkami vedle zrn křemenných.

Žitecký horizont spočívá všude na vrstvách algonkických a to zpravidla zřejmě *diskordantně*. Mluví-li se o diskordanci mezi algonkiem a kambriem na Příbramsku, platí všeobecně, že diskordance ta vždy jest vyvinuta mezi horninami algonkickými a slepenci žitec kými. Vrstvy algonkické, na které se slepence žitecké transgressivně kladou, nejsou všude téhož stáří. Jest nepochybno dnes po četných přesvědčujících důkazech, jež námi byly již z části podány a budou ještě v práci jiné podrobně rozvedeny, že druhé pásmo břidličné s vyvřelinami spilitickými a buližníky jest starší, než první pásmo břidličné, v němž buližníků a spilitů není. kdež však vystupuje výrazně horizont slepencový.

Kdybychom neměli ani jediného místa, kde poměr uložení slepenců žitec kých vůči břidlicím a drobám algonkickým by byl z odkryvů zřejmým a kdybychom tudíž nic nevěděli o diskordantním uložení kambria na algonkiu, již ten poznatek, že tytéž vrstvy kambrické, t. j. slepence žitecké ukládají se v jednom případě na starší vrstvy algonkické, v druhém pak na mladší, musil by nás vésti k přesvědčení o nepochybné diskordanci, jež mezi oběma útvary existuje.

A ostatně, kdyby ani tohoto důkazu nebylo, již to ohromné množství nejrůznějších algonkických hornin, ba i vyvřelin hlubinných, jež ve slepencích nejspodnějšího českého kambria všude jsou zřejmě zastoupeny, mluví zajisté velmi přesvědčujícím způsobem o stratigrafickém hiatu mezi algonkiem a kambriem v Čechách, podmíněném předkambrickým zvrásněním algonkických souvrství a ohromnou denudací jejich, kterou obnažena byla i hlubinná tělesa eruptivní.

Kdežto spodní hranice žitec kých slepenců vyniká všude ostře, *přecházejí žitecké slepence do hornin mladších všude povlovně* činíce tak horní omezení své neurčitým. Kdežto ale nejspodnější člen kambria našeho, tedy slepence žitecké, všude ve všech pruzích kambria příbramského od Dobříše až po Rožmitál zachovává tentýž charakteristický ráz a složení a tak ukazuje na vznik za těchže podmínek, jeví bezprostřední nadloží slepenců žitec kých již na různých místech vývoj různý. Podle Počepného mají býti v profilu *Žitec-Vranovice* bezprostředním nadložím slepenců žitec kých *vrstvy bóhutínské*. Podle pozorování našeho však světlé pískovce z nadloží žitec kých slepenců u *Žitce* a *Strejčkova* dosti značně se liší od pevných temných pískovců křemitých, jež u *Bohutína* jsou vyvinuty

v podobě typické a které jsme zjistili též u pily nedaleko *lázského rybníka* a sev. od *Roželova* pod Třemšínem. Nezdá se nám tedy, že přímé nadloží žiteckých slepenců od *Žitce* a *Strejčkova* jest totožným (aspoň pokud petrografické povahy se týče) s těmi horninami, jež jako pravé vrstvy bohutínské označujeme.

Světlé, nedosti pevné křemité pískovce se zelenavým chloriticko-hlinitým tmelem z nadloží žiteckého horizontu na jz. konci prvního pásma drobového se vyskytující představují nám prostě poznenáhlý přechod slepenců žiteckých do pevných světlých křemitých pískovců a slepenců, jež P o š e p n ý označil jakožto *vrstvy březohorské* a které se kryjí s představou *slepenců třemošenských*. Zcela podobně jest vyvinuto bezprostřední nadloží žiteckých slepenců u *Narysova* a na *Vojně*.

Jinak tomu však jest již u *Dubna*. Zde objevují se nad žiteckými slepenci hrubozrnné slepence s valouny křemennými a buližníkovými (a specielně u Dubna i dioriticko-aplitickými) nedostatečně setmelenými hmotou hlinito-železitou, která dodává slepencům těm charakteristické růžové barvy. Hranice žiteckých vrstev proti těmto slepencům stává se pak značně zřetelnější a lze ji kartograficky poměrně dosti správně vyznačiti. Tytéž slepence jako u *Dubna* nacházíme v bezprostředním nadloží horizontu žiteckého všude dále směrem k sv. a to jak v prvním, tak i druhém pásmu drobovém. Zjistili jsme je u *Občova, na Vel. Chlumu* u *Suchodolu*, u *Kotenčic*, v polích mezi *Rosovicemi, Sychrovem* a *Vobořištěm*, u *sv. Anny* jz. od *Dobříše*, u dobříšského vodovodu, na záp. svahu *Čihadla* u Dobříše, pod *Točkou*, na *Spáleném* (554), *Kazatelně* (524), v lesích u *Roubené studánky*, na *Malém Chlumu* u *Bukové*, u *Hluboše*, u mlýna *Valchy*, sev. od *Škrtilky* u *Trhových Dušník* a posléze u *Orlova*. *Nejtypičtěji jsou vyvinuty u Hluboše* (na Malém Chlumu), i navrhuji, aby tyto drobivé, snadno rozpadavé slepence, po příp. pískovce, barvy růžové, jež zdají se býti dobrým horizontem pro velkou část příbramského kambria, byly nazvány *hlubošskými*. Jsou-li hlubošské slepence soudobé s P o š e p n é h o pískovci *bohutínskými*, nelze dnes ještě s určitostí povědĕti.

Hlubošské slepence přecházejí místy do pískovců, rovněž snadno rozpadavých, s nimiž se mohou střídati v několikerém opakování. Tak tomu jest na př. sev. od *Trhových Dušník*, u *Německých Pasek* a j. Směrem k nadloží stávají se horniny tyto světlejšími, křemitý tmel jejich jest pevnější, takže nerozpadají se již tak snadno jako slepence a pískovce hlubošské.

Jv. od *Obecnice*, u *Sádku*, u *Bradkovic* a v údolí Litavky mezi mlýnem *Valchou* a *Bekovým* mlýnem u *Dominikálních Pasek* jsou tyto pevné, často slídnaté červenavé neb šedé pískovce, často s břidlicemi se střídající a na mnoha místech krásné diagonální zvrstvení jevící velmi mnohutně vyvinuty. Teprve u *Bekova mlýna* sev. od *Dominikálních Pasek* následují v nadloží těchto „*sádeckých*“ vrstev, jak je *provisorně* označuji,[47]) pravé

[47]) Tyto moje „*sádecké*“ vrstvy jsou totožny s „červenými břidlicemi a pískovci ve slepencích“, jež L i e b u s na mapě své práce: „Geol. Studien am Südostrande

slepence třemošenské. Nąd slepenci třemošenskými pak, jak známo, následují u *Jinec* a j. v okolí tomto *břidlice paradoxidové.*

Exkursemi v oboru příbramského kambria přišel jsem k přesvědčení, že jednotlivé členy v souvrství kambrickém na dlouhé vzdálenosti dosti dobře zachovávají svůj petrografický ráz, takže stratigrafické rozčlenění příbramského kambria bude dobře možným. Ovšem, že to bude práce velmi namáhavá a důkladných *srovnávacích* studií ve velké oblasti vyžadující. Stratigrafickými studiemi bude pak dán i spolehlivý základ pro příští výzkumy tektonické, které dnes ještě z velké části v pohoří brdském provésti se nedají. Kam vede snaha provésti přece tektoniku v území takovém bez předběžných srovnávacích výzkumů stratigraficko-petrografických, nejlépe ukazuje práce Liebusova.[48]) Sledujme na př. jeho profil (obr. č. 3. na str. 772) vedený od algonkia u *Pičína* přes *Malý Chlum* na *Hořici, Komorsko* a k *Běřínu. Liebus* spojuje zde slepence *Malého Chlumu* v stejnoklonnou synklinálu k jv. překocenou se slepenci vystupujícími na *Hořici*; oboje slepence při tom označuje jakožto *třemošenské.* V jádře této nakloněné synklinály kreslí pak své červené pískovce a červené břidlice (identické s našimi „sádeckými" vrstvami) a uprostřed nich vyznačuje jistou břidličnou partii jakožto paradoxidové břidlice s otazníkem. Byly by tedy jeho červené pískovce a červené břidlice mladšími, než-li jsou slepence třemošenské. *Liebus* sám se vyjadřuje o nich na str. 768 takto: „Aus all dem vorher Gesagten geht hervor, daß diese vom *Krschovberge* bis über *Bradkowitz* aufgeschlossene Schichtenreihe ein Äquivalent der kambrischen Konglomeratschichten darstellt und im Vergleiche mit dem *Jinetzer* Vorkommen vielleicht mit dem höheren Niveau der *Třemoschna* — konglomerate als unmittelbarem Liegenden des *Paradoxides*-Schiefers in Parallele gestellt werden kann. In diese Schichtengruppe sind hier vielleicht auf eine kurze Erstreckung hin auch noch Teile der *Paradoxides*-Schiefer mit eingefaltet."

Podle našich výzkumů však začíná týž profil na jv. svahu *Malého Chlumu* slepenci *žiteckými,* po nich pak následují typické snadno rozpadavé, drobivé slepence *hlubošské,* které budují celý *Malý Chlum,* pak následují (jako na Litavce a u Sádecké šachty) pískovcovité a břidličnaté horniny *„Sádecké"* a konečně na *Hořici* pravé pevné, křemité slepence *třemošenské.* Identifikuje tedy Liebus nesprávně naše slepence hlubošské s třemošenskými,[49]) čímž ovšem i celá jeho isoklinální vrása pozbývá platnosti.

---

des Altpaläozoikums in Mittelböhmen" mezi *Dominikálními Pasekami* a silnicí sev. od samoty *„U Lesa"*, u *Bukové* znázorňuje. Vých. od *Návsi* u M. Chlumu však nemohl jsem jich oproti Liebusovi dokázati, any zde již pravé slepence třemošenské vystupují.

[48]) Geologische Studien am Südostrande des Altpaläozoikums in Mittelböhmen, Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt, 1913, Bd. 63, str. 743—776.

[49]) Liebus výslovně podotýká na str. 765: „Die Konglomerate des *Klein-Chlum* und des *Hořiceberges* sind zweifellos die *Třemoschna*konglomerate."

Myslím, že nebude od místa, podáme-li zde stručnou charakteristiku petrografického složení i jiných slepencových hornin poblíže žiteckých slepenců se vyskytujících a vytkneme-li zvláště znaky, jimiž se jednotlivé tyto slepence mezi sebou liší. O petrografickém složení *slepenců žiteckých* dostatečně jsme se zde zmínili, i odkazujeme na místa příslušná.

Nejprve povšimněme si **slepenců algonkických,** které jsme nalezli v bezprostřední blízkosti žiteckých u *Dobříše* a *Dubna*. Krátce řečeno, jsou to *slepence drobové*; skládající se téměř výhradně z valounů algonkických drob a břidlic setmelených pojivem drobovým, petrograficky naprosto identickým s materiálem tvořícím valouny drob ve slepencích uzavřené. Vedle těchto drob vyskytly se též valouny hornin diabasových (spilitů) a některých hornin hlubinných. Buližníkový valoun zjištěn byl až dosud jen v jediném případě, u *Pouště* na Kocábě.[50]) Na rozdíl od slepenců žiteckých naprosto postrádají slepence algonkické valounů křemenných a vlastnost tato jest nejvýznačnějším kriteriem, kterak oboje slepence od sebe rozeznáme. Mám na př. formát slepence žiteckého z *Tuškovského vrchu*, jenž nápadně se podobá algonkickému slepenci ze *Zeleného* u *Kytína* obsahujícímu rovněž valounky spilitické a vyznačujícímu se hojnou přítomností chloritu v tmelu, jako jemnozrnnější slepenec žitecký. Ten, kdo není dobře obeznámen s petrografií starých slepenců našich, snadno by oba slepence mohl pokládati za jednu a touže horninu. Rozdíl jest ale ten, že první slepenec má v klastickém materiálu hojný makroskopický křemen, druhému však křemen docela schází. — Až dosud zjistil jsem pouze jeden jediný malý valounek křemenný ve slepencích algonkických (z *Krabušice* u *Voděradek* jz. od Říčan), jichž výzkumem již delší dobu se zabývám a které sledoval jsem od Říčan až daleko na j. od Příbrami.

Hlubošské slepence liší se od žiteckých dokonalejším zaoblením valounů a daleko větší koncentrací klastického materiálu; skládají se téměř výhradně z valounů křemenných a buližníkových, valounky algonkických drob a spilitů zde téměř úplně scházejí. Tmelu jest mezi valouny poměrně málo; jest též sice chloritický jako u slepenců žiteckých, ale obsahuje při tom hojnost haematitu, od něhož mají slepence hlubošské charakteristickou barvu růžovou neb červenavou. Též hojnost slídy lze v tmelu pozorovati. Tmel slepenců hlubošských jen nedostatečně pojí k sobě valounky, proto významným znakem slepenců těch jest snadná *drobivost*, rozpadavost. *Při větrání neb mechanickém rozkladu uvolňuje se* ve slepencích hlubošských *každý* jejich *valoun zvlášť*, proto stráně hřbetů budovaných slepenci hlubošskými nebývají pokryty ostrohrannými úlomky hornin, nýbrž zpravidla zakulacenými valounky křemennými a buližníkovými a sypkým, růžovým, hrubším neb jemnějším pískem.

Konečně **slepence třemošenské** liší se ode všech ostatních slepenců, jež jsme zde uvedli, *tmelem výslovně křemitým* velmi pevně pojícím valounky

---

[50]) Srv. R. Kettner, l. c. [3]), str. 188—189 (Nachtrag).

křemenné a buližníkové. Slepence tyto rozpadají se zcela jiným způsobem, než slepence žitecké a hlubošské; u nich neuvolňuje se, jako u posledních, každý valoun zvlášť, tmel jejich jest spíše pevnějším než valounky samy. Následkem toho zůstávají slepence třemošenské ležeti ve velikých *ostrohranných* kusech, které uvolnily se od matečných skal jen podle puklin a diaklas, nikoliv pouhým větráním. Kdo si povšiml jednou tohoto podstatného rozdílu slepenců třemošenských od slepenců hlubošských, nemůže je mezi sebou zaměniti. Slepence třemošenské objevují se též pro svou značnou tvrdost všude v hojné míře ve štěrcích říčních nánosů třetihorních a diluvialních, hlubošské a ost. slepence však velmi vzácně.

* * *

Sledujíce slepence žitecké měli jsme příležitost zjistiti na mnoha místech *četné zlomy*, jež příbramským okolím prostupují. Ze zlomů *podélných* zvláště vzpomenouti sluší dislokace u *kozičínské šachty* a *lázského rybníka*, podle níž kambrium druhého pásma drobového pokleslo oproti algonkiu. Jest zde tedy zcela jiný pochod tektonický, než-li u rozsedliny jílové, která rovněž podélně probíhá. Poznáním povahy dislokace této jest poznovu podán důkaz, že podélné dislokace Barrandienu nelze všecky vykládati jakožto přesmyky a přesuny vrstevní, nýbrž, že i *pravé poklesy* ker podle dislokací těch mohly se díti.

Zvláště však výzkumem naším byl stanoven veliký počet *dislokací příčných* prostupujících Příbramskem od JV k SZ. Dislokace tyto, jež na mnoha místech i morfologicky výrazně se uplatňují, jsou povahy dvojí; jsou to buď posuny vrstevní ve smyslu horizontálním, buď pravé poklesy, tedy pohyby ve smyslu vertikálním. V některých případech ovšem mohly se díti pohyby ker podle příčných dislokačních ploch současně v obojím smyslu, tedy jak vertikálně, tak i horizontálně.

Pro existenci příčných zlomů mluví nejen několikeré přetržení pruhů hornin, zvlášť dobře vynikající na hranicích kambria s algonkiem, ale i nestejná šířka prvního pásma drobového na různých místech (srv. mapku). Zvláště povšimnutí hodnou jest kra I. pásma drobového mezi *Bohutínem* a *Brodem*, která oproti všem krám ostatním dosahuje největší šířky a podle mínění mého ze všech nejhlouběji poklesla. Pěkně vyniká příčný zlom i u *Hájů*; zde jest jihozáp. pokračování kambrického pásma dubenecko-druhlického ostře odříznuto, slepence algonkické a žitecké pak příčným posunem přetrženy. V pokračování zlomu toho na SZ leží vertikální flexurový ohyb příbramské rozsedliny jílové na *Květné* a přetržení slepenců žitecký ch sev. od *Trhových Dušník*. Svědectvím pro příčný zlom mezi *lázským rybníkem* a *Modřovicemi* jest neočekávaný výskyt žitecký ch slepenců u kapličky na kotě 606 a na kotě 586 u *Vranovic*, zvláště však nestejná poloha třemošenských slepenců po obou stranách zlomu: záp. od zlomu u *Františkovy boudy*, východně pak až u *rybníka lázského*, tedy hodně severněji. Též omezení prvního pásma drobového na jihozápaděˇ,

tedy proti Rožmitálsku, jest rázu tektonického; podle zlomové plochy běžící od záp. svahu *Plešce* přes *Hluboký rybník* k *Nesvačilům* pokleslo celé první pásmo drobové oproti algonkiu a žule (granodioritu) okolí rožmitálského. Na průběh některých zlomů příčných souditi můžeme též z náhlé změny ve směru vrstev; tak na př. mezi *Dubovou Horou*, kdež možno měřiti SSZ směr vrstev kambrických, a *Třemošnou* budovanou třemošenskými slepenci směru SV—JZ probíhá nepochybně příčná dislokace v sedle směrem k *Oseči*, která spadá do pokračování velikého zlomu mezi *Brodem* a *Hornovým mlýnem*. Podobně i jihozáp. konec hřbetu *Třemošné* přerušen jest zlomem přes *Pilku* běžícím; na záp. od zlomu toho míří vrstvy kambrické nezvyklým způsobem od ZSZ k VJV, čemuž odpovídá i průběh hřbetu *Zavírky*.

Snadno přesvědčíme se podrobným mapováním i o drobných posunech u *Kotenčic* a *Suchodolu*, zvlášt dobře patrných na několikerém přetržení žiteckých slepenců. Mnohé příčné zlomy na j. od *Dobříše* probíhají nezvyklým směrem téměř od V k Z. Co bylo příčinou tohoto odchylného vzniku příčných dislokací, nelze dosud říci. Jeť Dobříšsko tektonicky velmi komplikovaným územím a podrobný výzkum jeho náleží k nejtěžším místům v jihových. křídle Barrandienu.

Za jeden z největších zlomů napříč územím námi studovaným probíhajících pokládám *zlom údolí lipížského*; soudím, že jest částí mohutné dislokace prostupující napříč Barrandienem od *Dobříše* přes *Brdo* na Hřebenech, *Všeradice* a území siluro-devonské k *Berounu*, a odtud pak údolím Berounky na záp. svah berouského *Plešivce*. Na geologické mapě *Seemannově* [51]) silurodevonského území jižně od Berounky jest určitě vyznačena jen zcela malá část zlomu toho jižně od Berouna, ale z formačních hranic a zvláště z přetržení přesmyku „*Zlatého Koně*“ záp. od *Měňan* průběh zlomu tohoto na mapě *Seemannově* dobře vyniká. O dislokaci této, na jejíž existenci jsem soudil již před dvěma léty poznáním zlomu u *Papežského rybníka* u Dobříše a která dobře byla známa též doc. Dru Jos. Woldřichovi, zmiňuje se též E. Nowak [52]) ve své nejnovější publikaci o tektonice středočes. staršího palaeozoika. — Na všech místech této mohutné dislokace můžeme dobře pozorovati značné posunutí vých. křídla k SSZ.

Příčné zlomy, jak jsme je na přehledné mapce byli znázornili, arci nečiní nároků absolutní přesnosti; příští podrobné mapování bude míti za úkol je zrevidovati a průběh jejich přesně vyšetřiti. Tolik ale pokládám za jisté, že příčné zlomy hrály v tektonickém a geomorfologickém vývoji Barrandienu a zvláště Brd velikou a důležitou roli. Nejen na Příbramsku, ale i na mnoha jiných místech, tak zvl. na Radnicku a Roky-

---

[51]) Das mittelböhmische Obersilur- und Devongebiet südwestlich der Beraun. Beiträge zur Geol. u. Pal. Österr.-Ung. u. d. Orients, *20*. Wien 1907.

[52]) Neue Anschauungen über die Tektonik des mittelböhmischen Altpalaeozoikums, Centralbl. f. Min., Geol. u. Pal., 1915, str. 309.

cansku, v území skrejsko-tejřovického kambria, v Povltaví mezi Štěchovicemi a Zbraslaví, na Říčansku, zvláště však v okolí pražském (viz moji mapu Motolského údolí) vlastním pozorováním jsem se přesvědčil, že Barrandien všude jest prostoupen nesčíslným počtem příčných dislokací, jimiž jednotlivá pásma hornin, zvláště však průběh podélných zlomů a přesmyků mnohonásobně jest přerušen. Všude jest patrno, že příčné zlomy jsou mladší dislokací podélných. V mínění mém podporují mne dále nejen staré údaje J. Krejčího a K. Feistmantela,[53]) ale i velmi důkladné moderní výzkumy J. Woldřichovy[54]) v pásmu Barrandeových „kolonií" a v údolí šáreckém, kterými rovněž řada příčných zlomů a posunů s naprostou určitostí byla dokázána.

Jest věru s podivením, že příčné zlomy u německých geologů v novější době výzkumem Barrandienu se zabývajících tak malé pozornosti se těší. Liebus[55]) ve své nejnovější práci ani slovem o nich nikde se nezmiňuje a v mapě své jich nezakresluje. A přece již při prvním pohledu na mapu nejen geologickou, ale i podrobnou mapu topografickou, šrafovanou neb vrstevnicovou, musíme nabýti přesvědčení, že celá řada příčných zlomů krajinu tuto porušuje. Nápadně vynikají morfologicky a v mnohých případech jsou i základem dnešních údolí. Nevím, co jest příčinou toho, že Liebus ve své poslední práci o příčných zlomech tak náhle se odmlčel, když ještě ve své práci z r. 1910[56]) sev. od *Jinců* jich zcela správně, celou řadu popsal a v mapě vyznačil. — Myslím, že i „*konvergence*" Liebusových vrás směrem k JZ v nejednom případu jest způsobena vlastně příčnými zlomy.

E. Nowak výslovně podotýká,[57]) že poruchy příčné v jeho mapovacím území hrají velmi podřízenou úlohu a také jich ve své mapě nikde nekreslí. Naproti tomu ale odkazuji zde k mapě Woldřichově,[58]) z níž každý se může přesvědčiti, že příčné zlomy nejsou významu tak podřízeného, jak Nowak se domnívá. Též jihozáp. od *Mníšku* jest mi v území Nowakově známo již několik velmi důležitých a morfologicky dobře patrných zlomů, o nichž jsem se z části již výše zmínil a o kterých podrobněji ještě pojednám ve své práci o algonkických slepencích.

Častý případ, že příčné zlomy splývají s částmi jednotlivých údolí, poznovu potvrzuje názor J. Krejčího a K. Feistmantela, byť i ne absolutně ve všech případech správný, že příčné zlomy tvoří základ

---

[53]) l. c. [22]).

[54]) O tektonice, třetihorách a diluviu v území mezi Berounkou u Budňan, Zad. Třebání a Litní, Sborník čes. spol. zeměvědné, 1914 a Geol. exkurse do údolí Motolského a Šáreckého, Sborník klubu přír. v Praze 1914.

[55]) l. c. [43]).

[56]) Die Bruchlinie des „Vostry" im Bereiche der SW-Sektion des Kartenblattes Z. 6, Kol. X. und ihre Umgebung, Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. 1910, 99—114.

[57]) l. c. [20]), str. 265.

[58]) Viz Sborník čes. spol. zeměvědné 1914.

údolních drah.[59]) V severních oblastech Barrandienu arci potkáváme se s častým případem *epigenese* ve vývoji údolí, o níž K r e j č í a F e i s t m a n t e l samozřejmě neměli ani tušení, ale v *Brdech* po tolika přesvědčujících dokladech, jež jsem na svých tourách viděl, soudím, že názor K r e j č í h o o přímém tektonickém vlivu příčných zlomů na vývoj údolí jest zcela přijatelný.

V.

Úvaha o stáří horizontu žiteckých slepenců.

Jest nyní konečně otázka, jaké stáří máme přičítati slepencům žiteckým. V mohutném souvrství slepenců, drob a břidlic kambrických, jež nám údolí *Litavky* severně od Příbramě odkrývá, vystupují spolehlivé zbytky organické teprve v paradoxidových břidlicích jineckých.

Ze starších vrstev, než-li jsou tyto paradoxidové břidlice, poskytly v Čechách až dosud zkamenělin pouze světlé homomiktní pískovce křemité na *Kamenné Hůrce* a *Milči* u *Tejřovic*.[60]) Jest nepochybno, že paradoxidové břidlice jinecké jsou naprosto identické, pokud se stáří týče, s paradoxidovými břidlicemi v *Tejřovicích* a *Skrejích*, přes to, že v ohledu petrografickém možno mezi oběma jisté rozdíly stanoviti. Nenalézáme v obvodu jineckém petrograficky shodných hornin s temnými hrubozrnnými polymiktními slepenci drobovými, ani s vápenitými pískovci lokality „*Pod trním*“. Leč horniny tyto v okolí *Tejřovic* a *Skrej* se vyskytující jsou jen *faciemi* paradoxidových břidlic, s nimiž se střídají a k nimž organicky přímo náležejí. Naproti tomu však možno světlé homomiktní pískovce a slepence křemité na *Kamenné Hůrce* a na *Milči* u *Tejřovic*, jakož i na jiných místech u *Skrej* se vyskytující, *ostře* odděliti od svrchnějších souvrství k paradoxidovým břidlám náležejících.

Srovnáváme-li souvrství kambrická *pod paradoxidovými břidlicemi* vyvinutými v obvodu skrejsko-tejřovickém s obvodem jinecko-příbramským, shledáváme, že v tomto kambrické podloží paradoxidových břidlic jest mnohonásobně mocnější, než v prvním. Jest tedy nepochybno, že sedimentace nastala v době kambrické *mnohem dříve* na jihových. křídle „Barrandienu“, než v území skrejsko-tejřovickém, t. j. na křídle severozápadním. Okolnost tato nasvědčuje transgressi kambrického moře směrem k severu v době nedlouho předcházející usazení paradoxidových břidlic.

Světlé homomiktní pískovce křemité na *Milči* a *Kamenné Hůrce*, nejstarší organické zbytky v Čechách chovající, byly původně P o m p e c k ý m[61]) a J a h n e m[62]) kladeny již do *kambria spodního*, a to hlavně

[59]) l. c. [22]), str. 76.

[60]) Srv. J. J. J a h n: Ueber die geologischen Verhältnisse des Cambrium von Tejřovic und Skrej in Böhmen. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. 1895.

[61]) Die Fauna des Cambrium von Tejřovic u .Skrej in Böhmen. Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. 1895.

[62]) l. c. [60]).

z důvodu, že neposkytly až do tehdejší doby trilobita z rodu *Paradoxides*, význačného pro kambrium střední. Později byl však *Paradoxides sp.* v těchto světlých pískovcích přece nalezen, a to ve dvou exemplářích, z čehož nutno souditi, že i *světlé křemité pískovce na Kamenné Hůrce a Milči náleží již kambriu střednímu.*[63]) Pan Dr. Jaroslav Perner laskavě svolil, abych uvedl v této práci jakožto jeho náhled, že onen horizont, kde se vyskytá nový, jím nalezený *Paradoxides* na *Milči*, odpovídá asi horizontu *Paradoxides oelandicus* v kambriu skandinavském. Druh tento jets nový, liší se sice od *Paradoxides oelandicus*, ale patří do téže skupiny druhové.

Poněvadž zona *Paradoxides oelandicus* ve Skandinavii jest *nejspodnější zonou kambria středního*, jest dosti oprávněno pokládati i světlé homomiktní pískovce a slepence křemité na *Kamenné Hůrce* a *Milči* přibližně za *nejspodnější kambrium střední* v Čechách.

Obraťme se nyní do území příbramsko-jineckého. Smíme-li něco ze souvrství pod paradoxidovými břidlicemi v území tomto dobově srovnávati se světlými homomiktními pískovci a slepenci z *Kamenné Hůrky* a *Milče*, pak jsou to jen *nejvyšší polohy slepenců třemošenských*, které oproti světlým nejspodnějším slepencům a pískovcům území skrejsko-tejřovického jsou o mnoho mocnější. Jak jsme ale výše ukázali, jsou ještě pod typickými slepenci třemošenskými vyvinuta ohromná souvrství různých drob a slepenců, od třemošenských odlišných, takže slepence třemošenské proti těmto jsou vlastně poměrně jen mladší částí příbramského kambria. Jsou to předně naše vrstvy „*sádecké*", pod těmito pak drobivé slepence *hlubošské* a posléze na basi kambrického souvrství *slepence žitecké*. Uplynula tedy od usazení slepenců žiteckých až k vytvoření nejvyšších poloh slepenců třemošenských, t. j. nejspodnějšího pásma kambria středního, doba nesmírně dlouhá, jest tedy zcela oprávněno, *budeme-li periodu ukládání spodnějších horizontů příbramských drob a slepenců čítati z největší části již do* **kambria spodního.** O příslušnosti pak nejstaršího horizontu jejich, *slepenců žiteckých, ke kambriu spodnímu*, myslím, že nemůže býti nejmenší pochybnosti.

Máme-li tímto bezpečně zjištěno v Čechách *kambrium spodní*, máme tím podán i nový důkaz, že naše označování azoických vrstev Barrandeových etáží A a B (příbramských či plzeňských břidlic) jakožto *algonkium* jest zcela případné. Dalším důsledkem toho jest položení prvního zvrásnění našeho algonkického souvrství a jeho první denudace již do doby předkambrické, tedy asi do nejmladšího algonkia. Až dosud panující názor,[64]) že odnos a zarovnání předkambricky zvrásněného českého algonkia spadá z největší části již do kambria spodního, jest výsledkem pozorování našich tedy poněkud pozměněn.

---

[63]) Srv. Radim Kettner: Ein Beitrag zur Kenntnis des Kambriums von Skreje, Věstník král. čes. spol. nauk 1913, str. 12.

[64]) Viz o tom na př. Cyr. ryt. Purkyně: Geologie okresu plzeňského, Plzeň 1913, str. 12 dole pod čarou.

VI.

Závěr.

Úkolem této práce bylo sledovati *nejspodnější kambrium* v širším okolí příbramském (od Mníšku až po Rožmitál) a přesvědčiti se tak, co znamenají vlastně t. zv. „*slepence žitecké*“, kterými P o š e p n ý rozuměl nejspodnější člen kambrického souvrství na Příbramsku, jichž povahy však ve svých pracích nikde necharakterisoval. Pozorováním naším bylo zjištěno:

1. Že na basi všech tří kambrických pruhů na Příbramsku (pásmo dubenecko-druhlické, I. a II. pásmo drobové) pravidelně se vyskytují slepencovité horniny udržující společný petrografický ráz zcela odlišný od ostatních hornin kambrických a jevící se tak jakožto *význačný horizont stratigrafický*. Mezi tyto slepencové horniny spadají též P o š e p n é h o „*žitecké slepence*“ na typické lokalitě *Žitci* u Nesvačil, tvořící nejspodnější člen kambrického souvrství v profilu *Žitec-Vranovice*, jejž P o š e p n ý vzal za základ svého rozčlenění kambria příbramského ve 3 stupně. Navrhuji tudíž, aby P o š e p n é h o označení bylo zachováno a nejspodnější slepence kambria příbramského byly zvány *žiteckými*.

2. *V ohledu petrografickém* jsou slepence žitecké polymiktními sedimenty nestejného zrna s tmelem chloritickým a většinou ostrohrannými neb málo zakulacenými úlomky hornin algonkických, jmenovitě spilitů, jakožto podstatnými součástkami vedle zrn křemenných. Povaha klastického materiálu poukazuje na transport z neveliké dálky.

3. Žitecké slepence spočívají všude na algonkiu, a to *diskordantně*. *Diskordance* ta plyne:

a) z přímého pozorování poměru uložení kambria k algonkiu v četných profilech, jmenovitě na Tuškovském vrchu, v Lipíži, v údolí Litavky sev. od Trhových Dušník a proti Škrtilce;

b) z okolnosti, že žitecké slepence transgredují *přes nestejně staré sedimenty algonkické*: v prvním pásmu drobovém přes nejmladší stupeň algonkický (s horizontem slepencovým), v druhém pásmu drobovém přes starší stupeň čes. algonkia (se spility a buližníky);

c) ze značného zastoupení všech druhů hornin algonkických, i hlubinných, ve slepencích žitecких jakožto valounů.

4. Horizont žitecких slepenců jest spojen s nadložními slepenci, pískovci a drobami příbramského kambria pozvolnými přechody. Podle P o š e p n é h o mají býti bezprostředním nadložím žitecких slepenců temné křemité *pískovce bohutínské*. Ty však mají platnost nanejvýše jen v jz. části příbramského kambria; od *Dubna* a *Orlova* směrem k SV počínaje všude tvoří nadloží žitecких slepenců drobivé hrubozrnné slepence barvy načervenalé, tu a tam s pískovci se střídající, jež označuji jakožto *slepence hlubošské*.

5. Pokud až dosud zjistiti se dalo, jest *vrstevní sled kambria příbramského v údolí Litavky* asi tento: po žiteckých a hlubošských slepencích u Bradkovic a Dominikálních Pasek následuje mocné souvrství vrstev „*sádeckých*“, kterými rozumím pevné křemité, někdy i dosti slídnaté pískovce barvy červené neb šedé s vložkami břidlic. Nad těmito spočívají mohutné *slepence třemošenské* a na těchto *paradoxidové břidlice jinecké*. Místy zakončen jest vrstevní sled kambrický křemitými hrubozrnnými slepenci ještě na paradoxidových břidlicích spočívajícími (Vystrkov, Zelený mlýn, Felbabka a j.)[65])

6. Pokud se *stáří* týče, náležejí *žitecké slepence* určitě, slepence hlubošské pak, vrstvy sádecké a patrně i velká část slepenců třemošenských s velikou pravděpodobností již ke *kambriu spodnímu*. Důvodem pro to jest hlavně daleko větší mocnost kambrického podloží paradoxidových břidlic v obvodu jinecko-příbramském, než v obvodu skrejsko-tejřovickém. Ekvivalentem světlých homomiktních pískovců a slepenců z *Milče* a *Kamenné Hůrky* u Tejřovic, jež poskytly nejstarší organické zbytky v Čechách a náležejí *k nejspodnější zoně kambria středního* (asi zoně Paradoxides oelandicus), může býti v obvodu jinecko-příbramském jen *nejvyšší poloha slepenců třemošenských*.

7. Z petrografického výzkumu žiteckých slepenců vyplývají tyto *důsledky pro české algonkium*:

a) Přítomnost nejrůznějších odrůd spilitových dosvědčuje poznovu předkambrické stáří vyvřelin komplexu spilitového.

b) Zjištěním četných valounů hrubozrnných žul, žul písmenkových a hornin aplitických podán nový důkaz o existenci předkambrických hlubinných vyvřelin v Čechách.

c) Přítomnost těchto hlubinných vyvřelin jako valounů ve slepencích žiteckých nasvědčuje, že denudace předkambricky zvrásněného komplexu algonkického musila býti ohromná, mohla-li i hlubinná tělesa eruptivní obnažiti. Z poznatku sub 6. uvedeného pak plyne, že denudace tato spadá asi již do doby algonkické.

8. Výzkumem žiteckého horizontu příbramského kambria a zároveň sledováním i ostatních horizontů kambrických i algonkia došli jsme k těmto *poznatkům tektonickým*:

a) Nelze přijímati isoklinální stavbu kambria mezi *Jinci* a *Hlubošem*, jak ji L i e b u s na základě nesprávné identifikace slepenců různého stáří chce vykládati.

b) Na Příbramsku jsou *dislokace* několikeré povahy: *podélné a příčné*. Podélné jsou pak dvojího rázu: *přesmyky* (příbramská rozsedlina jílová a hranice dubenecko-druhlického pásma proti I. pásmu břidličnému) a *pravé poklesy* či *zlomy* (dislokace u kozičínské šachty a Lázu). Příčné zlomy

[65]) Srv L i e b u s: Die Bruchlinie des „Vostry“ im Bereiche der SW-Sektion des Kartenbl. Z. 6, Kol. X., Jahrb. d. k. k. geol. R.-A., 1910.

jsou dílem *posuny vrstevní* ve smyslu horizontálním, dílem pravé *poklesy* smyslu vertikálního; ovládají většinou morfologický vývoj Příbramska a velké části Brd jsouce základem údolí a podmiňujíce rozčlenění krajinné.

Materiál dokladový nasbíraný k této práci uložen jest ve sbírkách „*Barrandea*“ v Museu král. Českého v Praze.

Mineralogicko-geologický ústav
c. k. české vysoké školy technické v Praze.

Ukazatel míst.

Aglajina výšina u Dobříše 2, 13, 22—23, 32, 40—41.
Báně u Zbraslavi 22.
Bekův mlýn u Domin. Pasek 50.
Běřín 51.
Bohutín 7, 18, 19, 29—31, 49, 53.
Boží Vrážky u Mníšku 23.
Bradkovice 50, 51, 59.
Brdo na Hřebenech 54.
Brod 1—2, 15, 53—54.
Brodec u Dobříše 12—13, 32, 36—37.
Buková u Pičína 50—51.
Buková u Rožmitálu 31, 45—46, 50.
Čertův pahorek u Příbramě 31, 46, 48.
Čihadlo u Dobříše 13, 32, 37, 50.
Ďábelská hora u Davle 18.
Díly u Dobříše 13.
Dlouhá Lhota 3, 14.
Dobříš 2, 7—8, 12, 19, 33—34, 49—50, 52, 54.
Dominikální Paseky 50, 59.
Druhlice 1.
Dubenec 14—16.
Dubno 3, 5, 7, 14—15, 17, 19, 24, 32—34, 38, 39, 43, 47, 50, 52, 58.
Dubová hora 15, 28—29, 54.
Dušníky 7, 9.
Dušníky Trhové viz Trhové D.
Felbabka 59.
Františkova bouda u Vranovic 29—30, 53.
Háje 1, 2, 7, 15—16, 53.
Hluboký rybník u Nesvačil 7, 17—19, 30, 54.
Hluboš 2, 23, 50, 59.
Hodomyšl 30.
Hornův mlýn j. od Příbramě 15, 54.
Hořice 51.
Hřebeny u Dobříše 23.
Chlum Malý u Hluboše 23, 50—51.
Chlum Velký u Suchodolu 14, 50.
Chotouň 18.
Jalovčiny 27.
Jarošovka 28.
Jiloviště 6—7.
Jince 51, 55, 59.
Kamení u Rosovic 14.
Kamenná Hůrka u Tejřovic 56—57, 59.
Kazatelna u Dobříše 23, 50.
Knížecí studánka u Dobříše 22.
Komorsko 51.
Kotenčice 14, 50, 54.
Kozičínská šachta 7, 29, 53, 59.
Krabušice u Říčan 52.
Květná u Příbramě 15, 31, 53.
Kytín 22—23, 52.
Láz Horní 7, 29—30, 44—45, 59.
Lázský rybník 5, 29, 50, 53.
Lhotka u Dobříše 10, 14.
Lipíž 12, 19—23, 33—34, 40—41, 54, 58.
Litavka 23—27, 34, 41, 50—51, 56, 58 až 59.
Malá svatá hora u Mníšku 23.
Maršovický mlýn u Trh. Dušník 27.
Měňany 54.
Mileč u Tejřovic 56—57, 59.
Mníšek 7, 22, 55.
Modřanská rokle 10, 22.
Modřovice 16, 30, 53.
Namnice 16—17.
Narysov 7, 16, 29, 50.
Náves 51.
Německé Paseky 23, 50.
Nesvačily 5, 7, 12, 16—19, 54.
Netvořice 18.
Nový Knín 10, 23.
Nový rybník u Rožmitála 30.
Občov 14, 50.
Obecnice 50.
Orlov 7, 15, 29, 50, 58.
Oseč 54.
Oslí 17.
Papežský rybník u Dobříše 13, 54.

Petrov 18.
Pičín 2, 3, 23, 51.
Pilka 29, 54.
Plešec 7, 30, 54.
Plešivec berounský 54.
Podlesí 7, 8, 28—29.
Pouště 52.
Rosovice 14, 50.
Roubená studánka u Dobříše 23, 40, 50.
Roželov 8, 50.
Rožmitál 8, 12, 30, 45, 49.
Říčanský potok 7.
Říhovka u Dobříše 13, 32, 37.
Sádecká šachta 51.
Sádek 50.
Sedlice 30.
Skreje 6, 56.
Spálený u Dobříše 22, 50.
Strejčkov 7, 16—19, 32, 49, 50.
Střebsko 2, 7, 16.
Stříbrná huť u Příbramě 7, 28.
Suchodol 14, 50, 54.
Sulice 18, 48.
Svatá Anna u Dobříše 13, 50.
Svaté Pole 7, 12.
Sychrov 14, 50.
Škrtilka u Trh. Dušník 7, 15, 26—27, 40, 50, 58.
Štěrbina 5, 7—8.
Tejřovice 6, 56.
Točka u Kytína 22—23, 50.
Točná u Zbraslavě 22.
Trhové Dušníky 3, 4, 7, 15, 23—24, 26—28, 32, 34, 40—41, 48, 50, 53, 58.
Trnová, dvůr u Dobříše 13, 23.
Třemošná 15, 29, 54.
Třemšín 5, 7—8, 50.
Tuškov 1, 9.
Tuškovský vrch 2, 7, 9—12, 17, 32—36, 41—43, 47, 52, 58.
U Hájku u Sedlic 30.
U Lesa u Bukové 23, 51.
Valcha, mlýn u Trh. Dušník 4, 15, 23, 25—27, 50.
Větrný vrch u Dobříše 19.
Vobořiště 14, 50.
Vojna 7, 15—16, 29, 42—43, 50.
Voznice 22—23.
Vranovice 5, 7, 16—18, 29—31, 44—45, 53, 58.
Vranovická myslivna 7, 29.
Vršek u Bukové (u Rožmitála), 31, 45 až 46.
Všeradice 54.
Vysoká 16.
Vystrkov u Jinců 59.
Záběhlice u Zbraslavi 22.
Zalány 8, 28—30.
Zavírka 54.
Závist 22, 24.
Zelený u Kytína 7, 23, 52.
Zelený mlýn u Jinců 59.
Zlatý vršek u Mníšku 23.
Žežice 15.
Žežičky 15.
Žitec u Nesvačil 5, 7, 16—19, 32—33, 39, 42, 49, 50, 58.

Poznámky k mapě (tab. I.).

Na přiloženou geologickou mapu širšího okolí příbramského třeba pohlížeti jen jako na *mapu přehlednou*, nečinící nároků naprosté přesnosti. Jednalo se pouze o *schematické znázornění* geologických poměrů Příbramska. Za základ vzata P o š e p n é h o geol. mapa okolí příbramského z r. 1895, z níž přejato bylo v mapu naši omezení žulového masivu středočeského. Aby vynikl rozdíl v povaze a stáří obou pásem břidličných (algonkických), uvedeny byly v I. pásmu břidličném (mladším) až dosud stanovené výskyty slepencového horizontu, v druhém pak (starším) výskyty buližníků a vyvřelin komplexu spilitového. Přihlíženo k tomu, aby zde zastoupeny byly pokud možno všecky výskyty těchto vyvřelin, pokud o nich jedná současná práce prof. S l a v í k a. Tři černé čárky přibližně *s—j* směru záp. od Trhových Dušník na hranici s II. pásmem drobovým značí výskyty proterobasů v profilu u Škrtilky. V kambriu zvlášť vyznačeny byly pouze veškeré autorem zjištěné výskyty slepenců žiteckých, jinak kambrium necháno nerozčleněno. K uloženinám quaternerním nebylo bráno zřetele. Formační hranice, pokud byly bezpečně stanoveny, jsou vytaženy plnou čarou, v místech kde zakryty jsou svahovými hlinami nebo ssutí, nebo tam, kde pro nedostatek času nemohly býti přesněji vyšetřeny, vedeny jsou čarou tečkovanou. V místech označených otazníky (u Lázu a u Višňové) není na jisto postaveno, jaká formace pod uloženinami detritu vystupuje. Z úklonů vrstev zakresleny jsou jen autorem pozorované. Dislokace rozlišeny podle povahy v přesmyky, v podélné a příčné zlomy. O platnosti posledních srv. poznámku v textu na str. 54.

Z užitých zkratek v mapě značí: *K.* = šachta kozičínská, *F.* = důl Ferdinandův, *L* = důl Lillův, *L. k.* = Liščí kamna, *Vr. m.* = vranovická myslivna, *Fr. b.* = Františkova bouda.

Vysvětlení k tabulce III.

Obr. 1. *Valoun porfyritu v žitecké slepenci z Tuškovského vrchu* s keříčkovitě uspořádanými živci základní hmoty a kostrovitě vyvinutými lištnami živců porfyricky vyloučených.

Obr. 2. *Valoun porfyritu z žitecké slepence z Tuškovského vrchu* s velikými porfyricky vyloučenými krystaly plagioklasu; dole v pravém rohu ostrohranná zrna křemenná.

Obr. 3. *Žitecký slepenec z koty 500 u Dubna* s velikým valounkem variolitického afanitu (v levo) a s valounkem algonkické droby (v pravo).

Obr. 4. *Žitecký slepenec z koty 500 u Dubna* s valounem variolitického afanitu (v pravo nahoře), menším valounkem diabasovým (v levo nahoře) a ostrohrannými neb nedokonale zakulacenými zrny křemennými.

Obr. 5. *Žitecký slepenec z koty 500 u Dubna* s úlomkem diabasového skla ze spilitové brekcie (uprostřed), zrny křemennými a úlomkem hrubozrnné droby algonkické.

Obr. 6. *Velký úlomek spilitu* s keříčkovitě seskupenými ilmenity *z žitecké slepence z Tuškovského vrchu*; v pravo nahoře vtlačené zrno křemenné do spilitu.

Vše fotografováno v obyčejném světle a zvětšeno 15krát.

PŘEHLEDNÁ MAPA
ALGONKIA a KAMBRIA
NA PŘÍBRAMSKU.

Kreslil Dr R. Kettner.

Měřítko 1 : 140.000

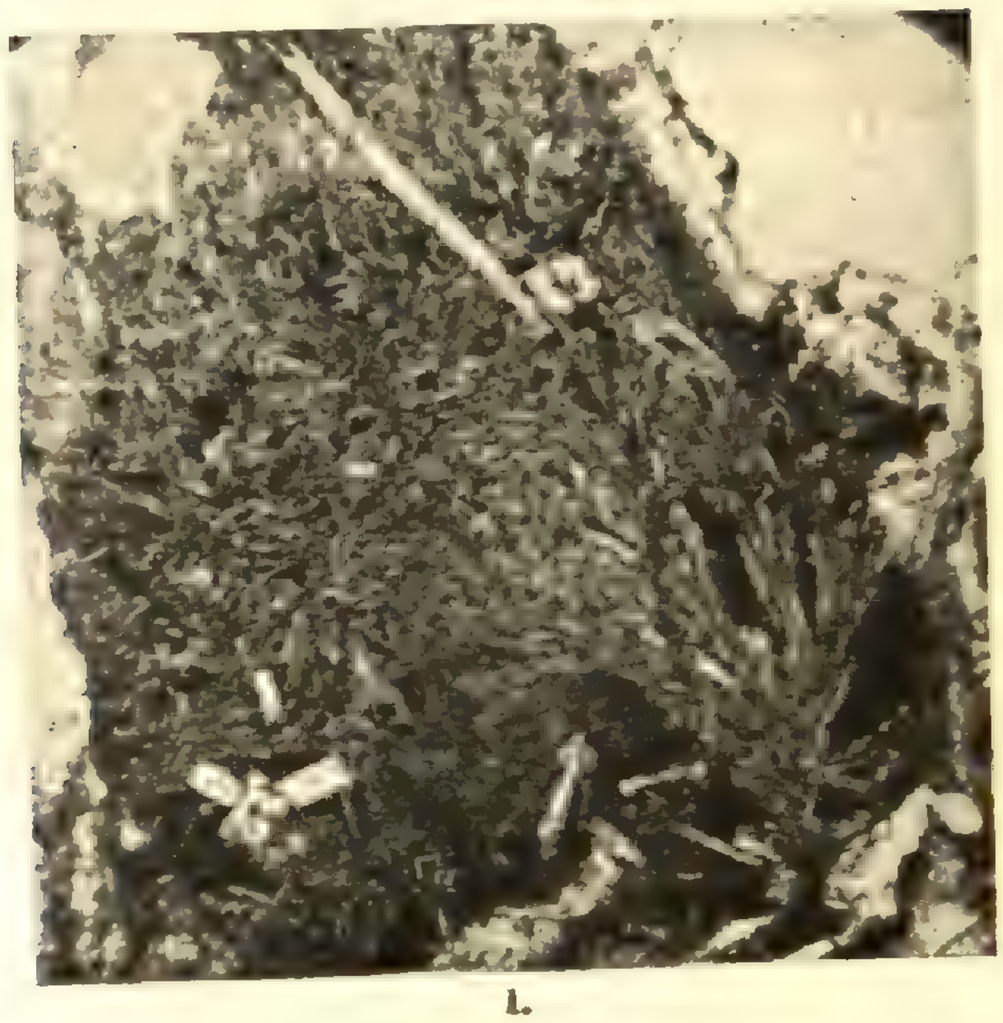
0 1 2 3 4 5 6 km

PŘÍBRAM
DOBŘÍŠ
ROŽMITÁL.
Sychrov.
Rosovice
Buková.
Pičín
Hluboš
Bradkovice
Sádek.
Drahlín.
Obecnice.
Borek.
Němčice
Němčany
Suchodol
Líha.
Občov.
Katenčice
Vobořiště.
Lhotka.
Budínek.
Rybník
Svaté Pole
Kocába
Dlouhá Lhota.
Ostrov
Druhlice.
Dušníky.
Višňová
Bytíž
Háje.
Jerusalem
Kanětopy.
Lešetice
Slivice.
Březové Hory.
Kozičín.
Zdaboř
Brod.
Žežice
Bohutín.
Narysov.
Vysoká.
Střejčkov
Střebsko.
Závršice
Medřovice.
Vranovice.
Sedlice
Hvožďomyšl.
Nesvačily.
Namnice.
Zalány.
U Hájku
Osek
Podlesí
Orlov.
Pilka.
Plešec.
Zlatá Stezka
Stará Huť.
Ústřední vrch
Kazatelna
Sv. Anna
Rihovka
Ú Lesa.
Sv. Hora
Háje
Ústřední vrch
Ostrý
Vrch
Kocába
Ústřední vrch
Ústřední vrch
Ústřední vrch

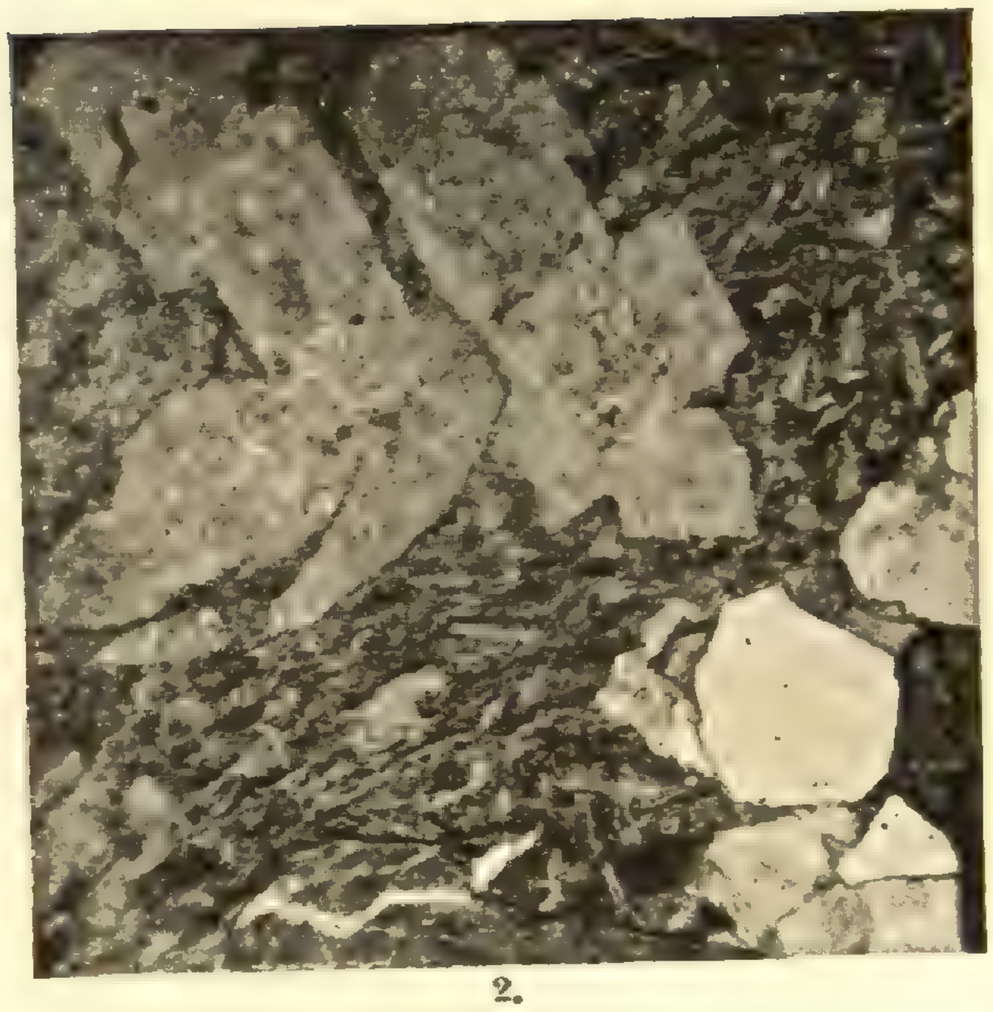
Obr. 1. *Basální slepence žitecké s ohromnými valouny buližníkovými u Dubna* (*kota 500*).

Obr. 2. *Styk algonkických vrstev* (v pravo) *s kambriem* (*slepenci žiteckými*) *na pravém břehu Litavky sev. od Trhových Dušník.*

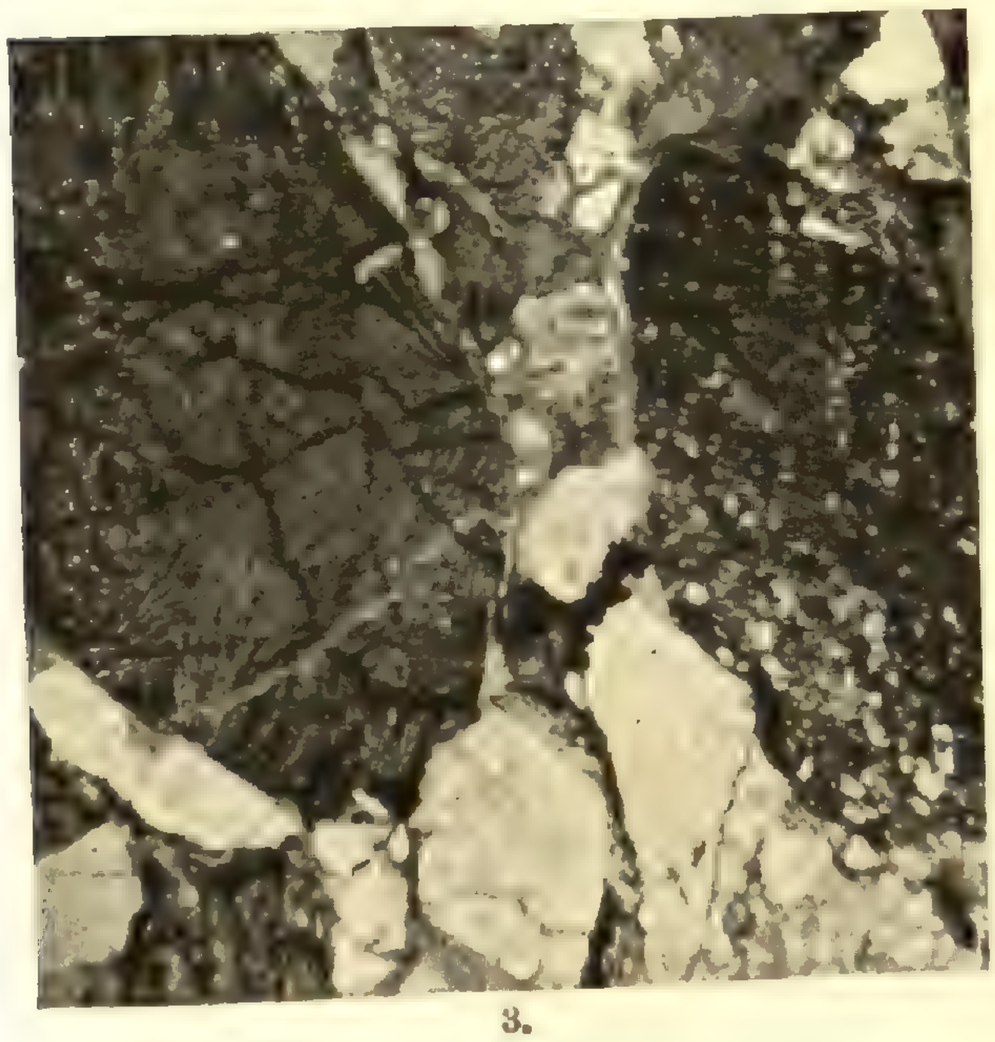
KETTNER: Žitecké slepence.



1.

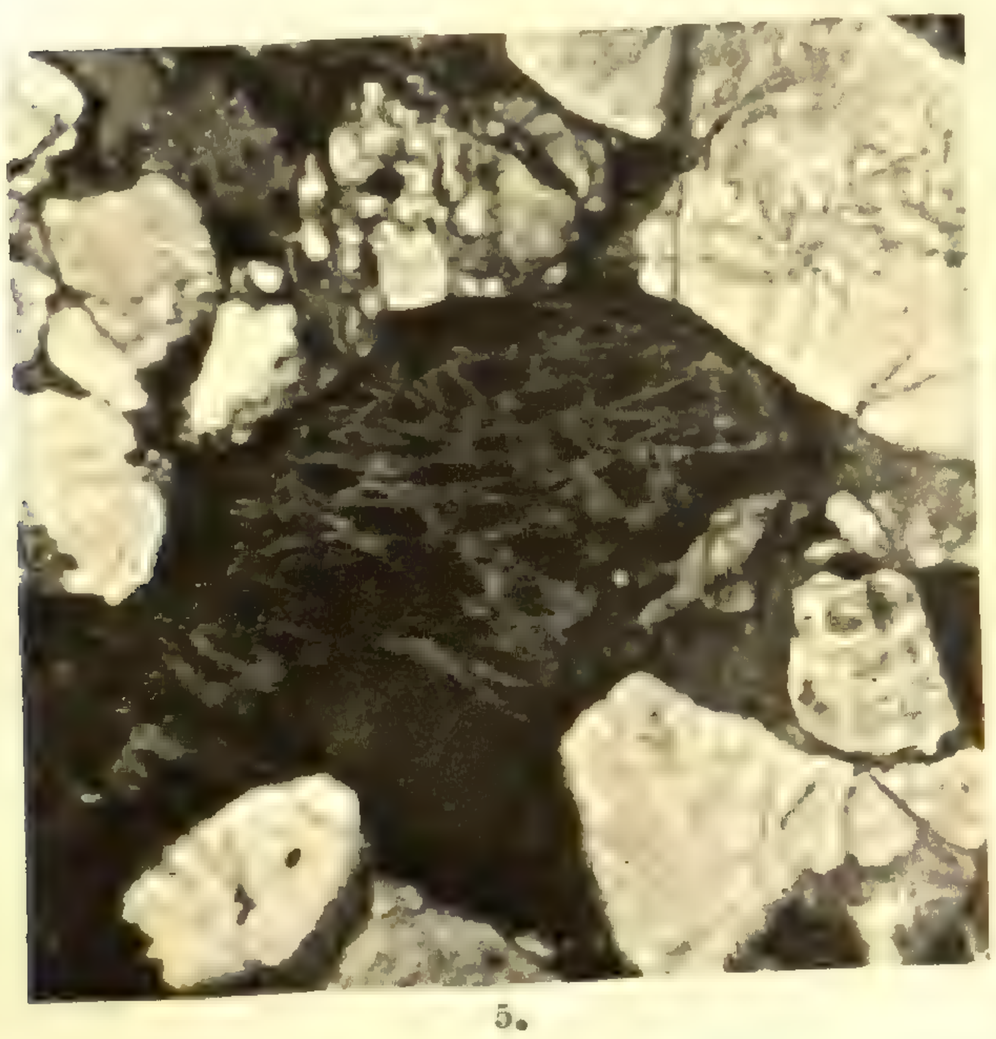


2.

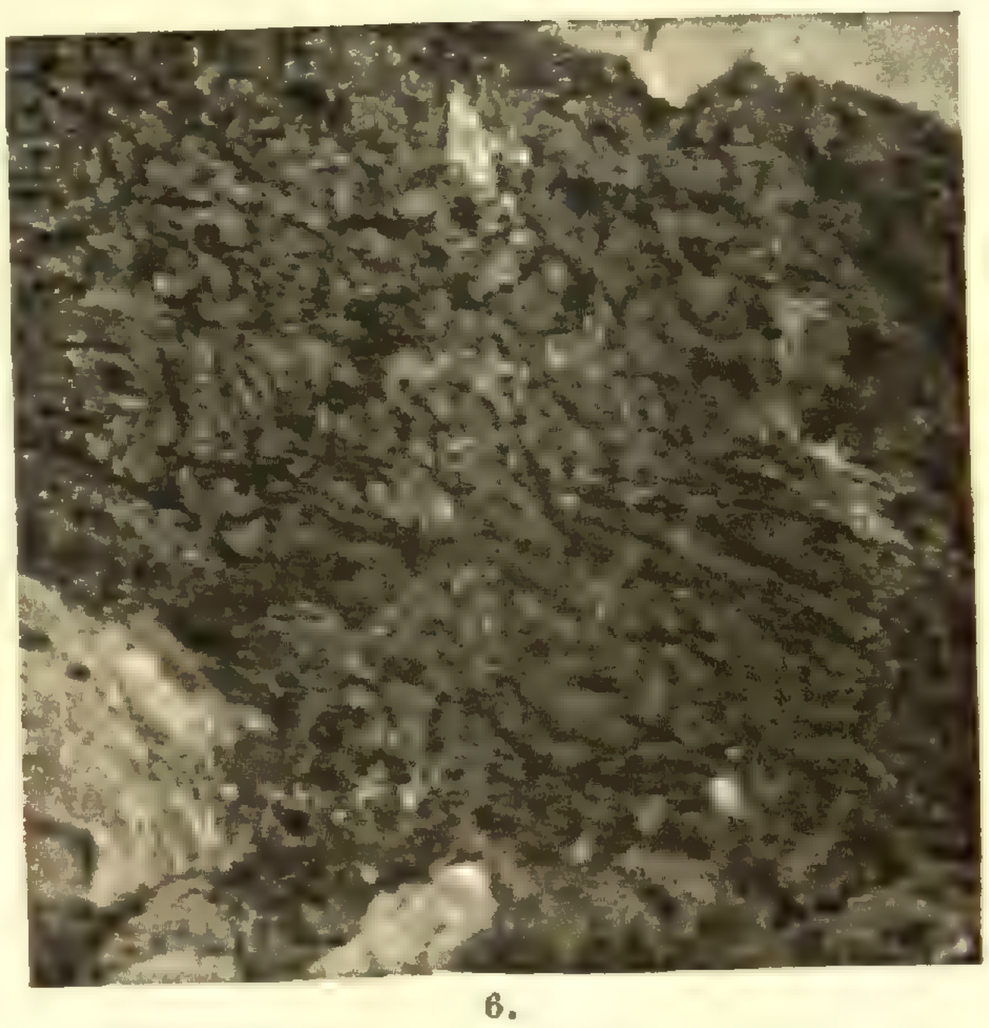


3.

4.



5.



6.

Fotografoval autor.

O vývoji čivu zrakového u kostnatých ryb.

Prof. Dr. J. DEYL.

(Se 3 tabulkami.)

Obtíže embryologických prací vůbec, zvláště však bádání o vývoji oka, vysvětlují s dostatek, proč uběhla poměrně dlouhá doba, než bylo dokázáno, jakým způsobem se vytváří vláknitý čiv zrakový.

Když se poznalo, že oko povstává v počátku nejprv tak, že vyklene se embryonální, buněčná stěna mozková dutou, rovněž buněčnou stopkou co prvotní jednostěnný váček oční, označil již r. 1828 Karl Ernst v. Baer jeho stopku jako budoucí čiv zrakový. Leželo na snadě, že nejprv se pomýšlelo na původ vláken zrakových přímo z buněk ve stopce, na místě samém (Remak); když pak His (1868), podav důkaz, že vlákna nervová vůbec vytvářejí se co výběžky buněk mozkových (neuroblastů), vyslovil mínění, že stopka oční jest pouze vedoucím průchodem pro vlákna zraková, vynořila se přirozeně myšlenka (Kölliker 1879), že vlákna zraková vyrůstají z buněk mozkových *centrifugalně* do buněčné stopky, která zůstávala dutou, ústící do dutiny mozkové, i když již prvotní jednostěnný váček oční dalším vzrůstem a obrůstem stopky změní se na dvojstěnný pohárek oční (druhotný váček), jehož mezistěnná, štěrbinovitá dutina souvisela stále, centralním kanálkem ve stopce, s dutinou mozkovou.

Před tím však W. Müller (1874) v theoretické úvaze pronesl mínění, že vlákna budoucího, vlastního čivu zrakového počínají v buničkách vrstev sítnicových a postupují směrem právě opačným *centripetalně* z oka stopkou do mozku.*)

Od té doby bylo pro některé třídy obratlovců dokázáno, že skutečně povstávají vlákna čivu zrakového v sítnici a dalším vzrůstem vnikají do dosavadní buněčné, duté stopky a to do buněčné *stěny* její, nikoliv do centralního kanálku jejího a pak dále ku mozku. Jest tedy vskutku prvotní

*) Bližší údaje o známých pramenech literatury viz Dr. Aurel v. Szily: Über die einleitenden Vorgänge bei der ersten Entstehung der Nervenfasern im Nervus opticus. Alb. v. Graefe's Archiv für Ophth. Bd. LXXXI. H. 1. S. 67.

dutá buněčná stopka pouze předurčenou drahou vláken zrakových, jak to His původně naznačil. Nejprv byl to Keibel (1889), jenž zjistil, že vlákna zraková netvoří se v mozku, nýbrž na periferii; nepodal však důkazu, že děje se to v sítnici. His (1890)[1]) objevil vlákénka nervová v sítnici, která vycházela z buněk sítnicových, křivulovitě zahnutých, byv upozorněn před tím nálezem, jejž učinil Ramon y Cajal u ptáků; u těchto končí větší část vláken zrakových v mozku (lobi optici) volně, nikoliv v buňkách, musí prý tudíž východištěm vláken zrakových býti buňky periferní, t. j. sítnicové. Froriep (1891)[2]) podal již přesvědčivý důkaz, že u embryí žraločích jest stadium, v němž nalézají se vlákna optická jednak v sítnici, jednak počtem stále ubývajíce, jen v jedné šestině stopky oční poblíž oka; další však (proximální) část stopky oční ku mozku jest bez vláken, majíc stěny jen úplně buněčné. Podobné údaje učinil Assheton (1893) u amphibií a ptáků, Robinson (1896) u ssavců, zvláště u hlodavců. U kostnatých ryb nebyl důkaz o retinalním původu vláken optických proveden, až r. 1908 nalézti lze v embryologické stati, již zpracoval M. Nussbaum pro Graefe-Saemischovu příruční knihu očního lékařství[3]), tuto kratičkou zprávu: „u lososích zárodků, 29 dní starých, mohl jsem na jednom praeparatě zřetelně dokázati vlákna ve stopce pohárku očního a to jen na jejím obvodu, v centrální části pak nikoliv.“

Jak jest viděti, nejsou důkazy sítnicového původu vláken zrakových příliš četné a bylo by odvážlivé, činiti obecně platný závěr, že vlákna zraková u *všech* obratlovců jsou výplodem embryonálních buniček (neuroblastů) sítnicových. Přiléhavý výraz nynějšímu názoru dal Bonnet ve své učebnici embryologie, označiv dvojstěnný pohárek oční, jehož mezistěnová štěrbinovitá dutina ústí a souvisí pomocí duté stopky s dutinou embryonalního mozku, co *ophthalmocephalon*; pak by měla centripetalní, na spodině mozku se křižující vlákna zraková morphologický a embryologický význam pravé komm ssury mozkové.

Zabývaje se již po delší dobu řešením otázky, jakým embryologickým způsobem povstává křížení se vláken čivů zrakových na spodině mozkové, předsevzal jsem velmi četná vyšetřování na zárodcích ptačích (*Corvus, Larus, Fringilla, Turdus*) a rybích (*Coregonus marena*); tento materiál sbíral jsem s prof. V. Matysem, jenž použil k tomu cíli podpory České Akademie a také práce na tomto podkladě uveřejnil. U ptáků svrchu zmíněných mohl jsem potvrditi *periferní* původ vláken zrakových na ne-

---

[1]) A. Froriep: Die Entwickelung des Auges, S. 254.

[2]) Týž: Die Entwickelung des Sehnerven, Anat. Anzeiger VI., Jhrg. 1891. Týž-Dr. Oscar Hertwig: „Handbuch der vergleichenden und experimentellen Entwickelungsgeschichte der Wirbeltiere, B. II. Die Entwickelung des Auges.“

[3]) M. Nussbaum: Entwickelungsgeschichte des menschlichen Auges. Kap. VIII. S. 18 in Graefe-Saemisch. Handbuch der Augenheilkunde. 2. Aufl.

klamných praeparátech. Podrobněji studoval jsem vývoj čivu zrakového a to vůbec, nejen co do vláken zrakových, u některých našich kostnatých ryb; uvedu tudíž v této stati i jiná pozorování, jež týkají se jednak prvotní, buněčné, duté stopky samé, jednak vnikání prvních vláken optických a konečně zvláště prostupování pochvového *mesodermu* do ní; předem budiž vytčeno, že nejednalo se mi o histogenesu neuroblastů, spongioblastu, glie a t. zv. závojového obalu His ova (Randschleier, Randmantel), nýbrž o časový vzrůst buněčné stopky, časovou výplň její vlákny zrakovými, o postup jich k mozku a vytváření mesodermální pochvy a výběžků jejích do vlákniny nervové, co přehrádek, které se nalézají v pozdějším, již vyvinutém čivu zrakovém. Konečným účelem toho bylo vlastně, jak řečeno, dokázati, jakým způsobem povstává chiasma, což ve zvláštní stati bylo již uveřejněno[4]).

Pokusil jsem se nejprve získati material k těmto studiím z objednaných, oplozených jiker rybích (pstruha, kapra, štiky, okouna a candáta), avšak ani opětované pokusy, abych udržel v laboratoři vývoj těchto embryí po delší, nutnou dobu, se nezdařily. Proto vyslovuji upřímné díky Třeboňskému panství J. J. Adolfa, nyní Jana knížete ze Schwarzenberga a jeho vrchnímu řediteli panu P. Kottasovi jakož i p. A. Cermanovi za veškeru vzácnou a přívětivou podporu, že jsme si mohli na místě, u rybníků, shromažďovati, připraviti a konservovati oplozená embrya ryby tam zvlášť pěstované (*Coregonus marena*).

V prvních dnech dělo se to třikrát, později dvakrát a po třech týdnech jednou denně. Užili jsme různých, obvyklých konservačních roztoků; zvlášť k mému účelu hodilo se uložení embryí na několik dní do 2½% roztoku dvojchromanu draselnatého s 5% ledovou kyselinou octovou, pak vymytí a uchování v alkoholu od 70% počínaje; v této době byly pak jehlami odstraňovány obaly embryí, načež po přípravě paraffin-benzolem byla embrya řezána na řadové řezy o tloušťce 10 μ; serie barveny byly kyselým haematoxilinem (Mayer) s přibarvením eosinem, aneb kyselým fuchsinem.

Jak jest z embryologických prací o kostnatých rybách vůbec známo, oddělí se od ektodermu centrální nervstvo co kompaktní, jen z epitheliálních buněk složený klín, který jest v předu, v mozkovém a očním oddílu mohutnější; příčný průřez této přední, mozkové části má podobu trojúhelníka spodinou dorsálně obráceného,*) jehož stěny tvoří ploché oblouky — postranní stěny jsou rozděleny rýhou, nad níž znatelné, kompaktní pupeny buněčné značí budoucí oči. Poněvadž v publikacích dosavadních, pokud vím, nebyly uveřejněny podélné, sagittalní průřezy plného hutného pupenu, t. j. budoucího oka v tomto stadiu, připojuji

---

[4]) Deyl: Embryologické vysvětlení chiasmatu u teleostei. Rozpravy České Akademie, 1915

*) Vyobrazení viz O. Lešer: O vývinu tvaru oka atd. Rozpravy Č. Akademie č. 22. r. 1911 s. 3.

obraz sagittalního řezu tohoto místa (obr. 1.). Z téhož důvodu a ku porovnání s pozdějšími obrazy přikládám též sagittalní řez středem mozku, který 10. dne jest dosud plný, bez dutiny (obr. 2.). V tomto massivním nervovém klínu i v pupenech očních nejsou buňky epithelialní srovnány souměrně kol podélné osy neuralního provazce (klínu), nýbrž s leva a s prava sem tam; rovněž tak i v pupencích očních, jichž osa jde křížem na podélnou osu embrya. Ku 12. dnu začne rozstupování se buněk, nejprv v mozku, v krajině budoucího recessu optického (jinak recessus praeopticus); tím povstává první dutinka mozková. Právě tak rozstoupí se buňky epithelialní, které tvořily massivní pupeny, výrůstky oční, takže povstává štěrbinovitá dutinka (obr. 3. a 4.), jednak — *c* — v krajině budoucí stopky oční (*s*), jednak dále lateralně štěrbinovitá — *d* — dutina, která se brzy rozšiřuje co budoucí prvotní — *o* — váček oční (obr. 3., 4.). Uvádím tento známý (viz Elisha Gregory ve K. v. Kupffer,[5]) Dr. Lešer[6]) postup jen k vůli úplnosti. Krátká stopka primárního váčku očního i váček sám má stěny složené z dlouhých válcovitých epithelialních, paprskovitě kolem dutinky uložených buněk (obr. 3. a 4. o. s.), jež prostupují celou tloušťku stěny od centrální štěrbiny ku povrchu a jichž jádra seřaděna jsou blíže ku obvodu (povrchu), takže ostatní část mohutného protoplasmatu ční do štěrbiny; v tomto protoplasmatickém obalu, jenž obkličuje centrální kanálek, viděti lze, jako v centrálním nervstvu, při dutině mnoho mitos; tak popisuje toto období primárního váčku očního i u člověka Seefelder[7]). Právě jako tento badatel v sítnici (l. c. s. 426) nenalezl jsem ani v kanálu stopkovém nějaké blanky, jež by ohraničovala protoplasma buněk, čnících do dutinky stopkové, jinými slovy nelze dokázati blanku, již nazval Held[8]) membr. limitans interna; rovněž nelze rozeznati určité blanky, která by ohraničovala periferní, jádry opatřené části buněk epithelialních a která by odpovídala zevní hraniční blance kanálu míšního co *membrana basilaris medull. externa*. Místo blanky hraničné viděti lze v centralní dutině, že protoplasma buněk vyčnívá dost neurovnaně, místy jako natrženo, neb co útvary řasinkám podobné, do dutinky stopkové; v sítnici jest v těchto buničkách, ohraničujících lumen (*d*) váčku, podélné žíhání (Seefelder), *v buničkách stopkových nikoli*. Obě hraničné blány co takové chybí ještě 14. a 15. den. Za to však v okolí stopky buničky *mesodermalní* (obr. 4., 5., 6., 7. *m*), široké hvězdovité, s krátkými výběžky, spíš široce ellipsovitých jader, seskupují se svými poměrně širokými stěnami kolem stopky a tvoří volnou obrubu, jejíž okružní čára, objímající buněčnou

[5]) K. v. Küpffer-O. Hertwig: Handbuch viz [1]), Die Morphologie des Zentralnervensystems, S. 122.

[6]) Prof. Dr. Ot. Lešer: O vývinu tvaru oka u některých obratlovců. Rozpravy České Akademie 1911, s. 4.

[7]) Dr. R. Seefelder: Beiträge zur Histogenese u. Histologie der Netzhaut und des Sehnerven. v. Graefe's Archiv für Ophth. LXXIII. B. 3 H. 1910, S. 426.

[8]) H. Held: Die Entwickelung des Nervengewebes. S. 77. Leipzig 1909. Vrl. Ambr. Barth.

stopku, jest zubovitě klikatá. O tom lze se přesvědčiti na frontalním řezu (obr. 4.) stopky ze dne 14. a na příčném průřezu stopky prvotního váčku 15. dne (obr. 5. a 6.). 14. a 15. den jest čočka dosud hutně bunečná a souvisí s *ektodermem*.

Při silnějším zvětšení rozpoznati lze pouze, že hranice buněk epithelialních na periferii jich (na straně basální) jest složena jen ze stěny buněčné, snad tu poněkud stluštěné, čímž dojem hraničné blanky povstati může. Na frontalních řezech, tudíž *ve své tloušťce*, jest dutá stopka, spojující stěnu mozkovou a váček oční, znatelna na 10 řezech, *délku* její pak na řezech sagittalních t. j. mezi stěnou mozkovou a stěnou nyní již dvojstěnného pohárku očního (ve směru lateromediálním) odhadnouti lze pouze na 5 řezech. Jest tudíž krátká a mohutná. Stavba stěn stopkových složena jest až do 17.—18. dne stále pouze z jedné vrstvy radiarních epithelových buněk (H e l d l. c. 88 — t. zv. durchreichende Zellen —) jen dlužno jest uvésti, že 17. dne pozorovati lze již podélné žíhání protoplasmatu kol centrálního kanálu. 17. den čočka dosud souvisí s ektodermem a má počátek dutinky, mimo to však na periferii stopky, kde až dosud tísnila se známá, podlouhlá ovální jádra embryonalních buněk, vyskytá se při obvodu buniček světlejší část protoplasmatu (obr. 6. *l*), méně se zbarvující, tvoříc pruh koncentrický se zevním obalem mesodermálních buniček; tu pak počíná zřetelněji se objevovati časté přestupování tohoto protoplasmatu buněk epithelialních mezi buničky obalu mesodermálního a naopak z této mesodermální, klikaté pochvové vrstvy výčnělky protoplasmatické přímo mezi buničky epithelové.

Na podobné útvary poukazuje S e e f e l d e r (l. c. 426) mezi basalní (zevní) hranicí sítnicovou a mesodermem v okolí oka. (S e e f e l d e r (l. c. 247).

Údaje S e e f e l d e r o v y co do ohraničení buněčných vrstev sítnicových proti nitru pohárku očního (sklivci) rovněž mohu potvrditi. Jest totiž v tomto stadiu „vnitřní ohraničení epithelií sítnicových mnohem ostřejší, tvoříc jemnou obrubu, ač nelze mluviti ještě o membranosním útvaru“. V protoplasmatu buněk sítnicových, jež ohraničují lumen pohárku, v nichž dosud bylo pozorovati jen podélné žíhání, které jest nejspíše výrazem podélných, různě sříznutých stěn buněčných, nalézti lze dutinky a štěrbinky v protoplasmě. Tyto dutinky prostoupeny jsou *napříč* dlouhé osy buněčné různými můstky, jako začátek vrstvy, již nazval H i s *Randschleier* a jejíž vývoj H e l d[8]) novými methodami vysvětluje (s. 77).

Zaznamenávám pouze toto pozorování u *Coregonu* teprv ve stadiu pohárku očního, což S e e f e l d e r u člověka popisuje již v době prvotního váčku očního. Na tomto místě zvlášť opět vytýkám, že nezabýval jsem se histogenesí, k čemuž by nebyl také material, který byl sbírán, konservován a barven již před vydáním spisu H e l d o v a a method jím nově zavedených, zcela vhodným.

V 17. dnu lze již zřetelně dokázati povrchový obal, zahalující sítnicové vrstvy při sklivci a to zvlášť v krajině zadního polu. V sítnici neleží již jednotlivé, dlouhé válcovité buňky epithelialní vedle sebe, sáhajíce přes celou tloušťku sítnice s jádry spíš na periferii uloženými, nýbrž jádra objevují se již v různé výši, jakoby počet buněk sítnicových byl již větší. Ve stopce však dosud zůstává skladba z jednotlivých buněk, které celou tloušťku stěny duté stopky prostupují. Teprv *19. den*, kdy čočka již jen nepatrně souvisí s ektodermem a obsahuje větší dutinku, nastává změna i ve skladbě stopkových stěn; místo jedné řady táhlých buněk objeví se kolem centrálního kanálku stopkového ovalní jádra buněk v několika řadách nad sebou; mimo to viděti jest na periferii buněk bezjaderný protoplasmatický lem (obr. 6). V okolí stopky, v mesodermálních buničkách, které dosud rozloženy byly volně a jichž protoplasma bylo spíš laločnaté, křídlaté a jádro zaokrouhlené, objevuje se pozoruhodná změna; jako počátek zřetelnější mesodermální pochvy uloženy jsou již četněji, než dříve, buničky, které jsou nyní po povrchu stopky protáhlé, a chovají také podlouhlejší jádra. V následujících dnech vyplní se stěny stopečné 3—4 řadami buniček nad sebou, jádra jich jsou zdánlivě menší a kratší oproti bývalým známým, podélně ovalním jádrům epithelových buněk centrálního nervstva, jež Held (v míše) nazval „jednoduchými buňkami epithelovými".

V oněch rozmnožených buničkách jest as od 20. dne počínaje ve stěně stopky zvláště nápadno místo, kde později probíhají vlákénka čivu zrakového ze sítnice ku mozku, t. j. v okraji *ventrokaudálním*; tam zvlášť zdají se jádra útlejší a sytěji se barvící. Na tomto místě nalézáme pak v následujících dnech zpravidla mezery mezi jednotlivými buničkami, jako by protoplasma z části vymizelo a jádro vyšinuto bylo ze své obvyklé radiární polohy do poloh různě šikmých (obr. 7. a 8. *K*)*); místy viděti lze změny chromatinových zrneček, odchylky v uspořádání jich a různost barvení se proti jádrům v těchto místech předešlých stadií, jakož i proti okolním, pravidelně paprskovitě urovnaným buničkám. Tento nález odchylného obrazu mikroskopického ventrokaudalně na obvodu ve stopce udržuje se i v dalších dnech 22.—24. kdy (obr. 8. *K*), v přiléhající, mesodermální pochvě objevují se sytě zbarvené, podlouhlé, vazivové buničky, jichž výběžky upomínají již na vazivová vlákna, jen jádra jsou ještě poněkud napříč mohutnější, ale delší původních, v pochvě pak kladou se buničky i svými výběžky za sebou kolem stopky jedna za druhou, objímajíce buničnou stopku (obr. 7 *m.*) jako pás z jednořadých buněk a jich výběžků složený v sousedství pak ostatní buničky mesordermalní zůstávají ještě uloženy po různu, volně, navzájem dost vzdáleny; v některém praeparátu povstává mezi touto pochvou mesodermální a buničkami stopky na onom místě — t. j. ventrokaudálně — při pochvě štěrbinka (obr. 8 *š*), která dál proximálně k mozku přestává, takže stopka jest opět hutně buněčná.

*) Na obraze 7. dole: značka *K* jest nesprávně umístěna.

První počátky vláken zrakových postřehnouti lze na řezech ze 24. dne. Tu nejprv ojediněle objevují se na vnitřní hranici sítnice — při dutině sklivcové — konicky přihrocené buničky se zahnutými neb již bičíkovitými výběžky a to jen při zadním polu oka, ostatní část povrchu sítnicového ohraničena jest úzkým lemem závojového obalu (Randschleier).

Ve stopce v této době vyniká ventrokaudálně zvlášť výrazně ona změna v seskupení buněk a jader a jich zbarvení, jak již svrchu uvedeno bylo.

Mimochodem budiž zaznamenáno, že v této době objevuje se zřetelnější pigmentace buniček v proximální nevchlipené (zevní) vrstvě sítnicové (obr. 10. *r*, *p*).

Ku zprávě o časovém postupu vláken optických ze sítnice do buněčné dosud stopky oční, hodí se nejprv serie ze 26. dne po oplození. Sagittalní řezy, prošedše od předního polu oka přes aequator ku zadnímu polu, zachytí tu často v jednom řezu rovinu vláken (— *f* —) optických (obr. 9., 10.); vlákénka vybíhají dorsalně vějířovitě z okraje sítnicového a sbíhají se ventralně (dolů) do foetalní stěrbiny; vlákénka sbírají se vždyz několika přihrocených neuroblastů z okraje sítnicového a seskupují se nad vnitřní hranicí sítnicovou ve sklivci, spojí se vždy po několika v jeden silnější svazeček vláken; tyto jednotlivé svazečky mají nápadný, nepravidelně klikatý průběh ve směru dorsoventralním ku foetalní štěrbině, kde všecky tyto svazečky vláknové se shrnují jako v držadlo vějíře. Svým zbarvením liší se dost postačitelně od okolí, tak že je lze sledovati řez za řezem do foetalní štěrbiny i dále do stopky oční. Nejobtížnější jest vyšetřování jich tam, kde buněčné stěny válcovitě duté stopky oční přecházejí do obou vrstev sítnicových, při čemž osový kanálek stopkový souvisí s mezerou, nyní již pouze štěrbinovitou, mezi oběma listy sítnicovými (do mozku ovšem s dutinou mozkovou) válcovitý tvar stopky oční a rourkovitý dosud centrální její kanálek mění se na přechodu do oka na poloměsíčitý, prohbím ventralně, horní dorsální stěna duté stopky přechází do tenkého zevního listu, obr. 10 *r*, *p*, větší ventrální část stěny do ventrálních, vlastních vrstev sítnicových (*r*, *d*). Na sagittalních řezech jest pak obraz tohoto místa na přechodu duté stopky do dvojstěnného pohárku, velmi různý, což platí i o kanalku. Bývá tu trojhranný, nepravidelně, poloměsíčitě prohnutý; v tomto ohbí ventrálně otevřeném probíhá široká embryonální céva oční (obr. 10 *a*.), která doprovází dál k mozku stále ventralně a ventrokaudalně stopku oční; i tato ceva jeví na průřezu různé tvary jako širokého neb útlého trojhranu, vrcholem dorsalně, aneb byla-li seříznuta stopka šikmo podél, má obraz cevního průřezu, který, přiléhaje těsně ku buněčné vrstvě stopky, tvoří svou stěnou *zároveň mesodermální pochvu*.

Právě na tomto místě ventrokaudálně viděti lze postup svazečků vláken čivových, které buď jsou prořízнuty napříč co různé zmité aneb poněkud podélně, co krátké klikaté útvary (obr. 11 *f*), vždy mezi stěnou cevy a zbytkem epithelialních buněk u (centrálního kanálku),

takže ve stopce zřetelně rozeznati lze štěrbinku mezi pochvou (po případě stěnou cevy) a epithelialní výplní stopky; čím dále od oka směrem centripetalním k mozku, tím méně co do počtu jest svazečků nervových, až posléze lze dokázati již neurčitě jeden, dva průřezy jich (obr. 12 *f*) a dále pak v dalším pokračování stopky oční, již ve stěně mozkové, nalézti lze jen epithelialní buňky, které sáhají napříč stěnou až ku obalu mesodermalnímu. Tento mesodermální obal jest později na stopce čím dále tím více podoben pravé vazivové pochvě (obr. 13 *m*).

Ony změny na ventrokaudální části buněčné stěny ve stopce, v jejich epitheliích, před vrůstem vláken ze sítnice, jak jsem je svrchu popsal, sledovati lze od 26. dne počínaje v buněčné stěně mozkové až na spodinu mozkovou tam, kde později povstává chiasma.

Zdá se tudíž, že tyto změny ve ventrokaudálních epitheliích stopky oční, změny co do tvaru polohy a barvitelnosti jednotlivých buněk a jich jader a částečné mizení protoplasmy, předcházejí vnikání vláken zrakových do stopky od oka ku mozku; cílem mého vyšetřování nebylo, jakým způsobem se to děje, zda intracellularně tělem buněk (intraplasmaticky) aneb intercellularně, mezi nimi, o čemž spor není rozhodnut. Svrchu uvedená práce Seefelderova (l. c. s. 440) z r. 1910 potvrzuje údaje Heldovy z r. 1909, které učiněny byly na základě zvláštních method barvení vlákének nervových a buněk i výběžků gliových. Held i Seefelder tvrdí, že „neurofibrilly pronikají protoplasmatem buněk dosud čistě epithelialních (*spongioblastů* dle His e, *glioblastů* dle Held a) a to napříč buničkou, směrem kolmo na osu její.“ Sám jsem se nemohl na svých praeparatech přesvědčit, že by vlákénka čivu zrakového postupovala protoplasmatem epithelialních buněk, ve stopce uložených; ovšem, jak jsem již svrchu poznamenal, nebyly řezy k tomu cíli zvláště barveny. Pomíjím další výklady, jež podány byly o vztahu embryonalních, epithelialních buněk ve stopce ku rostoucím vláknům čivovým. Jen na velmi zajímavý a pozoruhodný novější výklad dovoluji si poukázati, jejž skytá embryologická práce v. Szilly-ho a zakládá se na fysiologické degeneraci buněk v době normálního vývoje tkaní (l. c. s. 75). U králičích zárodků 12. dnem počínaje, pozoroval v. Szily v prvotním, čistě epithelialním období, ve stopce tam, kde později vrůstají vlákénka nervová, známky zvrhlosti buněčných jader, ve všech stadiích t. zv. *karyorhexis* (l. c. s. 76) a to: začínající sbalování se chromatinu, výstup zrneček z buněk a roztříštění v cytoplasmě; druhého dne na to objeví se již na místě těchto bývalých zvrhlých ložisek dutinky, navzájem podél osy stopkové souvislé, jež *povstaly vstřebáním zvrhlých skupin buněčných*; v sousedství těchto prvních dutinek povstávají nové zvrhlé skupiny.

v. Szilly dokázal na voskových modelech dle methody Bornovy a Peterovy, že dutinky, splývajíce navzájem, utvoří kanálky ve stopce od oka směrem centripetalním a tudy probíhají pak vlákénka čivová, rostouce ku mozku.

Ač otázku tuto nechci v tomto sdělení nijak řešiti, přece aspoň se jí dotýkám, poněvadž svrchu uvedené změny v buničkách stopky oční mohly by spočívati na nálezu v. Szillyově. Dosti často viděti lze v mých praeparatech, že i po vyskytnutí se prvních vlákének čivových ve stopce oční při ventrokaudalní stěně objevují se změny v poloze a vzhledu buněk epithelialních v sousedství jich, zvláště v okularní části stopky; čím dále k mozku, tím více vlákének zrakových ubývá. Často leží v prázdných, čirých prostorech; jindy ve prázdné štěrbince mezi mesodermální pochvou a mezi seřaděnými (při kanálku) buňkami epithelialními (obr. 11., 12. *f*), tak jako ty tu část protoplasmatu buněčného na povrchu stopky byla vymizela.

Do této dutinky mezi pochvou mesodermáln a řadou buněk stopkových ční často protoplasma buněk jako vyhlodáno (obr. 11.), jindy vniká zbytek protoplasmatu mezi průřezy svazečků vláken optických, svazečky vláken těchto leží volně v téo periferní dutince, zdánlivě prázdné; je-li naplněna tekutou hmotou, jak jest pravděpodobno (v. Szilly, l. c. 76) a jakou, nelze rozhodovati. Na mnohých místech viděti jest v sousedství *prvotních* svazečků nervových ony zbytky protoplasmatu mizících buněk, jež mívá vzezření vylámané klenby, s níž někde zbytky přečnívají. Jak později uvidíme, mizejí vůbec buničky epithelialní i tyto úlomky, nezanechávajíce nijakých vláken neb přihrádek mezi svazečky zrakovými.

Nelze vůbec dokázati nějakých *pravidelně se vyskytujících, četných a trvalých výběžků buněk gliových mezi svazečky vláken čivu zrakového,* jako ku př. u embryí ptačích a jak by se dle dosavadních, již vžilých představ o vývoji a stavbě čivu zrakového očekávalo.[9]) Mýliti by mohla snad ona místa na příčném průřezu cněch štěrbinek, po případě obvodových úsečí ve stopce ano i již plného čivu (obr. 14.), kde prořízнuty jsou silnější neb slabší ***svazky*** vláken čivových a zároveň četnější, isolovaná *vlákénka* sama pro sebe; na takovémto řezu viděti jest četné tečky a vlákénka čivová velmi krátká a jemná, jež snadno lze rozeznati od zbytků protoplasmatu buněčného, zvlášť zbarvením a tvarem; zpravidla jsou však tyto průřezy vlákének nervových nečetné; v oči bijící jsou příčné neb šikmé průřezy celých svazečků; tyto průřezy příčné jsou všelijak hraněné, šikmopodélné jsou pak klikaté, tak že lze je snadno rozeznati od úlomků buněk epithelialních, jak řečeno již dle tvaru a dle podoby svazečků těchto v oku (obr. 9.—10.), místy při obvodu čivu jest zbarvení eosinem sytější, takže na fotografickém obraze viděti skupiny tmavých skvrnek (obr. 14., 15., 16.), kde viděti lze rovněž vlákénka čivová i jich svazky; konečně různí se předce svým zbarvením, ač nebylo použito nijakého zvláštního způsobu barvení, které by zvlášť označilo tkaň nervovou. Že toho není nutně potřebí a že ku rozeznání vláken čivních postačí i barvení haematoxylinem, eosinem

[9]) Dr. phil. V. Franz „Sehorgan" in Lehrbuch der vergleich. mikroskop. Anatomie S. 309, 310, 311. (Prof. Dr. Albert Oppel.)

a j., jest z jiných prácí embryologických známo. Ku námitce, že by podobné barvení nestačilo, uvésti lze odpověď S e e f e l d e r o v u, jemuž výtka podobná byla učiněna (l. c. 441). Doslovně praví: „Was aber die Darstellbarkeit der jungen, ausgebildeten Nervenfasern anbetrifft, so wird niemand behaupten wollen, daß es dazu besonderer Färbmethoden bedarf.“

Mohu tento výrok jen potvrditi. Ovšem, jak svrchu již uvedeno bylo, nalezl jsem jednotlivá vlákénka zraková — neurofibrilli — vystupující z typických neuroblastů, nejprv od 24. vývojového dne na vnitřním povrchu sítnice, při zadním polu oka, avšak jen velmi spoře a ne delšího průběhu, *tak že dále do stopky oční nesáhala*. Od 26. dne počínaje objevují se již četnější vlákénka ze sitnice, vyrůstajíce přehnutě a pak bičíkovitě probíhajíce, až se vždy po několika dohromady spojí ve hrubší klikatý svazeček, jenž se dost intensivně zbarvuje; svazečky tyto sbíhají se jako metlice do držadla neb vějíř v rukojeť do foetalní štěrbiny ku vazivu, jež provází A. Hyaloideu (viz obr. 9., 10.), odtud pak do ventralní stěny stopky oční; do této ventralní stěny a to do její rostralní části, jako do předního ramene úhlu dolů otevřeného, jejž vyplňuje široký průřez cevy oční, vstupují prvotní svazečky čivu zrakového; vždy lze je rozeznati buď na příčném neb podélném řezu v dutince, zcela při stěně cevy, mezi touto a epithelialními buňkami stopky.

Z tohoto ventralního místa, dolů konkavního, dvojstěnného, ústí stopky sledovati lze již snáze svazečky, po případě jednotlivá vlákénka, dále do cylindrické stopky, jak jest s dostatek známo z prací embryologických u jiných obratlovců, vždy na straně ventralní; dle mých praeparátů odpovídala by poloha prvních vláken zrakových spíše poloze ventrokaudální ve válcovité stopce a to vždy v prostoru štěrbinovitém, jenž ohraničen jest na periferii přímo stěnou cevy, směrem k ose pak ku kanálku stopkovému epitheliemi více neb méně změněnými neb jich zbytky; tento průběh přímo mezi přiléhající cevou a epitheliemi stopkovými lze sledovati ve směru centripetalním dále, až ceva proximalně u stěny mozkové se od průběhu stopky odchyluje. Jak se lze přesvědčiti, jest hyalodea pouze jednou větví širokých, tenkostěnných cev krevních, jež obstupují stopku oční. Po oba dny vyvojové, 26.—27., nedosahují však vlákna (svazečky) zrakové až ku svému zakončení centralnímu a chiasma z pravidla není dosud vytvořeno, což zvlášť platí o 26. dnu. Uvádím prozatím údaje o pravém oku ve dvou seriích ze dne 26., a rovněž ve dvou ze 27. vývojového dne. Embrya byla rozřezána sagittalně, od oka k oku. V první serii z 26. dne byl počet řezů 77; v pravém oku, lze dokázati zřetelně *četnější* neuroblasty as v 15. řezu, vějířovité svazky vláken zrakových (u zadního pólu dutiny sklivcové) v 19. řezu; *svazečky čivové lze sledovati ve směru centripetalním jen do 27. řezu*; v druhé serii ze 26. dne bylo řezů 80; neuroblasty v pravém oku as v 15. řezu, vějířovitá vlákna zraková v 20. řezu, *centripetalně sáhala do 28. řezu*; vezmeme-li, byť zcela zhruba, střed mozku v prvním případu as u 38. v druhém as u 40. řezu embryem,

vidíme, že *vlákna zraková dorostla pouze, do vzdálenosti 11—12 řezů od centra — od tohoto řezu počínaje až k řezu jdoucímu středem mozku byla centrální část stopky oční dosud plně buněčná.*

Ve 27. dnu čítalo jedno embryo 85 řezů, neuroblasty byly ve větším počtu v 16., svazky vláken zrakových v pozadí sklivce v 19. řezu; *vlákna ve stopce zjištěna byla nejdále ve 24. řezu od předního polu oka*; byl-li by střed embrya, byť jen zcela přibližně, as u 42. řezu, *zůstala poslední vlákénka vzdálena od středu mozku o 18 řezů.* Řez, který jest považovati za střed mozku, určiti lze mikroskopickým vzezřením basální stěny mozkové se středem hypophysy a předního příčného hrbolku (Torus transversus). Není snad ani potřebí, zmíniti se zde o známém zjevu v embryologii, že v téže době nebývá u všech zárodků vývoj co do velikost a pokročilosti ve vzrůstu stejný.

Již u druhé serie ze dne 27. mělo embryo 92 řezy, neuroblasty v pravo as ve 17., svazky vláken před a u foetalní štěrbiny (na zadním polu) ve 21. řezu, *do stopky pak byly vrostlé až do 39. řezu, přibližně od středu mozkového vzdáleno o 7 řezů.* Podrobnější zprávy o dalších seriích a oku levém podal jsem v pojednání, jehož předmětem jest vývoj křížení se vláken čivu zrakového na spodině mozkové (chiasma).[4])

Dokázav, že u zárodků (*Coregonus marena*) *24. dne nalézají se vlákénka zraková pouze v oku, od tohoto dne pak až do 27. dne prorůstají sice dále, avšak jen do distální části spodiny buničné stopky, nikoliv až do mozku,* rozmnožuji tím neznačný počet obratlovců, u nichž bylo již zjištěno, že vlákna zraková mají původ sítnicový; u kostnatých ryb jest to rod teprv druhý, čítáme-li krátkou podobnou zmínku N u s s b a u m o v u (l. c.) o zárodcích lososích. Pozoruhodno jest, že nalezl jsem počet vlákének a svazečků nervových dle dnů postupující, ve 24. dnu ku př. 4—5, později pak již 9—10; ovšem jest to počet zcela přibližný, k vůli srovnání; také ve stopce jest počet průřezů svazečkových ve zmíněných dutinkách ventralně na obvodu stopky, čím dále k mozku, tím menší, až viděti jest pak v dutince již jen 1—2 průřezy (obr. 12.); za 4 týdny, t. j. 28. dne jest již skřížení se vláken čivu zrakového, chiasma, vytvořeno, při čemž opět již nastalo další rozmnožení svazků nervových jak při foetalní štěrbině v oku tak i ve stopce. Lumen ve stopce (centralní kanál) jest v době prvního křížení se vláken na basi dosud zachováno a obklíčeno buničkami epithelialními, takže svazečky vláken zrakových nevyplňují stopku, nýbrž přímo u oka pouze as ventralní polovinu stopky, u kanálku přiléhá ještě úzká řada buniček, oddělujíc dutinku obsahující vlákna (ventrální) od dutinky centralního kanálku; dále centripetalně ubývá vlákének zrakových, takže zaujímají již sotva (ovšem zcela přibližně) $^1/_4$—$^1/_5$—$^1/_6$ buněčné výplně ve stopce; což rovněž platí o dalším centripetalním průběhu do zadní stěny žlábku optického (recessus praeopticus). Ve 29. a 30. dnu zaujímají již svazečky, po případě vlákénka zraková, již as $^1/_3$ tloušťky stopkové, dosahujíce již světlosti centrálního kanálku, jenž při dalším rozmnožování

se vláken zrakových do 35. dne mizí; nejdéle udržují se epithelialní buničky stopečné v dorsální části stopky (obr. 14 *e*), jak bylo již častěji v embryologii čivu zrakového vůbec zaznamenáno.

Při tomto nahražování epitheliálních buniček svazečky a vlákny zrakovými nemohl jsem se přesvědčiti, že by zbývaly mezi vrstvou nervovou vůbec nějaké buničky s výběžky, jinými slovy, buňky gliové, tak četné u jiných obratlovců, o kterých bylo tak mnoho psáno a diskutováno;[9]) nemohl jsem jich dokázati ani na příčných ani na podélných průřezech. Obr. 13. podává podélný řez ventrální části stopky oční, jejíž hořejší (dorsální), seříznutou dosud buněčnou část viděti jest na řezech předcházejících; jak jest viděti, probíhají klikaté, dosti hrubé svazečky vláken čivových volně, aniž jsou prostoupena, neb propletena výběžky nějakých buněk, které by ležely mezi nimi aneb na povrchu vláknité hmoty nervové; rozeznáme tu jen mesodermalní pochvu (*m*), složenou z protáhlých buniček mesodermalních, dosti pevně jedna ku druhé přiléhajících. Ještě zřetelněji poznati lze na příčných řezech z 35. až i z 38. dne, že bývalá buněčná stopka s centrálním svým kanálkem *zcela vyplněna jest jemnými vlákénky, neobsahuje ani buniček nějakých, neb jich výběžků ani přehrádek vazivových, jest tedy bývalá buněčná epithelialní stopka s centrálním svým kanálkem přeměněna v masivní válec vlákének zrakových* (obr. 14.). Tento kompaktní válec objat jest mesodermální pochvou, která tam, kde přiléhá ku vlastnímu čivu, jest zcela *hladká*, jádra jejích buniček jsou velice podlouhlá. Jak řečeno, jest obsah válce bývalé stopky vyplněn nikoliv již oněmi hrubými klikatými svazečky vláken, jako z fibrill slepených, nýbrž většinou jen z jemných fibrillek, které se jeví na příčném průřezu jako jemné tečkovité útvary na vzájem stejného vzezření; zdá se, jako by byly původní hrubší svazečky se rozstoupily ve fibrillky, celá hustě tečkovitá hmota na průřezu jeví místy sytější zbarvení eosinem, zvlášť při pochvě, což na obrazech fotografických vzbuzuje dojem skvrnek.

Prošel jsem pečlivě všecky příčné řezy všech serií, které mám z 35. vývojového dne, a zjistil jsem všude, že bývalá epithelialní stopka jest přetvořena v hutný válec, pouze v jediném řezu ze všech nalezl jsem v blízkosti bulbu (pohárku), že od jediné *mesodermalní* buničky pochvové ční velice jemný, přímočarný, vlákénkovitý výběžek do vnitř vlákniny směrem ku ose čivu zrakového mezi fibrillky nervové; všecky ostatní řezy ve všech seriích skytají obraz stejnoměrného válce, obklíčeného hladkým páskem *mesodermálních* buněk, které v celku jsou v jednu řadu spjaty, jen tu a tam, opět v blízkosti oka, jeví jádra těchto buněk *mesodermálních*, uložená koncentricky v pochvě s povrchem čivu, odchylku od tenkého svého podlouhlého tvaru a polohy, stávajíce se spíš širšími, trojhrannými, směrem ku povrchu čivu poněkud vyšinutým z obruby (obr. 15); bývají také sytěji zbarvena. Obé lze pak od 35. dne počínaje nalézti častěji posléze ve všech řezech, nejvýrazněji však opět v části čivu za bulbem. Vnitřní obruba hladkého pásku pochvového, jako hladkého prstence jest pak směrem ku povrchu

čivu zprohybána (viz obr. 15.) přečnívajícími sem jádry. Nyní od 36. dne zvláště však 37. a 38. dne sledovati lze již v pochvě buničky *mesodermální*, které jsou obráceny z pochvy dovnitř a vnikají mezi vláknitou hmotu cévovou, zřetelně pak vysílají jemný, krátký protoplasmatický výběžek směrem do nervu. Velmi pořídku zastiženo jest v jedné rovině řezu několik výběžků takovýchto buněk, brzy pigmentovaných, v kompaktním jinak čivu (obr. 15.); mimo to pozorovati lze již častěji z obou protilehlých stran pochvy čivové vláknité výběžky buněk pochvových, zpravidla nikoliv však přímo proti sobě, nýbrž střídavě shora, sdola. Také tyto změny objevují se nejprve za bulbem a to v rostrodorsální části čivu. Podobné vláknité, krátké výběžky buniček pochvových, šikmo do povrchu nervu položených nalézti lze později, ač v menším počtu i v celém čivu dále centrálněji při buněčné stěně mozkové. *Posud však nebylo lze dokázati ani jediné buničky ve vláknině čivové uvnitř nervu; první takovouto buničku poblíž osy nervu nalezl jsem teprv 39. dne.* Teprv od tohoto dne pak již zjistiti lze častěji, že při bývalém výběžku pochvové buničky *mesodermální* vyskytly se *uvnitř nervu* buničky rovněž tvaru *mesodermálního*, vysílající výběžky mezi tkaň nervovou (obr. 15. *m.*). Tyto výběžky buněčné od nových buněk uvnitř vlákniny nervové, dříve massivní, počtem i 2—3 na jednom místě, naznačují svou polohou zřetelně budoucí vazivovou přehrádku dospělého nervu, která tvoří ve vláknině nervové zářezy od povrchu do vnitř; zářezy tyto nesáhají s jedné strany na příč nervem až ku pochvě opačné strany, nýbrž končí blíže středu, vycházejíce střídavě s dorsální, a s ventrální části mesodermální pochvy. Vývoj těchto částečných zářezů v čivu zrakovém jest u vyšetřovaného druhu kostnatých ryb velmi pozvolný, neboť ještě u plodu 100 dnů, tedy přes $^1/_4$ roku starého (obr. 16.), není rozdělení těmito septy vazivovými tak pokročilé, jako v dospělém tvaru. Vyvinutý čiv zrakový (obr. 17.) podobá se varhánkově těsně složené tlusté bláně, obklíčené vazivovou pochvou, která vysílá přehrádky vazivové mezi střídavé záhyby nervové blány.

Tento vývoj vazivových sept nervových sledoval jsem pečlivě od 35. dne dále na velmi četných zdařilých seriových řezech. *Po celé tři dny vývojové, od 35. do 38. dne,* tedy po dobu na embryonální vzrůst poměrně dlouhou, *byl čiv zrakový, objat jsa hladkou mesodermální pochvou, čistě vláknitý, bez přehrádek a členění, zcela massivní.* Teprv v dalších měsících vytváří se z buněk pochvových vazivo přehrádkové, o čemž nemůže býti sporu.

Mohl jsem tedy právem napsati ve své práci „O srovnavací anatomii čivu zrakového“,[10]) *že čiv zrakový u kostnatých ryb jest původně massivní*

---

[10]) Deyl: Příspěvek ku srovnávací anatomii čivu zrakového. Rozpravy České Akademie cís. Frant. Josefa 1895, str. 2 a 3.

Týž: Bulletin International, Prague, Zur vergleichenden Anatomie des Sehnerven, S. 121, S. 122.

Týž: „Contribution à l'étude de l'anatomie comparée du nerf optique.“ Bibliographie anatomique, Paris, 1896 p. 62.

a že teprv vrůstáním mesodermálních přehrádek od pochvy, mění se u některých rodů ve tvar složené blány, který dle uvedené tam literatury byl dávno znám, avšak dosud vývojově vysvětlen nebyl.

Není tudíž čiv zrakový od počátku embryologicky založen ve tvaru blánitém, nýbrž vypučí co část centrálního nervstva, jako u ryb kostnatých vůbec, nejprv co buněčný, *solidní*, válcovitý útvar, který rozstupem buněk v ose své mění se v buněčnou stopku s centrálním kanálkem, která vyplněna byvši teprv později vlákny optickými, přechází opět ve hutný, massivní válec vláken zrakových, bez všech buniček a přehrádek tkaně gliové a mesodermální.

To ovšem bylo mi známo již v době, kdy konal jsem studie o srovnavací anatomii čivu zrakového; již tehda vyšetřil jsem embrya rybí, která jsem nahodile si opatřiti mohl, a poznal, že vazivové přehrádky se vyvíjejí mnohem *později* a že vskutku *vnikají* výběžky vazivové do vlákniny nervové. O tom přesvědčil jsem se rovněž při vyšetřování čivů zrakových u vývoje jich křížení se (l. c.). Po přesném, myslím, embryologickém zjištění tohoto děje jest však zvlášť pozoruhodno, že nenalezl jsem u vyšetřovaného druhu ryb žádných známek o nějakém spolupůsobení gliové tkaně při utváření se přehrádek nervových, jak se z pravidla míní. *Není tu prostě gliové tkaně v čivu zrakovém.*

Nález, že v čivu poměrně tak mohutném, jako jest čiv zrakový u vyšetřovaného druhu kostnatých ryb, schází vůbec tkaň gliová, nebude bez významu pro další práce o této měnivé tkani nervstva a mnohé mínění, pronesené v literatuře o tkani gliové, bude asi nutno pozměniti. Řešením účele gliových buněk a jich výběžků zabývali se nejen četní, ale nejproslulejší badatelé v histologii, embryologii a okulistice. Právě opět nedávno uveřejnil C. Behr[11]) histologickou a experimentální práci, v níž podává svůj názor o účasti tkaně gliové nejen v čivu zrakovém, nýbrž přenáší a rozšiřuje výklad svůj o významu glie i pro centrální nervstvo (str. 27).

C. Behr uvádí nejprv různá mínění o účeli tkaně gliové, jako Bevan Levise, jenž tvrdí, že vlákna gliová, sahajíce až k perivaskularním prostorům kapillarních cev v mozku, sprostředkují odtud proudění živné lymfy. Held vidí hlavní úkol gliové tkaně v tom, že tvoří stavbu a podporu tkaně nervové.

Ramon y Cajal a Greeff míní, že úkolem glie jest mimo to isolace jednotlivých vláken zrakových. Weigert má glii jen za výplň mezer v nervstvu. Zajímavé údaje nalézáme v pracích v. Lenhossék-ových.

C. Behr (str. 25) dokázav ve svrchu uvedené, novější práci souvislost vlákének gliových až ku osovému vlákénku nervu zrakového, prohlašuje za pravděpodobné, že hlavním určením vláken gliových jest, aby

---

[11]) C. Behr: Beiträge zur Anatomie und Physiologie des gliösen Gewebes in Sehnerven, Alber. Graefe's Archiv für Ophth. LXXXIX., H. 1. 1914.

rozpustné živné látky z přehrádkového vaziva dodávala přímo ku pracujícímu osovému válci vlákna nervového. Toho ovšem pro čiv zrakový u ryb kostnatých užíti nelze, neboť tu vláken gliových není.

Výsledek: U zárodků šíla (Coregonus marena) povstávají první vlákénka zraková v sítnici ve 24tém vývojovém dnu, ve dnech 26.–27. vzrůstají *různě* daleko stopkou oční a to, jako obvykle, nejprv ve ventrokaudalním proužku jejím ku mozku, vyplňujíce ji směrem dorsálním; ve 35. dnu po oplození jest bývalá, dutá stopka zaujata již zcela vlákny zrakovými a tvoří *pak massivní válec, v němž není gliové tkaně ani přehrádek*, teprv velmi pozvolna vnikají do hutné vlákniny čivové od mesodermální pochvy výběžky buněk pochvových, které později tvoří přehrádky vazivové s protilehlých stran pochvových; tyto přehrádky pak teprve později mění původní hutně vláknitou hmotu ve válci čivovém ve zprohybanou, varhánkově složenou bláně, která uzavřena jest ve vazivovou pochvu, jež přehrádky do vnitř vytvořila.

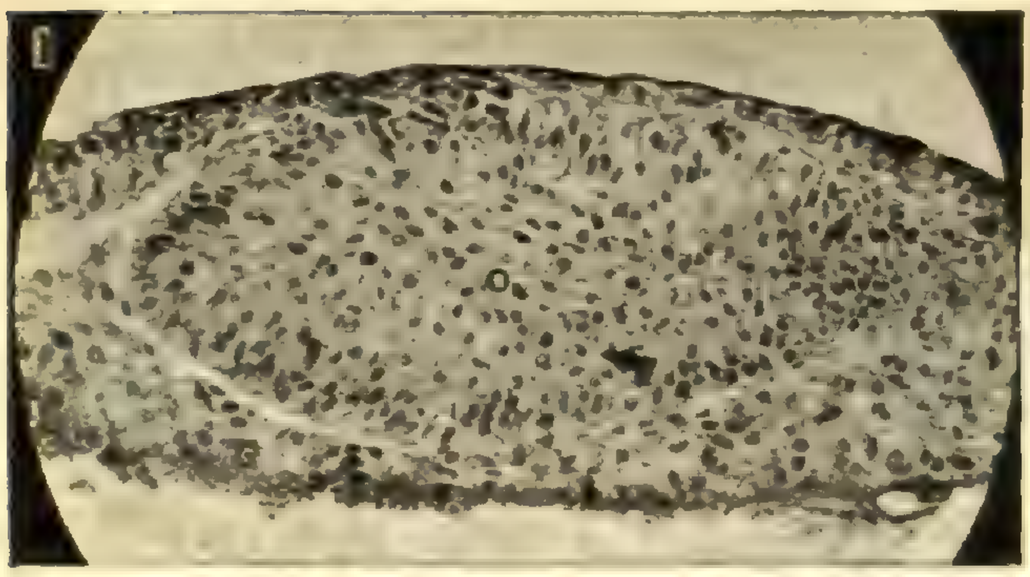
Vysvětlení obrazů.

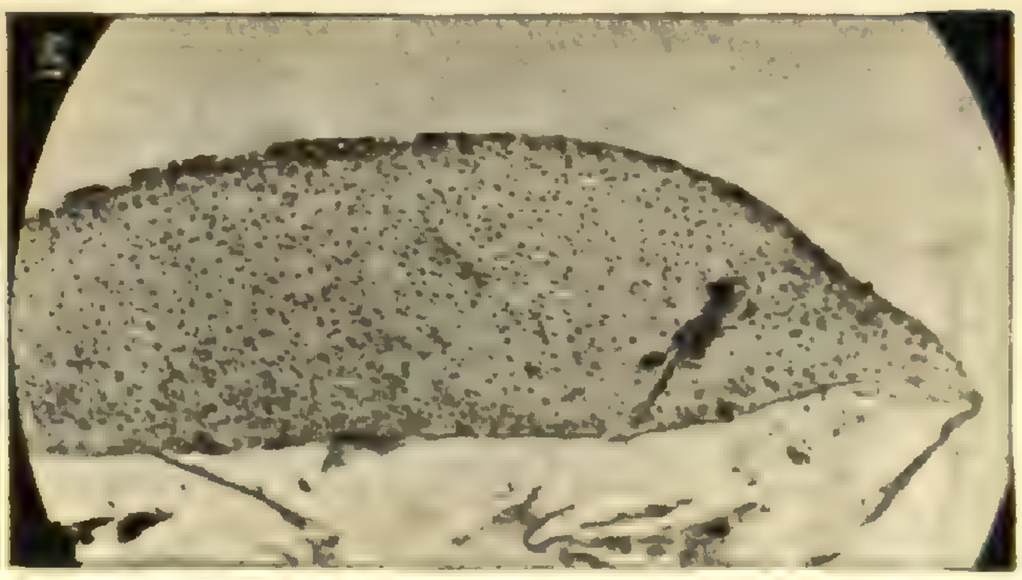
Značky:

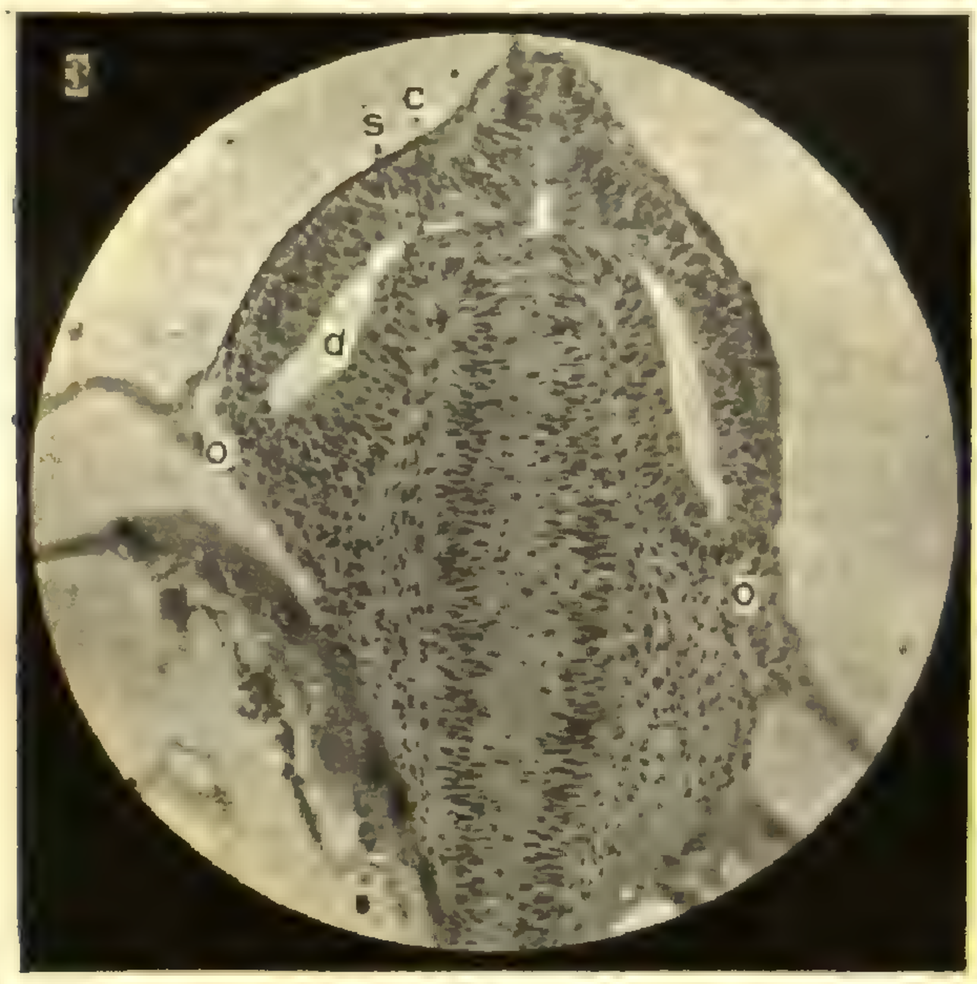
o = pupen, váček oční, oko
s = stopka oční
c = centralní kanálek ve stopce oční
d = dutinka prvotního váčku očního
m = mesodermalní tkaň a pochva
l = lem protoplasmatický
k = degenerace epithelialních buněk (v obr. 7. chybně umístěno).
a = prvotní ceva oční
š = štěrbina pro vlákna zraková
v. p = proxim. pigment. list sítnicový
v. d = distalní list sítnicové vistvy vlastní
f = vlákna zraková a svazečky jich
e = epithelové buňky.

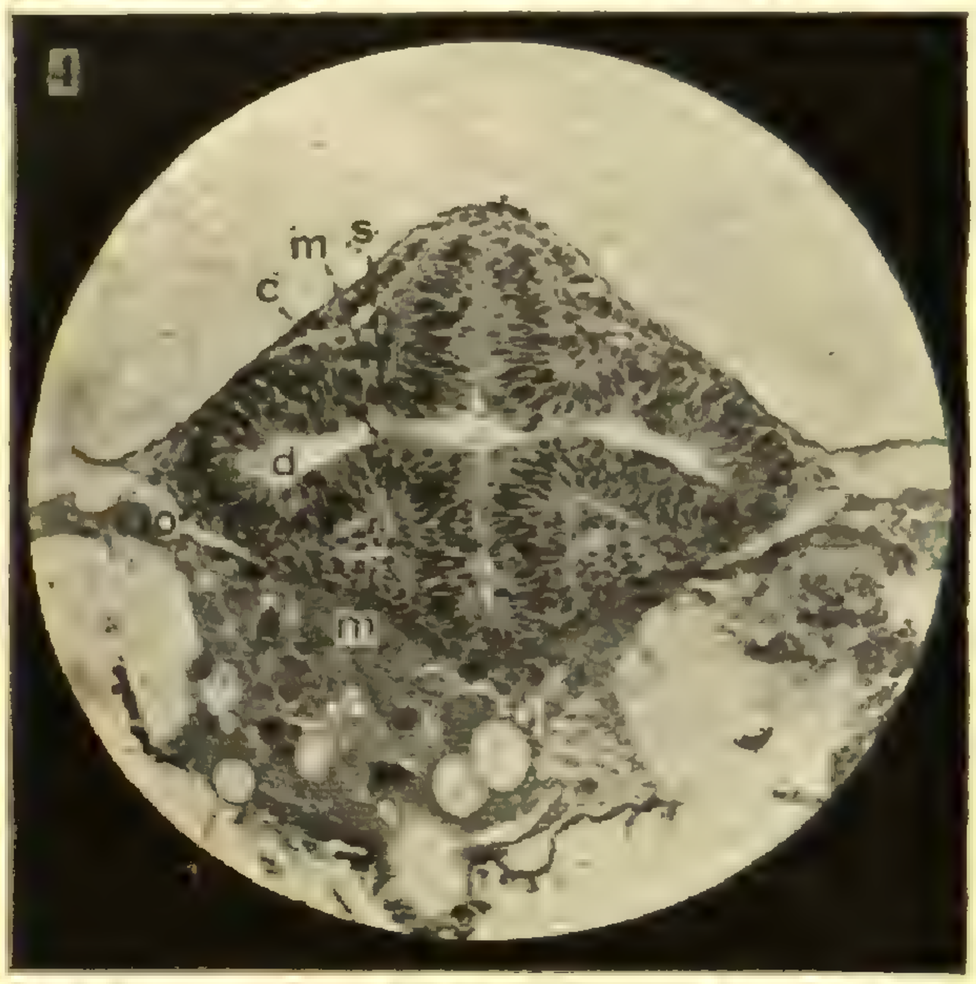
Směr řezu: Den po oplození

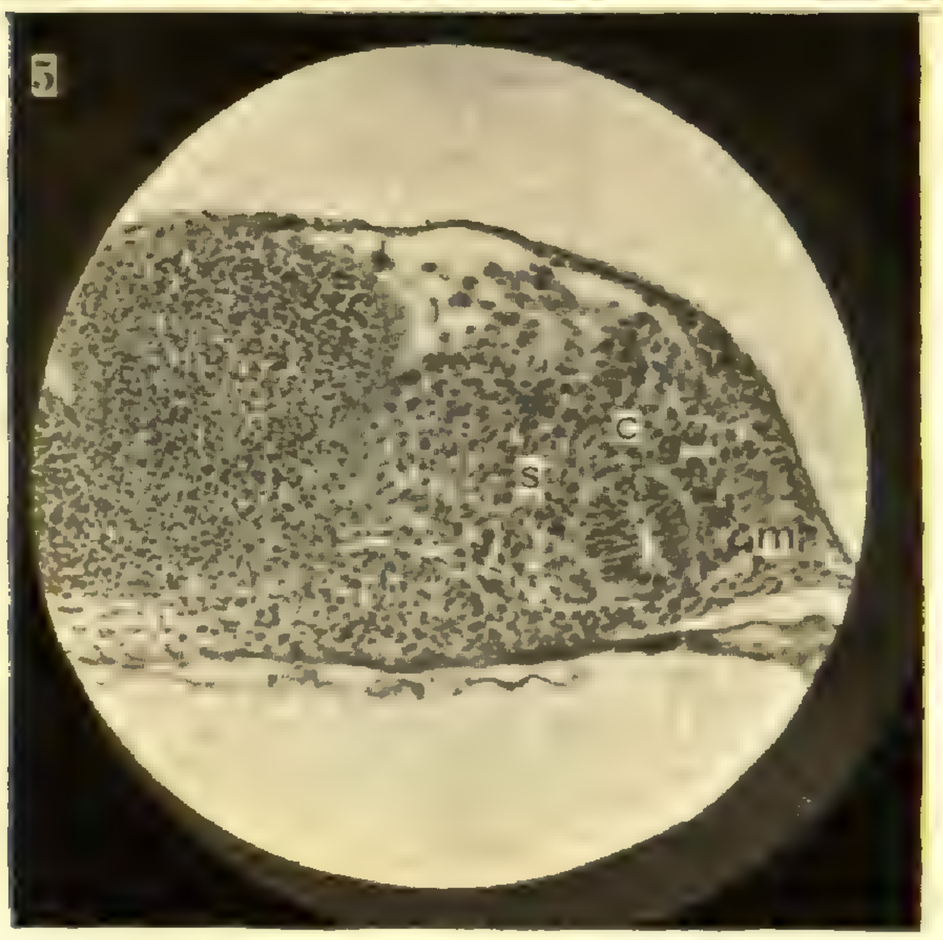
obr. 1. Sagittalní, pupenem očním 10
obr. 2. Sagittalní a medial., středem zárodku (mozku) 10
obr. 3. Podélný 12
obr. 4. Frontalní, stopkami a váčky očními 14
obr. 5. Příčný stopkou v later. sagitt. řezu embryem 15
obr. 6. Týž 19
obr. 7. Příčný, (šikmo) stopkou oční při pohárku očním 22
obr. 8. Příčný oběma stopkami očními při stěně mozkové na frontalním průřezu embryem 23
obr. 9., 10. Sagittalní okem při zadním jeho polu 26
obr. 11. ,, stopkou oční při stěně mozkové 27
obr. 12. ,, stopkou oční na přechodu do stěny mozkové (recessus praeopticus) 26
obr. 13. Podélný stopkou oční 30
obr. 14. Příčný čivem zrakovým 35
obr. 15. ,, ,, ,, ...39
obr. 16. ,, ,, ,, ...101
obr. 17. ,, ,, ,, dospělé ryby

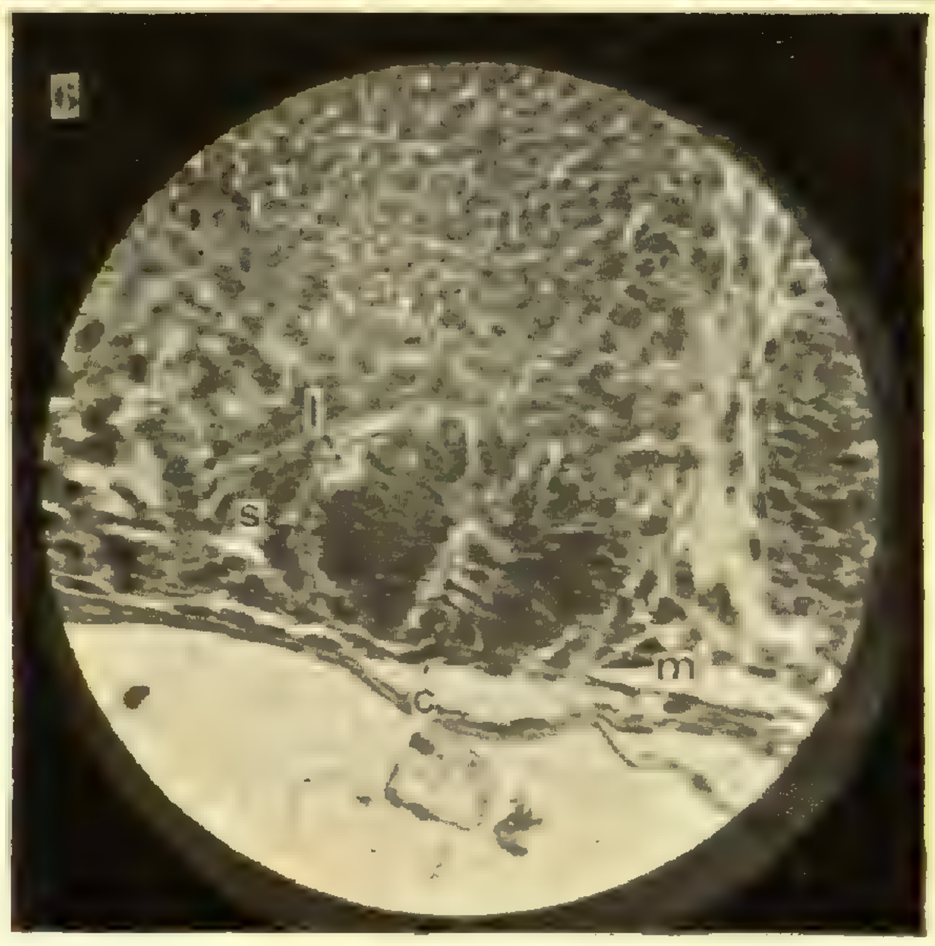

1
o

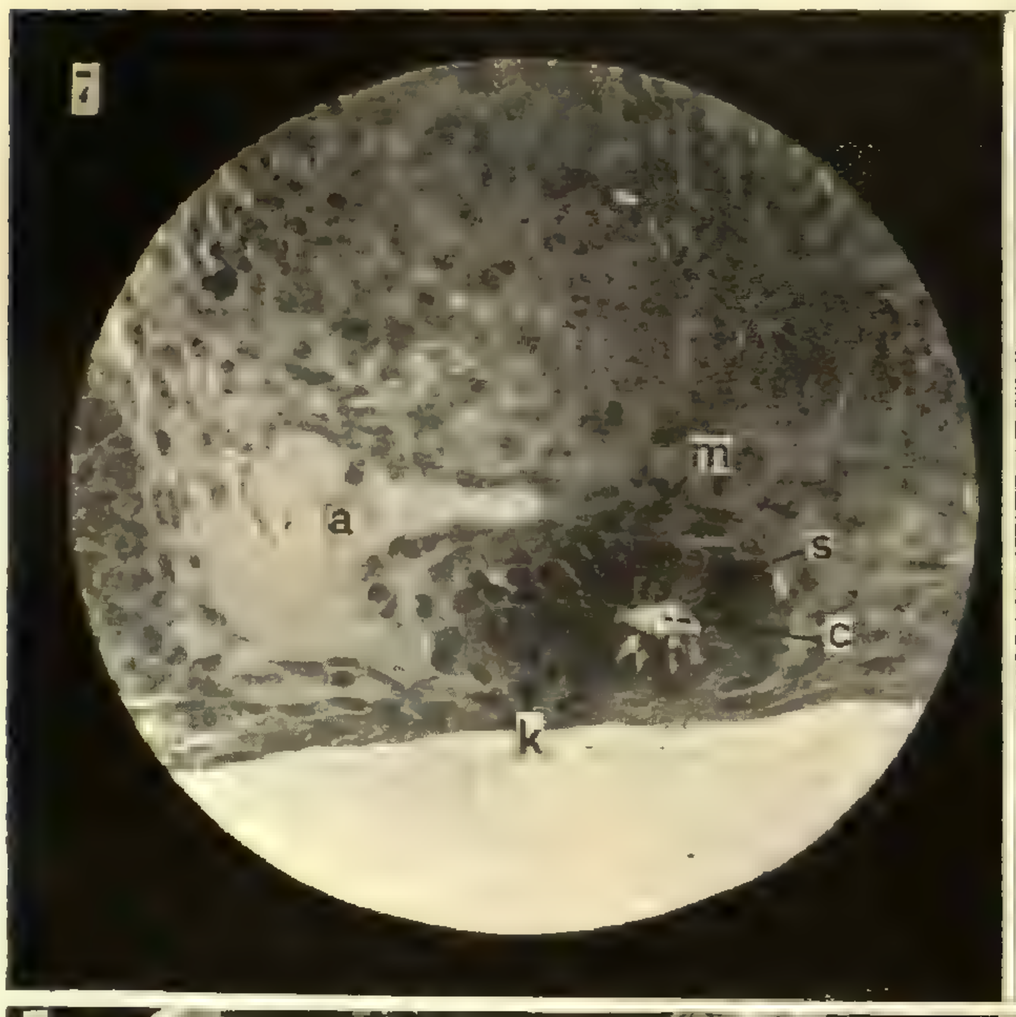

2

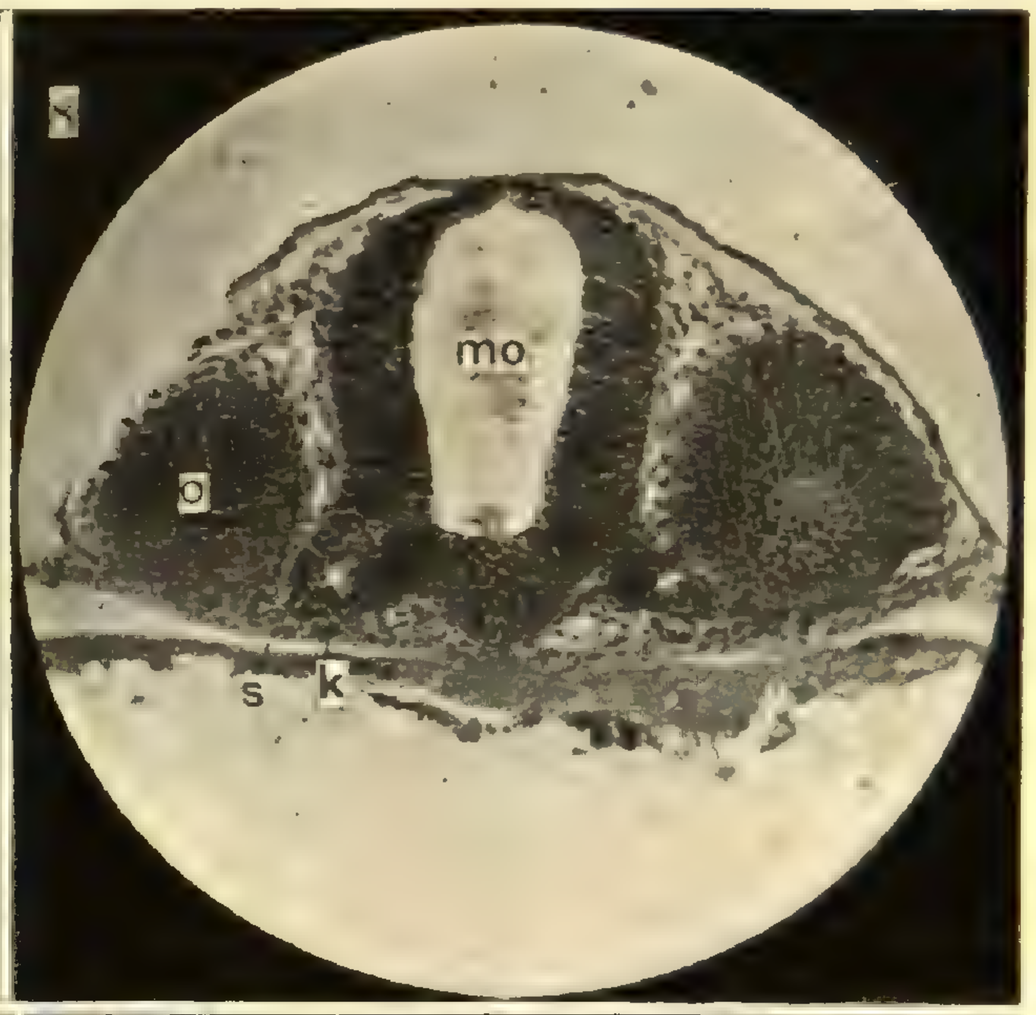

3
s
c
a
o
o


4
m
s
c
d
o
m

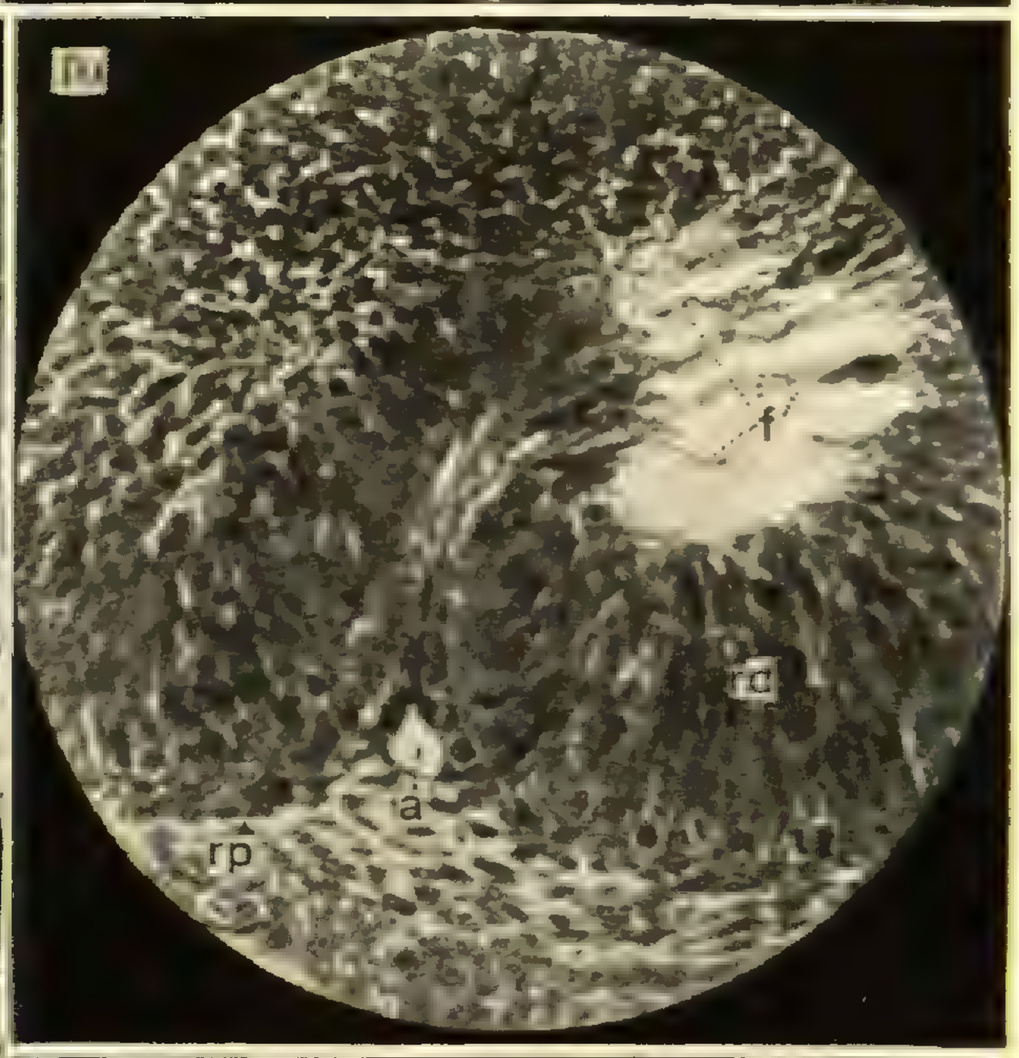

5
l
c
s
l
cm

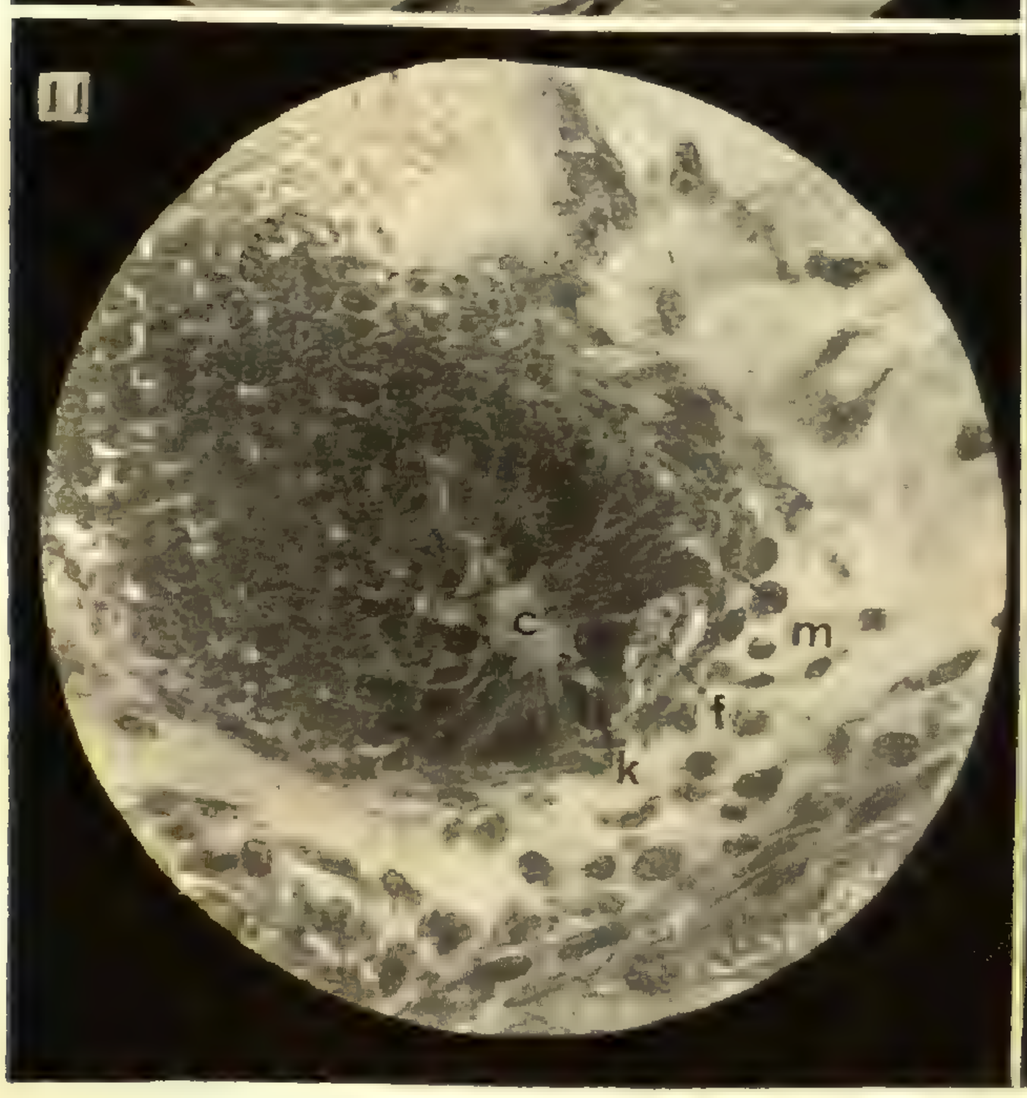

6
l
s
m
c

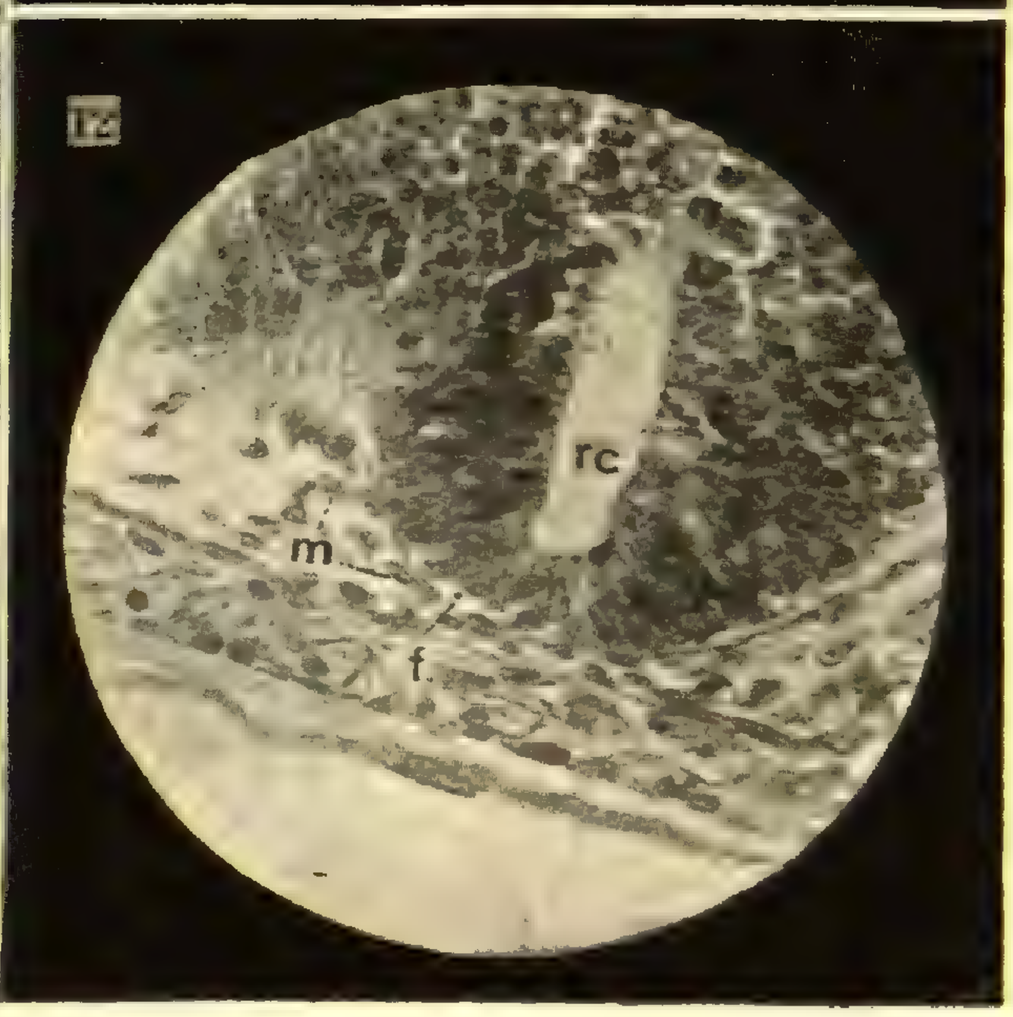

7
m
a
s
c
k


8
mo
o
s
k

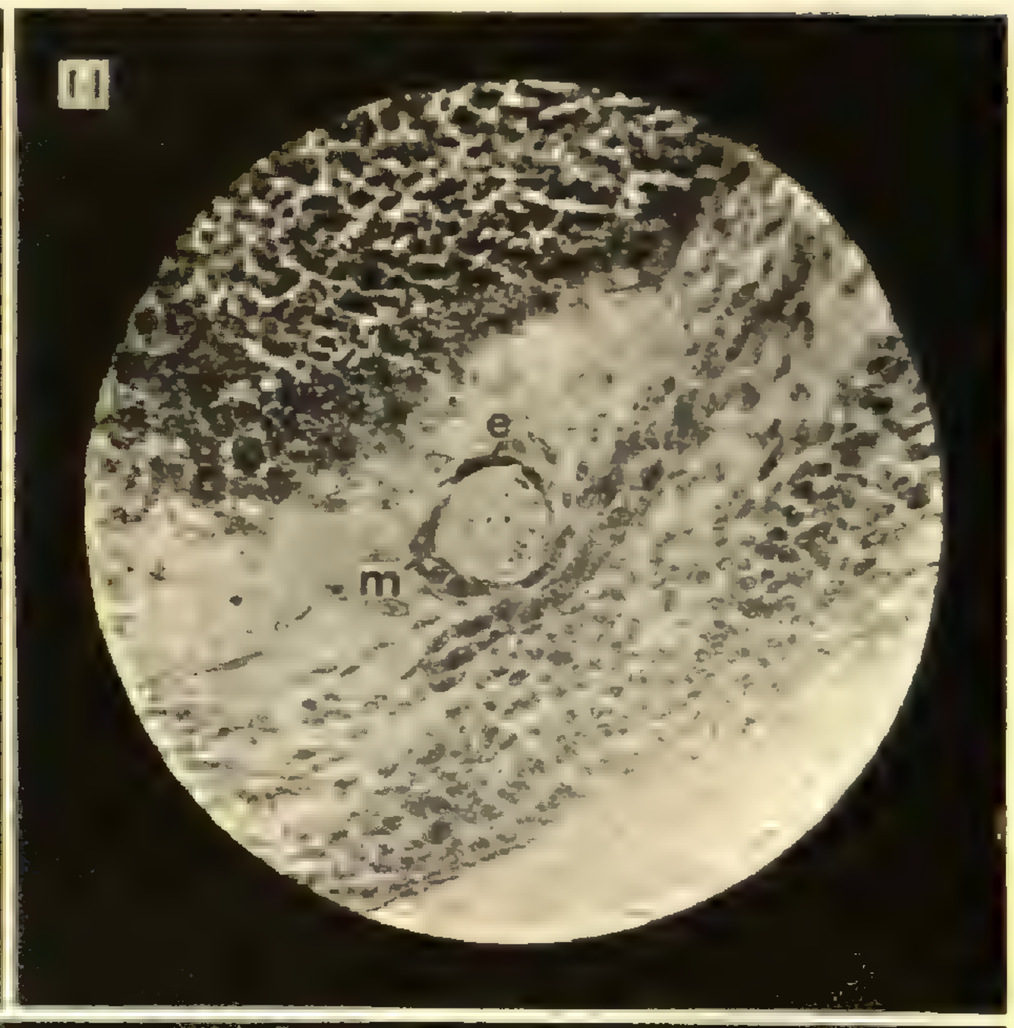
9
rp
rc
f


10
rc
f
a
rp

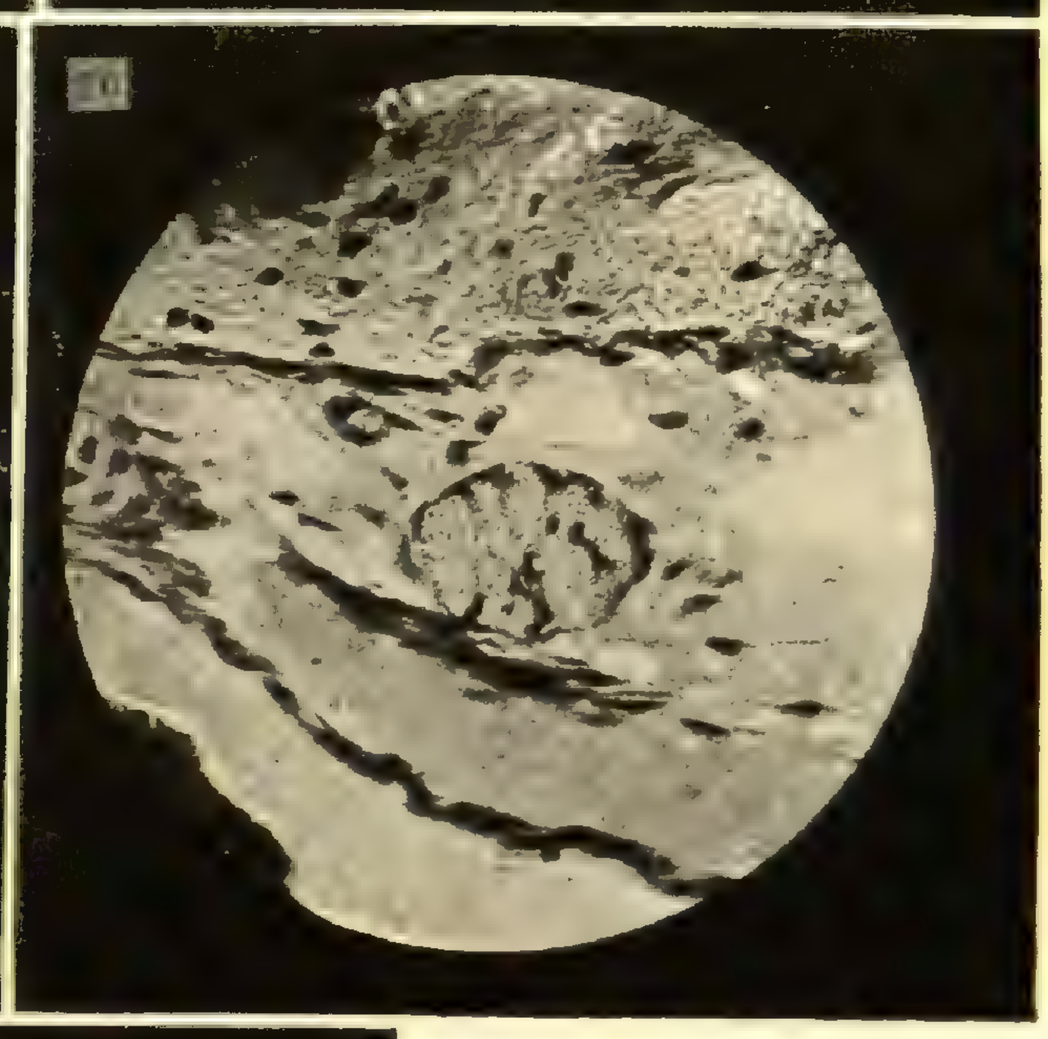

11
c
m
f
k

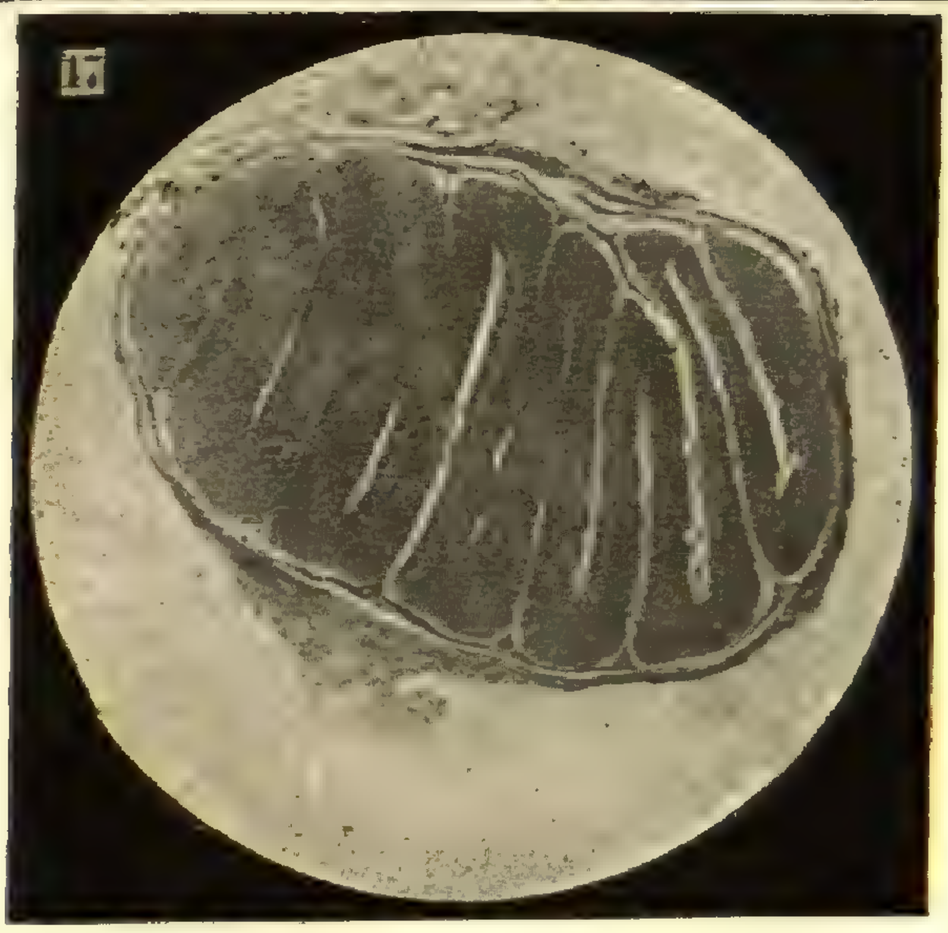

12
rc
m
f

13
s
f
m


11
e
m

15
m


19


17

O vývoji vzájemného prostupu čivů zrakových u ptáků.

Napsal

Prof. Dr. J. Deyl.

Se 7 tabulkami.

Předloženo dne 21. září 1915.

Předsevzal jsem tato embryologická pátrání u embryí ptačích, jako dříve u zárodků rybích, co přípravu ku vysvětlení částečného křížení se vláken zrakových u člověka.

Zprávy o tom, jakým způsobem povstává skřížení se vláken čivů zrakových nejen u člověka nýbrž u obratlovců vůbec, jsou dosud sporé, povšechné a neurčité. Příčina spočívá as v nesnadnosti embryologického vyšetřování.

Mihalkovicz (1) (str. 79—80) tvrdí, že u zárodků kuřecích vytvoří se *nejprv* trámce zrakové v zadním oddílu recessu optického v zadním jeho záhybu; poněvadž dno mezimozku jest v té době člunkovité, musela by vlákna zraková učiniti na dráze do čivu zrakového téže strany ostrý ohyb, volí tudíž, spějíce ku spodině, přímočárný směr ku druhé opačné straně mozkové; k tomu podotýká nejednou, že v této době jest stopka oční dosud dutá a *úplně* epitheliální, bez vláken zrakových. Tohoto pozorování použil, jak známo, Mihalkovicz proti W. Müllerovi za důkaz, že vlákna zraková povstávají *v mozku* a rostou do stopky oční směrem *centrifugalním*. Toto mínění bylo později vyzcela vyvráceno; nyní jest již přesně dokázáno, že vlákna zraková vyrůstají ze sítnice *centripetalně* ku mozku; embryologické potvrzení podáno bylo ve známých pracích u embryí malých ssavců, selachií, amfibií, ptáků a u kostnatých ryb, k čemuž jsem také podal příspěvek v Rozpravách České Akademie (2), předloživ důkaz, že u zárodků šíha (Coregenus marena)

do 26. a 27. vývojového dne vlákna zraková nalézají se, v různé dálce od oka, dosud ve stopce oční a že chiasma povstává teprv as ve 28. dnu po oplození (3).

M. Nußbaum (4) pronáší v bystré úvaze následující domněnku. „Buničky stopky oční, které jsou zpočátku urovnány jako epithel kolem centrálního kanálku, rozmnožujíce se, ukládají se co dělící tkaň mezi jednotlivé svazečky vláken nervových. Poněvadž u ssavců děje se to dříve než u jiných obratlovců — zvlášť u kostnatých ryb jest tento rozdíl v oči bijící — lze *snad* tím vysvětliti různost křížení se v chiasmě, které se uskutečňuje u ssavců po jednotlivých svazečcích, u kostnatých ryb pak in toto.“ Tím ovšem není ani z daleka naznačeno, jakým způsobem skříženi se vláken neb svazečků jich nastává. U ryb kostnatých pak není vůbec, jak jsem dokázal, v době tvoření se chiasmatu, nějaké dělící tkaně buněčné (2. 3.).

Pokusil jsem se, rozřešiti tuto otázku nejprv na hotových embryologických, seriových řezech u nejrůznějších embryí i embryí lidských, jež mi slov. kollega Prof. Janošík ze své četné sbírky ke studiu propůjčil, začež mu vyslovuji oddané díky. Embrya však rozřezána byla dle nejúčelnějšího způsobu k vůli studiu jiných ústrojů, jak obvykle, na frontální řezy, z kterých naprosto nelze nalézti porozumění o křížení se v chiasmatu a j. ve spleti vláken a záhybů na spodině mozkové. Súčastnil jsem se pak při vyšetřování velmi bohatého materiálu, jejž sebral professor Matys za podpory České akademie pro své práce v okulistické embryologii. Byla to zvlášť embrya vodního ptactva z okolí Lomnice u Třeboně, havranů od Vlkavy a menších ptáků (Turdus, Fringilla), jež do laboratoře dodávána byla. Nemoha se vyznati na řezech frontálních, hleděl jsem získati serie přesných řezů sagitálních, při čemž mne velice ochotně podporoval svými cennými zkušenostmi v mikrotomování těchto embryí a barvení jich p. prof. O. Völcker, jemuž upřímné díky vzdávám. Avšak ani tu nebyly poměry skřižování se vláken zrakových v chiasmě u ptáků přesvědčivě pochopitelny, zvláště když roviny řezů v krajině chiasmy při velikosti ptačích očí, ohnutí hlavové části embrya v různých dnech vývojových, nebylo lze přesněji určiti. Chiasma u ptáků složeno jest ze vzájemně se prostupujících, plochých svazků neb tlustých listů, které na průřezu mají podobu skřížených prstů, které jsou co do počtu u různých rodů a čeledí různé. (5.).

Münzer-Singer (6) (str. 11) udávají, že na *podélných* řezech chiasmy nalezli u holubů 4—5 proplétajících se listovitých svazků, u sovy (*Strix ulula*) pouze dva, Michel (7) kreslí však u *Strix noctua* vzájemné prostupování se pěti listů. Proto bylo pro mne předem důležito, abych stopoval vývoj chiasmatu a jeho proplétajících se svazků u embryí jednoho druhu, v postačitelném, vývojovém postupu. Takovouto řadu získal jsem za ochotné podpory p. prof. Völckera u embryí pěnkavy. Fring. G. L. J. H. D. C. B. Podobnou řadu za sebou vybral jsem ze zárodků u ha-

vrana; ku potvrzení nálezů u těchto dvou rodů hodila se zase často embrya jiných ptáků, rozřezaných jak frontálně tak sagittálně. Jest pochopitelno, že poměrně často byly zárodky při donášení a zasílání při nejlepší snaze, aby se tomu předešlo, odumřelé, tak že tkaň jejich hůře se barvila a vyšetřování dosti sklamání způsobilo.

Bylo by však přece bývalo téměř nemožno, vyznati se ve spleti vláken v krajině chiasmatu, kdybych byl před tím nezabýval se prozkoumáním vývoje jednoduchého křížení se čivů zrakových u kostnatých ryb (3). *U těchto schází, jak jsem dokázal* (2), *v čivu zrakovém glia*, ač se u nich v literatuře dosud vesměs popisuje jako buničné a vláknité útvary velmi různé.

U ptáků povstává velmi brzo v původní, čistě epitheliální době duté stopky oční velmi pozoruhodná změna. Také u ptáků vznikají vlákna čivu zrakového v sítnici u zadního polu oka — nejprv v kaudalní polovině bulbu a shrnují se v krčku pohárku očního do podelné štěrbiny a vnikají ventralně neb ventrokaudalně do stěny duté, epithelové stopky oční, jejíž dutina jest tu na přechodu do pohárku očního, rovněž piškotovitá a vstupují též do rostralní části stěny stopečné. V této době má čočka oční ještě širokou poloměsíčitou dutinu, na povrchu obloukovitou epithelialní stěnu, vzadu (proximalně) ovalní, hutný shluk vláknitých buněk.

Ventrokaudalně, tam, kde vnikají první vlákénka čivová, povstává v epitheliích stopkových a to na periferii jako obloučkový srpek, vybledlnutí části protoplasmatu T IV obr. 17. 18., které se méně barví a jest bez jader, avšak nepovstává tu *prázdný* srpovitý prostor ve stopce u pochvy, jak u ryb, nýbrž zbývají tu od osy stopkové na příč výběžky zbylých buněk epithelialních -g- (T. I. O. 1—6) jako trámečky, kolmo na délku stopky rozložené, jež usazují se na periferii stopky této světlejší části, patkovitě na zevní hraniční blance, jinými slovy vytvoří se ve stopce na obvodu, ventrokaudalně hojná trámčina a nepravidelně mřížkované prostory, v nichž objeví se tečkovité, mnohem jemnější než u kostnatých ryb, průřezy vlákének čivových (T. I., obr. 1., 3., 5., IV 17., 18., 19., 21. f.); vzájemného poměru těchto vlákének a protoplasmatu buněk epithelialních se nedotýkám, vlákénka tato (jich průřezy) jsou stěží viditelna a často uložena při trámečkovitých výběžcích gliových; ostatní část stopky kolem centralního kanálku, kde nalézají se četné mitosy, jest čistě epithelialní (obr. 17., 18., 19., 20.).

Jiný pozoruhodný, ano nápadný rozdíl stopky oční u ptáků a u ryb jeví se na přechodu stopky do stěny mozkové a jejího kanálku do žlábku očního (r. c. = recessus praeopticus). V z a d n í (h y p o p h y s a r n í, k a u d a l n í) m o h u t n é s t ě n ě ž l á b k u, j e n ž j a k o u r y b v y s t u p u j e d o r s a l n ě s k o r o k o l m o d o v ý š e, n a l é z á s e v a l, h r b o l (T. III. obr. 16. z., T. VI. obr. 23. -z- T I obr. 6. T. II. obr. 7. 8. z.), jako záhyb stěny mozkové, složený z pravidelných řad buněk epithelialních

(T. viz ep.). Vnitřní hranice dutiny mozkové se tu prohýbá nad žlábkem očním. Tohoto nápadného, hrbolovitého (na sagittalním průřezu) útvaru v zadní, kolmé stěně divertikule (recessu) očního u ryb není (3). Postupujeme-li v sagittalních řezech se strany laterální, od oka k mozku (T I., II. obr. 1. až 10.), přesvědčíme se, minuvše příčný průřez kanálku stopkového T. I. obr. 1.—6. -c- a pak dále ústí jeho do recessu optického T. II. 7. a pokračujíce dále dorsalním hrbolem -z- v zadní stěně, že tento hrbol postupuje stále v řezech směrem centripetálním až do krajiny chiasmatu, kde se pozvolna stěna bunečná snižuje (T. II. obr. 8. a 9.) a zároveň ventrálně (ku spodině) sklání. Jest tedy stěna mozková lateralně od středu mozku stluštělá -z-. Tam, kde ústí kanálek duté stopky do žlábku očního (r. c.) a dorsalně nalézá se svrchu popsaný buněčný hrbol -z- T. II., obr. 7., 8., na průřezu, — ve skutečnosti jest to postranní část stluštělé buněčné stěny mozkové, — tam vroste s jedné strany ventralně ze stopky budoucí čiv zrakový -o- a vytvoří pod hrbolem, z části i v něm počátek prstovitých, vláknitý listů čivu zrakového, v hrbolu pak samém T. II. obr. 9. ch. budou končiti vláknité listy co tractus opticus čivu druhé strany. Nejobtížnějším předmětem vyšetřování bylo, jakým způsobem se děje postup prstovitých provazců na vzájem s jedné a s druhé strany.

Nesnadné bylo určení vývojového období u zárodků, které donášeny neb zasílány byly do laboratoře; jinak bylo by tomu ovšem u embryí domácích ptáků, které lze po oplození pravidelně dle postupu času ku vyšetření vybírati. Ani obvyklého způsobu záznamu o postupu vývojovém dle počtu mesoblastomytů nebylo lze užiti, neboť z praktických důvodů mikrotomovány byly jen hlavové části embryí. Ukázalo se též, že odhadování stáří zárodku po oplození dle vývoje čočky by nevedlo ku přesvědčivému rozlišení různých vývojových stadií, neboť v té době, kdy vlákna zraková ještě nedosáhla skřížení se a pak, kdy již křížení se jich započalo, má čočka stále ještě dutinku mezi přední, distalní a zadní, proximalní, již vláknitou částí, která jest u staršího embrya jen o něco mohutnější, což však ku přesnému rozpoznání vývojového období nestačí.

Přesvědčil jsem se, že lze, ovšem jen přibližně, odhadnouti vzájemný poměr vývoje co do pokročilosti v době vytváření se chiasmatu dle velikosti části hlavové, kterou lze měřiti přímo na řezech sagittalních od rostrálního polu hemisphaery ku povrchu krčního ohybu. U zárodků pěnkavích vytváří se chiasma při velikosti hlavové části od 4—6 *mm* délky. Postup lze také odhadnouti dle doby, kdy se objeví a prohlubuje saccus infundibuli. Dosti dobře lze sledovati postup vývoje dle té části stopky oční, v niž vnikají vlákénka zraková.

Nejmladší stadium týkalo se embrya, jehož hlavová část měla délku ne zcela 4 *mm*. Tu viděti jest ve stopce oční úzký, srpkovitý, známý, ventralní úsek na obvodu stopky (T. IV. obr. 17., 18.), později u dalšího stadia šíření se jeho směrem ku ose ku centralnímu kanálku (T. I. obr. 1., ... 6., T. IV. 19. a V. 20.), jenž jest pak i s této ventralní strany ještě obklíčen

jednou neb dvěma řadami epithelií, paprskovitě urovnaných, při čemž ostatní část stopky, zvlášť celá dorsalní polovina, jest rovněž dosud čistě epithelialní.

U nejmladšího z vyšetřovaných (Fring. G.) stadií embryonalních, jehož délka hlavové části jest as 4 *mm*, vyskytl se, jak již svrchu uvedeno bylo (obr. 17., 18.), ventrokaudalně ve stopce oční světlý úzce poloměsíčitý proužek, v němž nalézala se na příč — ku periferii, gliová vlákna -g-, jako sklípkovitá tkaň a v mezerách jejich vlákénka zraková -f-; týž útvar postupuje ve stopce, jsa čím dále o něco užší, než u bulbu, ventrokaudalně ve stěně žlábku zrakového. V tomto období prodlužuje se — v krajině žlábku očního a v krajině hrbolovité stěny mozkové až do krajiny chiasmatu — ventralní část protoplasmatu buněk epithelialních, tak že povstává při hraniční bláně *široký lem* bez jader (T. V. obr. 20. v.). V této době jest u oka stopka oční ještě široce dutá, tak že příčný průřez centralního kanálku stopkového jest obklíčen poměrně úzkým, tenkým věnečkem epithelialních buněk; v krajině budoucího chiasmatu zůstávají tak jako ve stopce, T. I. obr. 1.—6. jen trámcovité výběžky, jdoucí od vrstev buničných na povrch (spodinu) ku hraniční blance, takže pod vrstvami epithelovými vytváří se mřížkovaná tkaň T. V. obr. 21. v.; prostory tyto určeny jsou pro postup vláken zrakových. Budiž již předem řečeno, že v dalším vývoji tato trámcovitá vlákna se prodlužují T. II. obr. 9—12. a tvoří jednak okénkové mezery pro svazečky optické, jednak objímají zcela jako pouzdro budoucí chiasma. (Viz T. V. obr. 21. T. VI. 24. a T. VII. 25. v.) Poněvadž při vývoji dno dutiny mozkové se tu vyzvedá obloukovitě do výše, kterýžto oblouk zcela mediarně se opět mělce dolů prohýbá, budou v pozdějších stadiích vlákna od krajiny obou stopek směrem ku středu míti polohu šikmo lateromedialně ventralní, ve středu pak dorsoventralní (T. III. obr. 14. v.). Tato vlákna a mohutné výběžky mohou činiti dojem křížení se a vzbuditi zdání, že jedná se o centrifugalní vlákna pro čiv zrakový, která jsou tu možna. Vytváří se tudíž v krajině chiasmatu z vláken gliových -g-, -v-, nejprv jako voštinovitá tkaň, jejíž mezery mají velikost asi buněk epithelialních, později prodlužují se vlákna uvnitř stěny i ku povrchu jejímu. Postup tento vynikne z popisu dalších stadií.

V onom prvním, nejmladším embryu hypophysa tvořila ještě široký spojující kanál z dutiny lebeční horním patrem do dutiny ústní a po stranách jevila pouze po jednom lalůčku na spodině mozkové, který na sagittalních řezech má podobu věnečku epithelií s centralním otvorem.

V tomto nejmladším stadiu embrya pěnkavího, u něhož nalézala se vlákénka zraková v srpkovitém ventralním oddílu stopkovém (T. IV. obr. 17., 18.), mohl jsem je stopovati z pravého oka až ku řezu, v němž objevil se zároveň první řez postranního lalůčku hypophysy, v levém oku však jen do vzdálenosti osmi řezů od lalůčku hypophysy téže strany. Tím jest — mimochodem řečeno — potvrzen známý již nález A s h e t o n ů v, že vlákna čivu zrakového u ptáků vyrůstají ze sítnice a zároveň mé pozo-

rování u kostnatých ryb (l. c.), že vlákna zraková s obou stran rostou nestejnoměrně, takže mohou dosáhnouti s jedné strany medianní roviny, kde se děje křížení se jich, dříve, než se strany opačné.

Další embryo (Fring. L.), jež mělo délku hlavové části 4 *mm* a u něhož centralní kanál u oka byl rovněž nálevkovitě široký, otevřený i tvar hypophysy byl podobný, jevilo pozoruhodné změny v buničkách zadní stěny žlábku a v hrbolu (*z.*), jakož i v záhybu mezi oběma. Na místě bývalého protoplasmatického lemu při hraniční blance, vysílají nyní epithelové buničky dlouhé výběžky těsně k sobě lnoucí, jako pásky jeden vedle druhého (T. II. obr. 8., T. V. obr. 20 v.); v této kompaktní, z větší části bezjaderné vrstvě, viděti jest jen místy roztroušená jádra, bledší, protáhlejší, jako vystouplá z proximalních vrstev buněk epithelialních, porůznu, na povrchu i v hloubí mezi oněmi páskovitými výběžky. Později tato jádra téměř vymizí a mezi výběžky páskovitými objevují se štěrbiny, směru dorsoventralního (T. V. obr. 21. v.). Mízení jader pozoroval jsem zvlášť u embryí havraních — v praeparatech nalézal jsem jádra tenší, málo se barvící, vyhlodaná, svraštělá a j.

Obrazy ty upomínají na známou v embryologii fysiologickou karyolysu; zdali prostory a mezery mezi vlákny nastávají dříve (v Szily), než vnikají jimi vlákénka zraková neb zároveň, nelze mi na praeparatech mých rozhodovati; lze jen říci, že u onoho nejmladšího, prvního embrya nezdařilo se mi na tomto místě ve voštinovitých přihrádkách a okénkách nalézti vláken zrakových. Také pro moderní výklad (ku př. von Lenhossék) o postupu vláken vrstvami buněčnými, jest nesnadno dopátrati se přesvědčivých obrazů. Mohu jenom určitě se vysloviti, že vlákna čivu zrakového nalézají se později v oněch mřížkovaných prostorech ve stopce (T. I. obr. 5.), v zadní stěně žlábku očního, v hrbolu (T. II. obr. 7.) a v krajině chiasmatu (T. II. obr. 10., 12., T. V. obr. 21.).

U embrya (Fring. L.) jest v sagittalním řezu zastižena hypophysa na 20 řezech, na těchto jest její vakovitý, patrový kanal do dutiny ústní — tudíž as střed spodiny lebeční, viděti na 8.—12. řezu — chiasma jest prořízнuto poněkud šikmo (T. II. obr. 9., 10.); poněvadž vlákna zraková mění směr svůj od chiasmatu ku stopce oční (vlastně od stopky ku chiasmatu), budou na tomto místě zachycena zvlášť šikmo. Vskutku jsem nalezl, že v lateralních řezech chiasmatu prořízнuty jsou mřížkované prostory s vlákny zrakovými co pokračování stopky jedné strany a nad nimi podélněji prořízнutá vlákénka traktu optického, do něhož sledovati lze přechod vláken ze stopky oční druhé strany. Vlákének zrakových jest dosud velmi málo (T. II. obr. 10.). U tohoto embrya jest saccus infundibuli sotva naznačen nad řezy hypophysy od 7.—10. řezu (hypophysy).

U dalšího embrya (Fring. J.), jehož hlavová část byla rovněž as 4 *mm*, nalézal se průřez sacci infundibuli na 6 řezech — od 8. do 14. řezu zároveň s hypophysou, která byla na 19 řezech, kanál její patrový na 8.—11. z nich; chiasma zasaženo bylo od 8.—12. řezu hypophysy. Chiasma

obsahovalo skupinky průřezů vláken a svazečků čivův zrakových, jež nebylo lze rozlišiti, která z nich náleží jednomu či druhému čivu zrakovému (vlastně stopce) (T. II. obr. 12.). U sedmého řezu, jenž obsahuje hypophysu se strany levé, zachyceny však jsou šikmo svazečky vláken čivu zrakového (viz T. II. obr. 11.); nelze však ani stopováním bezvadné řady řezů za sebou rozpoznati, jedná-li se o prostup vláken čivu zrakového s jedné a trámce zrakového co pokračování čivu zrakového druhé strany.

Zcela přesvědčivě působí však prozkoumání jiné serie řezů, na něž v souvislé řadě rozčleněno bylo embryo (Fring. H.) poněkud větší, jehož část hlavová měla délku $4\frac{1}{2}$ *mm*. Zcela zřetelně rozeznati lze příčně prořízнutá vlákénka zraková v čivu jedné strany a nad nimi podélněji ležící vlákna trámce optického, jež lze sledovati přes křížení se do stopky čivu zrakového opačné strany. (T. III. obr. 15. o. t.).

K vůli přesnějšímu určení zaznamenávám některé další známky tohoto embrya (Fring. H.).

Vlákénka čivu zrakového počínají u zadního polu oka v sítnici ve větším množství v polovině kaudalní, jako u předešlých embryí (G. L. J.); též ústí kanálku při oku jest poměrně velmi široké, nálevkovité, na průřezu stopkou oční viděti jest, že vlákna zraková probíhají nejen ve známém poloměsíčitém, gliovou tkaní prostouplém ventralním okrsku, nýbrž že tento se rozšířil dorsalně v cípy a to ve větší míře na straně rostralní, kde jest cíp obsahující vlákna vyšší a širší; čím dále k mozku, tím více se část stopky, obsahující vlákna zraková, úží, leží pak jen ventralně; ve stěně mozkové jest průřez okrouhlý, o čtyry řezy dále mění se — patrně v ohybu — na průřez ovalní, tak že vlákna optická jsou prořízнuta poněkud podélně a tvoří krátké, křivolaké svazečky. Po dvou dalších (centripetalně) řezech sklání se zadní stěna žlábku očního (žlábek jest plošší) po rozsah šesti řezů, kde objeví se též první lateralní část hypophysy. Po dalších 4 řezech, jež od okraje hypophysy postupují, objeví se ve dvou řezech zároveň průřez vláken čivu -o- a traktu optického -t- (T. III. obr. 15.), na to přicházejí skupiny kolmo prořízнutých svazečků optických a vláken gliových nad středem hypophysy, jejíž patrový kanál jest po délce zasažen — obé ve 4 řezech, načež objeví se ve 3 řezech již opačné strany opět traktus opticus podélně vláknitý, do něhož přešla ze předcházejících skupin vláknina postupujícího sem čivu a pod tímto průřez vláken druhého opačného čivu zrakového.

Hypophysa zaujímá 19. saccus infundibuli 6 řezů.

Kříží se tudíž první vlákna zraková už v době, kdy ve stopce zaujímala nepatrný proužek na její straně ventrokaudalní, jako u kostnatých ryb (l. c.); i lze pak učiniti závěr, že také u ptáků ten svazeček optických vláken té strany, z které vyrůstal rychleji (viz Fring G.) od oka ku mozku, zaujme určené místo v trámčině na basi mozkové dříve, setkávaje se tu již s druhými, pozvolnějšími strany opačné a tento druhý svazek čivu opačného nutně volí pak dráhu svou mřížkami nad ním a dospívá tak co první

část trámce na opačnou stranu štěrbinovitými, gliovými prostorami hrbolovitě stluštělé stěny (-z-) — do budoucího zakončení prstovitého traktu optického, *jehož první prstovitou část tím vytváří, což rychleji postupující vlákna rovněž učinila.*

Získati, jako u ryb, takový počet embryí ptačích, ne domácích, aby se mohlo na zdařilých seriích dokázati, že vlákénka jedné strany sahají v jistém stadiu dále centripetalně, než se strany druhé, aneb že na jedné straně chybí ještě tractus, t. j. že vlákna s druhé strany dosud nedorostla, není ovšem snadné. Bylo by záhodno u embryí ptačích barviti vlákénka zraková, příliš jemná, sporá a ve spleti gliové tkaně málo zřetelná, jinou methodou, aby určitěji vynikla. Jak jsem svrchu zaznamenal, zdařilo se mi dosud pouze u jediného embrya (Fr. G.) dokázati, že vlákna zraková rostou nestejnoměrně s obou stran a pak teprv se asi jako u ryb překříží. Tento závěr potvrzuje sledování dalších stadií, v nichž viděti lze jak na příčných tak na podélných řezech, povstávání dalších svazečků vláken zrakových v obou stopkách očních.

K tomu cíli jest však na místě, popsati ještě další změny, které velmi brzo nastávají v oné části stopky oční, do níž nejprvé vrůstají vlákénka zraková ze sítnice.

Jak jsem u prvního, nejmladšího embrya ptačího, jehož jsem za východiště použil, popsal, jsou stopky oční plně buněčné, vyjímaje ventrokaudalní světlejší proužek, v embryologii oční vůbec zcela známý. V této době jest kanálek stopkový — lumen — obklíčen čistě epithelovými, buničkami (T. IV. obr. 17. a 18.), jak již Mihalkovicz (l. c.) a j. výslovně podotýká. Tu objeví se na hranici (T. IV. obr. 17. -g-) této epithelialní obruby — v ní a při ní často již v okraji onoho ventralního proužku, sporá jádra (T. IV. obr. 19., T. V. 20 -g-.) — 1—2—3 na jednom příčném průřezu stopkou —; jádra tato jsou bledší, jemně zrnitá, spíš ovalnější než protáhlá jádra epithelií. Svou polohou liší se patrně od těsně paprskovitě uložených řad epithelialních, mívají delší osu po délce stopky, kdežto delší osa epithelií stopkových kolem kanálku jest na příč, paprskovitě stopkou, kolmo na podélnou osu její. Později seskupí se tyto buničky v podélnou řadu i dvojřadí a mezi tímto, ve stopce podélným, proužkem buničným a zbytkem buněk epithelialních u kanálku vystupuje nové bledší místo na příčném průřezu stopkou (obr. 1.—6., 19.); tato jest pak složena z dorsalních dvou třetin dosud epithelialně buněčných, objímajících centralní kanálek, a as ze třetiny ventralní (ev. ventrokaudalní), kde jsou dva světlejší proužky, t. j. známý prvotní, při periferii a druhý blíže středu stopky; mezi oběma leží buničky (-g-) (T. IV. obr. 19.), jak patrno, gliové, jichž výběžky tvoří i v novém proužku s výběžky centralních buněk nepravidelné mřížoví, jímž vrůstají nová vlákénka zraková co svazeček druhý, směrem ku žlábku zrakovému. Na ohybu, ku krajině chiasmové, vidíme pak bývalý první svazeček vláken čivových ventralně při povrchu, ve

stěně žlábku a pod hrbolem buněčným a druhý dorsalněji, mezi nimi pak podélnou řadu buněk gliových (T. II. obr. 7.). Jak patrno z původního stadia, prostupovaly výběžky buněk gliových stopku — budoucí čiv — *na příč*, kolmo na osu, usazujíce se patkovitě na zevní hraniční blánu a nyní druhý počet buněk ukládá se podélně s osou čivovou, jest to počátek buněčných řad, oněch známých sloupků (T. III. obr. 14., g.), v něž rozčleněn jest dospělý čiv zrakový (Kernsäulen). Ač by bylo studium této měnivé tkaně gliové u ptáků velmi zajímavým předmětem bádání, nestopoval jsem v této práci vývoj a další souvislost její podrobně, neboť jednalo se vlastně jen o to, jak povstává druhý, třetí a další, prstovitě se proplétající, listovitý svazek chiasmy u ptáků.

S největší pravděpodobností lze tvrditi, že tento druhý, ve stopce centralnější svazeček, oddělený od prvního řadami buněk gliových, dospěje právě tak jako první svazek téhož nervu, z těchže dosud neznámých příčin, dříve ku středu chiasmy, tak že druhý svazek opačného čivu klade se pak opět přes něho, jak jsem svrchu popsal. Lze tedy očekávati období, kde budou s *jedné* strany vidlicovitě směrem ku chiasmě, *dva* svazečky a s opačné strany jen onen *prvotní, dosud jediný*, jako by do vidlice prvého vstupující; snad zachytí se u tohoto i počátek teprv dorůstajícího čtvrtého svazečku jako původ druhého ramene vidlice nervu zrakového opačné strany, jenž vyrůstá pomaleji. Jest pochopitelno, že na přibližně medialním, sagittalním řezu budou jemné svazečky tyto protnuty kolmo na svůj průběh co různé skupinky ve mřížoví gliovém; o jich vztahu nelze se tu však na serii ani Bornovou methodou s plnou určitostí přesvědčiti; spíše nalézti lze obrazy, které potvrzují svrchu uvedený výklad, na ohybu žlábku zrakového do vlastní krajiny chiasmové. Na obraze viděti jest ku př. dva, tři útlé svazečky vláken v okénkovité tkani gliové (T. II. obr. 11.); postoupí-li sagittalní řezy další směrem lateromedialním od stopek očních a ohybu jejich, kde jdou více neb méně šikmo na vlákna zraková, budou ony jemné svazečky s obou stran se sbíhající, ku křížení se a v něm, zároveň s průřezy mřížkových prostorů vláken tkaně gliové, profaty kolmo (T. II. obr. 12. -ch-); tím povstanou nyní skupinky tečkovité v řadách rostrokaudalně delších, v nichž nelze se však vyznati, které z nich náleží optickým vláknům strany jedné a které vláknům strany opačné.

Teprv, když vlákna zraková, tvořící jeden svazek, jsou četnější, lze stranu jich určitě rozeznati (T. III. obr. 15 o. t.); v této době objevuje se ještě jiný znak, jímž vyniká pak určitě svazek čivu zrakového co takový jak před skřížením, tak i medialně ve vlastním skřížení se s obou stran. Jest potřebí však míti se na pozoru u výkladu řezů při ohybu stopky — kde probíhá rozdělující se čiv zrakový jedné strany a kde zároveň do této vidlice jeho vstupují svazky trámce zrakového druhé strany ku př. jako skřížené dva a dva prsty Fring D. T. V. obr. 22; jde-li řez na tomto místě zcela lateralně (od středu chiasmy), poněkud šikmo, mohl

by zachytiti pouze dva ze 4 skřížených svazků; ovšem v následujícím řezu objeví se pak všecky čtyry průřezy všech čtyř svazků, po dvou z každé strany. Známku, jež je zvlášť činí zřetelnými, skytají podélné ony řady rozmnožených nyní jader gliových a jejich tuhých vláknitých výběžků (T. III. obr. 14. g, T. V. 22 -g-, T. VII. 25. dole). Je-li pak chiasma čtyr svazků (T. V. obr. 22.) prořízнuto sagittalně, avšak poněkud šikmo, budou dva prstovité listy na jedné straně se jeviti v průřezu podélném, s podélnými řadami jader -g- — jako četnými jádry pruhovaná vidlice —, svazky pak s druhé strany budou viděny na příčném průřezu (kolmém neb kolmějším na jich podélný směr) jako políčka, tvoříce vidlici mřížkovanou se sporými gliovými jádry, vsunutou do první, která přichází s opačné strany. Pokud však, jak již uvedeno bylo, nedosáhnou vlákna optická většího počtu a průřezy jich znatelny jsou jen co tečkovité útvary a to ještě jen při silných zvětšeních a při pohybu mikrometrického šroubu, nelze dosící o vzájemném prostupování jich určité představy. Tečkovité průřezy — jak jsem se již svrchu zmínil —většinou přiléhají ku stěnám a trámečkům okénkovitých průřezů ve ventralní části stopky oční a žlábku zrakového; jest ovšem i tu viděti rozdělení této spodní části a druhého provazce nad ní na okraji (T. V. 21) oblasti chiasmové jakož i průřezy mřížkovaných otvorů za nimi (T. II. obr. 10.), které chovají již průřezy vlákének čivu strany opačné, vlastně traktu optického, ale vzájemného poměru prostupu jich lze se jen dohadovati.

Bylo by zajímavo, rozřešiti, zdali okénka ve tkani gliové jsou pro prostup vláken čivových již předem připravena, zdali snad dříve vymízí jisté trámečky za účelem skřížení se rozmnožených vláken; to však zabíhá již do studia histogenese, jíž jsem se v těchto pracích nezabýval a jež by vyžadovala snad jiné methody v konservaci a obarvení vláken čivových a gliových.

Sledoval jsem jen postup vláken zrakových ku chiasmatu u ptáků, jako dříve u ryb, a nalezl, že skříží se nejprv po jednom svazečku s jedné a s druhé strany, pak opět po jednom s prvé a s opačné strany, tak že na průřezu chiasmatu viděti lze čtyry prstovitě prostouplé svazky. Další přibývání nových (Fring. A. C. B.) křížících se svazků do 6, 8, 10 až 12, t. j. s každé strany po 3, 4, 5, 6 střídavých vláknitých lupenů (T. VI. obr. 24., T. VII. obr. 25. 26.) až do doby úplného vývoje, děje se podobným způsobem. Od počátečních období, kdy vytváří se chiasma, až do těchto stadií, jež podobají se již dospělému tvaru, lze sledovati, že dlouhé výběžky gliových buněk ze stěny mozkové jednak objímají chiasma jako pouzdro, jednak vnikají mezi jednotlivé listy jeho, zvlášť v krajině trámců zrakových (T. V. obr. 21., T. VII. obr. 25. v.).

Optická vlákna ve stopce oční vyplňují nejprv, počínajíce od strany ventrokaudalní, pozvolna celou tloušťku stopky směrem dorsalním, vyšinujíce, jak známo, u ptáků i jiných obratlovců, centralní lumen ku dorsalnímu okraji stopky oční. Jako vytvořila se gliová řada buněk mez původním,

ventralním, prvním svazečkem a druhým, blíže u osy probíhajícím, což vedilo ku skřížení se dvou vidlic nervových v chiasmatu, tak povstanou nové řady gliových buněk po délce čivu zrakového co pruhy nad sebou probíhající (T. VII., obr. 25. dole v obraze) a nové provazce vláken zrakových; tyto provazce jsou později na příčném průřezu čivu zrakového zřetelně znatelny a odděleny na vzájem dosti pravidelně, jako tuhými vlákny, jichž směr prostupuje čiv od strany asi ventralní (v nejpozdějších stadiích kaudoventralní ba skoro kaudalní) ku straně dorsalní, dorsorostralní, kde setrvává sešinutý štěrbinovitý průřez bývalého centralního kanálku stopkového; štěrbinu tuto, která u starších zárodků jest na průřezu čivu co úzký, srpkovitý kanál zcela v předu, lze stopovati až do dutiny mozkové v krajině recessu optického, která vzrůstem čivu, traktu a lobu optického se valně již změnila.

Zaznamenati dlužno, že ona původní, ventrokaudolní část oční stopky (T. IV. obr. 17. 18. (čivu zrakového) zůstává po celý další vývoj bez jader gliových a lze ji nalézti u starších embryí co světlý srpovitý pruh v kaudalním povrchu na příčném průřezu čivu zrakového.

Největší počet jader a vláken gliových nalézá se po celý tento další vývoj u vyšinutého kanálku stopkového; nálezy na řezech v postupných stadiích vzbuzují dojem, že další rozmnožování se buněk gliových děje se od buničného obalu původního centralního kanálku. To odpovídá pospisům Seefelderovým (8) (str. 507). Týž badatel upozorňuje ve velmi zajímavé své práci na straně 510, že jádra gliová seřaděna jsou kolem svazečků vláken zrakových kruhovitě neb rourovitě; proto nazývá je spíše rourky jaderné (Kernröhren) oproti známému pojmenování (Kernsäulen) sloupkoví jaderného (Krückmann 9).

Výběžky buněk gliových, zvlášť páskovité v krajině trámců optických a chiasmatu, z počátku se zbarvují eosinem (T. V. obr. 20. 21. v.), později v starších (obr. 22. -v-, 24., 25.) stadiích nabývají vzezření vazivových, ligamentosních pruhů barviva nepřijímajících. Tato vlákna a jádra gliová ve stopce oční, jak již shora uvedeno bylo, od počátku se rozmnožují, zabírajíce pak od původního ventr. proužku celý průřez čivu, tak že ku př. v stadiu, jehož chiasma kresleno jest na obraze 25. a 26. (Fring. C. B.), jest stopka oční zvlášť u oka již zcela prostoupena soustřednými kruhy gliových jader, jichž výběžky dělí čiv na podélné svazečky (obr. 25. dole) i na příčné jemné přehrádky; lumen kanálku stopkového vyšinuto jest do horní třetiny stopky ku straně dorsorostralní a obklíčeno jest rovněž jádry nyní již vzezření spíš jader gliových; jen na dorsalní obrubě centralního kanálku nalézti lze na řezech, které přiléhají ku stěně mozkové, pouze útlý lem zbývajících buněk dosud čistě *epithelialních*.

S pokročilostí vývoje rozmnožují se lalůčky hypophysy. Embryo (Fring. D.), u něhož chiasma tvoří z každé strany vidlici (T. V. obr. 22., mělo délku hlavové části 6 *mm*, laločnatou hypophysu obsahovalo 20 řezů)

saccus infundibuli na 11 řezech, chiasma uloženo bylo před 8.—12. řezem hypophysy, jejíž patrový kanál podélně proťat byl na 11.—13. řezu.

Fring. A., hlavové délky as 7 *mm*. Hypophysa na 23 řezech, saccus inf. na 8.—16. řezem, kanál patrový na 12.—15., trakty a chiasma před 6.—19. řezem hypophysy. U tohoto zárodku setrvává ještě v proximalních řezech stopkou oční býv. centrální kanálek co štěrbinka, obklíčená hojnými jadry gliovými, dorsalně a spíš ještě dorsorostralně, na povrchu stopky.

Fring. C. (T. VII. obr. 25., T. VI. obr. 24.) skytalo podobné poměry; v hlavové části bylo 6·5 *mm*. Rovněž poslední embryo Fring B., jež jsem v sagittalních řezech vyšetřoval — nehledě ku četným seriím frontalně příčným jiných zárodků — se mnoho neodchyluje, jen chiasma (obr. 26.) již se málo liší od tvaru dospělého.

Výsledek.

U embryí ptačích (Fringilla, Corvus, Larus, Turdus) vytváří se v dorsalní části zadní stěny žlábku očního epithelialní naduřenina; na tomto místě leží později nad sebou prstovitě se rozštěpující čiv zrakový a prstovité zakončení trámce zrakového.

V původní epithelialní stopce oční, ve stěně žlábku, v naduřenině její a v epithelialní stěně mozkové v krajině budoucího křížení se čivu zrakových povstává nejprv při ventralním povrchu, na celé této dráze, změna gliová, která vytváří nejprv v tomto úzkém, ventralním pruhu trámčinu s mezerami ve stopce oční a mřížové prostory mezi dlouhými, páskovitými, původně těsně k sobě přiléhajícími vlákny gliovými v zadní stěně žlábku očního, v naduřenině její a v krajině chiasmatu (vesměs ve ventralních vrstvách původních epithelialních buněk stěny mozkové).

V této trámčině ve stopce a mřížových, okénkovitých prostorách ventralně ve stěně žlábku a mozku nalézti lze průřezy vlákének zrakových.

Tato vlákénka postupují ze sítnice nestejnoměrně daleko s obou stran do stopky oční, pak dále do zadní stěny žlábku očního a ku středu budoucího křížení se; budou tudíž vlákna ventralního proužku stopkového jedné strany dříve v medialní čáře chiasmatu, tak že blízká již vlákna opačného oka nutně volí svou dráhu mřížovými mezerami nad prvními, čímž povstává skřížení se jich, po jednom svazku z každé strany.

Gliová tkaň ve stopce vytváří nad oním původním ventralním svazečkem vláken zrakových podélné řady nových jader a mezer, jimiž při dalším rozmnožování se vláken zrakových blíže k ose stopky oční postupují nové svazečky, jež opět týmž způsobem se křížově přerůstají, čímž vzniká v chiasmatě vzájemný prostup svazečků vláken zrakových pod obrazem skřížených prstů.

Literatura.

1. Dr. Victor von Mihalkovicz, Entwickelungsgeschichte des Gehirns. Leipzig. W. Engelmann, 1877.

2. Prof. Deyl, Příspěvek ku vývoji čivu zrakového u kostnatých ryb. Rozpravy České Akademie, 1915.

3. Týž. Embryologické vysvětlení chiasmatu u teleosteí. Rozpravy České Akademie, 1915.

4. M. Nussbaum, Entwickelungsgeschichte des menschl. Auges, Graefe-Saemisch, Handbuch der Augenheilkunde, 2. Aufl. S. 20.

5. Dr. phil. V. Franz, Lehrbuch der vergleichenden mikroskopischen Anatomie „Sehorgan" S. 328.

6. Singer-Münzer, Beiträge zur Kenntnis der Sehnervenkreuzung, Wien, 1888.

7. Dr. Julius Michel: Über Sehnerven-Degeneration und Sehnervenkreuzung. Wiesbaden, 1887. J. F. Bergmann.

8. R. Seefelder, Beiträge zur Histogenese und Histologie der Netzhaut, des Pigmentepithels und des Sehnerven (am Menschen), Albr. v. Graefe's Archiv für Ophth. LXXIII. Bd., 3 H.

9. Krückmann, Über die Entwickelung und Ausbildung der Stützsubstanz im Sehnerven und in der Netzhaut. Klin. Monatsbl. f. Augenhlk. 44. Jhrg., 1906.

10. v. Szily: Über die einleitenden Vorgänge bei der ersten Entstehung der Nervenfasern im Nervus opticus. Alb. v. Gräfe's Archiv für Ophth. B. LXXXI., H. 1.

Vysvětlení obrazů.

Vyjímaje frontalně příčný řez embrya havraního, obr. 14. na T. III., jsou fotografovány vesměs sagittalní řezy zárodků pěnkavy (Fringilla). Kresleny pak při zvětšení Reich. Oc. 4. obj. 7 a.

Značky:

st = stopka oční
c = centralní kanál stopky oční
r.c = žlábek oční, recessus praeopticus
c.p = b. vláknina
ep = ependym
o = opticus, vlákna zraková
g = buničky a výběžky gliové
v = páskové výběžky buněk gliových
ch = chiasma
t = tractus opticus
z = epithelialní naduření zadní stěny žlábku očního
f = průřezy vláken zrakových
j = řez jazykem.

T. I.

Obr. 1.—6. Průřezy stopkou oční od oka až do stěny mozkové, vždy po několika řezech, u embrya Fring. L., u něhož délka hlavové části byla 4 *mm*.

T. II.

Obr. 7.—10. Sagittalni řezy pokračováním zadní stěny žlábku očního (recessus praeopticus) až do krajiny chiasmatu u téhož embrya, ch. na ohybu do chiasmatu.

Obr. 11. Poněkud šikmý sagittalni řez lateralní částí chiasmatu u jiného embrya as téže velikosti (Fring. J.).

Obr. 12. U téhož sagittalní řez chiasmatem.

T. III.

Obr. 14. Frontalní příčný řez proximalní částí chiasmatu u embrya havraního.

Obr. 15. Šikmo sagittalní řez v postranní části chiasmatu (čivem a trámcem).

Obr. 16. Postranní sagittalní řez spodinou mozkovou, lebeční a dutincu ústní u zárodku havraního.

T. IV.

Obr. 17. Řez stopkou oční u nejmladšího zárodku (Fring. G.).
Obr. 18. ,, ,, ,, na přechodu jejím do stěny mozkové.
Obr. 19. , stopkou ,, dalšího stadia (Fring L.).

T. V.

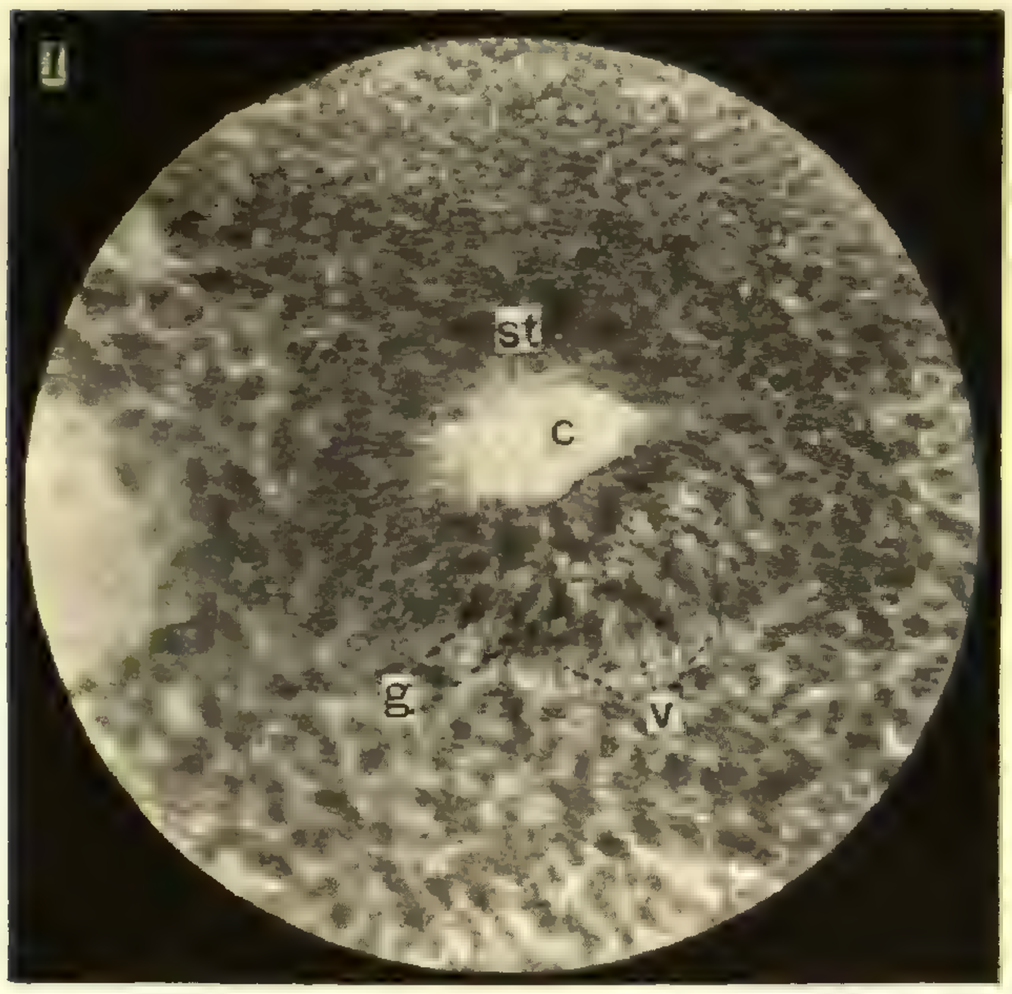
Obr. 20. Řez stopkou oční na přechodu do mozku téhož embrya (Fring. L.)
Obr. 21. ,, chiasmatem.
Obr 22 ,, čivem a trámcem zrakovým dalšího stadia (Fring. D.).

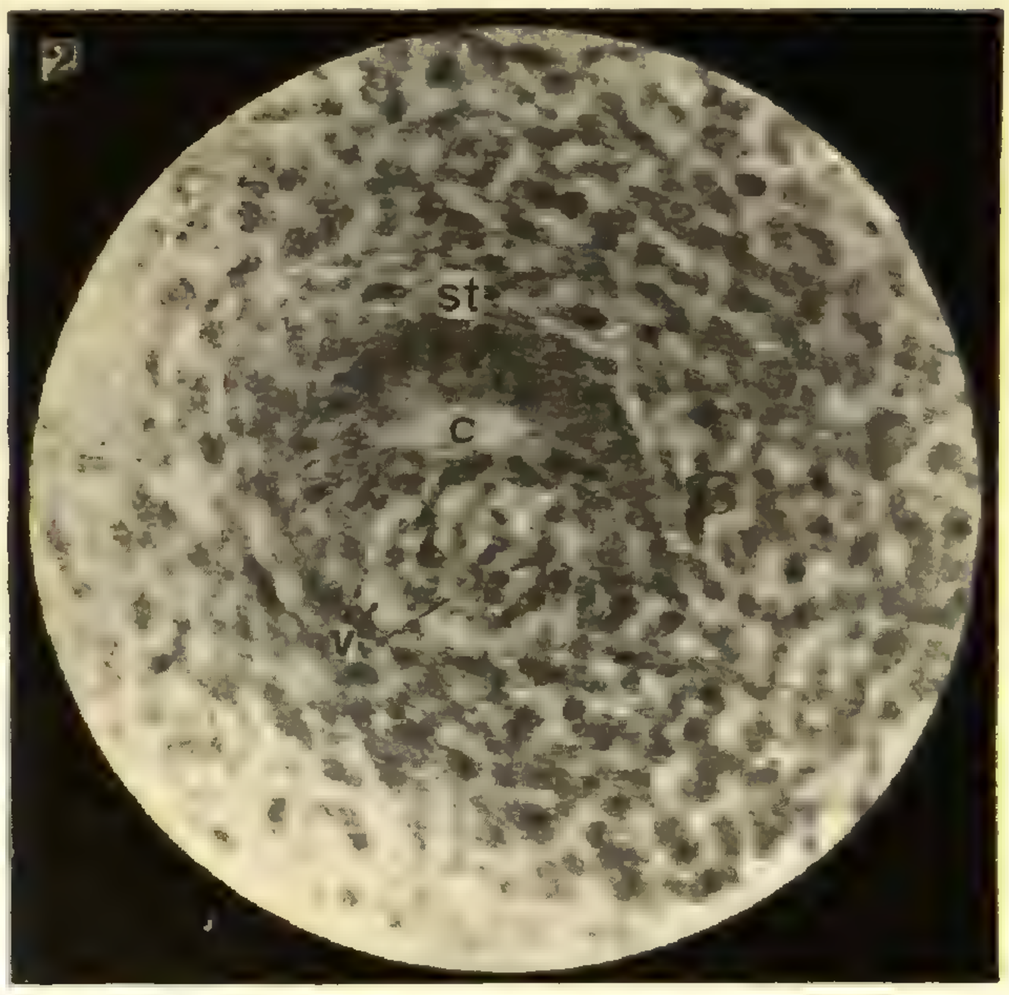
T. VI.

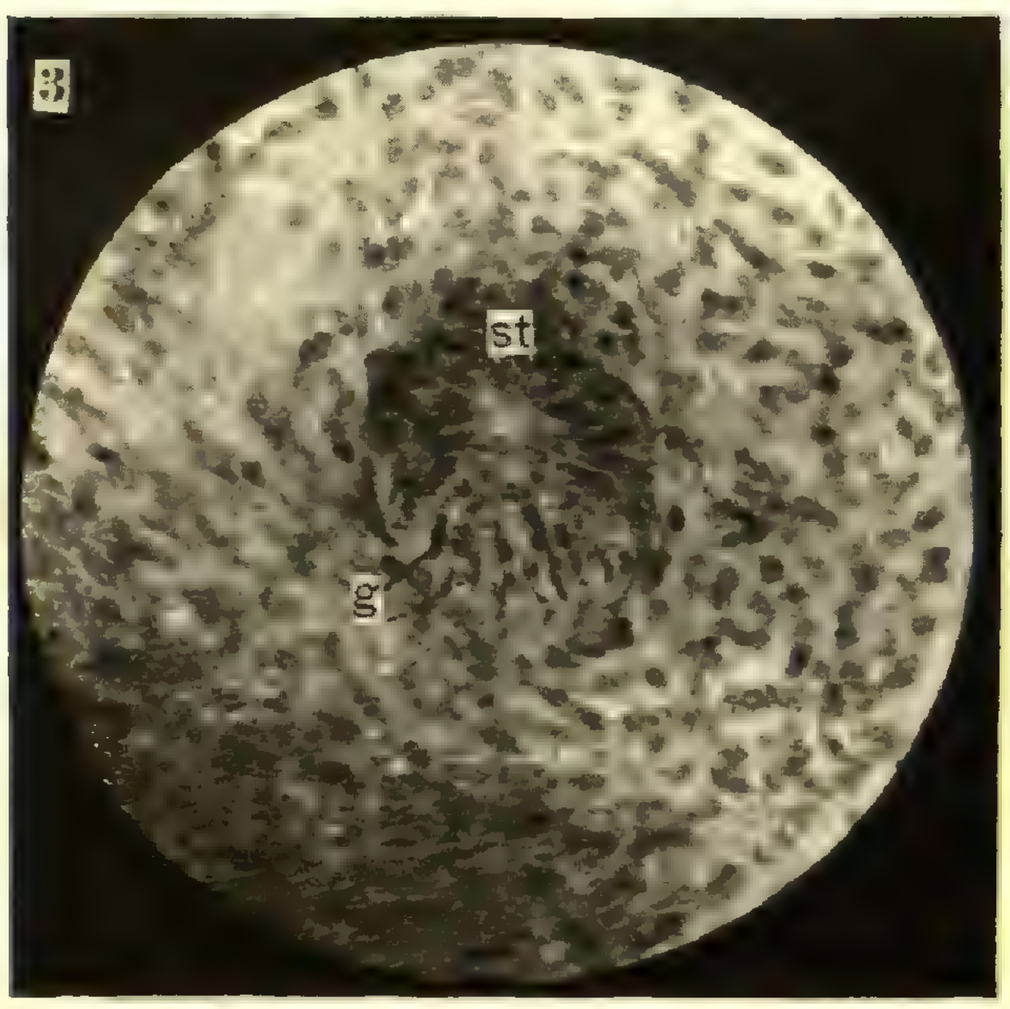
Obr. 23 Sagittalní řez spodinou mozkovou, lebeční a dutinou ústní (Reichert Oc. 4. obj. 3.) (Fring. L.).
Obr. 24. ,, chiasmatem dalšího stadia (Fring. C.); centripetalně od řezu na obraze 25.

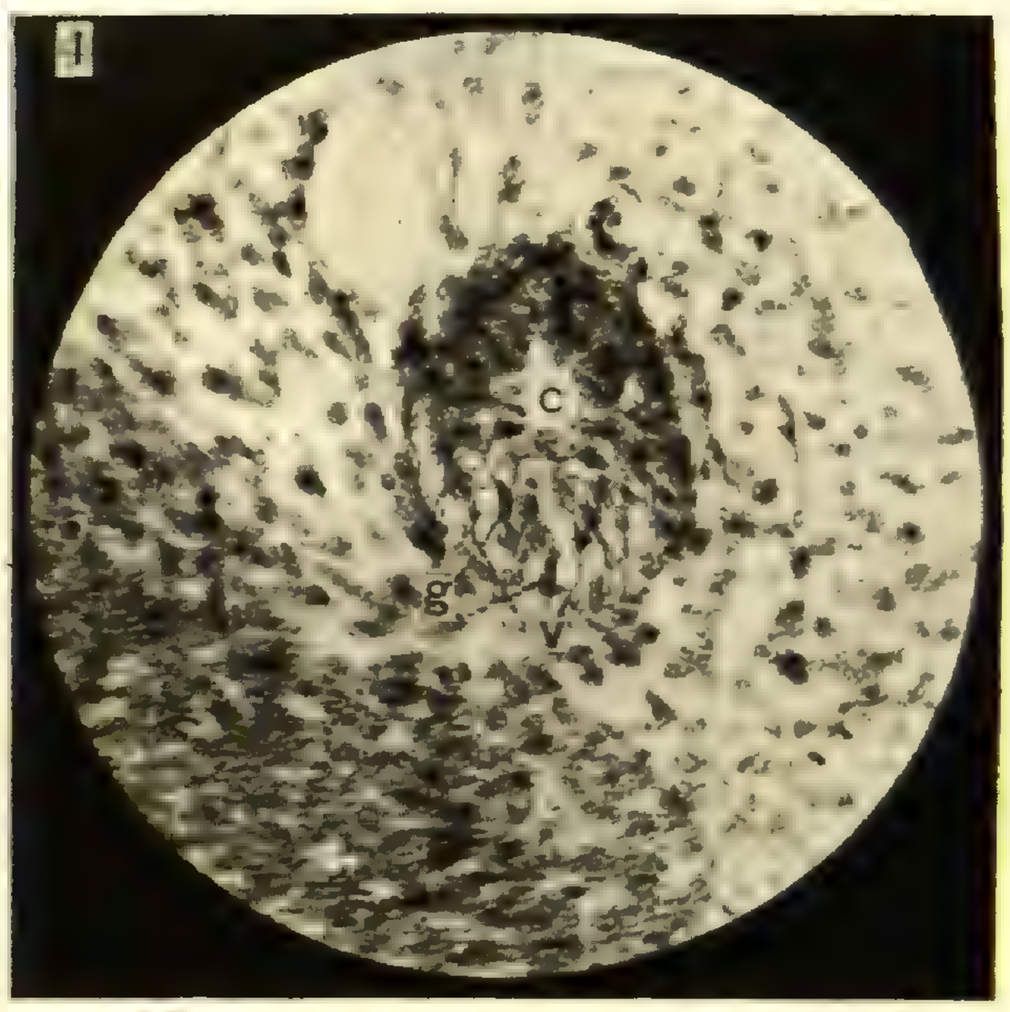
T. VII.

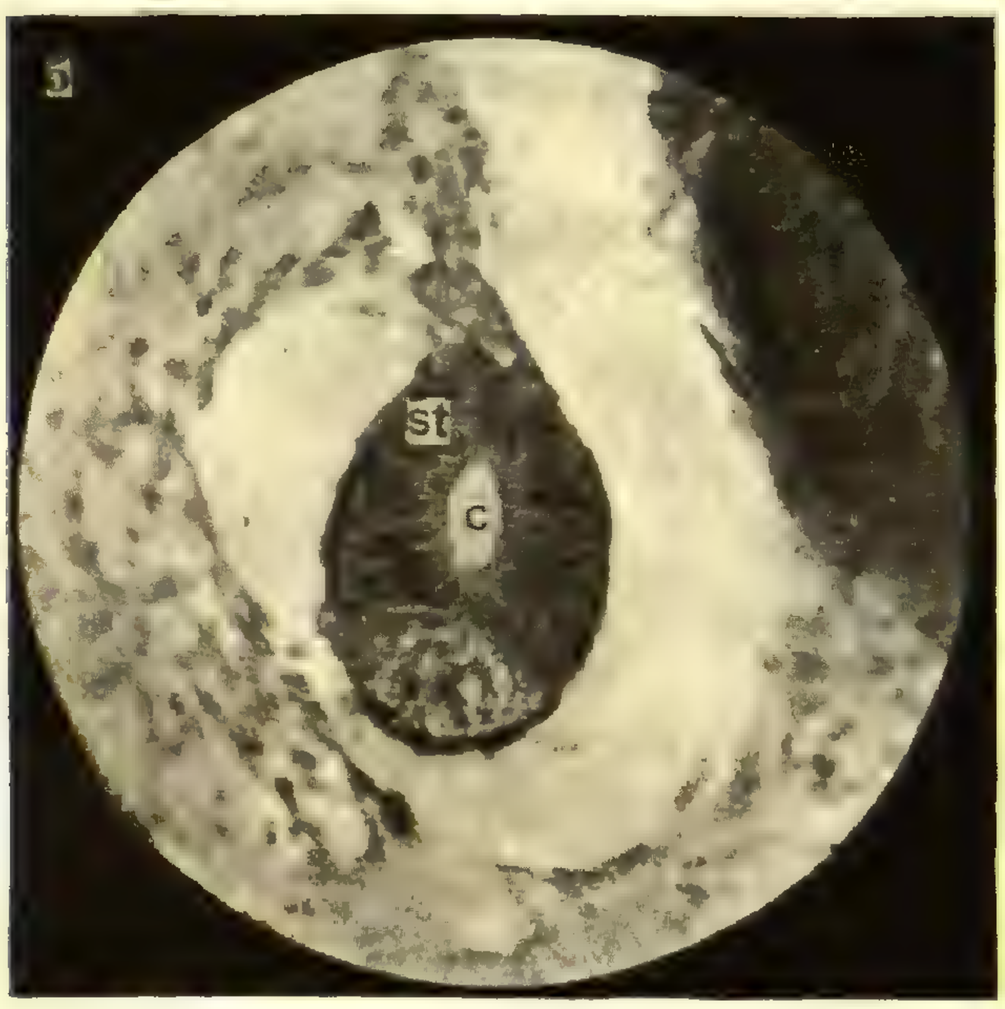
Obr. 25. Postranní sagittalní řez (Fring. C.) — dole čiv, nahoře prstovitý trámec.
Obr. 26. Řez chiasmatem nejstaršího embrya (Fring. B.).

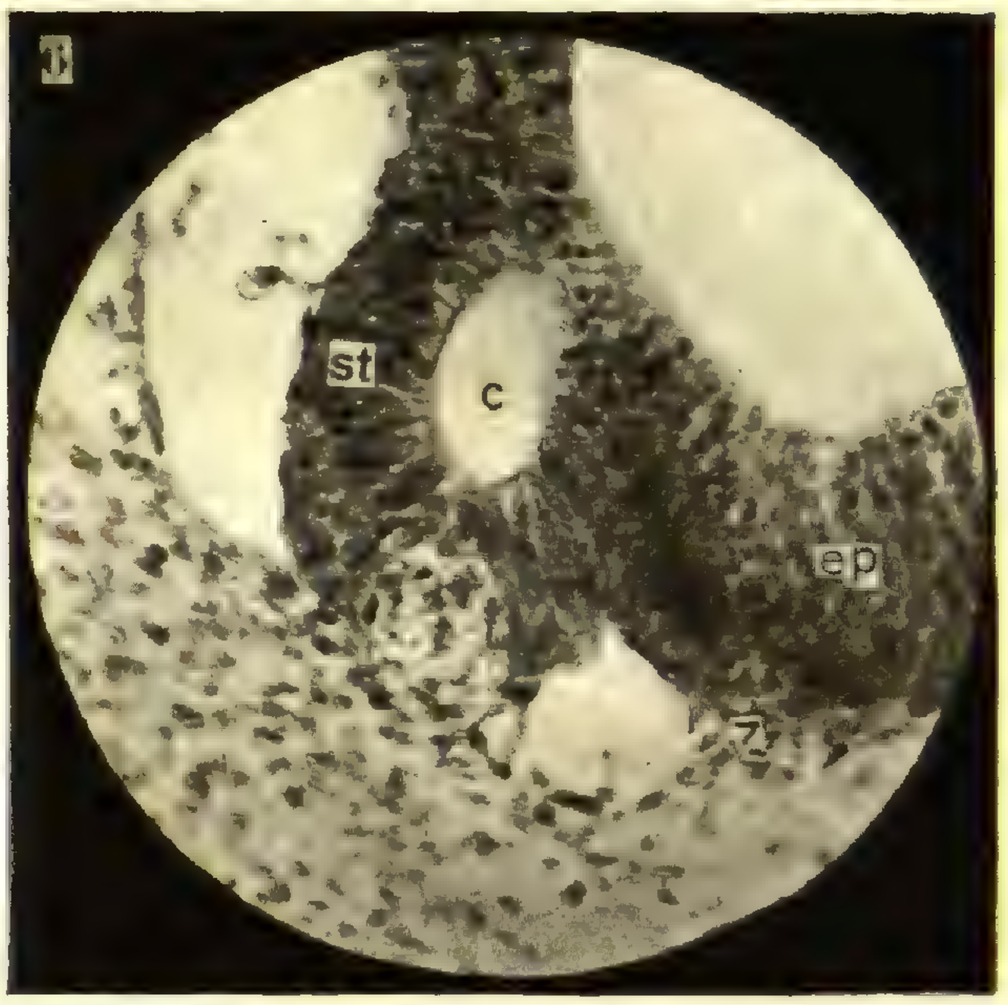

1
st
c
gg
v

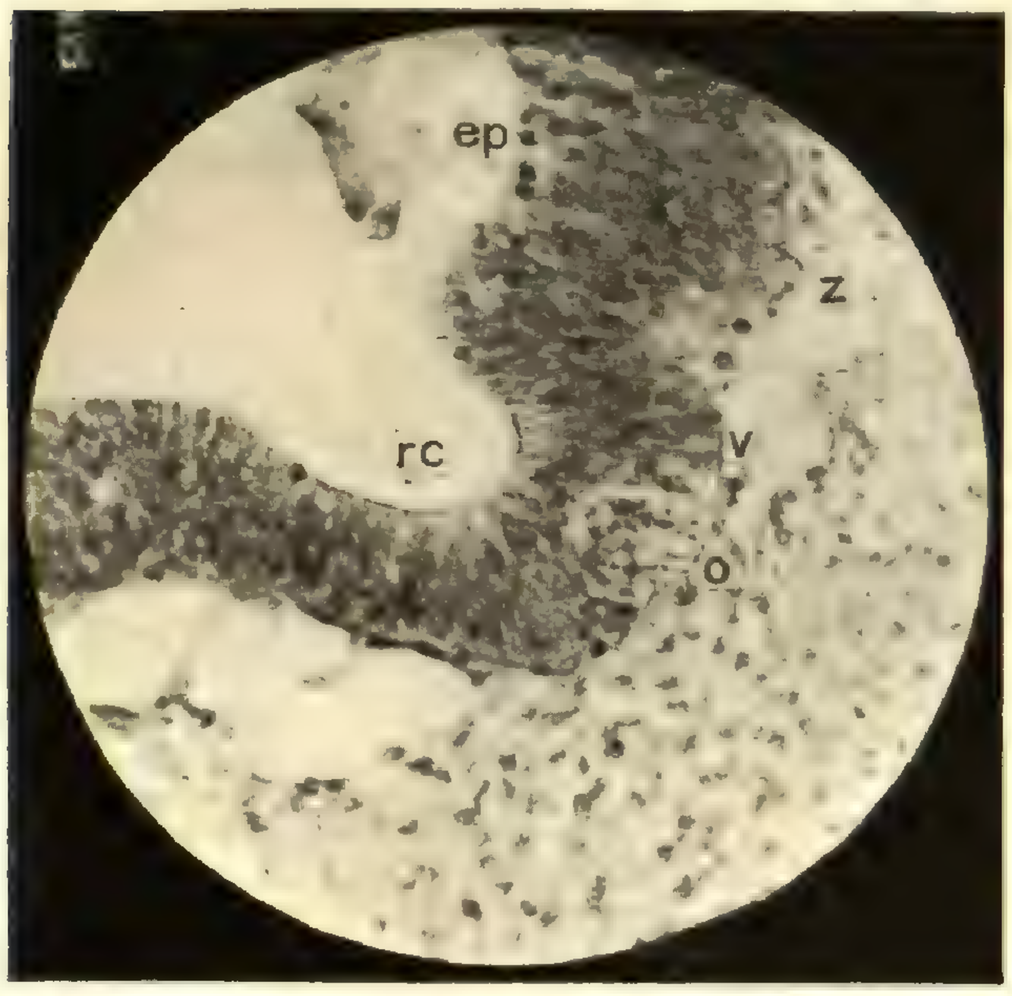

2
st
c
v

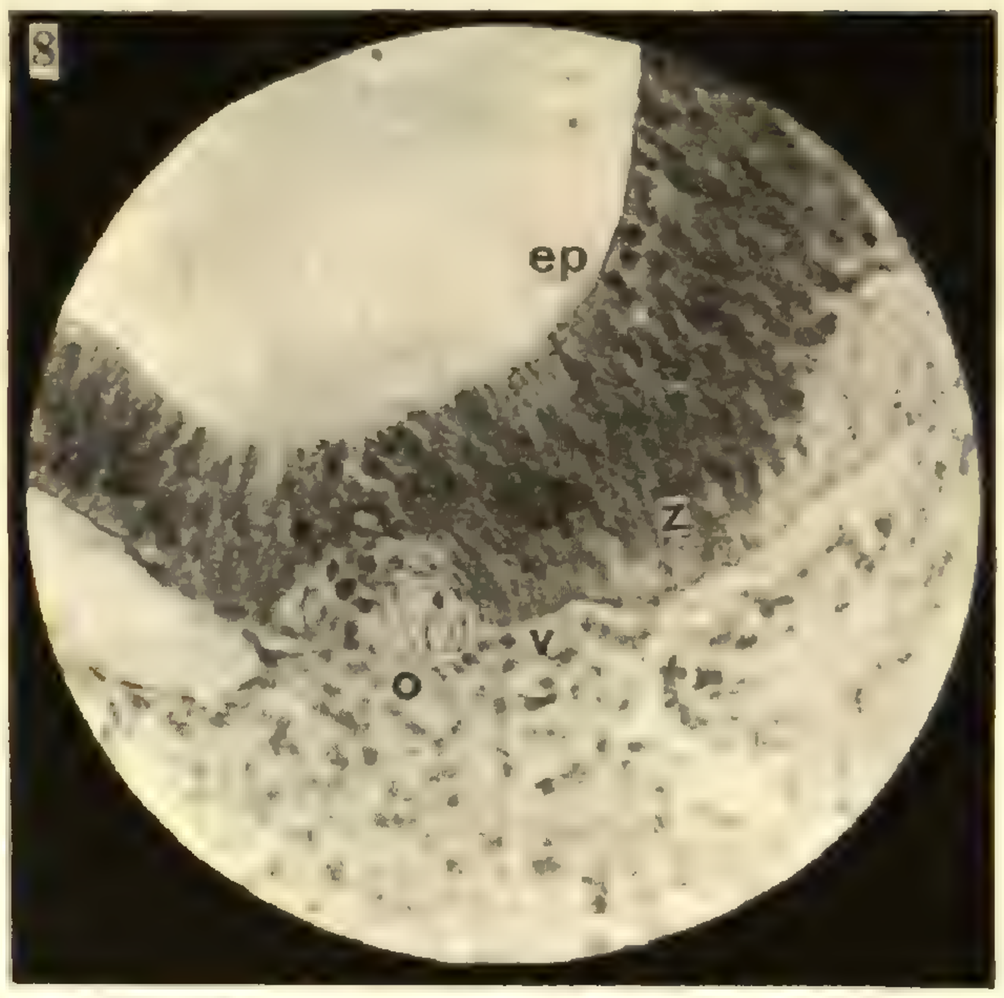

3
st
gg

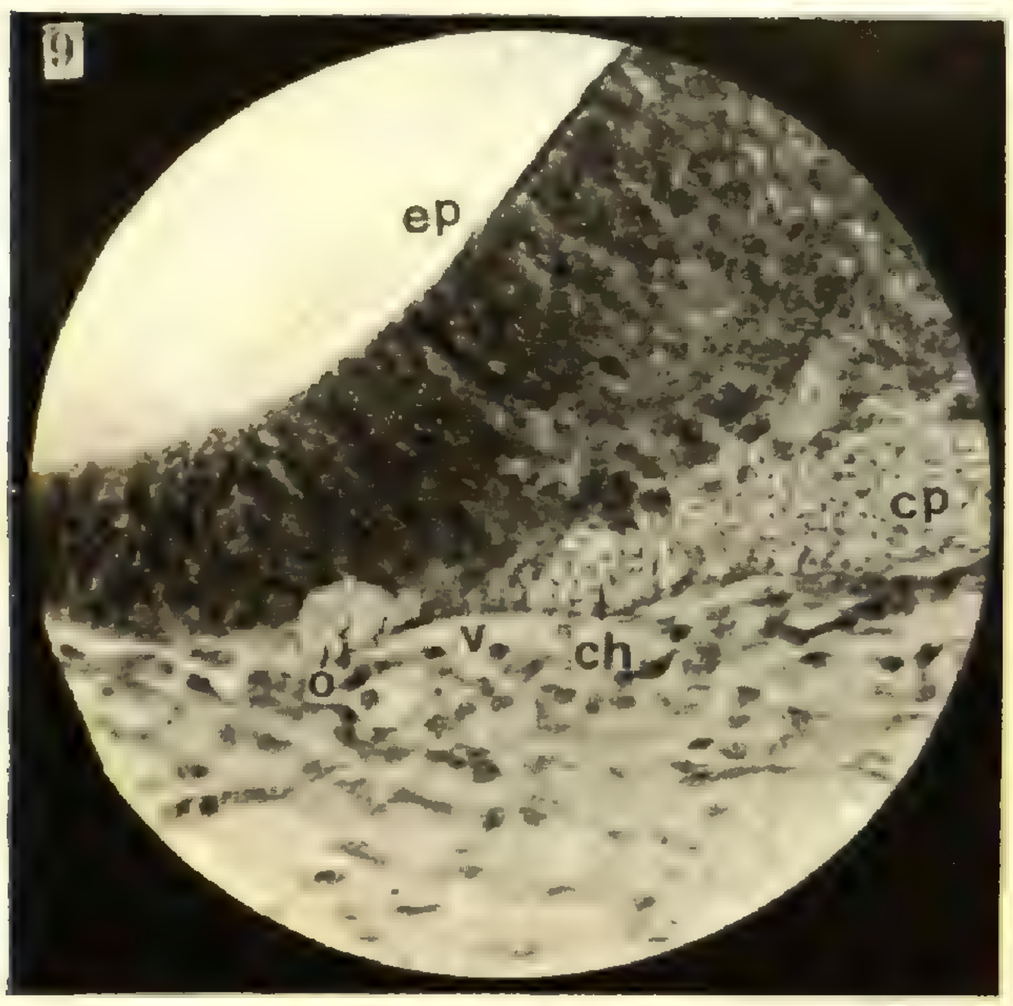

4
c
gg
v

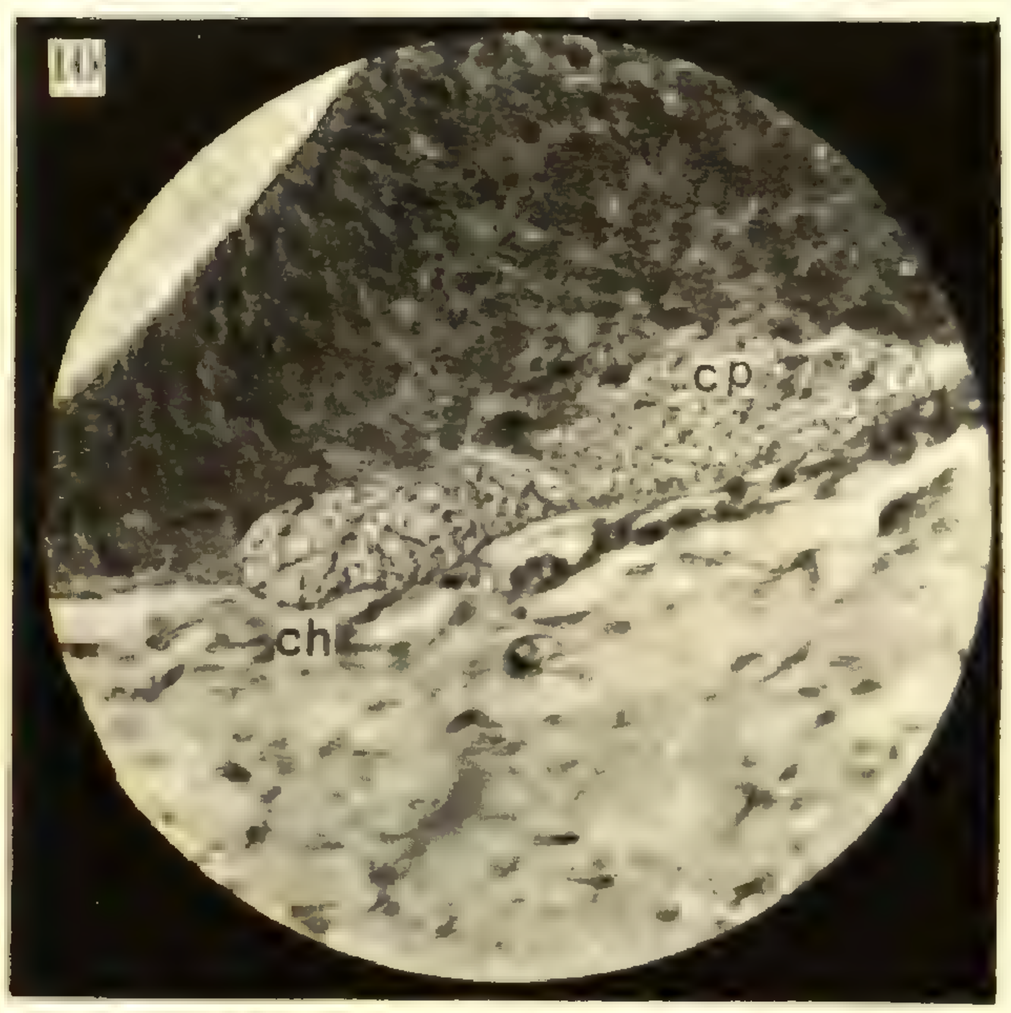

5
st
c

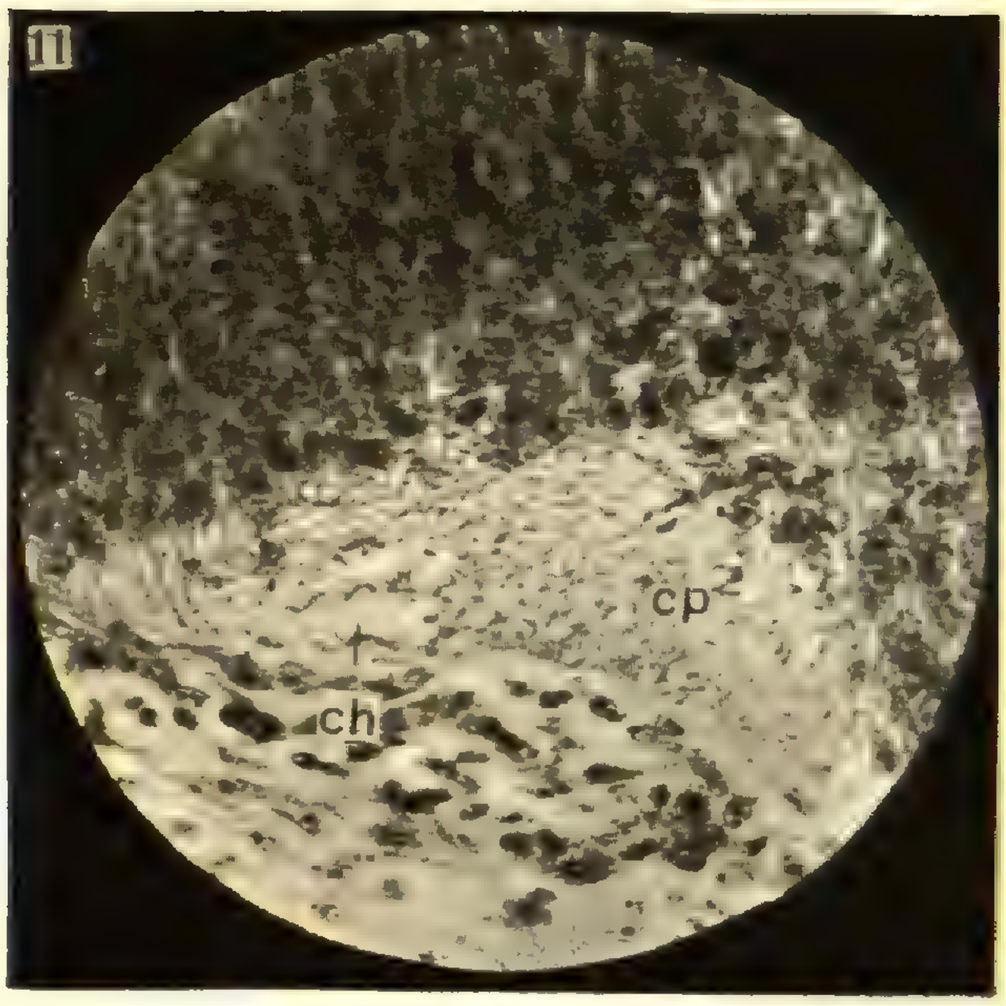

7
st
c
ep

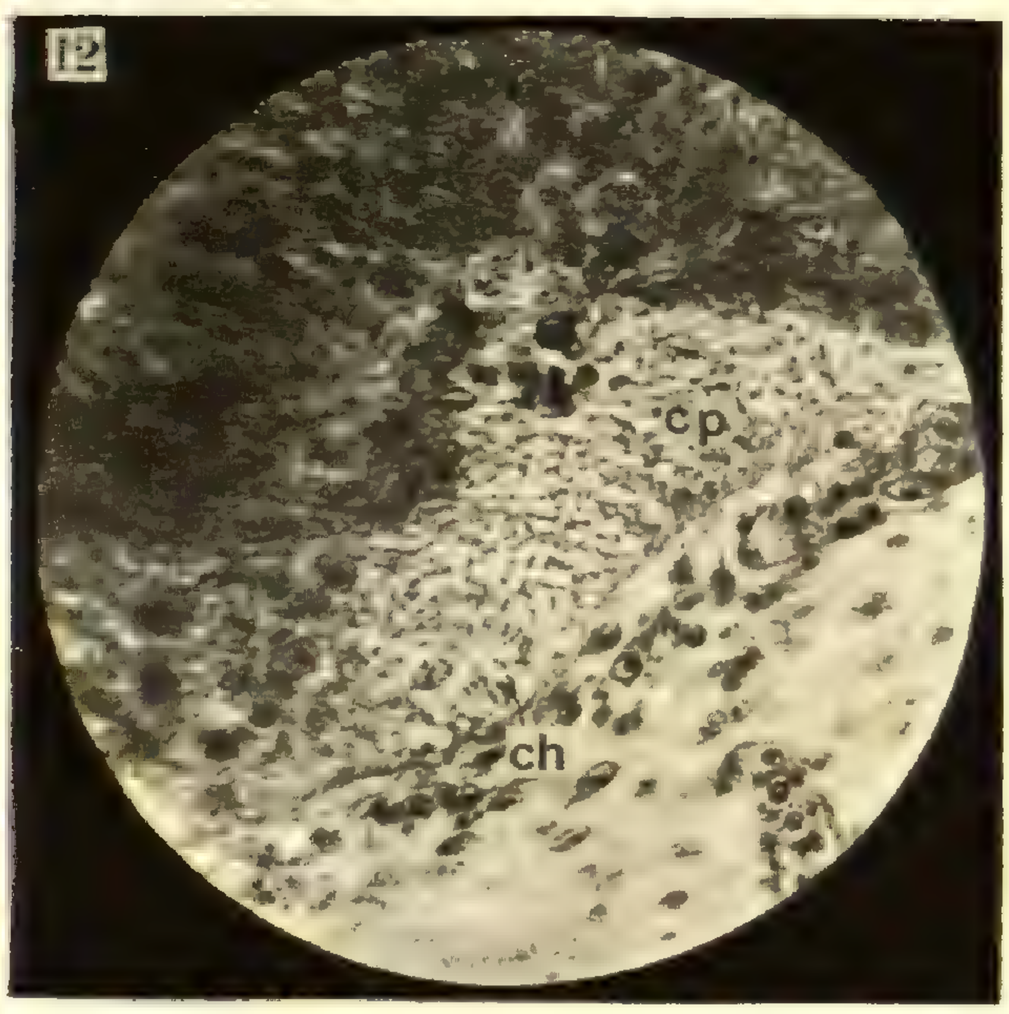

8
ep
z
rc
v
o

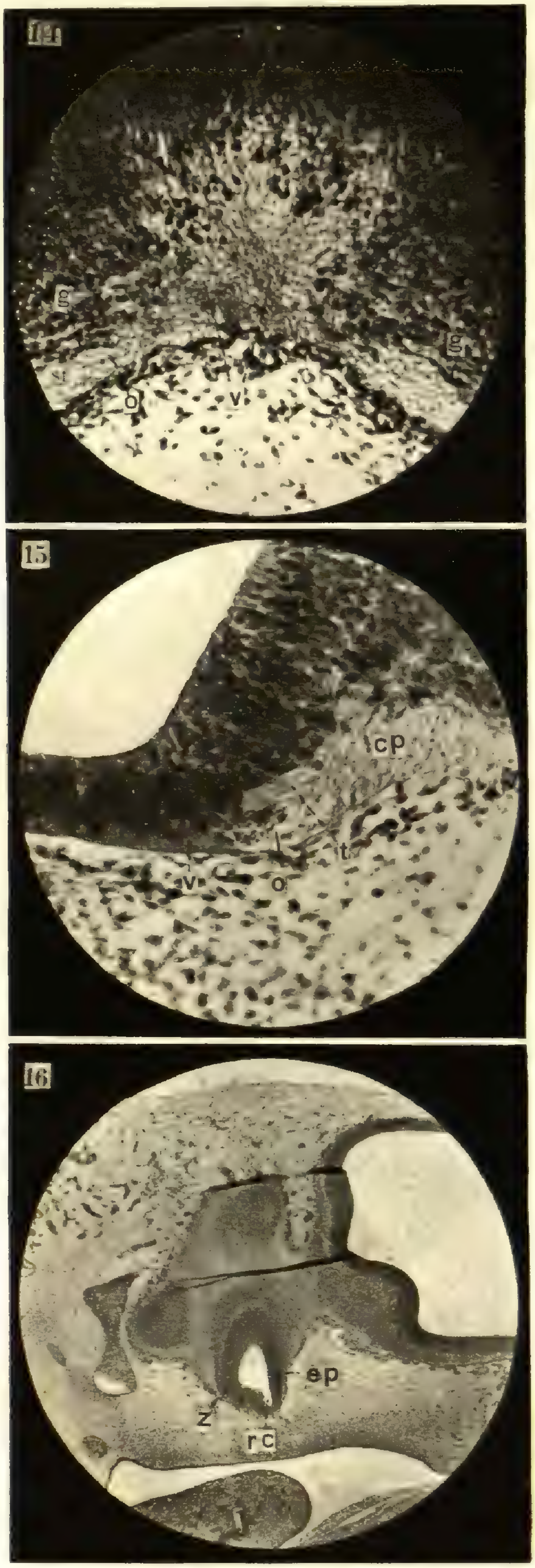

8
ep
z
v
o


9
ep
cp
v
ch
o

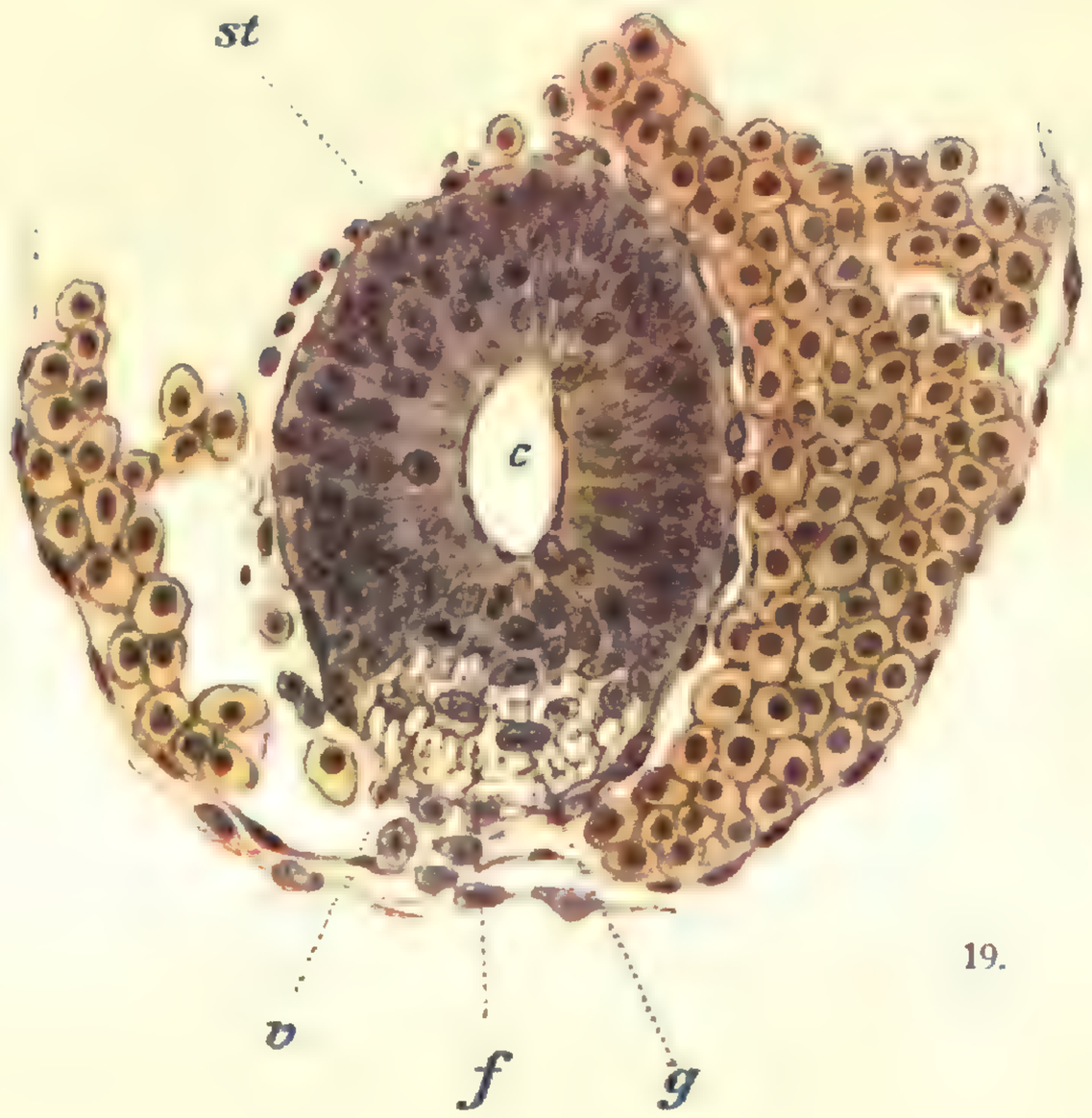

10
cp
ch


11
cp
ch


12
cp
ch

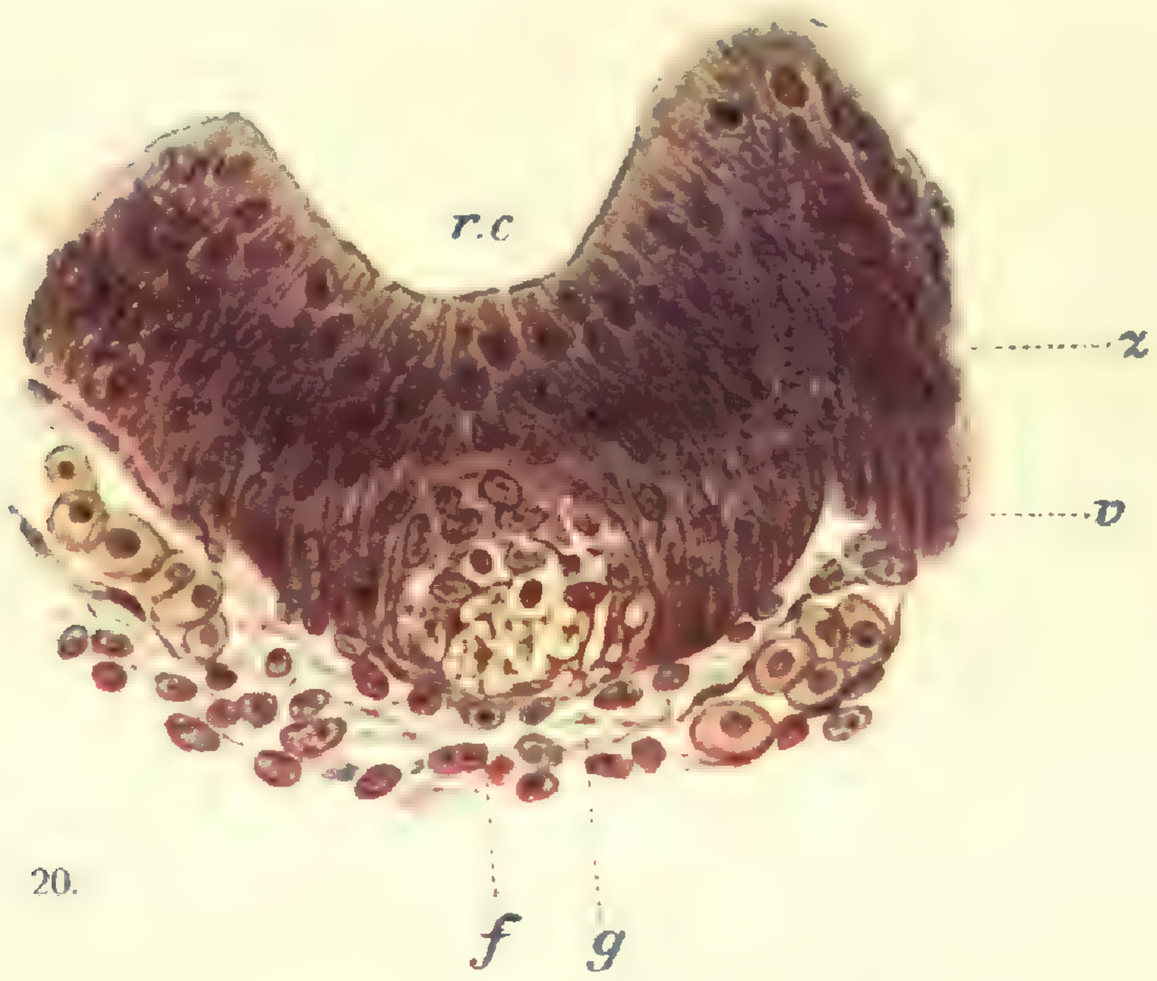

14
g
g
O
V
15
cp
t
V
O
16
ep
z
rc

17.

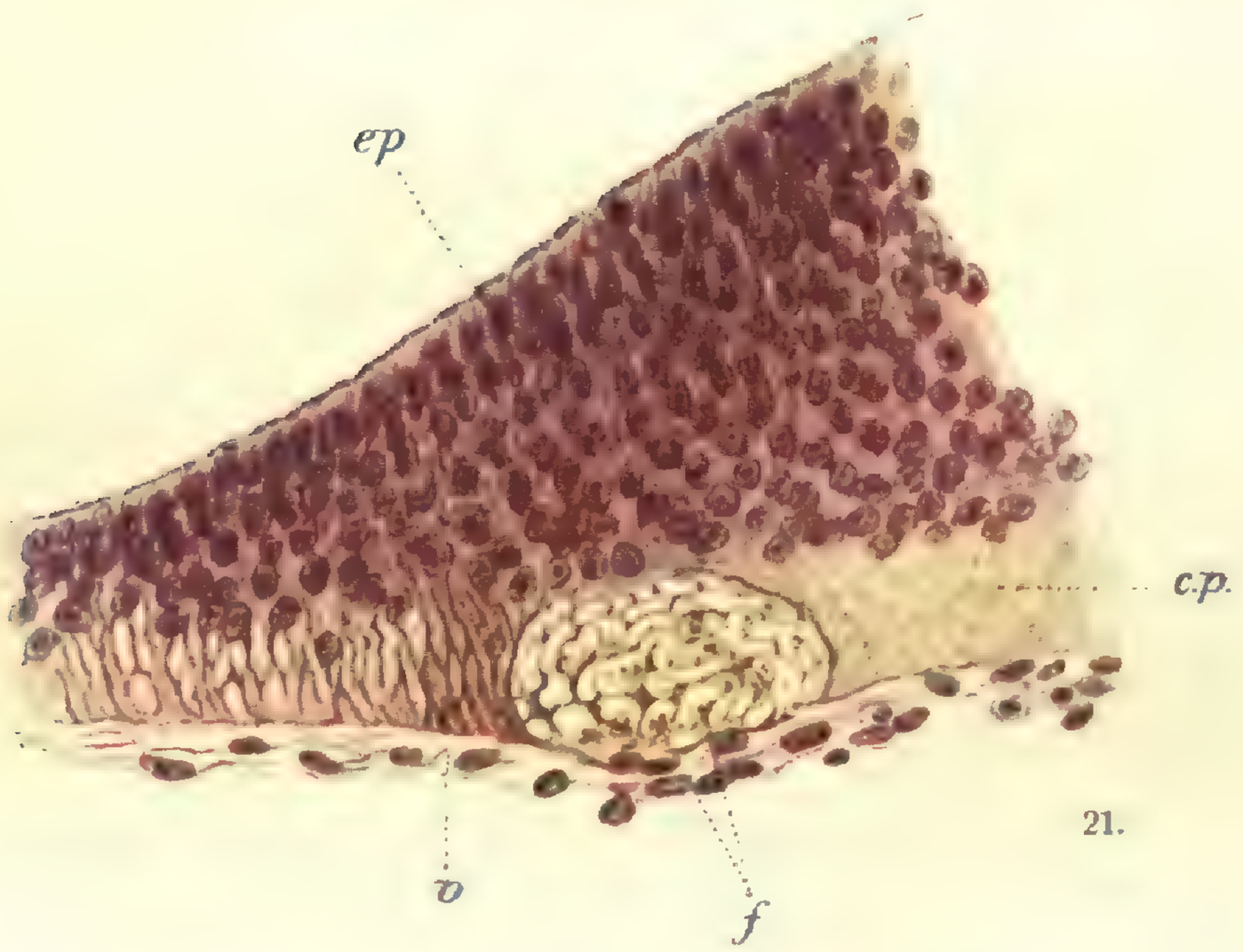


19.

18.



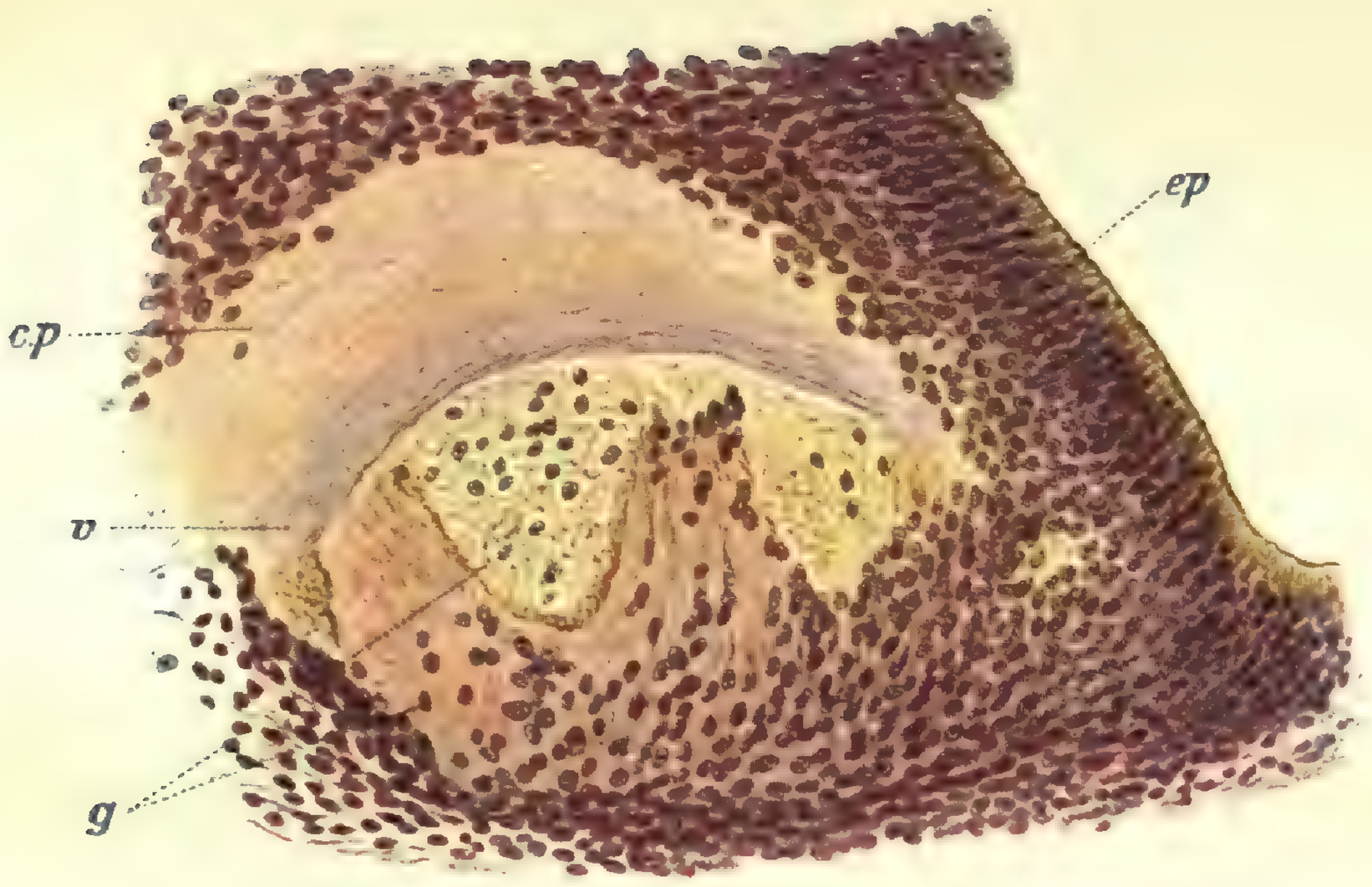
20.



21.

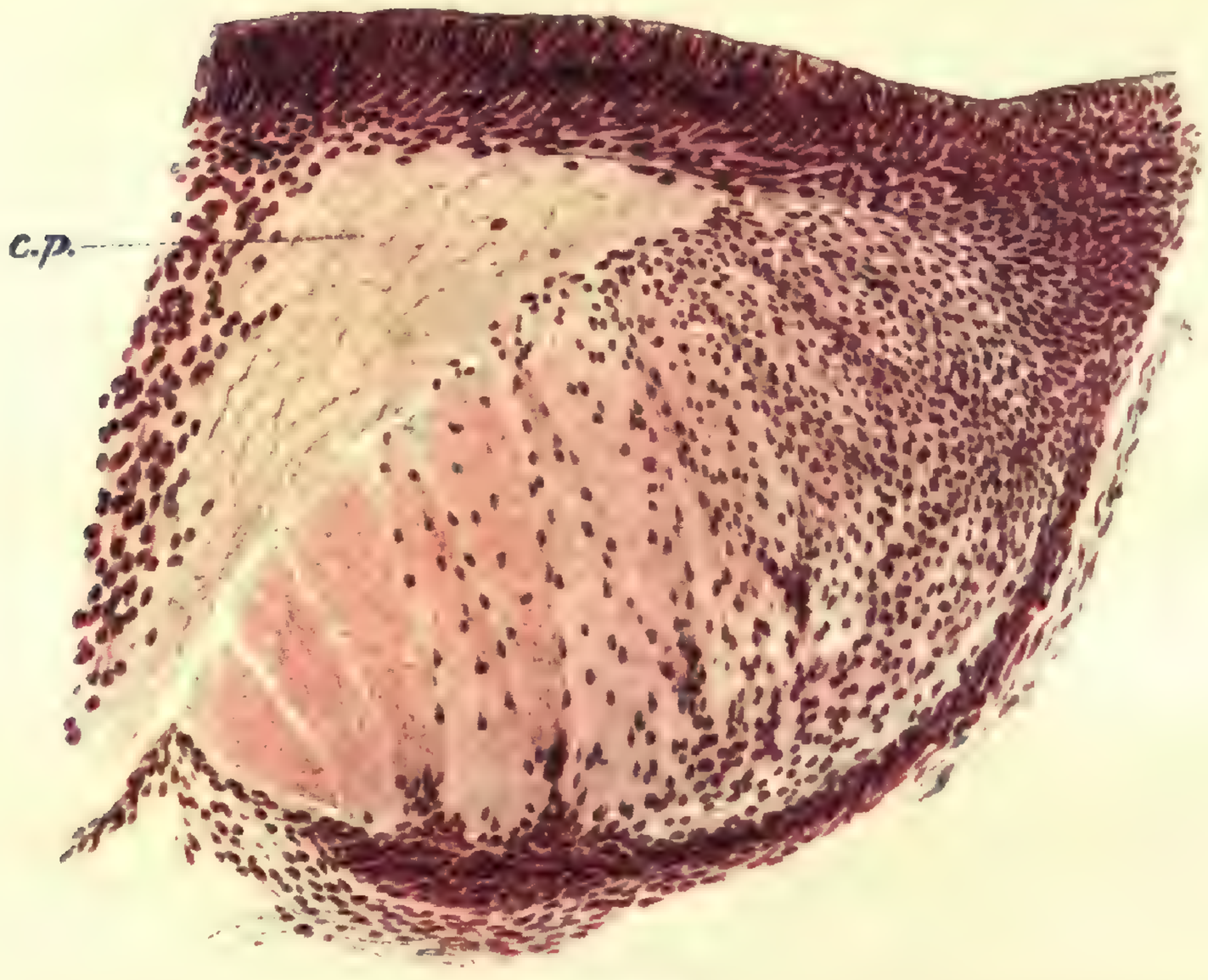
22.

23.



24.

25.



26.

O vývoji svalstva okohybného u člověka.

Za podpory II. tř. České Akademie z fondu Dra Šíchy.

Napsal

Docent MUDr. Otakar Lešer,

asistent české oční kliniky prof. Dr. J. Deyla.

(Z c. k. českého ústavu pro normální anatomii prof. Dr. J. Janošíka.)

Předloženo dne 24. června 1915.

Zajímavé poměry vývinu svalstva okohybného u člověka, jež jsem měl příležitost pozorovati při studiu vývinu tvaru oka u člověka na seriových řezech bohatého materiálu českého anatomického ústavu prof. Dr. J. Janošíka, vedly mne k tomu, že rozhodl jsem se zabývati se touto otázkou.

Jak známo, vytváří se svalstvo skeletní z t. zv. mesoblastsomitů, kde jejich dorsolaterální část dává původ svalstvu, jich medianní vazivu. Mesoblastsomity uspořádány jsou segmentálně. Toto uspořádání segmentů však možno stopovati jen až ku hlavovému oddílu embrya. Celá řada badatelů chtěla prokázati segmentární uspořádání také i v této části, než otázka tato zůstává dosud ještě nerozřešena. Janošík objasňuje tuto otázku ve své knize slovy: „Zkoumáme-li geneticky poměry svalů a obratlovců, shledáváme, že právě jako skelet, tak i svalstvo ukazuje segmentaci a zároveň poznáváme, že segmentace svalstva je prvotní, kdežto segmentace skeletu sekundární se jeví. Jsou totiž u embrya základy pro svaly zv. myomery (mesoblastsomity) daleko dříve naznačeny, než vůbec o nějaké segmentaci skeletu je stopy, kdy tento pouze nečlánkovanou chordou jest zastoupen. K této pak teprve později přistupují k vytvoření skeletu jednotlivá septa mezi myomery, zkrátka jest vázána segmentace pateře na segmentaci svalstva a nervstva, které spolu jdou ruku v ruce. Také skutečně jen tam jest skelet rozčlánkován, kde založeny jsou segmenty svalové a kde tyto k dalšímu vývoji dospívají. Kde tyto scházejí, tam segmentace jest zbytečnou, poněvadž skelet jako útvar jednotný lépe dostojí své fysiologické funkci při ochraně centrálního nervstva než skelet

rozčlánkovaný. Proto také o segmentaci hlavy v tom smyslu jako u pateře mluviti nelze. Na ní obratlů nenalézáme. Theorie o segmentaci hlavy vzata od těch tvorů, v jichž hlavovém konci vytvářejí se segmenty svalové, které však činností nejsou vázány na skelet, nýbrž na ústroj zrakový. Tyto nalézají se v nejdistálnějším oddílu hlavy, proximálně jen tak daleko, jak daleko lze sledovati chordu, segmentace však zde provedena není, nýbrž toliko theoreticky dedukována neb nedochází to zde ku rozčlánkování skeletu, poněvadž z funkcionálních důvodů není žádoucím." Mesoderm trupu jest tedy zcela jinak rozčleněn než mesodermální oddíly proximální části hlavy. Za úplně rovnocenné útvary odpovídající mesoblastsomitům považovali různí badatelé útvary, které se nalézají u nižších obratlovců, u ryb, žralcků, ještěrek a ptáků ve proximální části hlavy t. zv. dutiny hlavové. Jsou to útvary vyskytující se u mladých embryí v nejbližším okolí ganglia trigemini hned za ušním váčkem. Dutiny ty — počtem tři — jsou ohraničeny dosti vysokým epithelem, který dalším bujením dává původ jednotlivým ploténkám, z nichž vytvářejí se svaly okohybné. Janošík praví: „Z počátku zastáváno mínění, že dutiny hlavové jsou pravými mesoblastsomity, že rovnají se mesoblastsomitům trupu, nyní však dospívá se k náhledu, že mesodermální oddíly proximálně od váčku sluchového uložené nelze považovati za pravé mesoblastsomity, poněvadž neveďou nikdy k takovému differencování, jaké u těchto nalézáme, totiž nevytvoří myotom a sklerotom, nýbrž pouze svalstvo na skelet jedině vázané."

Dutiny tyto jsou velmi různě označovány, jsou zvány segmenty hlavovými, mesodermálním oddílem proximálního konce hlavy a jinak. Corning je jmenuje mesodermální oddíl, což odpovídá skutečnému nálezu v praeparátech, totiž, že jsou to mesodermální buňky více méně ostře se odlišující od ostatního okolí. Jak uvedeno, nalézáme tyto mesodermální útvary hlavové pouze u nižších obratlovců. U ssavců a člověka není ovšem žádných dutin, tu nalézáme pouze zhuštění mesodermálních buněk, které neliší se valně od ostatních buněk v okolí (vyznačuje se jen tím, že buňky jsou hustěji při sobě uloženy).

Ačkoli literatura pojednávající o otázce hlavového mesoblastu jest velmi bohatá (uvádím pouze práce Balfoura (1878), Van Wijhe (1882), Kupffera (1892), Froriepa (1899), Corninga (1900), Rexa (1901), Rabla a jiných), přece o vlastním vývinu svalů okohybných jest dosti chudá a ta týká se jen žraloků, ještěrek a ptáků. Rex, který popsal vývin svalů u racka, popisuje jich vytváření se z dutin hlavových, avšak odkud béře svůj původ vývin musculi abducentis (m. rectus lateralis) a musculi obliqui superioris, nepodařilo se mu dokázati. Matys r. 1907 prostudoval taktéž celou řadu embryí ptačích a byl prvním, jenž prokázal, jak povstává šikmý sval horní a přímý sval zevní. Ve své práci krok za krokem prokázal vytváření se všech svalů okohybných u ptáků a kladl na to důraz, že nervstvo trigeminu nemá naprosto nic společného s vývinem přímého svalu zevního, jak udává Corning a jiní autoři.

O vývinu svalstva okohybného u ssavců nedovídáme se v literatuře skoro ničeho. Jsou popisována stadia vývinu svalstva již velice pokročilá, kde jsou již jednotlivé svaly dosti dobře vyznačeny (tak na př. v práci Keilově).

Jinak dočítáme se, že svaly povstávají ze zhuštěného mesoblastu v okolí oka.

Podjal jsem se úkolu probádati vývin okohybných svalů u embryí člověka na velkém materiálu ústavu normální anatomie p. prof. Dr. J. Janošíka.

Nejmenší stadium, které mi dáno bylo k disposici, bylo embryo 3 *mm* dlouhé. Na řezech tohoto zárodku viděti lze v proximální části od váčku ušního těsně za místem, kde počíná se vytvářeti ganglion nervi trigemini, nepatrnou zhuštěninu mesoblastických buněk. Nervy mozkové nejsou ještě znatelné, jen ganglion acustico-faciale a ganglion nervi trigemini jest v prvním počátku založeno. Není možno postřehnouti, že by se v místech zhuštěného mesoblastu nalézaly třeba i jen docela malé dutinky, které by upomínati mohly na dutiny hlavové nižších obratlovců, tak že možno i pro člověka s plnou jistotou usuzovati, že ve proximálním hlavovém oddílu nevyskytují se žádné dutiny hlavové, nýbrž jen čisté zhuštění mesoblastu.

V dalším stadiu vyvíjejí se nervy a to: první vedle optiku vytváří se n. oculomotor us a s ním skoro zároveň počátky nervi abducentis

Nervus oculomotorius probíhá velice řídkým vazivem a směřuje přímo v místa vény juguláru . V nejbližší blízkosti ganglia trigemini v těch místech nalézá se a to mezi I. a II. větví trigemnu skupina hustých mesoblastických buněk.

U embrya 9·5 *mm* dlouhého spatříme (obr. 1.. 2.), stopujeme-li řezy ku straně proximální nejdříve ganglion nervi trigemini, za ním laterálně a ku straně ventrální jest uložena mohutná vena jugulární. Jakmile se tato rozdělí na dvě větve, vniká na dalších řezech v tato místa předně nervus oculomotorius a pak nervus abducens, který při odstupu dosti náhle se otáčí a směřuje na stranu ventrální. Oba nervy jak oculomotorius tak i abducens dostoupí skupiny hustých mesoblast ckých buněk, které tvoří jakousi ploténku buněčnou, do níž ze strany ventrální vstupuje abducens, na straně opáčné oculomotorius. Ploténka buněčná, ačkoli dosud jednotná, zaškrcuje se, dělí se ve dvě části, z nichž oblast menší přináleží nervus abducens, větší nervu okohybnému. Na této straně dosahují buňky až ku samé I. větvi nervi trigemini, tak že jest místy tento nerv buňkami obklíčen. Buňky jsou poněkud větší, protáhlejší než buňky ostatního mesoblastu. V tomto stadiu povstává první počátek svalstva innervovaného nervem okohybným a pak nervem abducens. Ku n. oculomotorius přilehá již společný základ pro sval přímý zevní, buňky seskupily se kolem n. abducens. Tyto počátky svalů jsou ovšem daleko vzdáleny od oka samého, které tvoří v tomto stadiu pokročilý sekundární váček; čočka jest

již uzavřena do váčku. Oko samo jest protaženo ve směru proximodistálním, ve směru ventrodorsálním jest silně smáčknuto. (Viz tab. I.)

U embrya 9·7 *mm* dl. jsou poměry podobné jako u stadia předešlého, rozdíl je pouze v tom, že možno rozeznati, že na zhuštěnou skupinu, k níž přiléhá n. oculomotorius z jedné strany a n. abducens se strany opačné přikládá se nová skupina a to na straně horní medianní dosti přesně ohraničená ukládající se mezi skupinu nervu okohybného a n. abducens. Jak se zdá, vzala tato skupinka původ ze skupiny od abducens a odpovídá základu musc. obliqui superioris, jak v dalším přesně prokázáno bude.

Obr. 1.

Obr. 2.

1. Model oka a počátku svalů od embrya člověčího 9·5 *mm* dlouhého, se strany dorsalní. 2. týž se strany ventrální.

*V*¹, *V*² = Větve nervu trigeminu.

O = oční váček.

St. v = Stopka očního váčku.

III = Nerv. oculomotorius, a k němu přiléhající začátky svalové tímto nervem innervované *b*, *b*.

VI. Nervus abducens a k němu přináležející počátky svalové pro R. externus a obliquus super. *a*, *a*.

Št. = Neuzavřená štěrbina váčku očního.

Jak z uvedeného popisu patrno, povstává musc. rectus lateralis u člověka obdobně jak v literatuře bylo zjištěno pro různé obratlovce.

Jiná však jest otázka, jak se to má s vývinem musc. obliqui superioris. Jest velice těžko porovnávati vývin svalů u člověka s vývinem těchže u nižších obratlovců a to i ptáků, u nichž, jak dokázáno, vytvářejí se jednotlivé svaly z dutin hlavových. Dle Corninga povstává u lacerta musc. obliquus superior ze skupinky svalstva trigeminu a to z jeho dorsální části, kde skupina tato přerůstá přes oko, odl učí se od svalstva trigeminu a později teprve k ní dorůstá nervus trochlearis. Dle Severtzoffa,

Dohrna a jiných vzniká musc. obliquus superior z proximální části II. dutiny hlavové, z distální má se vytvářeti svalstvo skráňové (čelistní). Matys dokázal, že u ptáků vytváří se musc. obliquus superior a musculus rectus externus z III. dutiny hlavové aniž by měl co společného se svalstvem trigeminu. Dle mého nálezu povstává skupina pro musc. obliquus superior asi ze společné skupinky povstalé kolem nervus abducens. Poloha a umístění označených skupin odpovídá velice poloze těchže u nižších obratlovců, ptáků dle popisu Rexe, Corninga, Dohrna, Matyse a j., jen časově zdá se býti nápadný rozdíl. U embrya člověčího povstávají svaly okohybné mnohem později než u nižších obratlovců. U ptáků na př. popisuje Matys již ve stadiu 33—34 mesoblastsomitů základ svalů oculomotorii a abducentis. Na druhé straně však nutno srovnati vývin oka u člověka a popsaných obratlovců s vývinem svalstva. Tu nalézáme, že postup vývinu, vlastně počáteční stadia vývinu svalstva odpovídají stavu, v jakém se nalézá vývin oka u obratlovců a člověka, takže je vývin svalstva vázán časově na vývin oka.

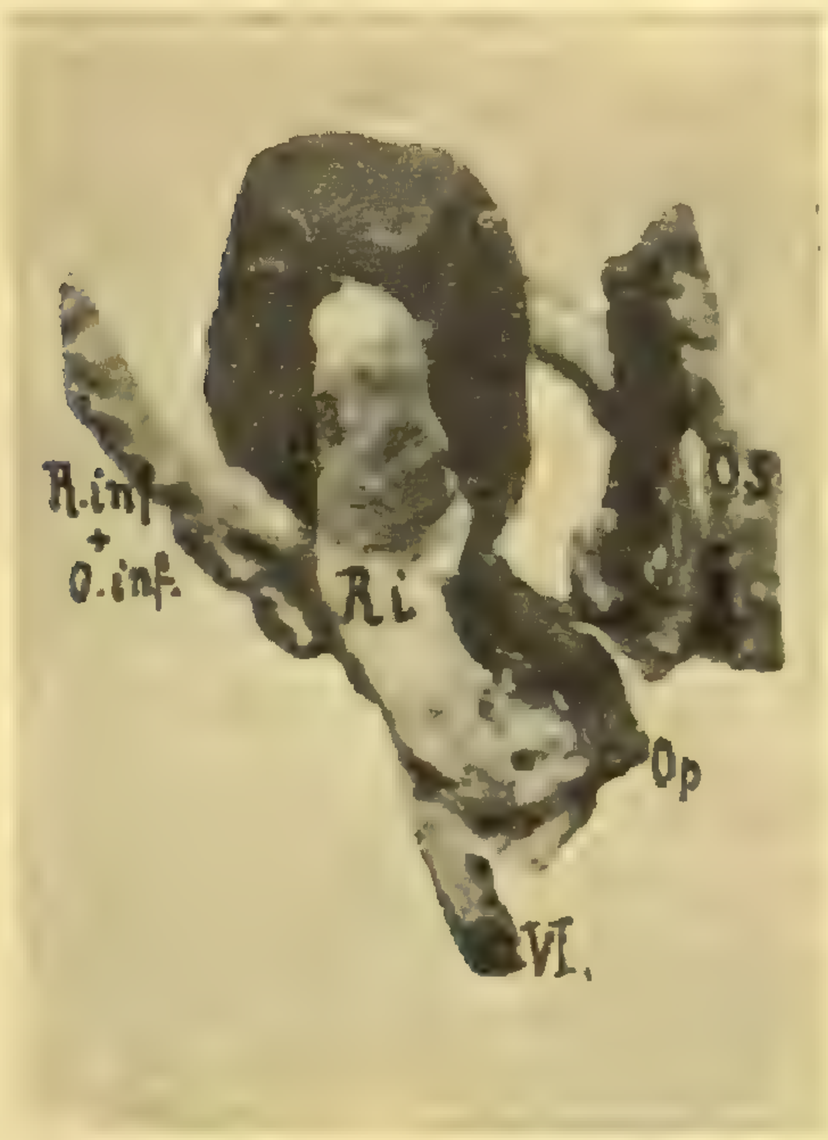
Ve stadiu embrya člověčího 10 *mm* jsou poměry již daleko pozměněny, ač velikostí se toto stadium od předešlého valně neliší. Základy pro svalstvo leží mnohem blíže k oku, jež vzrostlo ve směru vidmé osy. Nalézáme zde čtyři hlavní skupiny buněk, z nichž zřetelně vyniká skupina pro musc. rectus externus souvisící s nervus abducens, dále skupina pro musc. obliquus sup. společná skupina pro musc. rectus sup. a musc. levator palp. superioris a konečně společný základ pro ostatní svaly od nervu okohybného innervované.

Na dalším stadiu embrya 14·5 *mm* sahají základy svalů již velice blízko ku bulbu, a to především musc. rectus lateralis, musc. rectus superior, musc. rectus medialis Dále od bulbu nalézá se základ pro musc. obliquus superior a musc. rectus inferior, vlastně společný základ pro musc. obliquus superior a musc. rectus inferior. Jest ještě velice dobře viděti spojení svalových plotének, jak k sobě přináležejí, neboť poblíž příštího úpon u v očnici přináležející k sobě skupiny svalové jsou ve ice těsně u sebe, vážou se na jednotlivé větévky nervu okohybného až teprve v dalším průběhu se osamostatní. V tomto stadiu možno již zcela dobře rozpoznati nervus trochlearis a k němu přináležející skupinu svalstva-musc. obliquus superior, což ve stadiu 10—11 *mm* nebylo ještě dosti zřetelné. Zajímavo jest, že možno i v tomto stadiu rozpoznati příslušnost skupiny buněk pro musc, obliquus superior a musc. abducens (m. rectus externus); buňky příštích svalů jsou při svém počátku ještě těsně spojeny, objímají nervus oculomotorius na straně ventrální (viz Tab. III. obr. 5). V dalším pak postupu skupina svalová pro musc. obliquus superior přiléhá těsně na větev nervu trojklanného, která v řezech distálnějších nalézá se zcela uprostřed skupiny buněčné. Nález ten asi byl příčinou, že za původ tohoto svalu byl považován mesoblast kolem trigeminu a to jen z té příčiny, že byla vyšetřována stadia starší, na mladších stadiích, jak uvedeno, jest

možno zcela dobře rozpoznati, že tato skupina bere původ od ploténky pro musc. rectus lateralis a teprve později vniká do ní nervus trochlearis. Rozdělení společného základu pro svaly: musc. levator palpebrae a musc. rectus superior nemožno ještě v tomto stadiu postřehnouti; totéž platí i pro společnou skupinu musc. obliquus inferior a musc. rectus inferior.

Povstalo tudíž z původních 2 plotének buněk (základu to svalů pro skupinu oculomotoriu a abducentu) 6 skupinek, z nichž původní abducentu zůstala samostatná, druhá však rozdělila se na 4 skupiny, z nichž tři innervuje — totiž jsou ve spojení s okulomotoriem. Čtvrtá skupina, kterou

Obr. 3.



Obr. 4.

3. Model oka embrya člověčího 14·5 *mm* dlouhého. 4 týž se strany ventrální.
III = N. oculomotorius.
VI = Nervus abducens.
Op = Opticus
R inf + *O inf* = společný základ pro sval rectus inferior a obliq. infer.
Ri = Rectus medialis.
Os = Obliq. superior.
Rs = rectus super.

prostupuje v distálních partiích trigeminus, aniž by však dával nějakou větévku do této skupiny, jest základ pro musc. obliquus superior (trochlearis). Jest tedy v této době založen: musc. rectus medialis, musc. rectus lateralis, musc. rectus inferior, musc. rectus superior, musc. obliquus superior a musc. obliquus inferior. Ploténka pro musc. rectus superior jest společnou pro musc. rectus superior a musc. levator palpebrae. Ploténka pro musc. obliquus inferior naléhá něco distálněji těsně ku základní ploténce pro musc. inferior tak že možno určiti jen dle příslušného nervu do ploténky vnikajícího, která skupina náleží jmenovanému svalu avšak lze, jak poznamenáno, již z polohy usuzovati na ten který sval. Počátky svalů jsou však ještě dosti daleko vzdáleny od oka samého.

Již na tomto místě nutno upozorniti na tu okolnost, že rozpoznati, kterým svalům odpovídají jednotlivé skupiny svalové dle tvaru oka, jest velice obtížné a to z té příčiny že oko svým tvarem neodpovídá v těchto dobách poměrům vyvinutého ústrojí. Jak jsem ve své dřívější práci o vývinu tvaru oka dokázal, vzrůstá oko etapovitě t. j. v každé době mění svůj tvar a tím ovšem i poměr k okolí. V prvních počátcích tvoří váček protažený ve směru horizontálním, později přirůstá ve směru ventrálním a vertikálním atd. Ve stadiích pozdějších vzrůstá v tu neb onu stranu, měníc při svém vzrůstu neustále svůj tvar, není kulovitým jako oko dorostlé. Z této příčiny jest ulcženo svalstvo — nebo lépe řečeno skupiny buněk pro příští svalstvo zdánlivě — na zcela jiném místě oka, než bychom očekávali totiž v poměru ku ulcžení na oku dorostlém. V prvních počátcích nutno držeti se vztahu nervstva k té které skupině, zda náleží okohybnému nervu neb ku nervus abducens neb n. trochlearis, což na seriových řezech lze velice dobře stopovati.

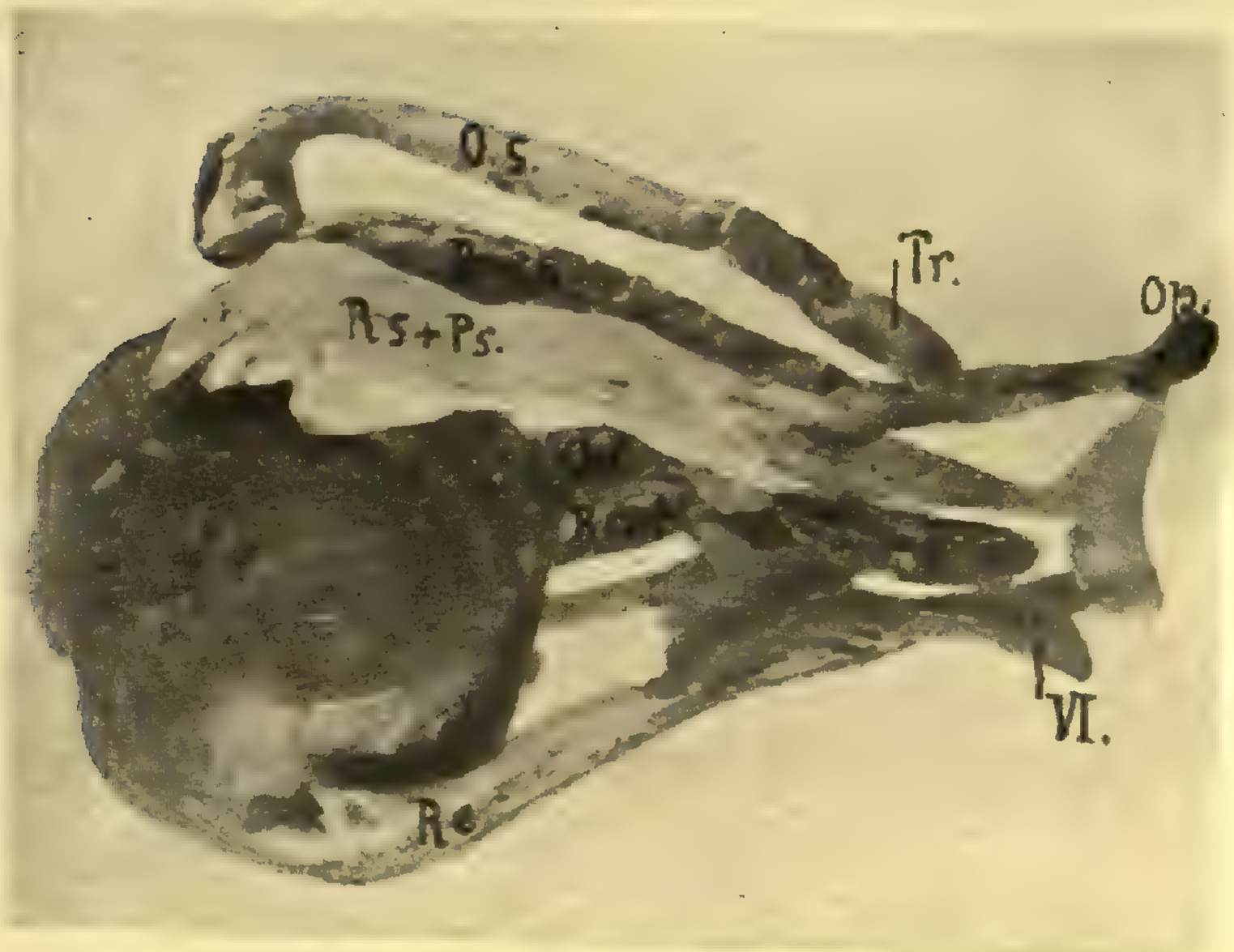
U popsaného embrya 14·5 *mm* tvoří oko elipsoid, jehož osa dorsoventrální jest daleko větší než osa lateromedianní. Základ pro musc. rectus superior a musc. levator palpebrae přiléhá ze všech ostatních nejblíže na oko, kdežto skupina laterálních plotének jest od stěny oční nápadně vzdálena, taktéž ploténka pro musc. rectus medialis jest dále od stěny hlavně u jejího proximálního konce; za to musc. rectus inferior a musc. obliquus inferior jsou těsněji k oku přitlačeny. Nejmohutněji je vyvinuta ploténka pro společnou skupinu musc. recti superioris a musc. levatoris palpebrae, ostatní jsou ještě dosti slabé a neurčitě ohraničeny proti ostatním buňkám mesoblastickým.

U embrya 17·5 *mm* lze již jednotlivé svaly a k nim přináležející nervy dobře rozeznati. Nutno však podotknouti, že v tomto stadiu jest sice již ze společné dřívější skupiny musc. rectus inferior samostatně vyvinut, ale souvisí ještě s musc obliquus inferior, do něhož vniká větévka nervu okohybného Skupina pro musc. rectus superior a musc. levator palp. jest dosud společná, není možno rozeznati rozdělení ve dva svaly. Také v této době vývojové při rozvětvování se nervu okohybného na jednotlivé větve jsou svalové buňky velice blízko sebe a možno ještě i zde viděti, které skupiny svalstva k sobě přináležely. Pokud tvaru svalů u tohoto embrya se týče, jsou v celku tvaru oblého, značně tenké, protáhlé, jen skupina pro musc. rectus lateralis a musc. rectus superior tvoří zřejmou ploténku.

Přejdeme-li další stadia až ku stadiu embrya 26 *mm* dlouhého, shledáváme svalstvo již velice zřetelně založeno. Oko v této době jest ještě protaženo ve směru horizontálním, ale přirůstá ve směru ventrálním a dorsálním.na straně laterální. Dříve společná ploténka pro musc. rectus superior a musc. palpebrae jest nyní již znatelně rozdělena jemným vazivem na dvě vrstvy svalů, tvoří plochou plotničku svalovou. Musc. rectus inferior je tvořen mohutnou deskou buněčnou. Musc. obliquus superior

Obr. 5.

Obr. 6.



5. Model oka embr. člověčího 17·25 *mm* dlouhého, kde jsou již jednotlivé svaly vytvořeny, jen skupina pro sval rectus superior a levator palpebrae superioris jest dosud společná. 6. týž se strany ventrální.

Op = Opticus.
VII = Nerv. oculomot.
VI = Nervus abducens.
Tr = Nervus trochlearis
Rs + Ps Společný základ pro rectus sup. a levator palp. sup.
Os = Obliquus super.
Oi = Obiiquus infer.
Ri = Rectus medialis.
Re = Rectus lateralis.
R inf = Rectus inferior

je dorsálněji uložen, ale jen velice blízko u musc. rectus superior a tvoří mezi musc. rectus lateralis a musc. rectus inferior válcovitý útvar, který se již vyznačuje ohybem v trochleae, dosud zcela vazivové. Mezi musc. rectus lateralis a musc. rectus inferior, který je tvořen mohutnou ploténkou svalovou, jest velká mezera, svaly jsou značně od sebe vzdáleny. Musc. rectus lateralis jest poměrně slabý sval, který leží těsně při stěně oční, něco distálněji a dále od stěny oční nalézá se ploténka pro musc. obliquus inferior, která má tvar kosodélníka, jehož delší osa probíhá od musc. rectus medialis ku musc. rectus inferior. Jest zde tudíž vytvořen základ všech svalů očních, které tvoří skupiny, z nichž musc. rectus lateralis, musc. obliquus superior a musc. rectus superior s musc. levator palpebrae jsou těsně k sobě přiloženy. Musc. rectus inferior, jako mohutně založený sval, jest značně vzdálen od zmíněné skupiny jakož i od skupiny musc recti medialis a musc. obliqui inferioris a tato dvojice jest opět daleko oddálena od skupiny zprvu uvedené.

Toto seskupení, jak se ještě zmíním, zůstává v daleko pozdějších stadiích tak jak toto stadium ukazuje, ale opět v některých dobách vývojových mladších vyskytuje se seskupení, kde svaly poměrně rychle vzrůstaly v určitém směru tak, že se až navzájem dotýkají, neponechávajíce skorem žádné mezery mezi sebou.

U tohoto embrya 26 *mm* lze na přímém svalu zevním a dolním, jakož i na ploténce šikmého svalu dolního dobře postřehnouti buňky, které mají prodloužená jádra, dlouhé, vřetenovité tělo a první počátky fibrill svalových. V tomto stadiu jsou založeny již všecky svaly okohybné a i zvedač horního víčka, který, jak poznamenáno, odděluje se velice jemným vazivem od přímého svalu horního.

V pozdějších dobách vyvojových mohutní jednotlivé základy svalové. Oko dorůstá nyní hlavně na straně temporální a distální, čímž nabývá tvaru velice nepravidelného, zároveň jest značně vykleruto na straně v temporálním dolním quadrantu. Tyto poměry vystihuje dobře model z embrya 38 *mm* dlouhého. Na tomto patrno, že jednotlivé základy svalové vyrostly hlavně do šířky a délky. Nejdůležitější jest poměr, jak dalece pokročil základ dosud společný pro musc. rectus superior a zvedač víčka. V tomto stadiu je vyvinuto již ganglion ciliare; v dalším pokračování rozdělí se n. oculomotorius na 4 větve. Větev, která spojena jest se základem pro přímý sval horní a zvedač víčka, dělí se opět na 2 větévky, z nichž jedna pokračuje proximálně do uvedené ploténky. Na této ploténce jest již zřetelné rozdělování se jedné základní desky ve dvě části, z nichž výše položená ploténka jest počátek zvedače víčka, její distální část níže položená jest přímý sval horní. Obě ploténky jsou z části odděleny jedna od druhé, ale na vnitřní straně spolu ještě souvisí. Tím byl by vyvinut plný počet svalů očních.

Seskupení svalové na oku tohoto embrya jest toto: Skupina pro musc. obliquus superior, musc. rectus superior s musc. levator palpebrae

a musc. rectus lateralis jsou dosud velice blízko, ba těsně pod sebou (pod šikmý horní sval vsunuje se musc. rectus superior). Přímý sval dolní tvoří mohutnou širokou plotnu. Přímý sval vnitřní nalézá se poblíž přímého horního svalu; nad jeho úponem na oko nasedá šikmý sval dolní, který dorostl po ploše oční až ku přímému svalu dolnímu. Tvořen jest tudíž v této době šikmý sval dolní mohutnou deskou, do délky protaženou, táhnoucí se od vnitřního přímého svalu ku svalu přímému dolnímu. Mezi svalem přímým zevním a přímým dolním zůstává velká mezera na ploše oční.

Poměry podobné, jak popsáno lze nalézti i u embryí starších. Veškeré svaly jsou založeny, vlastně tak daleko vyvinuty, že možno rozeznati, které svaly to jsou. Jejich vzájemná poloha jest ovšem velmi různá dle doby vývinové toho kterého stadia. Tak na př. u embrya 65 *mm* dlouhého oko vyrostlo značně opět ve směru osy horizontální a při tom se vyklenuje na straně temporální nahoře a na straně medialní dole Tímto vzrůstem mění se i poloha svalů, aniž by se snad oko samo otáčelo. Pokud svalů se týče, dostává se šikmý sval horní mnohem více na stranu zevní. Šikmý dolní sval vytahuje se jak na stranu temporální, tak i medianní, tvoří po stěně bulbu se táhnoucí ploténku, která na straně medianní dosahuje přímého svalu vnitřního, na straně temporální přesahuje daleko dolní sval přímý, který je uložen při svém úponu pod sval dolní šikmý V tomto stadiu jest nápadné, že skoro veškeré svaly se navzájem na spodní ploše oka dotýkají. Ze všech svalů staly se široké svalové ploténky, toliko horní šikmý sval zachovává tvar válcovitý.

V dalším vzrůstu přirůstá dolní šikmý sval poměrně nejvíce u porovnání s ostatními svaly, tak že u embrya 72 *mm* je již tento sval rozprostřen po celé dolní ploše oka zabíraje prostoru mezi přímým svalem zevním a vnitřním, přerůstá tudíž přes přímý sval dolní. Taktéž nápadně mohutní přímý sval vnitřní.

V pozdější době mění se poněkud obrazy seskupení svalového. Tak u embrya 87 *mm* jest oko protaženo ve směru horizontálnim, poněkud v ose šikmé temporálně skloněné. Svalstvo je uloženo ve třech zřejmých od sebe oddálených skupinách a to jednu skupinu tvoří dvojice musc. rectus superior a musc. levator palpebrae, temporálně musc. rectus lateralis a musc. obliquus superior, na dolní straně pak tvoří svalstvo jakýsi zavřený trojhran: musc. rectus inferior, musc. rectus medialis a musc. obliquus inferior. Svalstvo na vnitřní straně pyramis oční má jiz skoro definitivní uložení, při úponu na oko ovšem nejsou ani v tomto stadiu poměry uložení svalů definitivní.

Tímto byl by asi vyčerpán popis vzniku svalů očních. V další době vývojové nutno, aby svaly různým etapovitým vzrůstem dostaly se na své definitivní místo. Právě tak jako oko vytváří se tím způsobem, že přirůstá etapovitě v různé strany, tak i svaly, které při prvním vývinu jsou daleko vzdáleny od oka, tak že se zdá, že ani nemají žádného vzájem-

néno vztahu, vytvařejí se a vzrůstaji etapovitě v různé strany, nerostou všecky stejnoměrně, nýbrž postupně jen ten neb onen.

Nebude nezajímavo, uvedu-li domněnku Vossia, který tvrdil, že nerv zrakový otáčí se i s bulbem jak u člověka, tak i u některých ssavců během vývoje o 90° kolem osy délkou nervu zrakového položené Že bulbus se otáčí, dokazoval tím, že u 5-, 6-, 8měsíčních embryí lidských nalezl, že medianní okraj musc. recti superioris dotýkal se skoro laterálního okraje musc. levatoris palpebrae. U novorozeněte je dle Vossia musc. rectus super. uložen více ku středu pod zvedačem víčka, u člověka dospělého nalézti ho lze zcela uprostřed, tak že přečnívá dovnitř mediální okraj zvedače víček. Z toho soudí, že přímý sval horní putuje během vývoje se strany zevní dovnitř následkem točení se bulbu, a že se to děje v pátém měsíci.

Stopujeme-li vývin této dvojice svalů: musc. rect. super. a musc. levator palpebrae, nalézáme v nejmladších stadiích vytvořenou jednu souvislou skupinu buněk, dříve ještě, než počnou se vytvářet vlákna svalová. Do skupiny vniká vazivová přepážka, která počne rozdělovat skupinu tu ve dvě skupiny. Do každé z nich pak vniká větévka nervu okohybného. Na stranu ventrální totiž k úponu svalu přímého na oko ploténka pro zvedač víčka vyniká — vzrůstá — více na stranu laterální zevní; zadní část zvedače jest přeložena přes musc. rectus. V dalším postupném vzrůstu svalů rozšiřuje se ustavičně plochý sval, zvedač víčka, ale tím způsobem, že zevně přirůstá zvedač, na stranu medianní přirůstá musc. rectus a tím povstává vlastní ploténka svalová pro zvedač i sval přímý, ale jsou ještě vazivově navzájem spojeny i u embrya 85 *mm* dlouhého. O nějakém putování ve smyslu Vossia není ovšem ani potuchy. Vůbec jest naprosto nesprávné udání o točení se oka či nervu zrakového za doby vývojové. Poloha svalů, která se jen zdánlivě mění. jest podmíněna právě tak jako tvar oka etapovitým vzrůstem svalstva, které jest opět podmíněno různým tvarem oka v různých vývojových dobách.

Deyl dokázal, že oko se neotáčí, ani nerv zrakový; totéž potvrdil jsem také já ve své práci dřívější a zjistil jsem, že oko neotáčí se ani v době dřívější, jak Strahl s Henckelem tvrdili.

Nález polohy přímého svalu horního byl ovšem zcela správný, ale výklad jest mylný, jak patrno z pověděného. Chci jen ještě tolik uvésti, že definitívní uložení svalů okohybných nalezneme teprve v daleko pozdější době a že není ještě ani v druhé třetině foetálního života ukončen jak ještě při jiné příležitotsti ukáži.

Tato práce měla za účel poukázati ku prvotním základům vývinu svalů okohybných u člověka, což nebylo dosud nikým podniknuto.

Mám-li podati souhrn nálezů, tu musím uvésti:

1. U člověka nalézame již v prvotních stadiích zhuštění mesoblastických buněk v nejbližším okolí nervi trigemini a to mez I. a II. větví.

U člověka neexistují žádné útvary t. zv. hlavové dutiny, které by dávaly počátek svalům očním, nýbrž jen nakupení buněk mesoblastických.

2. První počátek svalů začíná v době, kdy doroste nervus oculomotorius a zároveň nervus abducens ku zhuštěným buňkám mesoblastickým, ze kterých vytvoří se 2 ploténky, jedna co počátek svalů innervovaných nervem okohybným, druhá pro musc. rectus lateralis a obliquus superior.

3. Z odštěpené skupiny druhé, která těsně přiléhá na nervus trigeminus, na jeho I. větev, vytváří se musc. obliquus superior, ku kterému dorůstá nervus trochlearis.

4. Po rozčlenění původní první ploténky na ploténky jednotlivé povstává nejdříve musc. rectus medialis a musc. rectus inferior, dále musc. obliquus inferior.

5. Zbytek první ploténky zůstává delší dobu jako společný základ pro musc. rectus superior a musc. levator palpebrae.

6. Uložení původně založených svalů neodpovídá uložení definitívnímu, jen musc. rectus lateralis a musc. obliquus inferior jsou přibližně na svém místě.

7. Etapovitým vzrůstem jednak svalů samotných, hlavně však etapovitým vzrůstem oka, dosahují svaly svého definitívního uložení.

Použitá literatura.

H. K. Corning, Über die Entwicklung der Kopf- und Extremitätenmuskulatur bei Reptilien. Morpholog. Jahrbuch Bd. XXVIII, 1900.

J. Deyl, O vstupu arterie Centr. retinae do čivu zrakového u člověka. Časopis lék. českých. 1896.

J. Deyl, Über den Eintritt der Arteria centralis retinae in den Sehnerv bei Menschen. Anatom Anzeiger, Bd. XI., 1896.

Dohrn, Studien zur Urgeschichte des Wirbelthierkörpers. Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel, IX. Bd., 1889—1891.

Froriep, Entwicklungsgeschichte des Kopfes. Ergebnisse der Anatomie und Entwicklungsgeschichte. Bd. I., 1892. Bd. III., 1899.

Henckel, Beiträge zur Entwickelung des menschlichen Auges. Anatom. Hefte von Merckel und Bonnet. 1898.

J. Janošík, Anatomie člověka. Část I.

Knpffer, Über die Metamerie des Wirbeltierkopfes. Verhandlungen der Gesellschaft auf der sechsten Versammlung in Wien 1892.

Keil R., Beiträge zur Entwicklungsgeschichte des Auges von Schwein mit besonderer Berücksichtigung des Verhaltens der fötalen Augenspalte. Anatom. Hefte von Merckel und Bonnet, 32. Bd., J. 1907.

O. Lešer, O vývinu tvaru oka člověka. Rozpravy České Akademie cís. Frant. Josefa 1910, č. 19.

O. Lešer Über die Entwicklung der Form des menschlichen Auges. Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohème, 1911.

V. Matys, Vývin a topografie svalstva v orbitě u ptáků. Rozpravy České Akademie cís. Frant. Josefa 1907, č. 22.

H. Rex, Zur Entwicklung der Augenmuskeln der Ente. Morpholog. Jahrbuch. Bd. XXIX., 1901.

H. Rex, Über das Mesoderm des Vorderkopfes der Lachmöve. Morphologisches Jahrbuch. Bd XXXIII., 1905.

Severtzoff, Studien zur Entwickelungsgeschichte des Wirbeltierkopfes I. Die Metamerie des Kopfes des elektrischen Rochens. Bull de la Soc. Imp. d. Natur. de Moscou 1898.

H. Strahl, Zur Entwickelung des menschlichen Auges. Anatom. Anzeiger, Bd. XIV., 1898.

A. Vossius, Beiträge zur Anatomie des N. Opticus. Albrecht von Graefe's Archiv für Ophthalmologie. 29. Jg., IV. Abt., 1883.

Van Wijhe J. M., Über die Mesodermsegmente und die Entwicklung der Nerven des Selachierkopfes. Verhandlungen der k. Akademie zu Amsterdam, 1882.

Výklad tabulek.

Tab. II. (obr. 1., 2., 3.)

Obrazy řezů za sebou jdoucích od embr. člověčího 9·7 *mm* dlouhého.

(Značení pro všechny obrázky stejné.)

Hy = hypophisis.
III = Nerv. oculomotorius.
VI = abducens.
a, a, = ploténka buněk jako společný útvar pro příští sval Rectus lateralis a obliquus superior.
b = společná ploténka pro svalstvo innervované nerv. oculomotorius.
V^1, V^2 = první a druhá větev nervu trigeminu.

Tab. III. (obr 4., 5., 6., 7.)

Obrazy řezů embrya člověčího 14·5 *mm* dlouhého, vzaté z různých výšek.

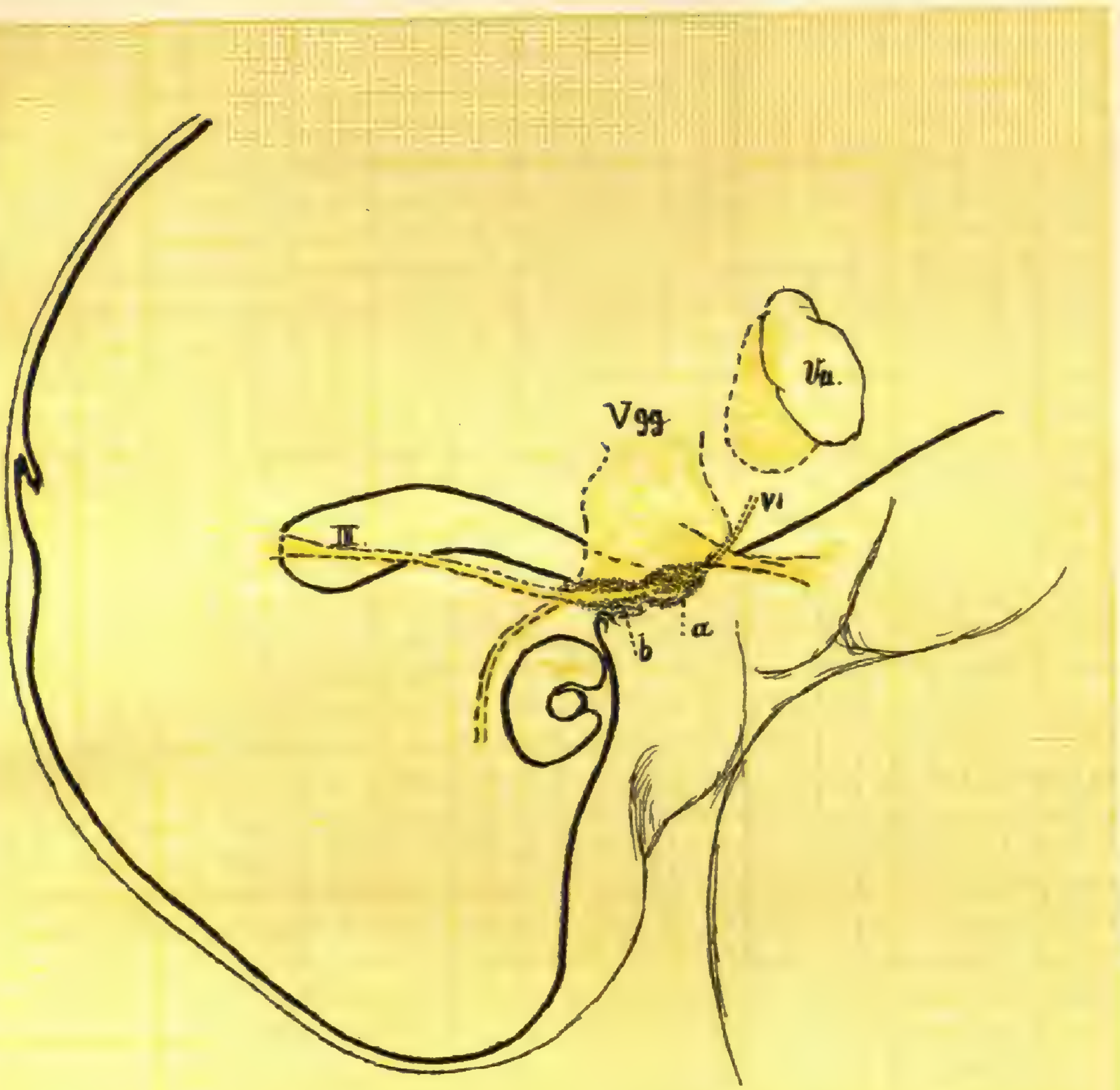
(Poznačení pro všechny obrazy stejné.)

III = Nerv. oculomotorius.
V^1, V^2 = Větve první a druhá nerv. trigeminu.
Tr = Nervus trochlearis.
VI = Nerv. abducens.
Os = Ploténka pro sval: Obliquus superior (na obr. 1. souvisí dosud při 05. buňky pro tento sval s buňkami pro sval Rectus lateralis.
Re = Sval Rectus lateralis.
Op. = Opticus.

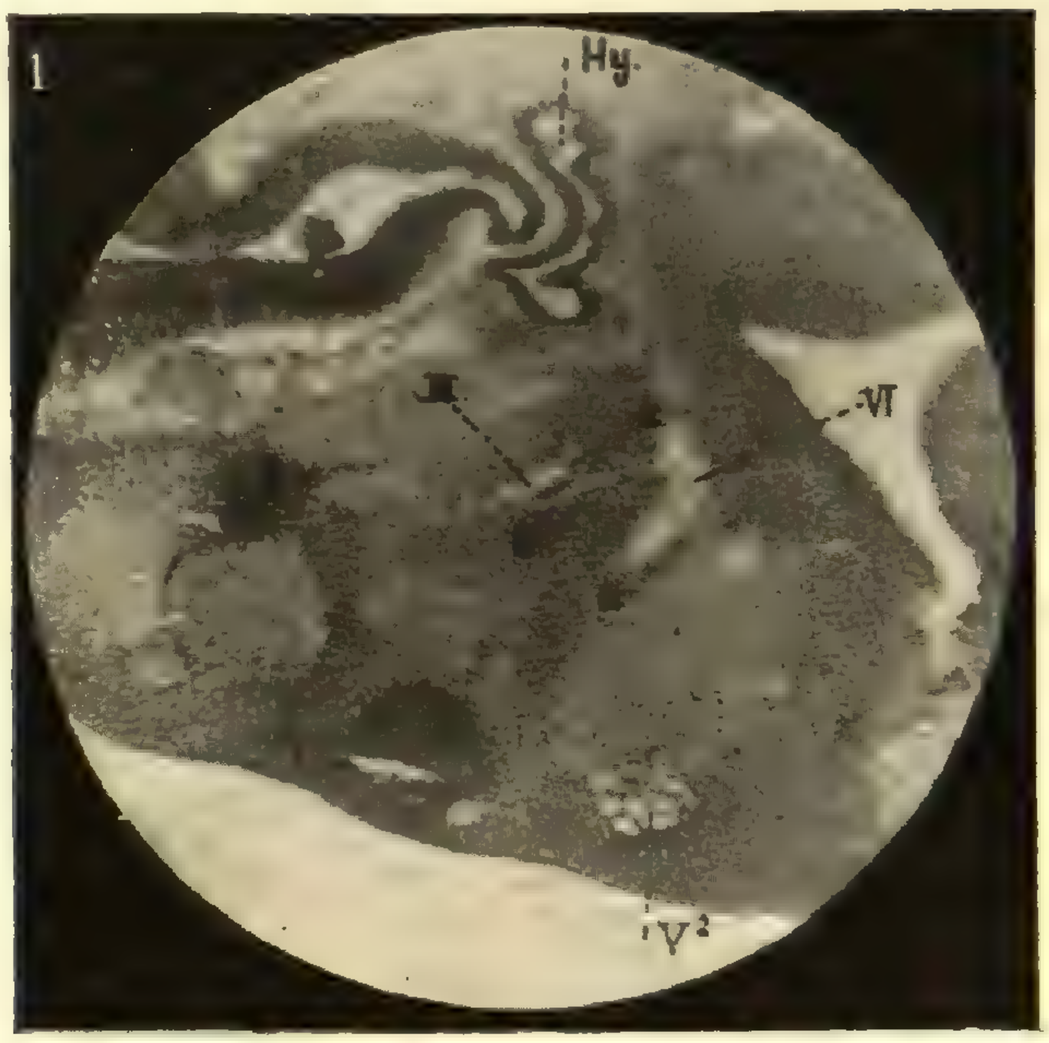
Na obr. 2. přiléhá nervus trochlearis ku skupině pro sval Obliquus sup.

Obraz dvou řezů od embr. člověčího 17·75 *mm* dlouhého (obr. 8., 9.).
III = Nerv. oculom.
VI = Nerv. abducens.
Tr = Nerv. trochlearis.
Op = Opticus.
Re = Musc. rectus lateralis
Ri = ,, ,, medialis.
Rs = ,, ,, superior.
Os = ,, obliquusisuperior.
Rif = ,, Rectus infer.

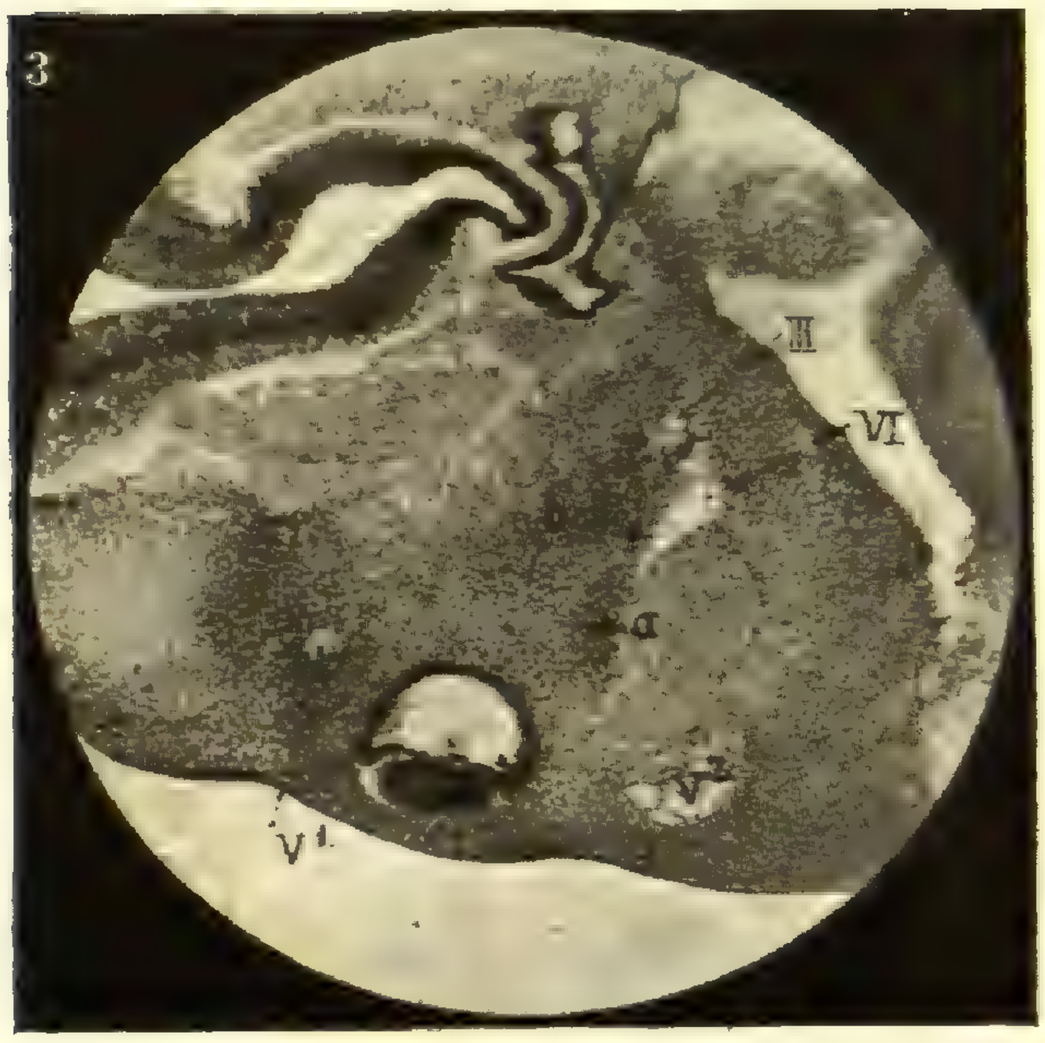
Na obr. 9. právě se dělí Obliquus inferior od svalu Rectus inferior, větévka nervus oculomotorius (III) dělí se a dává větvičku do Obliquus inf.



Projekce řezů embrya člověčího 9·5 *mm* dlouhého.
III. nerv. oculomotorius a k němu příslušející skupina buněk *b*.
IV. Nerv. abducens a jemu příslušející skupina buněk *a*.
Vgg. ganglion nervi trigemini.
Vu = Váček oční a gangl. acust. faciale.


1
Hy.
VI
IV²

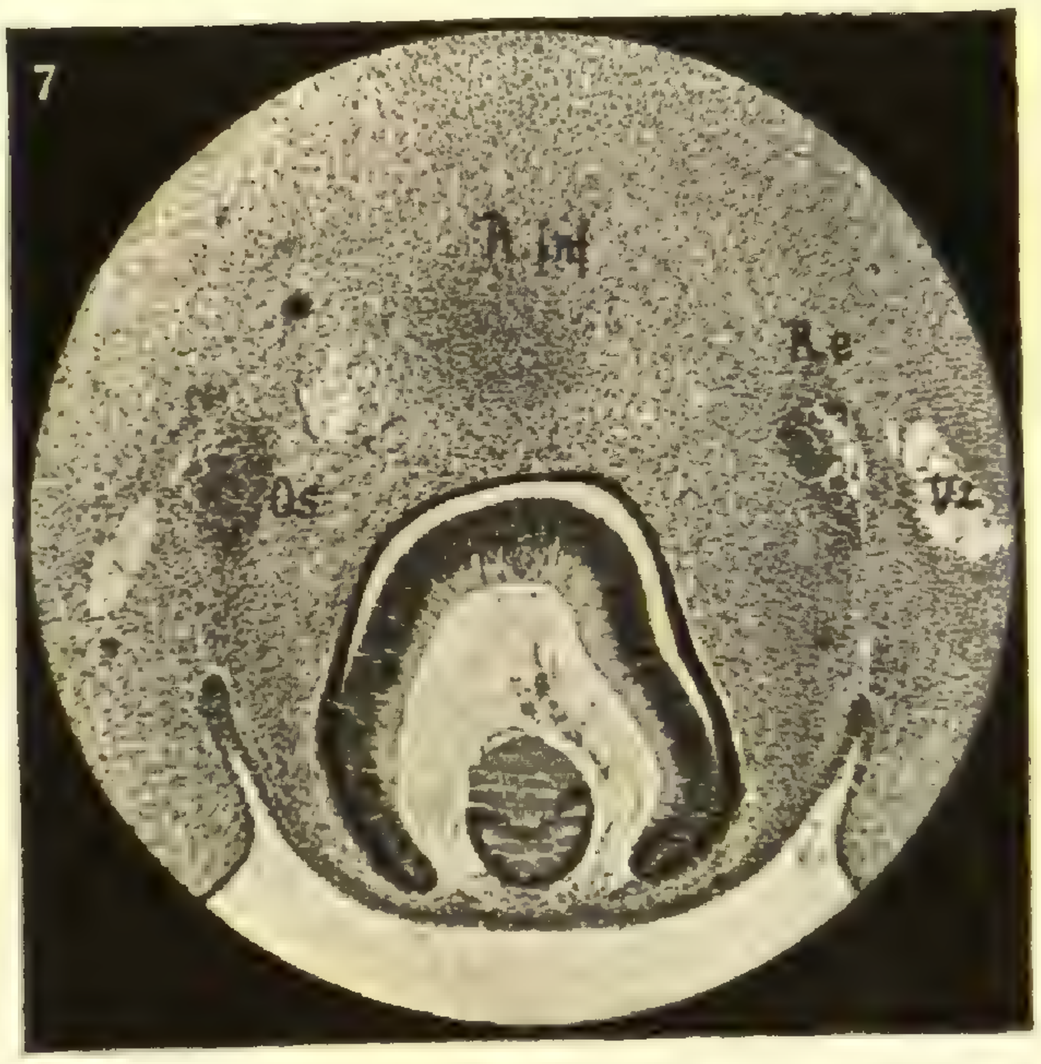
2
III
VI
IV²

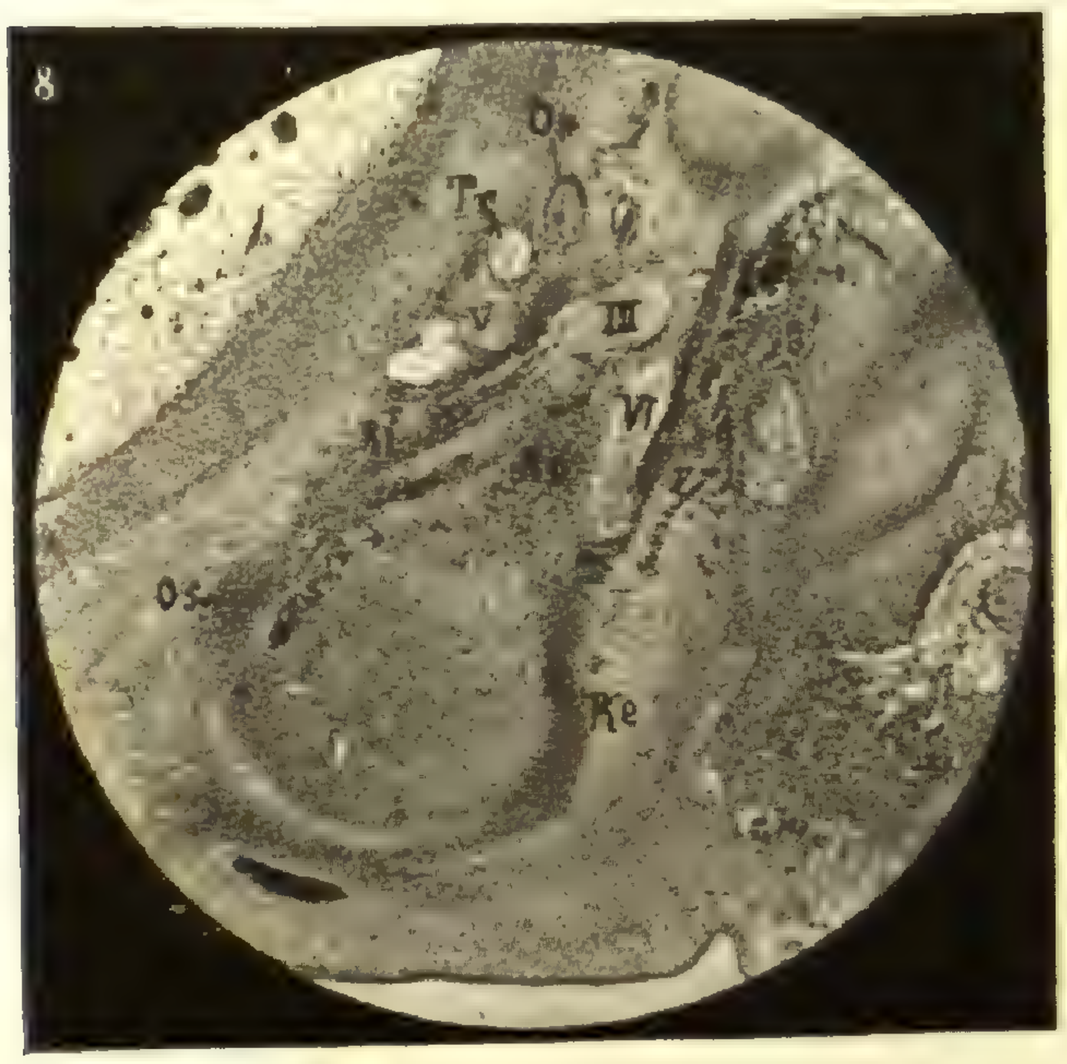

3
III
VI
V¹

4
Os
III
VI
VI
V²
Re

5
Op
Os
III
Tr
V¹

6
III
VI
Op
Os


7
R inf
Re
Os
VI


8
Tr
V
III
VI
Os
Re

9
Rinf
III
O. inf.

Rozklad kyseliny hippurové.

Napsal

Dr. inž. JAROSLAV CHARVÁT.

Z c. k. ústavu pro zemědělskou bakteriologii při c. k. české vysoké škole technické v Praze. Přednosta Prof. Dr. Al. Velich.

(S 1 vyobrazením a 2 tabulkami.)

Úvod.

Význam činnosti *ammonisačních bakterií* v koloběhu dusíku vedl mne ke studiu biologie těchto zajímavých mikroorganismů. *Nezbytná jejich působnost* vystupuje *zvláště při rozkladu dusíkatých látek*, obsažených *v moči* — hlavně *močoviny*, *kys. hippurové* a *kys. močové*.

Dusík v nich obsažený, neassimilovatelný pro rostliny, se působením těchto mikrobů mineralisuje — mění se ve formu minerální, kterou již *mohou rostliny zpodobovati*. Otázka této proměny dusíku *močoviny* působením mikroorganismů kvašení ammoniakálního byla již studována, hlavně Miquelem a jeho následovníky. Rovněž rozklad *kys. močové* byl během času osvětlen.

Pokud se týče *kys. hippurové* neschází sice prací, pojednávajících o jejím štěpení bakteriemi, avšak *chemická stránka ammoniakálního kvašení této kyseliny nebyla dosud dostatečně prozkoumána*. I snažil jsem se v této práci ty mezery vyplniti již také s ohledem na *skutečnou důležitost mikrobiologického rozkladu kys. hippurové v praksi hospodářské*.

Kyselina hippurová (benzoylamidooctová) přichází v přírodě snad jedině jako produkt látkové výměny organismu zvířecího a to hlavně býložravců. Procentické její množství v moči není stálé, kolísá od stop až do 2·7%, jak udávají různí autoři ku př. Miquel,[1]) Henneberg, Kühn, Yoshimura.

[1]) Dle Miquela obsahuje průměrně moč hovězího dobytka 1·6%, koňská moč pak 0·5% kys. hippurové.

Rozklad uvedené kyseliny působením mikroorganismů probíhá nejméně aspoň ve dvou fásích. Předem vzniká glykokoll a kyselina benzoová a teprve pozdější fermentací prvé sloučeniny tvoří se ammoniak. Tento rozklad glykokollu není zřejmý a jasný. Neví se, vznikají-li ještě nějaké další meziprodukty, či je-li glykokoll přímo rozkládán na kysličník uhličitý a ammoniak.

Studiem *mikrobielního štěpení kyseliny hippurové* zabývali se ze starších badatelů: van Tieghem, Rattone a Valente, Burri, Herfeldt a Stutzer, Yoshimura, Crisafulli. Obšírněji zpracoval otázku rozkladu této kyseliny za účinku mikrobů r. 1902. Schellmann. Autor ten dovozuje z úbytku dusíku, že nastává nejprve rozklad kys. hippurové na glykokoll a kys. benzoovou. Teprve pak dále štěpení glykokollu, při čemž vzniká uhličitan ammonatý. Zmiňuje se sice, že volný dusík se netvoří, jen ammoniak se uvolňuje, ale důkazu toho neuvádí. Nawiaski ve svých pokusech shledal, že *Bac. proteus vulgaris* attakuje velice slabě glykokoll. Leo stanovil pokusně, že kys. hippurová moče na vzduchu volně ponechané rozloží se během 48 hodin na kys. benzoovou a glykokoll. Mikrobiologický tento rozklad je prý působen pravděpodobně *staphylokokky*. Carbone et Rusconi isolovali ze salámů bakterie, štěpící kys. hippurovou. Rovněž stanovili tuto rozkladnou schopnost u plísní. Podrobně studoval rozklad této kyseliny plísněmi Kossowicz. Shledal, že mají schopnost assimilovati kys. hippurovou jako jediný zdroj dusíku a rozkládati ji v ammoniak. Podobnou schopností nadána byla i kvasnice, kterou isoloval z hruškového moštu. O. Hagem nalezl více *Mucorineí*, jež mají schopnost rozkládati nejen močovinu a kys. močovou, nýbrž i kys. hippurovou a glykokoll.

Goslings[1]) studoval biologické poměry při rozkladu kys. hippurové mikroorganismy v kombinaci s bílkovinami, bez nich a s uhlohydráty. K pokusům používal hippurátu sodnatého. Ze zplodin kvašení kys. hippurové, zejména při teplotě 22° C konstatoval kys. benzoovou, glykokoll a ammoniak. Jakým však způsobem to zjistil — z referátu nevysvítá. Glykokoll nalezen ve stopách, kys. benzoová se rozložila až do 15%. Týž autor zjistil možný anaerobní rozklad kys. hippurové, avšak pouze za přítomnosti nitrátů a sulfátů.

Pojednání Goslingsovo patří tedy částečně též ku pracím jednajícím čistě o *assimilaci kys. hippurové*. Sem náležejí i pokusy konané Czapkem s plísní *Aspergillus niger*. Tento badatel zjistil, že v roztoku kys. hippurové rostla jmenovaná plíseň dobře i bez přidání cukru.

Pokud se týče *glykokollu*, konstatoval Bokorny bujnější vývoj kvasnic po přidání této sloučeniny. Z toho soudí, že kvasnice assimilují glykokoll.

---

[1]) Podotýkám, že referát o této práci dostal se mi do rukou až po úplném experimentálním zpracování tohoto thematu, takže k některým shodným výsledkům dospěl jsem nezávisle od údajů Goslingsových. (Viz resumé.)

Bierema studoval podrobně vedle assimilace různých dusíkatých sloučenin též zpodobování kys. hippurové. Uvádí, že tato tvoří ve spojení s mnohými látkami uhlíkatými výbornou dusíkatou živinu pro mikroby. Dle něho ji stravují beze zbytku jak hrubé, tak čisté kultury bakterií. Konal kvantitativní pokusy s hrubými kulturami v prostředí jednak se saccharosou, jednak s galaktosou. Uvedená kyselina po 6 dnech byla rozložena. Výsledky práce jeho o assimilaci kys. hippurové čistými kulturami ukázaly, že tato kyselina po 24 dnech úplně vymizela. Ammoniak nalezen jen v jediném případě a to ve množství zcela nepatrném.

Již Schmiedeberg dokazoval, že *rozklad kys. hippurové* děje se *činností zvláštních enzymů*. Poukázal, že rozmělněná játra mají schopnost štěpiti uvedenou kyselinu na glykokoll a kys. benzoovou. Shibata zkoumal, zda schopnost plísně *Aspergillus niger* odštěpovati ammoniak z dusíkatých sloučenin je pochod od životní činnosti této plísně odlučitelný, enzymatický. Zkoumal působení rozetřené plísňové substance na roztok kys. hippurové. Po 25 dnech zjistil, že část této kyseliny se rozložila ve glykokoll a kys. benzoovou. Dox přišel k podobným resultátům s acetonovým, stálým praeparátem plísně *Penicillium camemberti*. Praeparát plísňový rozkládal v pokuse kromě jiných amidů a aminů též kys. hippurovou. Kossowicz potvrdil pokusy s plísněmi existenci enzymů, štěpících kys. hippurovou. Filtráty čistých kultur plísní *Aspergillus niger* a *Mucor Boidin* rozkládaly kys. hippurovou za uvolňování kys. benzoové. Také Schellmann předpokládá existenci enzymů, štěpících kys. hippurovou, ač žádných direktních důkazů neuvádí.

Jak patrno z předcházejícího historicko-literárního úvodu, *nebyla otázka fysiologických pochodů při kvašení kys. hippurové úplně rozřešena.* I podjal jsem se na základě těchto theoretických zkušeností vlastní práce *fysiologicko-chemické* a snažil jsem se pochody ony podrobně studovati.

Účelem toho bylo *řešení* následujících otázek:

1. Hleděl jsem *získati přehled o schopnosti isolovaných čistých kultur rozkládati nejen kys. hippurovou, ale i močovinu a kys. močovou.*

2. Snažil jsem se *provésti analytický rozbor bakteriemi zkvašených, umělých výživných roztoků s kys. hippurovou vzhledem k dusíku.* Tím chtěl jsem *zjistiti, jakou měrou tyto kultury kys. hippurovou během určité doby rozkládají a to v prostředí s glukosou, saccharosou* i *bezcukerném.*

3. Dále pokusil jsem se *provésti kontrolu veškerého dusíku stanovením plynných produktů a množství dusíku ve zkvašené tekutině s kys. hippurovou.* Tím pak *dokázati, zdali část dusíku neuniká v jiné podobě než jako ammoniak,* tedy ku př. jako elementární dusík.

4. Chtěl jsem *zodpověděti otázku, do jaké míry se tvoří a ve kvasící tekutině hromadí dusíkaté meziprodukty rozkladu kys. hippurové, totiž glykokoll,* případně jiné aminolátky.

5. Dosavadní práce nepřinlížely k tomu, *může-li kys. benzoová sloužiti současně při ammonisaci glykokollu za uhlíkatou potravu dotyčným mikrobům.* Proto bylo zajímavo se o tom přesvědčiti. Za tím účelem snažil jsem se *stanoviti v tekutinách, zkvašených některými kulturami, množství nerozložené kys. benzoové.*

6. Všeobecně se uvádí, že glykokoll ve vazbě s kys. benzoovou nemůže býti dříve ammonisován, dokud nebyl rozkladem kys. hippurové uvolněn. Z této úvahy *dala* by *se předpokládati existence dvou skupin bakterií.* Jedněch, rozkládajících kys. hippurovou (tedy i glykokoll), kdežto druhých, zkvašujících pouze glykokoll, nikoliv však kys. hippurovou. Z uvedeného důvodu chtěl jsem též *dokázati, jsou-li mikroby, rozkládající pouze glykokoll.*

7. Při opakování pokusů, týkajících se ammonisace kys. hippurové, shledal jsem ve výsledcích značné rozdíly také u týchž druhů mikrobů. Kultury nápadně degenerovaly, jevily menší štěpící způsobilost. Proto vybral jsem 8 mikrobů, různé kvasící schopnosti a snažil jsem se *provedením systematických pokusů v půlročních periodách přesvědčiti, do jaké míry zmíněná způsobilost byla oslabena.*

Vlastní práce.

K vypěstování *specifických bakterií, rozkládajících kys. hippurovou,* použil jsem jako očkovacího materiálu substancí z míst, kde mohl jsem předem předpokládati rozklad této kyseliny v přírodě. V první řadě byla to močůvka a hnojůvka, dále hnůj a kompost. V druhé řadě i půda, jako další naleziště mikrobů ammoniakálního kvašení. Uvedené bakterie vypěstoval jsem ve výživných roztocích s kys. hippurovou. Připraveny dva roztoky, z nichž obsahoval:

I. roztok: 1000 g destillované vody,
10 g kys. hippurové.

II. roztok: 1000 g destillované vody,
2 g sekundárního fosforečnanu draselnatého,
1 g síranu hořečnatého,
a) 5 g glukosy,
b) 5 g saccharosy,
c) bez cukru.

Těchto výživných medií použito bylo též i v dalších pokusech za přítomnosti uhlohydrátů — nebo bez nich.

K získání kultur užil jsem směsi roztoků sub. I + II a. Roztok I. připraven za horka, neutralisován sodou a smíchán s II. roztokem ve stejném poměru (50 : 50 *ccm*). Směs tato rozlita (po 100 *ccm*) do Erlenmayerovek, a byla v proudící páře frakcionovaně po 3 hodiny sterilisována.

Po vychladnutí byly roztoky očkovány zmíněným materiálem a vloženy do thermostatu, kde byly chovány při teplotě 37° C, téměř stálé. Během 2 až 3 dnů objevil se větší neb menší zákal tekutiny. V dalších dnech zjišťován prchající ammoniak z kvasících roztoků. U některých byl jeho vývin patrný již pouhým čichem, u jiných pak zjištěn po zahřátí roztoku navlhčeným lakmusovým papírkem. Tu shledal jsem mohutnější působnost mikrobů na kys. hippurovou, vypěstovaných z hnojůvky, oproti kulturám z kompostu a půd, ježto prvé vytvářely ammoniak rychleji a ve značnější míře. Uvedená kvasící výživná media tvořila základní materiál, *surovou kulturu, z níž isolovány specifické mikroby, zkvašující kys. hippurovou*. Tyto byly získány obyčejnou methodou bakteriologickou — litím ploten na obyčejném, masopeptonovém agaru. O působení jednotlivých těchto čistých kultur na kys. hippurovou přesvědčil jsem se vždy přeočkováním do živných tekutin s touto kyselinou. V positivním případě, tvořila-li bakterie čpavek, použil jsem pak jí ku analytickým pokusům. *Celkem isolováno 20 druhů* různých mikrobů, které pěstovány byly v čistých kulturách na výživných půdách, obvyklých v bakteriologické methodice. *Převážná většina těchto bakterií* náležela *ku typu Mesentericus*. Jednotlivé druhy tohoto typu lišily se od sebe hlavně vzhledem a barvou povlaků na bramboru. Tyto různé znaky podržely i po několikanásobném přeočkování a proto byly pokládány za různé odrůdy. Kromě uvedeného typu *zastoupen byl mezi isolovanými druhy též Subtilis a Megatherium*. Místo zvláštního *pojmenování mikrobů* použil jsem v práci *čísel od I.—XX*. Mimo tyto získané bacilly vzal jsem k pokusům též typický *Bac. pyocyaneus* ze sbírky ústavní, jejž označil jsem číslem XXI. Tento bacill byl shodným s Bac. čís. XVIII., vypěstovaným z půdy pařeništní. Dále jsem zjistil, že *tři druhy* (čís. XV., XVIII. a XXI.) jsou *fakultativně anaerobní*, kdežto *ostatní jeví se aerobní. Kromě čtyř bakterií* (čís. I., IV., V., XII.), *všechny redukují nitráty na nitrity. Bac. čís. XV*. a typický *Bac. pyocyaneus* (ze sbírky ústavní) jsou *pravými denitrifikačními mikroby* (ve vlastním slova smyslu).

Ku zjištění, zdali mikroby čís. I.—XXI. určitě rozkládají kys. hippurovou, provedl jsem vícekráte kvalitativní kontrolní pokusy. Živné roztoky s glukosou, upravené způsobem výše vyznačeným, rozlity do zkumavek a po sterilisaci očkovány bacilly čís. I.—XXI. Dány byly do thermostatu teploty 37° C. Denně byl zjišťován skutečný rozklad kys. hippurové dokazováním ammoniaku čichem, vlhkými lakmusovými papírky i Nesslerovým činidlem. Tu připomínám ihned, že nestačí mnohdy v prostředí s uhlohydrátem zkouška na ammoniak čichem a papírky reagenčními, neboť tvoří se často ammonaté soli, neodštěpující volný ammoniak. (Viz dále tvoření se fosforečnanu hořečnato-ammonatého). Těmito pokusy jsem shledal u všech zkoušených bakterií čís. I.—XXI., že *skutečně mají schopnost rozkládati kys. hippurovou*. Proto byly s těmito mikroby podniknuty další, podrobnější pokusy.

Dříve však ještě jsem se přesvědčil, zdali tyto kultury, rozkládající kys. hippurovou, mají *současně též schopnost štěpiti močovinu a kys. močovou.* Z prací dřívějších autorů (van Tieghema, Burriho, Herfeldta a Stutzera, Crisafulliho, Schellmanna, Hagema) již vysvítá, že tyto tři hlavní dusíkaté látky moče jsou nestejně snadno mikroby zkvašovány. Nejsnadněji se štěpí močovina, nejtíže kys. hippurová. Nedalo se proto napřed tvrditi, že mikroby, rozkládající kys. hippurovou, budou též bezpodmíněčně zkvašovati močovinu a kys. močovou. Konečně ještě jiné okolnosti (ku př. povaha vedlejší uhlíkaté živiny), mohou zde míti vliv. A skutečně u kultur čís. II., V., a XVIII. zjištěna naprostá neschopnost rozkládati močovinu. Bac. čís. VIII. a XIX. tvořily pak slabý, Bac. čís. IX. silnější zákal. Podobně jsem shledal, že Bac. čís. V., VII. a VIII. nerozkládaly kys. močové, Bac. čís. XIX. zkvašoval ji slabě.

Z 21 kultur, zkvašujících kys. hippurovou, štěpilo tedy 15 mikrobů též močovinu a 17 bakterií i kys. močovou. (Viz tabulku čís. I.) Rozklad kys. hippurové, močoviny i kys. močové vyvolávaly bacilly čís. I., III., IV., VI., X., XI., XII., XIII., XIV., XV., XVI., XVII., XX. a XXI. *Pokládám těchto 14 mikrobů za ammonisační bakterie v širším slova smyslu.*

Úvodem k vlastním analytickým pracím byly *zkoušky,* provedené *s glykokollem a kys. hippurovou,* kterými jsem se přesvědčil *o stálosti těchto látek za různých podmínek.*

Kvalitativními pokusy jsem shledal toto:

a) Pouhým varem 1%ního roztoku *glykokollu* ve vodě *rozklad nenastává.* — Nesslerovo zkoumadlo nereagovalo s jímaným destillátem.

b) Dlouhým a prudkým varem roztoku *glykokollu* v epruvetě s *MgO neb* $BaCO_3$ zjištěno, že zachycený destillát reaguje s Nesslerovým činidlem. — Nastalo oranžové zbarvení až sedlina, což je důkazem *částečného rozkladu glykokollu.*

Výsledky těchto pokusů (sub. a, b) souhlasí s údaji v literatuře.

Kvantitativními zkouškami jsem zjistil následující:

c) Destillován 1%ní vodný roztok *glykokollu za sníženého tlaku* při teplotě 40—50° C. Nalezeno, že za těchto podmínek *rozklad ani v nejmenší míře nenastává.* Ve vykonaných pokusech *úplně vydestillován* (pomocí 2 *g* MgO) ammoniak ze 0·25—0·5 *g síranu ammonatého* během 1½ až 2 hodin. Proto dá se *této methody s prospěchem použiti při stanovení ammonatých solí vedle aminolátek.*

Destillace provedeny byly z tlustostěnné baňky, vyhřívané ve vodní lázni. Baňka opatřena byla kaučukovou zátkou s destillačním nástavcem a vytaženou trubicí pro přívod vzduchu. Prchající páry ammoniaku

jímány byly v absorbčních nádobách podoby „U“, naplněných titrovanou kyselinou.[1])

d) 1—2hodinným *varem* *½—1%ního* roztoku *glykokollu s MgO*, nastává jen *skrovný rozklad* glykokollu (0·2—0·5 *ccm* $^1/_{10}$ n kyseliny se při tom neutralisuje).

e) Rovněž i *uhličitan barnatý* (l. č.), používaný též k destillaci ammonatých solí, *působí za varu na glykokoll.* Zjistil jsem, že míra rozkladu, měřená neutralisací $^1/_{10}$ n kyseliny, byla téměř stejná jako při použití MgO. (0·1—0·4 *ccm* $^1/_{10}$ n kyseliny neutralisováno za stejných podmínek jako v pokuse předcházejícím).

f) Obdobné zkoušky provedl jsem též s *kys. hippurovou.* Shledal jsem, že *½—2%ní* roztok její *pouhým varem*, rovněž *i varem s MgO neb* $BaCO_3$ *se nemění*, což je ve shodě s údaji v literatuře.

Po těchto předběžných zkouškách přikročil jsem ku dalším pokusům, abych zjistil u všech 21 kultur *stupeň ammonisace kys. hippurové.* Za tím účelem volil jsem *prostředí* jednak *s glukosou*, jednak *se saccharosou.* Tento disaccharid volen z důvodu, že přítomnost jeho dle Bierema podporuje rozklad kys. hippurové. *Tato kyselina může býti sice* již *sama mikrobům dusíkatou i uhlíkatou živinou*, přes to však volena směs její s cukrem proto, abych se tím *přiblížil poměrům*, jaké za přirozených okolností panují *v hospodářství.* Tedy ku př. při rozkladu kys. hippurové na hnojišti, kde moč přichází též ve styk s uhlohydráty.

Živná media upravena dle předpisu a způsobem výše uvedeným. Rozdělena byla do kvasných baněk (Erlenmayerovek) obsahu 200 *ccm*. Do všech nádob odměřeno po 50 *ccm* roztoku sub. I. Pak do jedné poloviny Erlenmayerovek přidáno po 50 *ccm* roztoku sub. IIa. Do druhé poloviny baněk dáno bylo po 50 *ccm* roztoku sub. IIb. Na to sterilisováno frakcionovaně v proudící páře a po ochladnutí očkováno čistými kulturami čís. I.—XXI. Několik baněk neočkováno a ponechány byly jako kontrolní. Pak dány všechny současně do thermostatu a tam chovány 30[2]) dní při teplotě 37°C. Přesně 31. den po naočkování vyňaty současně všechny Erlenmayerovky z thermostatu a podrobeny ihned *kvalitativnímu rozboru* vzhledem k dusíku.

Reakce zkvašených, výživných prostředí všech kultur shledána *více méně alkalickou*, nikdy však kyselou. Ve všech těchto mediích dokázány *ammonaté soli*, neboť jímaný destillát vzorku zahřívaného s MgO reagoval s Nesslerovým zkoumadlem. Povaha těchto ammonatých solí není stejna. Vedle *uhličitanu ammonatého* tvoří se často na dně množství bezbar-

---

[1]) Stejný postup byl dříve též i jinými autory doporučen (viz ku př. Handb. d. biochem. Arbeitsmethoden, Bd. VI. S. 494.).

[2]) Zde připomínám, že upustil jsem od kvantitativního sledování průběhu kvašení v určitých, časových periodách. V tom směru již pracoval Schellmann.

vých krystallů. Byly zkoušeny a zjištěno, že jsou *fosforečnan hořečnato-ammonatý*.

Aby zabráněno bylo případnému dalšímu rozkladu kys. hippurové ve vyňatých Erlenmayerovkách a též i možné infekci, okyseleny na to zkvašené roztoky přidáním zředěné kys. solné.

Pak podrobeny obsahy baněk *kvantitativní* analyse s ohledem na dusík tímto způsobem: Obsah Erlenmayerovky zředěn v odměrné baňce na 250 *ccm* a z tohoto množství odděleno po 100 *ccm* k určení dusíku ammoniakálního i celkového.

Ammoniakální dusík stanoven v baňkách *varem s 2 g MgO*. Prchající ammoniak jímán do odměřeného množství $^1/_{10}$ n kys. sírové. Zpět titrováno $^1/_{10}$ n louhem na Kongo-červeň. Nestálých dusíkatých produktů, ku př. glykokollu, nebylo třeba se obávati, neboť během 30 dní byly již stráveny, jak dokázáno reakcí *Chodatovou* (viz dále). *Celkový dusík* zjištěn obvyklou methodou Kjeldahlovou. Jako katalysatoru užito CuO.

Stejným způsobem analysován též *celkový dusík v kontrolních baňkách*. Tyto obsahovaly 50 *ccm* roztoku kys. hippurové ca ½%ní. V nich bylo rozborem nalezeno 40·72 *mg* N[1]), kteréžto číslo vzato v tabulce čís. I. za základ jako srovnávací.

V ní podány jsou výsledky rozborů pro jednotlivé kultury čís. I.–XXI. v miligramech a procentech dusíku ammoniakálního a celkového. Z rozdílu pak dusíku celkového a ammoniakálního vypočten *zbylý organický dusík*, připadající na nerozloženou kys. hippurovou a assimilovaný dusík. Měrou *ammonisace kys. hippurové* bylo množství dusíku, plynoucí z rozdílu mezi organickým dusíkem před a po kvašení, čili *množství celkem vytvořeného ammoniakálního dusíku*. Jest udána v tabulce jako %—a mineralisované kys. hippurové. Z difference organického dusíku před pokusem (40·72 *mg*) a celkového dusíku po pokusu vypočten *uniklý dusík* v podobě ammoniaku během kvašení. Mineralisovala-li kultura lépe kys. hippurovou za přítomnosti saccharosy oproti mediu s glukosou, označil jsem tento rozdíl znaménkem +, v opačném případě —. V tabulce této je též označen materiál a místo, odkud byla kultura vzata. Zkvašoval-li dotyčný mikrob též močovinu a kys. močovou, připojil jsem k němu, jak je obvyklo, znamení +. Neštěpil-li jich, užito znaménka —. Toto vše uvedeno přehledně v tabulce číslo I.

Z této tabulky vyplývají tyto důsledky:

a) *Veškeré uvedené kultury vytvořovaly ammonaté soli a to v různých kvantech*. Při užití glukosy, od 8·28% (u Bac. čís. VI.) až do 62·08% (u Bac. čís. XVI.), při saccharose od 13·77% (u Bac. čís. XXI. až do 60·68% (u Bac. čís. II.). *Za použití saccharosy bylo množství vzniklých ammonatých*

[1]) Vypočtením procenta dusíku v molekule kys. hippurové vychází, že 0·5 *g* kys. hippurové obsahuje theoreticky 39·11 *mg* N.

solí u 14 bakterií větší než při glukose. Z nich vykazoval Bac. čís. II. největší differenci v kladném smyslu (42·58%), nejmenší Bac. čís. IX. (0·69%). Ve smyslu negativním byl maximální rozdíl u Bac. čís. XX. (16·60%), minimální u Bac. čís. VIII. (3·10%). *Vypočtením* arithmetického *průměru vzniklo* tohoto *ammoniakálního dusíku*: *Při užití glukosy 28·20%, u saccharosy 36·37%.* Tedy *rozdíl* při použití saccharosy oproti glukose je *8·17%.*

b) Srovnáním množství *uniklého ammoniakálního dusíku během kvašení* shledáváme, že uniklo při glukose od 1·16% (Bac. čís. IV.) až do 39·66% (Bac. čís. II.), při saccharose prchlo od 1·74% (Bac. čís. V. a VI.) až do 51·72% (Bac. čís. I.). *U 11 druhů uniklo více ammoniakálního dusíku při užití saccharosy oproti glukose.* Největší rozdíl v kladném směru jeví se u Bac. čís. XII. (27·75%), nejmenší je u Bac. čís. XIX. (3·44%). Ve smyslu pak záporném je maximální difference u Bac. čís. VIII. (31·87%), minimální u Bac. čís. V. (0·69%). *Zjištěno bylo průměrně uniklého ammoniakálního dusíku během kvašení: Při užití glukosy 18·09%, za přítomnosti saccharosy 21·10%.* Jeví se tudíž *rozdíl* při *užití* saccharosy oproti glukose *3·01%.*

c) *Různou schopnost zkoušených mikrobů mineralisovati kys. hippurovou lze nejlépe posouditi* z množství celkem vytvořeného ammoniakálního dusíku — čili *z ammonisace.* V prostředí s glukosou mineralisoval nejvíce Bac. čís. VII. (77·01%), nejméně Bac. čís. VI. (11·74%). Při užití saccharosy nejvíce „prokvasil" Bac. čís. I. (93·37%), nejméně Bac. čís. VI. (18·98%). *Ammonisace byla v mediu se saccharosou u 13 bacillů vyšší než za přítomnosti glukosy.* Největší rozdíl v kladném smyslu jeví Bac. čís. XII. (42·92%), nejmenší pak Bac. čís. VI. (7·24%). Difference maximální ve smyslu záporném jest u Bac. čís. VIII. (34·97%), minimální u Bac. čís. XVII. (1·97%). Zkoušené mikroby *mineralisovaly průměrně z kys. hippurové při užití glukosy 46·29%, za přítomnosti saccharosy 57·47%.* Tedy je *rozdíl* při užití saccharosy oproti glukose *11·18%.*

d) *Jisto je, že různé kultury mají velice různou schopnost mineralisovati kys. hippurovou. Rozhoduje zde pravděpodobně druh zkoušeného bacilla.*

e) Dále vysvítá z čísel tabulky této, že *připisovati všeobecně saccharose příznivý vliv na ammonisaci kys. hippurové není oprávněné. U většiny* kultur *jeví se sice vyšší, u některých však je též menší.* Patrně tedy *rozhoduje zde také povaha příslušného bacilla.*

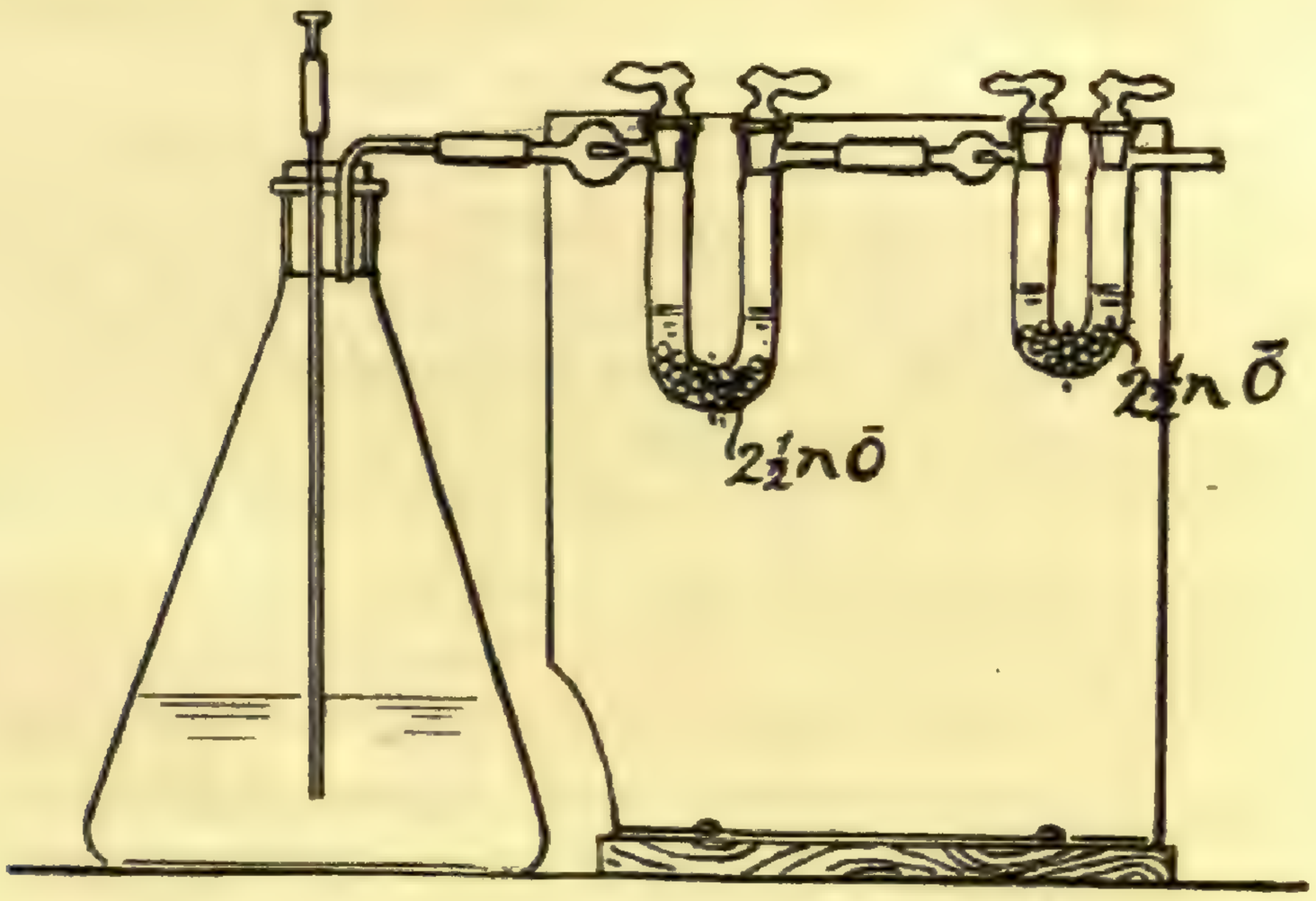
f) Uvedená průměrná čísla mohou míti *částečný praktický význam při posuzování rozkladu kys. hippurové v moči.* Udávají, do jaké míry může býti tato kyselina mineralisována za příznivých podmínek výživy mikrobů během určité doby (30 dnů).

Číselné výsledky tabulky čís. I. ukazují zřejmě: *jednak číselně vyjádřenou, skutečnou schopnost zkoušených kultur zkvašovati kys. hippurovou, jednak různost této schopnosti u rozmanitých mikrobů,* isolovaných z okolí Poděbrad, Nymburka a Uhříněvsi.

Všeobecně pak možno z těchto výsledků *uzavříti*: *V přírodě existuje značný počet různých bakterií, rozkládajících kys. hippurovou. A to nejen tam, kde kyselina tato v přírodě je hlavně rozkládána, totiž v močůvce, hnojůvce, mrvě a kompostu, nýbrž i v půdě vyskytují se stejně účinné mikroby.*

Dále snažil jsem se dokázati, *zdali se při rozkladu kys. hippurové tvoří nebo netvoří elementární dusík.*

K tomu účelu provedl jsem následující pokusy: Osm Erlenmayerovek obsahu 1 *l* naplněno po ½ *l* živného media, s 5 *g* kys. hippurové (přesně do každé zvlášť odvážené), 0·5 *g* $K_2H\ PO_4$, 0·25 *g* $Mg\ SO_4$ a 500 *g* destillované vody. Ve čtyřech baňkách rozpuštěno ještě po 1·25 *g* glukosy, ostatní ponechány bez cukru. Všechny pak po neutralisaci sodou podrobeny náležité sterilisaci v proudící páře. K očkování použil jsem bakterií rozmanitého původu a dobře prokvašujících kys. hippurovou. Zvolil jsem Bac. čís. I., pocházejícího z hnojůvky, Bac. čís. XVI., isolovaného z kompostu a Bac. čís. XVII., nalezeného v půdě pařeništní. Těmito mikroby naočkoval jsem tři Erlenmayerovky s cukrem a tři bez uhlohydrátu. Do



živného prostředí dvou Erlenmayerovek neočkováno, byly ponechány za kontrolní. I bylo třeba znáti množství ammoniaku, prchlého z tekutiny během kvašení, ať již přímo se tvořícího, neb odštěpeného rozkladem uhličitanu ammonatého. Proto byly opatřeny očkované baňky dvakráte vrtanými kaučukovými zátkami, kterými procházely dvě silnostěnné trubičky. Jedna ústila pod hladinou roztoku a nahoře byla uzavřena kaučukem s plnou tyčinkou. Druhá pak, plynopudná, spojena byla se dvěma „U“ — rourkami, naplněnými v ohybu skleněnými korálky. Do prvé „U“ — trubičky odměřeno přesně 4 *ccm*, do druhé 3 *ccm* 2½ $\bar{n}$ kys. sírové, což odpovídá dohromady 17·5 *ccm* $\bar{n}$ O. Všech osm Erlenmayerovek dáno bylo do thermostatu na teplotu 37° C. 31. den po naočkování byly baňky vyjmuty a předem podrobeny analysi baňky se zkvašenými

roztoky. *Ammoniak, obsažený případně v atmosféře nad tekutinou, absorbován* ještě delším *prossáváním* chemicky čistého *vzduchu*. Tekutina [1]) pak ihned okyselena a v ní stanoven *celkový dusík methodou Kjeldahlovou*. Také v kontrolních baňkách zjištěn dusík touto methodou. Shledáno, že úplně souhlasí s theoretickým množstvím dusíku, odpovídajícím příslušnému obsahu kys. hippurové.

Bylo jasno, že *bude-li nějaký rozdíl mezi theoretickým množstvím dusíku*, odpovídajícím 5 *g* přítomné kys. hippurové v kontrolní baňce a *součtem absorbovaného dusíku v „U" trubicích + množstvím posléz stanoveného celkového dusíku* baňky se zkvašeným prostředím, — *případne tento rozdíl na prchlý dusík v elementární formě.*

Přehled výsledků analys byl následující:

Užitý bacillus číslo:	Nalezeno dusíku při pokusu					
	s cukrem			bez cukru		
	celkového ve zkvašené tekutině	v „U" rourkách	celkem	celkového ve zkvašené tekutině	v „U" rourkách	celkem
	v *ccm* $\frac{n}{10}$ H_2SO_4					
I.	268·1	11·0	279·1	258·7	20·2	278·9
XVI.	265·5	13·5	279·0	238·7	40·4	279·1
XVII.	279·2	0·0	279·2	279·0	0·0	279·0

Celkový dusík z 5 *g* kys. hippurové neutralisuje theoreticky 279·3 *ccm* $\frac{n}{10}$ H_2SO_4. Rozdíly součtu *ccm* $\frac{n}{10}$ H_2SO_4 neutralisovaných v „U" trubicích + oněch odpovídajících celkovému dusíku ve zkvašených roztocích, naproti číslu 279·3 *ccm* $\frac{n}{10}$ H_2SO_3 jsou (jak patrno z této tabulky) v mezích analytických chyb (0·0 — 0·4 *ccm* $\frac{n}{10}$ H_2SO_4).

Proto uzavírám z těchto pokusů, že *za rozkladu (ammonisace) kys. hippurové aspoň použitými bakteriemi se volný, elementární dusík netvoří.*

[1]) Ve zkvašeném mediu (bezcukerném) stanovena též kys. benzoová jak dále je uvedeno.

Vedle tohoto fakta zjištěno však současně (viz tabulku), *že v případě, kdy použito živného prostředí bez uhlohydrátu, bylo množství uniklého ammoniaku daleko větší než tehdy, když očkováno bylo do výživné tekutiny s cukrem.*

Tak u Bac. čís. I. uniklo NH_3 o 3·29% a u Bac. čís. XVI. o 9·63% NH_3 více z media bezcukernatého než z prostředí s glukosou. To vysvětluji tím, že v případě, kdy je přítomen lehce stravitelný cukr, tvoří se při jeho stravování jednak značné množství CO_2 a dále organické kyseliny, což obojí váže vznikající NH_3. Užijeme-li však živné tekutiny bez uhlohydrátu, nemůže se ammoniak zmíněným způsobem vázati, zejména když uhličitan ammonatý není dosti stálý. Bylo pak skutečně možno *v Erlenmayerovkách s kvasícími roztoky bez cukru již prostým čichem se přesvědčiti o ammoniakálním zápachu, kteréhož nebylo v baňkách s cukrem.*

Nelze přehlédnouti *ještě jeden fakt*, plynoucí z čísel tabulky předcházející. Z nich je patrno, že *Bac. čís. XVII. při tomto pokusu* vůbec *neuvolňoval ammoniaku*, kdežto *při pokusu dřívějším* (viz tabulku čís. I.) *byla ztráta dusíku, připadající na prchlý ammoniak značná* (35·88%). *Podobné* platí *v menší míře také o druhých kulturách*, totiž Bac. čís. I. a Bac. čís. XVI. U těchto je množství prchlého ammoniaku, t. j. neutralisovaného v „U" rourkách, při tomto kvašení menší. Obnáší u Bac. čís. I. 3·94%, u Bac. čís. XVI. 4·83%, jak vysvítá z tabulky předcházející. Naproti tomu úbytek dusíku uniklým ammoniakem obnášel dle tabulky čís. I. u Bac. čís. I. 31·14%, u Bac. čís. XVI. 8·06%. (Srovnání tato platí ovšem pro zkvašené výživné tekutiny s cukrem).

To lze vysvětliti jen tím, že dříve, kdy kvasily tyto živné roztoky v Erlenmayerových *baňkách, uzavřených jen vatovou zátkou, měl vzduch přístup*, tedy *i výměna plynů byla dostatečná. V těchto pokusech* však byly *kvasné baňky neprodyšně uzavřeny* kaučukovou zátkou, *takže diffuse vzduchu a* kvašením *vznikajících plynů nebyla možná.* Tím byla *jak atmosféra nad kvasící tekutinou, tak i roztok sám nasycen kysličníkem uhličitým*, vznikajícím při kvašení. Tento pak *bránil stupňované dissociaci uhličitanu ammonatého.*

Otázku *existence dusíkatých meziproduktů*, totiž *glykokollu*, resp. jiných aminolátek ve kvasících, živných roztocích s kys. hippurovou, *podařilo se rozluštiti pokusy, které vykonali jsme spolu s* Dr. Al. Kroulíkem.

Ve snaze, *kvalitativním* způsobem dokázati meziprodukty bakterielního rozkladu kys. hippurové, pátrali jsme zejména po barevné reakci na aminokyseliny. Tato byla nalezena v *reakci* Chodatově. Zdůrazňujeme zde její použití hlavně z důvodu, že *pro tento účel se ukázala býti nanejvýše vhodná.* Glykokoll je totiž látka, na kterou se reakce Chodatova obvykle zkouší a tento jsme chtěli právě jako meziprodukt dokázati.

Reakci uvedenou *vyzkoušeli* jsme nejprve *na lučebně čistých látkách — kys. hippurové a glykokollu.* Dle návodu připraven roztok p-kresolu a tyrosinasy. Tato byla vyrobena v suché formě z bramborových slupek. Obě činidla smísena ve stejných objemech. I pozorováno, že s *glykokollem*

(l. č.) dostavuje se červenání za 5—10 minut. Během další doby na intensitě zbarvení stále přibývá, až konečně po několika hodinách přechází v červenohnědý odstín. Kontrolní zbarvení směsi p-kresolu a tyrosinasy bylo vždy jen žluté až žlutohnědé, i dalo se snadno od reakce s glykokollem odlišiti. *Kys. hippurová* v našich zkouškách *neposkytla* se jmenovanými činidly nikdy *jiného zbarvení* než *jaké bylo* též docíleno *v reakci kontrolní*. Mohli jsme tedy pokusiti se o *důkaz glykokollu vedle kys. hippurové*.

Mimo to bylo užito Chodatovy *reakce* i ku sledování průběhu kvašení v prostředí přímo *s glykokollem*, hlavně ovšem *ku zjištění jeho konce*.

Za tím účelem připraveny živné roztoky, složené ze sekundárného fosforečnanu draselnatého (0·1%), síranu hořečnatého (0·05%) a jednak *s kys. hippurovou* (0·5%), *jednak s glykokollem* (0·5%). Slabě alkalické tyto roztoky po sterilisaci očkovány půdou a spolu s kontrolními baňkami vystaveny teplotě 37° C.

Na to denně bylo zkoušeno *na glykokoll reakcí* Chodatovou a zjištěno následující: *V živném roztoku s kys. hippurovou*, očkovaném půdou, objevil se *až třetího dne* slabý vzrůst bakterií, což jevilo se též mikroskopicky. Uvolněno však již bylo tolik glykokollu, že Chodatova *reakce dopadla kladně*. Směs zkoušeného roztoku a činidel počala červenati po 10—15 minutách. Během hodin a dnů přešla v této zkoušce čistě červená barva v hnědavou, na které však i po 14 dnech zůstala. Další, modré zbarvení nenastalo.

Teprve *čtvrtého dne* (po naočkování), kdy zároveň pozorováno bylo bujnější rozmnožení bakterií, dokázáno též *větší množství glykokollu*, neboť reakce nastala již po 4 minutách. Během několika hodin přešlo červené zbarvení v čistě modré a toto během doby v modrofialové. V některých dalších zkouškách však zůstalo čistě modré zbarvení trvale.

V následujících dnech (po naočkování) mohl býti *opět a opět glykokoll* v tomto prostředí Chodatovou *reakcí dokázán*. Objevení se reakce, patrné růžovým zabarvením, nastalo někdy až za 10—15 minut. Jako dříve i nyní bylo pozorováno, že hořejší vrstvy směsi v epruvetě (bližší vzdušnému kyslíku) byly dříve a intensivněji zbarveny.

Konečně *10. den* (od naočkování) *nebyl glykokoll* zde *více dokázán*, neboť zbarvení směsi nenastalo. V kontrolní baňce s kys. hippurovou byl výsledek provedených zkoušek vždy negativní.

Podobně byla denně aplikována Chodatova *reakce v očkovaném prostředí s glykokollem*. Denně pozorováno bylo červenání a modrání směsi. Teprve až *po 14 dnech tyto zjevy přestaly — glykokoll* byl *bakteriemi stráven*. Reakce byla patrna po 4 až 30 minutách a končila obyčejně neprůhlednou modří. Až poslední den, kdy zkouška byla ještě positivní, ukázalo se červenohnědé zbarvení býti stálým. Třeba jest uvésti, že ve vzorcích, odňatých z kontrolní baňky s glykokollem, dostavilo se červenání pravidelně později než v témže prostředí již kvasícím. Difference činila 5 i více minut.

Reakcí Chodatovou *je možno tedy přesně sledovati průběh rozkladu jak kys. hippurové, tak i glykokollu a doufáme, že po tomto našem sdělení a použití najde tato reakce většího rozšíření.*

Pomoci ní *podařilo se* nám *kvalitativně zjistiti, že působením bakterií se z kys. hippurové glykokoll skutečně odštěpuje* a dále ovšem stravuje. Neděje se tak však bezprostředně, nýbrž množství volného glykokollu ve kvasícím živném roztoku — posuzované z postupu zmíněné reakce, jeví se dosti značným.

Kvantitativní zjištění glykokollu bylo dalším mým úkolem. K tomu užil jsem methody Henriques-Sörensenovy,[1]) která umožňuje přímou titraci aminokyselin. Princip její záleží ve schopnosti těchto slučovati se s formaldehydem na methylenové sloučeniny (skupina $=CH_2$) charakteru kyselin. Jinak reagují aminokyseliny neutrálně.

$$R.\underset{\displaystyle COOH}{\underset{|}{CH}}.NH_2 + CH_2O = R.\underset{\displaystyle COOH}{\underset{|}{CHN}}.CH_2 + H_2O$$

Byl jsem si vědom, že tato methoda není úplně dokonalou. Leč i druhé methody (ku př. srážecí) nejsou rovněž přesně kvantitativními.

Methoda Henriques-Sörensenova dává dobré výsledky pouze za určitých podmínek. Tyto jsou: Musí býti přebytek formolu; dále při neutralisaci methylenaminokyselin nestačí k úplnému převedení těchto v soli alkalických kovů titrovati do slabě alkalické reakce, nýbrž třeba přidati jistý přebytek louhu. K vůli vyloučení chyby tím vzniklé postupují Henriques-Sörensen tím způsobem, že za užití fenolftaleinu, jako indikatoru, upravili srovnávací roztok, který je zbarven do určitého červeného tónu. Tento roztok připraví se tak, že ku stejnému objemu destillované vody, rovnajícímu se volumu analysované tekutiny, přidá se formolu a indikátoru v témže množství, jakého se užije k určení. Na to přikapuje se $^1/_5$ $\bar{n}$ louh sodnatý do slabě růžového zbarvení a dále přidají se ještě 3 kapky do silně červeného tónu. Je-li k titraci určený roztok kyselý neb alkalický, nutno jej předem neutralisovati. (Zkvašená tekutina při mém pokusu byla silně alkalická, jelikož obsahovala uhličitan ammonatý. Proto byla neutralisována zředěnou kys. solnou.) To se musí státi na lakmus, vůči kterému se aminokyseliny chovají neutrálně, kdežto na fenolftalein reagují více méně kysele. V případě, že jsou v tekutině soli slabých kyselin, tedy hlavně uhličité a fosforečné, reagují tyto alkalicky. Neutralisujeme-li je však na lakmus, je již roztok kyselý na fenolftalein. Tím vzniká chyba při další, vlastní titraci (větší spotřeba louhu). Tomu odpomoženo v methodě Henriques-Sörensenově předchozím přidáním chloridu a hydrátu barnatého (tohoto do neutralisace). Tím se kyselina uhličitá a fosforečná vyloučí a teprve ve filtrátě titruje se formolem.

---

[1]) C. Neuberg Harn I. T. S. 574.

Poněvadž ammonaté soli se chovají k formaldehydu podobně jako aminokyseliny (tvoří se hexametilentetramin $(CH_2)_6N_4$ a uvolňuje se kyselina ammonaté soli), je konečně nutno zjistiti předem množství dusíku v podobě čpavku a tento pak odečísti od celkového dusíku, zjištěného formolovou titrací.

Dle této přesně dodržené methody *stanoveny aminokyseliny ve kvasící baňce bez cukru.* Úprava výživné tekutiny s 5 *g* kys. hippurové pro tento pokus byla provedena způsobem uvedeným na str. 10. V tomto případě zvolen Bac. čís. XVII., ježto kvasil poměrně nejlépe a nejčistěji. Jím očkovaný roztok chován v thermostatu při teplotě 37° C, kde také byla 1 baňka kontrolní (neočkovaná). Zkoušky pak vykonány 7. den po naočkování takto:

Celý podíl kvasící tekutiny (½ *l* živného media s 5 *g* kys. hippurové) zředěn na 1000 *ccm*. Z toho odměřeno přesně po 50 *ccm*. V jedné této části stanoven *destillací s MgO ve vacuu dusík,* obsažený *v podobě ammoniaku.* V jiném podílu pak zjištěn *formolovou titrací dusík ammoniakální a aminokyselin,* ovšem po předchozím vyloučení anionů CO_3'' a PO_4'''. Z rozdílu obou určení vyplynulo množství dusíku, připadajícího na aminokyseliny,

K titraci použito a při ní spotřebováno:

ku neutralisaci	50 *ccm* kvasící tekutiny	4·10 *ccm* $^1/_5$ n̄ Ba $(OH)_2$
	kontrolního roztoku	0·25 „ „
Připadá tedy na dusík ammoniaku a aminokyselin		3·85 „

Tímto bylo zjištěno, že z 19·55 *mg* theoreticky vypočteného dusíku[1]) kys. hippurové, obsaženého původně v 50 *ccm* zkoušené tekutiny, připadá:

dusíku na	ammoniak a aminokyseliny	10·8 *mg*	55·24%
	ammoniak	8·4 *mg*	42·97%
	tudíž na aminokyseliny	2·4 *mg*	12·27%

[1]) Souhlasil zcela s dusíkem nalezeným v kontrolní baňce.

Dusík, připadající na aminokyseliny, náleží asi výhradně glykokollu. V tom případě odpovídalo by nalezených 2·4 *mg* dusíku 12·87 *mg* glykokollu, čili roztok tohoto byl by v kvasící tekutině as 0·05%ní.

Tím dokázáno opětně, že se při rozkladu kys. hippurové skutečně přechodné dusíkaté produkty tvoří a do jisté míry v živném mediu i hromadí. Zároveň však vyplynul důsledek, že při určení organického dusíku ve kvasící tekutině připadá část tohoto i na glykokoll.

V živných tekutinách s jinými kulturami aminokyseliny zatím kvantitativně dokazovány nebyly, ač dá se předpokládati, že i zde větší neb menší měrou se může glykokoll ve kvasící tekutině hromaditi. (Viz též kvalitativní důkaz.)

Na základě zjištění aminolátek jak kvalitativního, tak kvantitativního, lze usuzovati na enzymatickou, hydrolytickou činnost při štěpení kys. hippurové na její složky, glykokoll a kys. benzoovou. Na tuto činnost dá se souditi z toho, že se uvolňuje z kys. hippurové více glykokollu než bakterie přímo spotřebují.

Po stanovení glykokollu bylo přirozeno *zjistiti, zdali i druhá* složka rozkladu kys. hippurové, totiž *kys. benzoová se též bakteriemi rozkládá, či veškerá uvolněná se v živném prostředí hromadí.*

Také tuto otázku jsem hleděl rozřešiti. Za tím účelem použil jsem *zkvašených tekutin bezcukerných, užitých při pokusech, zdali se tvoří* při bakterielním rozkladu kys. hippurové *elementární dusík.* (Viz str. 11.) V těchto roztocích jsem předem *pátral po kys. benzoové. O její přítomnosti přesvědčil jsem* se tímto způsobem: Isoloval jsem ji ze zkvašeného roztoku s kys. hippurovou vytřepáním petrolejovým etherem. Po odpaření tohoto na mírně teplé vodní lázni zbyly bílé krystallky, ve kterých poznána kys. benzoová *stanovením bodu tání a zkouškou na nitrobenzol.*

Zjistiv kys. benzoovou kvalitativně, snažil jsem se pak *určiti její množství. Na toto* bylo *možno souditi* ve zkvašených živných roztocích z *množství celkem vytvořeného ammoniakálního dusíku.* Totiž uvolnilo se jí při nejmenším tolik z kys. hippurové, kolik odpovídá ammonisovanému glykokollu, který spolu s kys. benzoovou vznikl. *Z rozdílu pak* mezi množstvím *kys. benzoové, vypočítané z vytvořeného ammoniaku* (uvolněného i vázaného) a *kys. benzoové, určené* (zbylé v roztoku), *vychází množství* kys. benzoové, *strávené bakteriemi.*

I postupoval jsem následovně:

Z ½ l obsahu prokvašeného živného prostředí (s 5 *g* kys. hippurové), zředěného na 1000 *ccm*, odděleno přesně 250 *ccm* roztoku. To odpovídalo původnímu množství 1·25 *g* kys. hippurové. V odměřeném podílu tekutiny *stanoven ammoniakální dusík*[1]) *destillací s MgO* a přepočítán na celý obsah živného media. Z tohoto roztoku uniklý ammoniak během kvašení absorbován v „U" — rourkách a zjištěn titrací. (Viz str. 11.) Srovnáním těchto výsledků dostaneme následující přehled:

[1]) *Aminokyseliny nebyly přítomny,* jak zjištěno reakcí Chodatovou.

Číslo užitého bacilla	Zjištěno ammoniakálního dusíku			
	v celém zkvašeném mediu			v 50 *ccm*
	varem s MgO	absorbovaného v „U" rourkách	celkem	
	v *ccm* $\frac{n}{10}$ H_2SO_4			
I.	129·8	20·2	150	7·5
XVI.	59·6	40·4	100	5·0
XVII.	120·0	0·0	120	6·0

Dále stanovil jsem *kvantitativně skutečné množství kys. benzoové* ve výživných tekutinách. Tato byla určena extrakcí jednak dle methody Wienerovy,[1]) jednak zkoušen starší způsob dle Bunge-Schmiedeberga.[2]) Obě tyto methody zakládají se na různých vlastnostech kys. hippurové a benzoové, zvláště na té, že kys. benzoová je dosti snadno rozpustná v petrolejovém etheru.

K vůli jasnosti, která z předpisu method přímo neplyne, dovoluji si zde uvésti přehled rozpustnosti těchto dvou kyselin.

Rozpustidlo		Kysel. hippurová	Kysel. benzoová
Alkohol		snadno rozpustná	lehko rozpustná
Aether		málo rozpustná	snadno rozpustná
Octan ethylnatý		dobře rozpustná	lehko rozpustná
Petrolejový ether	studený	nerozpustná	dobře rozpustná
	teplý	nerozpustná	snadno rozpustná
Voda	studená	těžko rozpustná	těžko rozpustná
	teplá	dobře rozpustná	dobře rozpustná

[1]) Zeitschr. analyt. Ch. 38., S. 206. 1899.
[2]) Arch. f. exper. Pathol. u. Pharm. 6., S. 235. 1877.

Výhodnější methoda je W i e n e r o v a. Ku svým rozborům použil jsem kombinace obou method a pro tento účel jsem je vhodně přizpůsobil. Při analysi postupoval jsem následujícím způsobem:

Ze zředěného výživného media (viz str. 16.) odměřil jsem 50 *ccm* roztoku. Tento objem zkoncentrován na mírně teplé vodní lázni za současného odsávání par a na to extrahován alkoholem. Výtažek zfiltrován a alkohol na vodní lázni odehnán. Zbytek rozpuštěn ve vodě a po okyselení kys. sírovou extrahován octovým etherem. Extrakt odpařen na mírně zahřívané vodní lázni, zbytek rozpuštěn v teplé vodě a extrahován petrolejovým etherem (úplně těkajícím při 50° C). Výtažek odkouřen při mírné teplotě za prohánění vzduchu a do stálé váhy vysušen v exsikatoru za obyčejné teploty. *Tím stanovena kyselina benzoová* (zbylá).

Methoda tato poskytovala dobrých výsledků. Hlavní však podmínkou bylo předestillovati předem veškerá užitá rozpustidla.

V následující tabulce jsou přehledně seřazena množství *kys. benzoové jak vypočítaná* (z ammonisovaného dusíku), *tak i určená*. Theoreticky odpovídá 250 *mg* kys. hippurové, (obsažených v 50 *ccm* kontrolního roztoku) 170·4 *mg* kys. benzoové a 1 *mg* dusíku kys. hippurové odpovídá 8·7156 *mg* kys. benzoové. Rozbory nalezeno bylo v 50 *ccm* zkvašené tekutiny:

Za užití bacilla číslo:	Dle výpočtu z množství ammonisovaného dusíku uvolněno		Ve zkvašené tekutině zjištěno		Bylo tudíž stráveno	
	kyseliny benzoové					
	mg	%	*mg*	%	*mg*	%
I.	91·5	53·69	31·5	18·48	60·0	35·21
XVI.	61·0	35·79	43·6	25·58	17·4	10·21
XVII.	73·2	42·95	28·7	16·84	44·5	26·11

Z uvedené tabulky je zřejmo, že Bac. čís. I. strávil přes $^1/_3$ benzoové kyseliny (35·21%), Bac. čís. XVII. assimiloval přes $^1/_4$ této kyseliny (26·11%). Nejméně ji strávil Bac. čís. XVI., jen kolem $^1/_{10}$ (10·21%).

Kyselina benzoová podléhá tedy při zkvašování kys. hippurové též rozkladu, někdy většímu, někdy menšímu, což záleží na povaze užité kultury mikrobů.

Produkty tohoto štěpení lze ovšem těžko tušiti. Nelze však popříti, že assimilace látek s benzolovým jádrem bude míti vliv na povahu v organismu vytvářených uhlíkatých sloučenin, zvláště asi bílkovin.

Chtěje dále *rozřešiti otázku existence mikrobů se schopností štěpiti pouze glykokoll,* postupoval jsem tímto způsobem:

Předem upravil jsem živné bezcukerné roztoky jednak s 1 g kys. hippurové, jednak s 1 g glykokollu. V obou případech přidal jsem potřebných výživných solí: 0·1 g K_2HPO_4, 0·05 $MgSO_4$, jež jsem rozpustil ve 100 *ccm* destillované vody. Po neutralisaci sodou a náležité sterilisaci v proudící páře, očkovány tyto tekutiny hnojem (ze dvora „Zboží" v Poděbradech).

Při 37° C vypěstoval jsem v prostředí s kys. hippurovou i v roztoku s glykokollem hrubé kultury. Z těchto pak isolovány čisté kultury litím ploten na obyčejném masopeptonovém agaru. Zajímavo je, že mikrob, získaný z media s glykokollem, byl identický s Bac. čís. V. Kultura tato byla dříve isolována z kravské močůvky (dvora „Zboží" v Poděbradech). Bakterie, získaná z výživné tekutiny s kys. hippurovou, byla shodna s Bac. čís. XV., vypěstovaným z hnoje (dvora „Zboží"). S těmito znovu isolovanými mikroby provedl jsem následující pokusy.

Přeočkoval jsem bakterie z glykokollového roztoku — *rozkládající glykokoll — do živné tekutiny s kys. hippurovou.* A opačně *naočkoval jsem mikroby,* vypěstované z prostředí s kys. hippurovou, — *štěpící tuto kyselinu — do výživného media s glykokollem.* Roztoky tyto byly opět bez uhlohydrátu. *V obou případech dostavil se* při 37° C po 3—5 dnech *rozklad — ammonisace.* Tato byla zřejmě dokázána jednak Nesslerovým činidlem, jednak vydestillováním alkalické tekutiny a lakmusovým papírkem. Opětované pokusy jevily týž výsledek.

Z těchto pokusů plyne závěr, že *bakterie, stravující glykokoll, štěpí též kys. hippurovou. Platí-li to všeobecně — nelze ovšem tvrditi.*

Konečně provedl jsem rozbory živných umělých medií s kys. hippurovou, zkvašených degenerujícími kulturami s ohledem na dusík.

Veškeré výsledky analys, uvedené v tabulce čís. I., byly ještě vícekráte kontrolovány. *Stupeň mineralisace* byl *při dalších kontrolách* stále *menší.* Příčinu toho bylo nutno hledati ve způsobu pěstování těchto mikrobů.

Postup byl totiž tento: Ze zkvašené kys. hippurové v Erlenmayerově baňce jsem přeočkoval kultury na bouillonový agar. Z tohoto přenesl jsem bakterie při dalším zkoušení do živné tekutiny s cukrem a kys. hippurovou. Mnohdy však bylo třeba k uchování některých kultur přeočkovati tyto z bouillonového agaru na nový, ba i na třetí dříve, než mohly býti jimi opětně naočkovány živné roztoky s kys. hippurovou.

Výživná media upravena týmž způsobem jako pro první kontrolu — tedy jednak *s glukosou*, jednak *se saccharosou*. Některé baňky neočkovány a ponechány za kontrolní.

Předem provedl jsem pokusy se všemi kulturami čís. I.—XXI. Tu zjistil jsem, že difference v ammonisaci byla zvláště nápadná u bacillů čís.: I., III., VI., X., XIII., XVI., XVIII. a XX. Proto *podnikl jsem s těmito bakteriemi další pokusy*. Přeočkoval jsem je vždy po *půlročním* pěstování na bouillonovém agaru do živné tekutiny s kys. hippurovou. To provedl jsem *dvakráte po první analyse*.

Naočkované baňky se živným mediem ponechány v thermostatu při teplotě 37° C rovněž jeden měsíc. Přesně 31. den vyňaty a zanalysovány jako při první kontrole. Dusík *ammoniakální a celkový* určen toutéž methodou jako dříve. Také dusík *uniklý* během kvašení, *zbylý organický* i *ammonisovaný* vypočten jako při prvním rozboru. Číselné výsledky všech tří kontrolních analys uvedeny jsou přehledně v tabulce čís. II. Způsob úpravy a označení je týž jako u tabulky čís. I. Číslo 40·72 *mg* (viz str. 8.) vzato též v tabulce čís. II. jako srovnávací. Stupeň *degenerace* vysvítá z čísel tabulky číslo II.

Z těchto čísel odvozuji tyto důsledky:

a) Ve množství *dusíku* vytvořených *ammonatých solech* je ***nápadný rozdíl***; největší je u Bac. čís. XX. Tento mikrob vytvořil po půl roce o 32·29% a po jednom roce o 46·97% méně dusíku ammonatých solí než při kontrole první, kdežto nejmenší differenci dusíku těchto solí jeví Bac. čís. III. a to: po půl roce 0·35%, po jednom roce 0·69%. Uvedené krajní meze shledány v mediu s glukosou. U ostatních zkoušených kultur jsou rozdíly velmi různé; pohybují se v udaných mezích. *Tyto difference jsou vždy po půl roce větší oproti kontrole předcházející.*

b) V poměru k těmto číslům je také *rozdíl ve množství uniklého dusíku*, který je rovněž u jedné a téže kultury při *druhé kontrole větší proti prvnímu rozboru a při analyse třetí opět větší než při kontrole druhé.* Tak maximální difference uniklého dusíku během kvašení shledána u Bac. čís. I., po půl roce byla 48·26%, po jednom roce 49·29%. Minimální pak rozdíl tohoto dusíku byl u Bac. čís. XIII., po půl roce jevil se 0·35%, po celém roce 0·69%. Maximum bylo v roztoku se saccharosou, minimum pak shledáno v tekutině s glukosou.

c) Nejlépe je srovnávati *stupeň degenerace* zkoušených kultur *dle stupně ammonisace* kys. hippurové čili dle *celkem vytvořeného ammoniakálního dusíku*. Tak Bac. čís. I. vykazuje největší rozdíl v ammonisaci oproti první kontrole, po půl roce 50·59%, po jednom roce 66·80%. Naopak differenci nejmenší jeví Bac. čís. III., po půl roce 3·41%, po celém roce 5·23%. Obě tyto meze jevily se v mediu se saccharosou. Z těchto čísel je patrna *degenerace mikrobů. Ammonisovaly čím dále tím méně kyseliny hippurové.*

K vůli jasnějšímu o razu ubývání schopnosti zkoušených kultur zkvašovati tuto kyselinu sestavil jsem ještě *tabulku*, kterou níže uvádím. Jak zřejmo, *vyznačen je v ní stupeň klesnutí procent ammonisace degenerovaných bakterií a to v půlročních periodách.* Čísla vypočítána byla tím způsobem, že procento ammonisace při prvním pokusu (s negenerovanými mikroby) označeno jako 100. Tato procentická ammonisace kys. hippurové srovnána s ammonisací (v procentech) degenerovaných bakterií při druhé a třetí kontrole. Tím získán následující přehled:

Schopnost ammonisovati kys. hippurovou klesla po první kontrole o počet procent

při užití	v časové periodě	u Bacilla číslo							
		I.	III.	VI.	X.	XIII.	XVI.	XVIII.	XX.
glukosy	½roční	38·74	23·31	32·29	65·87	67·63	25·78	58·68	61·20
	1 roku	69·46	29·79	57·93	81·02	69·08	28·71	63·12	90·71
saccharosy	½roční	54·18	6·55	38·41	39·68	29·72	24·84	50·13	42·87
	1 roku	71·54	10·05	76·45	69·17	53·42	41·87	72·53	87·14

Z těchto čísel vysvítá, že při pěstování uvedených bakterií na masové půdě *klesla relativně schopnost ammonisace kys. hippurové,* nejméně u Bac. čís. III. (po půl roce o 6·55%, po jednom roce o 10·05%). Nejvíce se snížila po půl roce u Bac. čís. XIII. (o 67·63%), po celém roce u Bac. čís. XX. (o 90·71%).

Celkově lze tedy z čísel tabulky čís. II. říci toto: *Pěstováním ammonisačních mikrobů na bouillonových živných půdách ubývá sice skutečně mnohým bakteriím ve značné míře schopnosti rozkládati kys. hippurovou, čili degenerují, akkomodujíce se na organický dusík bouillonu.* (Viz též Schellmann a j.) *Zjistil jsem však též, že některé druhy mikrobů podržují i při tomto způsobu kultivování a po dobu jednoho roku houževnatě svou ammonisační schopnost.*

Jak již dříve bylo uvedeno, *shledal jsem* i při těchto kontrolách *opětně, že nelze saccharose přičítati nějaký všeobecný, vždy se potvrzující příznivý vliv na ammonisaci kys. hippurové.* Je sice zajímavý zjištěný fakt, že relativní minimální degenerace (Bac. čís. III.) jevila se při užití saccharosy, kdežto maximum bylo shledáno (u Bac. čís. XIII. a čís. XX.) při glukose. *Příčinou toho však není saccharosa, nýbrž individualita dotyčné bakterie.* Tomu nasvědčují výsledky mých pokusů, z nichž uvádím následující;

1. Z čísel poslední kolonny, tab. čís. I., patrno (jak bylo již poznamenáno), že *rozdíl ammonisace* organického dusíku *kys. hippurové* za užití *saccharosy* a *glukosy* je u některých kultur *kladný*, u jiných pak *záporný*.

2. Při kontrolních analysách degenerovaných již mikrobů *měnil se tento rozdíl* u některých bakterií a sice *kladný v záporný a naopak*. Toto je zřejmo z poslední kolonny tab. čís. II. Tak u Bac. čís. VI. byla difference ammonisace při první a druhé analyse kladná, při třetí pak záporná. Opak je u Bac. čís. XIII. a XX. Při první kontrole shledána tato difference záporná, kdežto při druhé a třetí byl rozdíl ten kladný. U ostatních degenerovaných bacillů čís. I., III., X., XVI. a XVIII. tato změna pozorována nebyla.

Bylo tedy dokázáno i při pokusech s kulturami degenerovanými, že saccharosa nemá všeobecně příznivého vlivu na stupeň ammonisace organického dusíku kys. hippurové, ale rozhoduje zde jak povaha, tak i stupeň degenerace dotyčné bakterie.

Resumé.

1. *Z močůvky, hnojůvky, hnoje a různých půd isolováno bylo 20 druhů bakterií*, u kterých *zjištěna schopnost rozkládati kyselinu hippurovou*. Poznáno, že většinou patří do skupiny *bacillů bramborových* (Mesentericus).

Také *Bac. pyocyaneus zkoušen*, zdali rozkládá kyselinu hippurovou. *Dokázáno, že tuto látku zkvašuje, což odporuje tvrzení Leoa, dle něhož Bac. pyocyaneus kyselinu hippurovou neštěpí.*

Nalezeno, že *z 21 kultur, zkvašujících kyselinu hippurovou, štěpilo 15 též močovinu a 17 i kyselinu močovou. Schopnost rozkládati tyto tři dusíkaté sloučeniny byla společna 14 bakteriím.* I možno *tyto označiti za ammonisační mikroby v širším slova smyslu. Daleko nižší* poměr udává Schellmann. *Ten našel, že z 25 isolovaných kultur měly jen 4 tuto všeobecnou schopnost.*

Z fakta, který byl mnou konstatován, plyne daleko větší rozšířenost bakterií s ammonisační schopností (v širším slova smyslu), než *by bylo lze souditi dle údajů* Schellmannových.

2. *Na rozdíl od jiných autorů* (Schellmann, Bierema a j.), *kteří provedli analytické pokusy s několika málo mikroby, kontroloval jsem u všech 21 zkoušených bacillů kvalitativně i kvantitativně způsobilost mineralisovati kyselinu hippurovou.* Za míru této *ammonisace vzato množství celkem vytvořeného ammoniaku.* Tato mineralisace obnášela minimálně 11·74%, maximálně 93·37% původního organického dusíku. Výsledky těchto srovnávacích pokusů jsou přehledně sestaveny v tabulce čís. I. *Z ní je patrna různá kvasicí schopnost u mikrobů i ze stejného naleziště.*

Oproti názoru Bieremovu *seznáno na základě zjištěných jakt, že nelze všeobecně připisovati saccharose příznivého vlivu na kvašení kyseliny hippurové. V některých případech působila saccharosa právě opačně. To platí i pro kultury „degenerované“.*

Bylo nalezeno, že v případě, kdy bylo použito živného prostředí bez uhlohydrátu, bylo množství uniklého ammoniaku daleko větší než při použití též cukru jako pramene uhlíku. To vysvětluje se tím, že za *přítomnosti uhlohydrátů část ammoniaku, uvolněného z kyseliny hippurové, váže se jednak na CO_2, jednak na organické kyseliny, vznikající při kvašení cukru.* Fakt tento odpovídá též praktickým zkušenostem při konservaci močůvky. Aby se tvořil CO_2 odporučují totiž někteří autoři (ku př. Chr. Barthel) přidávati k močůvce přímo zbytky, obsahující cukr.

3. Dusík, unikající v podobě ammoniaku během kvašení, stanoven přesně zvláštními pokusy. Těmito *dokázáno, že se netvoří při rozkladu kyseliny hippurové dusík ve formě elementární. Pro toto tvrzení byl podán v této práci kvantitativní důkaz po prvé.*

4. *Dosud vždy jen předpokládané tvoření se glykokollu nebo jiných přechodných produktů ze skupiny aminolátek bylo ve výše uvedených pokusech po prvé přímo dokázáno jak kvalitativně, tak kvantitativně* a to zcela *neodvisle od údajů* Goslingsových. *Společně* s Dr. Al. Kroulíkem *jsme sledovali kvalitativně uvolňování se glykokollu průběhem bakterielního rozkladu kyseliny hippurové. Použitím* Chodatovy *reakce dokázali jsme již třetího dne po naočkování přítomnost glykokollu, ač* byl *vzrůst mikrobů* v živné tekutině *sotva patrný.* Denním zjišťováním glykokollu *stanovili jsme, že teprve 10. den po naočkování se glykokoll více v tekutině neobjevil.*

Zmíněnou reakci aplikovali jsme i při rozkladu glykokollu bakteriemi a dokázali jsme, že byl těmito během 14 dnů úplně stráven.

Samostatně stanovil jsem aminolátky ve kvasící tekutině s kyselinou hippurovou též kvantitativně a sice methodou Henriques-Sörensenovou. Byly-li zkoušky vystaveny teplotě 37° C, obnášelo množství jejich dusíku, vyjádřené procenticky na dusík kyseliny hippurové ve zkoušeném případě 12·27%. *U srovnání s výsledky pokusů* Goslingsových, *který zjistil při kvašení kyseliny hippurové za teploty 22° C pouze stopy glykokollu, vychází z mých nálezů, že za vyšší teploty (37° C) tvoří se poměrně značné množství glykokollu.*

Z pozorování našich plyne, *že* se *uvedené přechodné zplodiny dusíkaté do jisté míry a po jistou dobu ve kvasícím, živném prostředí hromadí.*

5. *Dokázáno kvalitativně, že při kvašení kyseliny hippurové se kyselina benzoová skutečně uvolňuje. Kvantitativním* pak *rozborem zjištěno, že kyselina benzoová se též bakteriemi rozkládá. Shledáno, že stupeň tohoto rozkladu záleží na povaze užitých kultur.* Nálezy tyto provedeny *rovněž dříve, než bylo referováno o práci* Goslingsově. *V ní* bylo ostatně *pracováno za jiných podmínek, než kterých jsem použil ve svých pokusech.*

6. *Při zkoušení, zda také existují bakterie, rozkládající pouze glykokoll, bylo v pozorovaném případě zjištěno, že není této specificity.*

7. *Vzhledem k číselně nedoloženým údajům* Schellmannovým, dle nichž *mohutnost štěpiti kyselinu hippurovou u starších kultur při jejich pěstování na dusíkatých, umělých, výživných půdách klesá, studována otázka ta systematicky. Kvantitativně vyšetřována* byla *tato schopnost u osmi bakterií v určitých mezidobích.* Z tabulky čís. II. vysvítá, že zkoušené mikroby jeví při srovnání s prvními rozbory rozdíl v ammonisaci kyseliny hippurové po půl roce od 3·41% až do 50·59%, po jednom roce od 5·23% až do 66·80%. *Shledáno tudíž, že tato biologická degenerace skutečně vystupuje a to u různých druhů bakterií ve velmi různém stupni. Zároveň však zjištěn nový fakt. Dle tohoto existují totiž také druhy mikrobů, které podržují vlastnost rozkládati kyselinu hippurovou houževnatě téměř v neztenčené míře i po jejich pěstování déle jak jeden rok trvajícím v živném prostředí bez kyseliny hippurové.*

XXXVIII.

Seznam použité literatury.

Bierema S., Die Assimilation von Ammon-, Nitrat und Amidstickstoff durch Mikroorganismen. (Ctlblt. f. Bakt. etc. Abt. II., Bd. 23., 1909. p. 672).

Bokorny Th., Tauglichkeit einiger Stickstoffsubstanzen zur Hefeernährung kvantitative Versuche hierüber. (Allgem. Brauer- und Hopfenzeitung März 1902.)

Burri R., Herfeldt E. und A. Stutzer, Bakteriologisch-chemische Forschungen über die Ursachen der Stickstoffverluste in faulenden organischen Stoffen, insbesondere im Stallmist und in der Jauche. (Journ. f. Landw. Bd. 42., 1894. p. 329.)

Carbone et Rusconi-Bollet. Soc. med. Pavia 15. V. 1910. (citováno dle Kossowicze (13) p. 41.).

Crisafulli G., Sulla decomposizione de l'acido ippurico per opera dei microorganismi. (Rivista d'Igiene e di Sanità No 13. 1895.; ref. Baumgarten's Jahresbericht d. path. Microorg. Ig. 11. 1895. p. 529.).

Czapek, Berichte der deutsch. botan. Gesellsch., (Bd. 19., 1901. p. 130.)

Dox Arthur. The intercellular enzymes of lower fungi, especi ally those of Penicillium camemberti (Journ. of. Biol. Chem. Vol. IV. 1909. p. 461.; ref. Ctlbl. f. Bakt. etc. Abt. II., Bd. 26., 1910. p. 675.).

Goslings N., Splitsings van Hippurzure Zouten door Microben (Meded, v. a. Rijks. Hoogere Land.-Tuin-en Boschbonwschool. Deel. 5. Afl. 1. 1911. blz. 52., 64.; ref. Ctlblt. f. Bakt. etc. Abt. II. Bd. 33., 1912. p. 333.).

Hagem O., Untersuchungeu über norwegische Mucorineen (II. Videnskabs.-Selskabets Skrifter I. Math. Nat. Kl. 1910. No. 4.).

Chodat R., Handbuch der Biochemischen Arbeitsmethoden (B. 3., p. 57.–62.).

Kossowicz A., Einführung in die Agriculturmycologie. I. Bodenbakteriologie. (Berlin Gebr. Borntraeger 1912.).

Leo Y., Über die Hippursäurespaltung durch Bakterien und ihre Bedeutung für den Nachweis von Benzoesäure und Glykokoll im Harne (Arch. f. experim. Pathol. u. Pharmakol., Bd. 58., 1909. p. 440.; ref. Ctlblt. f. Bakt. etc. Abt. I., Ref. Bd. 44., 1909. p. 625.).

Löhnis F., Handbuch der landwirtschaftlichen Bakteriologie (Berlin, Gebr. Borntraeger 1910.).

Nawiaski P., Über die Umsetzung von Aminosäuren durch Bac. proteus vulgaris. (Arch. f. Hyg. Bd. 66., 1908. p. 209.).

Neubauer und Vogel: Qualitative und Quantitative Analyse des Harns (X. vyd., str. 221.).

Neuberg, Harn (I. T., p. 574.).

Rattone et Valente, Sw. la cause de la transformation de l'acid. hippurique dans les urines fermentées. (Arch. per le scienze méd. X. 15., Rév. sc. méd. XXX. 443.; ref. Ctlblt. f. Physiologie Bd. II., 1888. p. 316.).

Schellmann Willibald, Über hippursäure-vergärende Bakterien. (Inaug. Dissert. Göttingen 1902.).

Schmiedeberg O., Arch. f. experim. Pathol. und Pharmakologie, (Bd. 14., p. 288.).

Shibata K., Über das Vorkommen von Amide spaltenden Enzymen bei Pilzen (Beitr. z. chem. Physiol. und Pathol. Bd. 5., 1903. p. 384.).

van Tieghem P., Sur la fermentation ammoniacale (Compt. rend. de l'Acad. Sci. t. 58. 1864. p. 210.).

Wiener, Zeitschr. f. analyt. Chemie. (Bd. 38., 1899. p. 266.)

Yoshimura K., Notiz über das Verhalten von Hippursäure im Boden (College of Agriculture Bull. Tokio, 2. p. 221. 1895.; ref. Koch's Jahresb. d. Gährungsorg. Bd. 7., 1896. p. 219.).

XXXVIII.

Tabulka číslo I.

Bacillus číslo	Vypěstován z prvotního materiálu	Vypěstován z místa	Nalezeno analysí ve výživném roztoku: s glukosou — dusíku: ammoniakálního varem s MgO (mg)	(%)	celkového dle Kjeldahla (mg)	(%)	zbylého organického (mg)	(%)	ammoniakálního uniklého (během kvašení) (mg)	(%)	ammonisovaného organického (%)	se saccharosou — dusíku: ammoniakálního varem s MgO (mg)	(%)	celkového dle Kjeldahla (mg)	(%)	zbylého organického (mg)	(%)	ammoniakálního uniklého (během kvašení) (mg)	(%)	ammonisovaného organického (%)	rozdílu ammonisovaného org. N-u při užití saccharosy a glukosy (%)	Užitá bakterie kvasí též: močovinu	kyselinu močovou
I.	hnojůvky	dvora „Zboží“ v Poděbradech	14·60	35·85	28·04	68·86	13·44	33·01	12·68	31·14	66·99	16·96	41·65	19·66	48·28	2·70	6·63	21·06	51·72	93·37	+ 26·38	+	+
II.			7·37	18·10	24·57	60·34	17·20	42·24	16·15	39·66	57·76	24·71	60·68	29·48	72·40	4·77	11·72	11·24	27·60	88·28	+ 30·52	—	+
III.			7·30	17·93	37·21	91·38	29·91	73·45	3·51	8·62	26·55	19·09	46·88	38·61	94·82	19·52	47·94	2·11	5·18	52·06	+ 25·51	+	+
IV.			5·25	12·89	40·25	98·84	35·00	85·95	0·47	1·16	14·05	7·71	18·94	33·98	83·45	26·27	64·51	6·74	16·55	35·49	+ 21·44	+	+
V.	kravské močůvky		7·37	18·10	39·73	97·57	32·36	79·47	0·99	2·43	20·53	22·89	56·22	40·01	98·26	17·12	42·04	0·71	1·74	57·96	+ 37·43	—	—
VI.			3·37	8·28	39·31	96·54	35·94	88·26	1·41	3·46	11·74	7·02	17·24	40·01	98·26	32·99	81·02	0·71	1·74	18·98	+ 7·24	+	+
VII.	koňské močůvky	hospodářství v Nymburce	18·72	45·97	28·08	68·96	9·36	22·99	12·64	31·04	77·01	14·32	35·17	31·17	76·55	16·85	41·38	9·55	23·45	58·62	— 18·39	+	—
VIII.			13·20	32·42	25·27	62·06	12·07	29·64	15·45	37·94	70·36	11·94	29·32	38·25	93·93	26·31	64·61	2·47	6·07	35·39	— 34·97	—	—
IX.		hospodářství v Uhříněvsi	13·48	33·10	27·38	67·24	13·90	34·14	13·34	32·76	65·86	13·76	33·79	28·78	70·68	15·02	36·89	11·94	29·32	63·11	— 2·75	—	+
X.			7·30	17·93	29·48	72·40	22·18	54·47	11·24	27·60	45·53	19·09	46·88	32·01	78·61	12·92	31·73	8·71	21·39	68·27	+ 22·74	+	+
XI.			6·46	15·86	30·19	74·14	23·73	58·28	10·53	25·86	41·72	15·16	37·23	26·96	66·21	11·80	28·98	13·76	33·79	71·02	+ 29·30	+	+
XII.			14·32	35·17	39·03	95'85	24·71	60·68	1·69	4·15	39·32	20·50	50·34	27·73	68·10	7·23	17·76	12·99	31·90	82·24	+ 42·92	+	+
XIII.			13·48	33·10	39·87	97·91	26·39	64·81	0·85	2·09	35·19	7·37	18·10	35·10	86·20	27·73	68·10	5·62	13·80	31·90	— 3·29	+	+
XIV.		dvora „Zboží“ v Poděbradech	8·42	20·68	40·01	98·26	31·59	77·58	0·71	1·74	22·42	16·00	39·29	33·70	82·76	17·70	43·47	7·02	17·24	56·53	+ 34·11	+	+
XV.	hnoje		15·16	37·23	39·31	96·54	24·15	59·31	1·41	3·46	40·69	21·76	53·44	37·23	91·43	15·47	37·99	3·49	8·57	62·01	+ 21·32	+	+
XVI.	kompostu		25·28	62·08	37·44	91·94	12·16	29·86	3·28	8·06	70·14	18·95	46·54	33·70	82·76	14·75	36·22	7·02	17·24	63·78	— 6·36	+	+
XVII.	pařeniště	hospodářství v Uhříněvsi	12·30	30·21	26·11	64·12	13·81	33·91	14·61	35·88	66·09	13·47	33·08	28·08	68·96	14·61	35·88	12·64	31·04	64·12	— 1·97	+	+
XVIII.			9·41	23·11	24·99	61·37	15·58	38·26	15·73	38·63	61·74	7·86	19·30	29·13	71·54	21·27	52·24	11·59	28·46	47·76	— 13·98	—	+
XIX.	zelnice		10·81	26·55	28·78	70·68	17·97	44·13	11·94	29·32	55·87	13·06	32·07	27·38	67·24	14·32	35·17	13·34	32·76	64·83	+ 8·96	—	—
XX.	řepné pudy		20·52	50·39	38·61	94·82	18·09	44·43	2·11	5·18	55·57	13·76	33·79	32·85	80·67	19·09	46·88	7·87	19·33	53·12	— 2·45	+	+
XXI.	vzata z úst. sbírky	Bakt. ústav na Král. Vinohradech	7·02	17·24	36·75	90·25	29·73	73·01	3·97	9·75	26·99	5·61	13·77	30·88	75·83	25·27	62·06	9·84	24·17	37·94	+ 10·95	+	+

Tabulka číslo II.

Bacillus číslo	Isolován z	Patří ke skupině	Číslo pokusu	Analysí zjištěno ve výživném roztoku — s glukosou — dusíku: ammoniakálního varem s MgO		celkového dle Kjeldahla		zbylého organického		uniklého ammoniakálního (během kvašení)		ammonisovaného organického	Analysí zjištěno ve výživném roztoku — se saccharosou — dusíku: ammoniakálního varem s MgO		celkového dle Kjeldahla		zbylého organického		uniklého ammoniakálního (během kvašení)		ammonisovaného organického	Rozdíl ammonisovaného organického dusíku při užití saccharosy a glukosy
				mg	%	*mg*	%	*mg*	%	*mg*	%	%	*mg*	%	*mg*	%	*mg*	%	*mg*	%	%	%
I.	hnojůvky	Subtilis	1.	14·60	35·85	28·04	68·86	13·44	33·01	12·68	31·14	66·99	16·96	41·65	19·66	48·28	2·70	6·63	21·06	51·72	93·37	+ 26·38
			2.	14·04	34·48	38·05	93·44	24·01	58·96	2·67	6·56	41·04	16·01	39·32	39·31	96·54	23·30	57·22	1·41	3·46	42·78	+ 1·74
			3.	7·48	18·37	39·87	97·91	32·39	79·54	0·85	2·09	20·46	9·83	24·14	39·73	97·57	29·90	73·43	0·99	2·43	26·57	+ 6·11
III.			1.	7·30	17·93	37·21	91·38	29·91	73·45	3·51	8·62	26·55	19·09	46·88	38·61	94·82	19·52	47·94	2·11	5·18	52·06	+ 25·51
			2.	7·16	17·58	39·59	97·22	32·43	79·64	1·13	2·78	20·36	18·82	46·22	39·73	97·57	20·91	51·35	0·99	2·43	48·65	+ 28·29
			3.	7·02	17·24	40·15	98·60	33·13	81·36	0·57	1·40	18·64	18·60	45·68	40·25	98·85	21·65	53·17	0·47	1·15	46·83	+ 28·19
VI.	kravské močůvky		1.	3·37	8·28	39·31	96·54	35·94	88·26	1·41	3·46	11·74	7·02	17·24	40·01	98·26	32·99	81·02	0·71	1·74	18·98	+ 7·24
			2.	2·53	6·21	40·01	98·26	37·48	92·05	0·71	1·74	7·95	4·48	11·00	40·44	99·31	35·96	88·31	0·28	0·69	11·69	+ 3·74
			3.	1·54	3·78	40·25	98·84	38·71	95·06	0·47	1·16	4·94	1·54	3·78	40·44	99·31	38·90	95·53	0·28	0·69	4·47	— 0·47
X.	koňské močůvky	Mesentericus	1.	7·30	17·93	29·48	72·40	22·18	54·47	11·24	27·60	45·53	19·09	46·88	32·01	78·61	12·92	31·73	8·71	21·39	68·27	+ 22·74
			2.	4·22	10·36	38·61	94·82	34·39	84·46	2·11	5·18	15·54	12·69	31·16	36·64	89·98	23·95	58·82	4·08	10·02	41·18	+ 25·64
			3.	2·53	6·21	39·73	97·57	37·20	91·36	0·99	2·43	8·64	6·88	16·90	39·03	95·85	32·15	78·95	1·69	4·15	21·05	+ 12·41
XIII.			1.	13·48	33·10	39·87	97·91	26·39	64·81	0·85	2·09	35·19	7·37	18·10	35·10	86·20	27·73	68·10	5·62	13·80	31·90	— 3·29
			2.	3·93	9·65	40·01	98·26	36·08	88·61	0·71	1·74	11·39	6·46	15·86	38·05	93·44	31·59	77·58	2·67	6·56	22·42	+ 11·03
			3.	3·86	9·48	40·15	98·60	36·29	89·12	0·57	1·40	10·88	4·92	12·08	39·59	97·22	34·67	85·14	1·13	2·78	14·86	+ 3·98
XVI.	kompostu		1.	25·28	62·08	37·44	91·94	12·16	29·86	3·28	8·06	70·14	18·95	46·54	33·70	82·76	14·75	36·22	7·02	17·24	63·78	— 6·36
			2.	19·09	46·88	38·61	94·82	19·52	47·94	2·11	5·18	52·06	16·71	41·04	37·91	93·10	21·20	52·06	2·81	6·90	47·94	— 4·12
			3.	18·95	46·54	39·31	96·54	20·36	50·00	1·41	3·46	50·00	14·04	34·48	39·66	97·40	25·62	62·92	1·06	2·60	37·08	— 12·92
XVIII.	pařeniště	Bac. pyocyaneus	1.	9·41	23·11	24·99	61·37	15·58	38·26	15·73	38·63	61·74	7·86	19·30	29·13	71·54	21·27	52·24	11·59	28·46	47·76	— 13·98
			2.	8·70	21·36	39·03	95·85	30·33	74·49	1·69	4·15	25·51	5·62	13·80	36·64	89·98	31·02	76·18	4·08	10·02	23·82	— 1·69
			3.	8·42	20·68	39·87	97·91	31·45	77·23	0·85	2·09	22·77	4·21	10·34	39·59	97·22	35·38	86·88	1·13	2·78	13·12	— 9·65
XX.	řepné půdy	Mesentericus	1.	20·52	50·39	38·61	94·82	18·09	44·43	2·11	5·18	55·57	13·76	33·79	32·85	80·67	19·09	46·88	7·87	19·33	53·12	— 2·45
			2.	7·37	18·10	39·31	96·54	31·94	78·44	1·41	3·46	21·56	10·67	26·20	39·03	95·85	28·36	69·65	1·69	4·15	30·35	+ 8·79
			3.	1·39	3·42	40·01	98·26	38·62	94·84	0·71	1·74	5·16	1·93	4·74	39·87	97·91	37·94	93·17	0·85	2·09	6·83	+ 1·67

O zpracování kaolinů železem bohatých vůbec, jakož i výrobě kamenců hlinitých železem chudých zvláště.

Podávají

Prof. Dr. **Jaroslav Milbauer** a Dr. **František Skutil.**

DÍL I.

Se čtyřmi tabulkami a jedním obrazcem v textu.

Předloženo dne 16. října 1915.

ÚVOD.

Industrie hlinitých solí náleží mezi nejstarší průkopníky anorganického velkoprůmyslu. Speciálně v Čechách její fabrikace úzce souvisela s historicky dnes jen zajímavou přípravou dýmavé kyseliny sírové z kamenečných břidlic. Velký rozmach fabrikace barviv, zejména z řady alizarinu, způsobil velikou poptávku po všech solích hlinitých a přispěl ke znamenitému zdokonalení velkovýroby jejich, zvláště jednoduchého síranu i kamenců hlinitých. Žádný z jiných konsumentů těchto solí (jirchářství, farmacie, keramický průmysl, papírny, industrie tuků a olejů, čisticí stanice vodní, impregnace dřeva) neklade tak vysoké požadavky na čistotu jako právě barvírny. Minimální sledy železa jsou jen přípustny.

Z hlediska dnešní výroby čistých síranů resp. kamenců hlinitých mají význam fabrikace t. zv. kyselou cestou, jíž zpracuje se jak bauxit tak i kaolin a cestou alkalickou, jíž dá se užíti jen pro bauxit. Odhlížíme-li od způsobu Serpkova,[1]) který může skýtati přímo z odpadních surovin hlinitých železo chovajících, produkty železa prosté a který vázán jest na silné zdroje vodní síly resp. elektřiny, nemáme dnes postupu, který

---

[1]) První patent říš. něm. č. 216. 746 z r. 1908 a veliká řada následujících znějících dále na *Société générale des Nitrures.*

dovoloval by zpracovati kaoliny tak, aby produkty svojí čistotou vyhovovali průmyslu barvířskému t. j., aby chovaly max. 0·001% Fe. Papírnický průmysl, který as stejné množství (ne-li větší) síranu hlinitého odbírá jako barvírny a tiskárny, vyžaduje síran hlinitý železem chudý, hlavně neutrálný, nechovající žádné volné kyseliny sírové. Požadavek posledně jmenovaný nebude však jak se zdá míti později významu, neboť modření ultramarinem bude nahraženo organickými barvivy, jež aciditu snesou.

V přítomné práci podáváme zprávu o pokusech, kterými hleděli jsme dospěti k *racionální methodě zpracování nečistých kaolinů*, blížících se již hlínám (jichž v našich zemích nachází se hojnost) na produkty vyznačujícími se právě uvedenými vlastnostmi.

Pokud se týká literatury sem spadající a to předem české, dlužno nám uvésti, že v Listech Chemických sv. IV., strana 193—196 uvádí F. Štolba předpis pro výrobu surového síranu hlinitého z kaolinu rozkladem konc. kyselinou sírovou. R. 1894 v témže časopise sv. XVIII., str. 166 popisuje autor označený — Š — přípravu čistého síranu hlinitého hlavně z bauxitu, k čemuž připojuje i stať o čištění zboží od železa. V „Časopisu pro průmysl chemický“ sv. X., str. 78 popisuje B. Šetlík výrobu síranu hlinitého hlavně z kryolithu a bauxitu, při čemž uvádí i některé methody, týkající se odstraňování železa. V poslední literatuře nacházíme jiný předpis Štolbův ku přípravě kamence hlinitoamonatého z kaolinu rozkladem kyselinou sírovou 48—50° Bé, pojatý do knihy J. Milbauera (Cvičení v anorganické chemii 1912, str. 115), tak jak užíván byl v laboratoři prof. Štolby.

V cizí literatuře, hlavně v patentní uvedeny četné způsoby probírající zpracování různých hlinitých surovin na síran hlinitý nebo kamenec. Většina patentů do r. 1894 jest shrnuta v monografii W. Jurische „Fabrikation von schwefelsaurer Tonerde“. Z novější doby sluší hlavně uvésti přednášku J. Bronna uveřejněnou v Zeit. f. angew. Chemie 1901, str. 844, článek F. Russa v témž časopise 1910, str. 943 a monografii A. Bergeho „Die Fabrikation der Tonerde“ z r. 1913, na něž dovolujeme si zde poukázati a příslušné citáty dále potřebné v publikaci na příslušných místech uvádíme. Z literatury po r. 1893 dlužno zde zaznamenati:

R. 1894. J. Heibling (Comp. rend. 119, str. 609) mísí hlínu se síranem amonatým a draselnatým, zvlhčuje, formuje cihly a pálí je při 270° až 280°. Rozkladem síranu amonatého vzniká z neutrálného síranu amonatého sůl kyselá, jež rozkládá hlínu a dává síran hlinitý. Po vypálení se vylouží a ze zahuštěného louhu krystaluje draselnatý kamenec, který čistí překrystalováním.

H. Schwahn (amer. spoj. států p. č. 514.039) odstraňuje ze surovin hlinitých železo extrakcí. Pak kalcinuje, mísí se směsí dusič-

nanu, chloridu sodnatého a zř. kyseliny sírové a znovu pálí. Tvrdí, že v žáru vytěká chlorid železitý.

Brunjes (říš. něm. pat. č. 87.908) zahřívá surovinu ve směsi s organickou látkou (cukrem, škrobovou moukou, melassou a p.) při teplotě nižší nežli 100° C, aby převedl, jak tvrdí, kyselinu křemičitou v hrubá zrna, jež by se dala snáze před rozkladem odstraniti.

R. 1895. Nibelius (amer. pat. spoj. států č. 544.319) doporučuje různé hlinité suroviny před rozkladem kalcinovati v plamencových pecích s topením naftovým. Toto topení má prý působiti, že kysličník hlinitý stává se rozpustnějším v kyselinách, kdežto kysličník železitý méně rozpustným. Při vyloužení získají se roztoky železa prosté.

R. 1901. Raynaud (říš. něm. pat. č. 107.502) žíhá v temně červeném žáru hlinité suroviny se sirníky alkalickými. Hmotu vyluhuje a do roztoku uvádí kysličník siřičitý, čímž získává siřičitan hlinitý, který dál zpracuje na soli hlinité.

R. 1909. O. Kaufmann (říš. něm. pat. č. 216.034) radí krystalovat kamenec sodnatý, jelikož vypadne železa prostý.

R. 1911. Chemische Fabrik Griesheim-Elektron má chráněn patent (říš. něm. č. 232.563), jímž lze připraviti síran hlinitý prostý železa takto: Surovina vaří se s 2násobným množstvím kyseliny sírové 40° Bé po dobu 4 a půl hodiny. Kyselý roztok se odssaje neb odlisuje od nerozpustného zbytku a ponechá se klidu. Vykrystalovaný síran hlinitý překrystaluje se z horké kyseliny sírové.

R. 1912. Richter a Richter (říš. něm. pat. č. 244.538) jest dále v textu popsán (str. 12.).

R. 1914. D. Penjakov (angl. pat. č. 21476 béře k rozkladu kyzové plyny. Bude též dále o něm řeč (viz str. 16.).

H. Schwahn (amer. spoj. států pat. č. 1,077.309) působí ozonem na surovinu, ovlhčenou siřičitou vodou. Vzniklá kyselina sírová váže kysličník hlinitý v surovině obsažený na síran hlinitý ve vodě rozpustný, kdežto železo zůstává jako hnědý kal v zásaditém síranu železitém nerozpuštěn.

K pokusům užili jsme odpadních kaolinů, jež v dosti značném množství obsahovaly zrna křemenná a živcová. Suroviny podrobiti přímo zpracování nebylo možno následkem uvedených nečistot. Aby pak výroba z nich stala se při dnešních cenách solí hlinitých schopna kalkulace, musela by se vyznačovati poměrnou jednoduchostí a lácí. Tomu by bylo tak, kdyby se dala přímo po jednoduchém prosátí ihned rozkládati a dále zpracovati cestou chemickou, aniž by muselo předcházeti, jak v praxi se dělává, nákladné plavení. Abychom získali v tomto směru správného názoru podrobili jsme původní suroviny rozboru chemickému i mechanickému. Suroviny prosívány sítem č. 225 a stanoveno percentuální množství odpadku po prosátí i množství resultujícího prášku. Ten byl rovněž analysován.

Surovina čís. I. pochází z Malé Bytyšky na Moravě, představuje hmotu nestejnorodou, barvy červenohnědé, chová vedle zrn křemenných a živcových i kořínky rostlin. Chemickou analysou zjištěno následující složení, které ukazuje na blízké příbuzenství k hlínám:

ztráta žíháním	5,90%
kysličníku křemičitého	63,70%
„ železnatého	0,43%
„ železitého	10,22%
„ vápenatého	0,96%
„ hlinitého	17,32%
„ hořečnatého	0,83%
„ draselnatého	0,65%
„ sodnatého	0,002%
celkem	100,012%
Ztráta sušením při 120° C	0,84%

Mechanickým rozborem shledáno, že surovina skládá se z 97,2% prášku a 2,7% odpadku, zrn křemenných a živcových.

Prášek dle chemického rozboru obsahuje:

kysličníku křemičitého	64,80%
„ hlinitého	16,44%
„ železitého	12,30%
„ železnatého	0,51%

Mimo to ve sledech nalezen i *mangan*.

Surovina čís. II. jest původem taktéž z Malé Bytyšky na Moravě a jeví se býti kaolinickým pískem. Představuje hmotu nestejnorodou, barvy nažloutlé, chovající vedle dosti jemného prášku, zrnka větší, poměrně tvrdá, která po očištění obsahují jádra křemenná a živcová. Dle chemického rozboru měla tato surovina následující složení:

ztráta žíháním	5,52%
kysličník křemičitý	68,87%
„ železnatý	0,30%
„ železitý	1,48%
„ hlinitý	19,26%
„ vápenatý	1,30%
„ hořečnatý	0,58%
„ draselnatý	2,32%
„ sodnatý	0,48%
úhrnem	100,11%
Ztráta sušením při 120° C	0,56%

Mechanickým rozborem získáno 65,7% prášku a 34,3% odpadku, který z 90% skládal se ze zrn křemenných a živcových.

Prášek pro prosátí obsahoval:

kysličníku křemičitého	58,91%
„ hlinitého	23,41%
„ železitého	5,97%
„ železnatého	0,83%

Surovina čís. III. pochází z Dobřan, jest hmotou hrubozrnnou, barvy slabě nažloutlé, prostoupená četnými zrny křemennými a živcovými, jež jsou obalena touže hmotou kaolinovou.

Dle analysy chová:

kysličníku křemičitého	81,84%
„ železnatého	0,10%
„ železitého	0,54%
„ hlinitého	10,86%
„ vápenatého	0,30%
„ hořečnatého	0,23%
„ sírového	0,62%
Alkalie co kysl. draselnatý počítané.	3,17%
ztráty žíháním	2,31%
celkem	99,97%

Mechanickým rozborem zjištěno, že surovina skládá se z 33,84% prášku a 66,15% odpadku.

Prášek obsahuje:

kysličníku křemičitého	67,84%
„ železnatého	0,09%
„ železitého	1,01%
„ hlinitého	18,40%

K pokusům dále popsaným bylo vždy užito prášků. Údaje všechny jsou počítány jak na použitý prášek, tak i na původní surovinu.

DÍL PRVNÍ.

Výroba kamence a síranu hlinitého.

A. Rozklad nežíhaných hmot kyselinou sírovou.

Již v úvodě bylo vyznačeno, že k rozkladu kaolinu hodí se jen cesta kyselá a sice z té příčiny, že rozkladem kyselinou přímo se odlučuje kyselina křemičitá, která jinak způsobuje velké komplikace výrobní. V literatuře uváděny jsou různé koncentrace kyseliny sírové, které má býti použito k rozkladu; není tu jednotného názoru, jaká koncentrace jest nejvýhodnější.

Kyselina sírová, s níž jsme pracovali a kterou jsme zřeďovali dle příslušných návrhů a dle potřeby byla sírová kyselina technická z větší zásoby, hutnoty 1,82 t. j 90,05%ní a obsahovala 0,08% Fe_2O_3.

Abychom se orientovali o tom, který způsob rozkladu jest nejvýhodnějším, volili jsme čtyři případy, z nichž některé odpovídají způsobům v literatuře zaznamenaným.

Pracováno bylo:

a) se 40%ní kyselinou sírovou

1. *se surovinou čís. I.:* α) *za zvýšené teploty*
   β) *za obyčejné teploty;*

2. *se surovinou čís. II.*

3. *se surovinou čís. III.:* α) *za zvýšené teploty*
   β) *za obyčejné teploty*

tím způsobem, že odvážený odsátý prášek z příslušné suroviny smíšen s vypočteným množstvím kyseliny sírové uvedené koncentrace a získaná reakční směs ponechána 24 hodin v klidu. Pak buď přímo sfiltrována (pro případy β) anebo zahřívána za stálého míchání až počaly unikati dýmy kyseliny sírové, na to rozmíchána horkou vodou a nerozpustný podíl při filtraci oddělen. Roztok zneutralisován ammoniakem, zahustěn do krystalisace a krystaly po 24 hodinách od matečného louhu odděleny. Produkty podrobeny obvyklými cestami chemickým rozborům.

b) kyselinou sírovou 62%ní (methoda Štolbova).

Kyselina sírová uvedené koncentrace předepsána jest v novější literatuře, již dříve uvedené knize J. Milbauera pro získávání kamence hlinitoamonatého z kaolinu a převzata z bohaté zkušenosti zvěčnělého F. Štolby. Tamže se uvádí: „Na železné míse rozděláme jemně utřený kaolin, plavením zbavený písku s kyselinou sírovou 48—50° Bé na řídkou kaši a vložíme do pece. Když už dýmy kyseliny sírové neunikají, necháme vychladnouti, vyloužíme několikráte horkou vodou, sfiltrujeme vyloučenou kyselinu křemičitou a k filtrátu přidáme po zkoncetrování nasyceného roztoku síranu amonatého a necháme delší dobu stát.“

Poněvadž šlo nám o studium pohybu železa, musili jsme rozklad prováděti v mísách porculánových. Reakční hmota nebyla pálena v peci (v kamnech původně radil Štolba) nýbrž na veliké písečné lázni za stálého míchání tak dlouho, až přestaly unikati dýmy kysličníku sírového, hmota zhoustla a na konec utvořily se chuchvalce velikosti vlašských ořechů i menší, jež na míse rozmělněny na kousky velikosti hráchu a dalším zahříváním zbaveny přebytečné kyseliny sírové. Vypálená hmota rozetřena v třecí míse na jemný prášek, vyloužena horkou vodou, nerozpustný podíl filtrací oddělen, filtrát zkoncentrován i přidáno potřebné množství

síranu amonatého a 14 hodin ponecháno v klidu. Krystaly odděleny. Pracováno se všemi surovinami, všechny produkty opět analysovány.

Jak z výsledků, které dále souborně jsou uvedeny v přehledné tabulce vyplývá, pohybují se výtěžky na kamenci touto cestou rozkládaných surovin v mezích 40—50%. Železo vchází i při tomto způsobu práce do roztoku, však v míře menší nežli při jiných methodách. Zdá se, že okolnost ta souvisí s vysokou teplotou kyseliny sírové a tvorbou bezvodého síranu železitého, který jen zvolna vchází v roztok. J. Milbauer a Ot. Quadrát popsali (Věstník král. české spol. nauk 1908, XXV.) jeho přípravu i vznik kjeldahlisací síranu železnatého.

Nevýhody, jimiž jest zatížena Štolbova methoda jsou následující:

α) Ku práci béře se nadbytek kyseliny sírové, která se dodatečně žíháním odstraňuje, čímž vznikají ztráty na kyselině sírové, výroba rovněž se zdraží dodáváním potřebného tepla k vyžíhání hmoty reakční. Předpis jest příliš všeobecný, neboť uvádí pouze: „kaolin rozmíchá se kyselinou sírovou 40—50° Bé na řídkou kaši.“ Má-li ji býti užito pro různé suroviny musí býti pro každou zvlášť vyzkoušena, aby nebylo zbytečně plýtváno kyselinou. Platí to ovšem pro odpadní kaoliny, nikoliv však pro čisté suroviny resp. čistý kaolin, o jakém se mluví v předpisu.

β) Během zahřívání jest bezpodmínečně nutné míchání reakční hmotou, sic speče se v kompaktní, *velice tvrdou* hmotu, jejíž rozmělňování jest spojeno s velkými obtížemi. Rovněž i roztloukání menších kousků jest velice nesnadné. Hraje tu pravděpodobně roli i menší neb větší množství písku křemenného v prášku obsaženého. Poměry ovšem by se zlepšily, kdyby písek byl předem odstraněn nákladným plavením.

c) Rozklad kyselinou sírovou 80%ní (methoda Norrisova).

Jest podkladem jedné z nejstarších method ku přípravě síranu hlinitého v literatuře blíže popsaných r. 1857 v angl. patentu č. 2.027 zadaném K. Norrisem. Dle předpisu jak uveden jest v Polyt. Centralblatt (1858, str. 971) pracuje se následovně:

„Jemně třený, suchý kaolin se zahřeje a mísí se se stejným váhovým množstvím kyseliny sírové hustoty 1,75 (81,56%ní). Nejlíp jest užíti kyselinu sírovou teplou, tak jak se získává na olověných pánvích. Ze vzniklé těstovité hmoty vytvoří se kupky, v nichž probíhá vlastní rozklad, který postupuje celou hmotou, takže na konec zbude suchá hmota, která se bez další úpravy nebo nejvýš jen rozemletá přivádí do obchodu jako surový síran hlinitý.“

Při našich pracích zahřívali jsme prášek prosátím ze surovin získaný na 150° C a smísili se stejným dílem (na váhu) kyseliny sírové hustoty 1,75, ohřáté na 120° C. Reakční hmota ponechána 12 hodin v klidu, na to vylouženo horkou vodou, filtrát zneutralisován, atd. jak vyznačeno při práci s kyselinou 40%ní.

d) Rozklad kyselinou 90%ní.

Zde zdálo se nám důležitým zjistiti vzhledem k citované již práci o kjeldahlisaci síranu železnatého, jak působí na přechod železa do síranu i doba zahřívání a z té příčiny proveden:

1. rozklad se surovinou čís. I. při zvýšené teplotě až počaly unikati bílé dýmy;

2. rozkládáno nejprv čtyři hodiny za chladu, pak zahříváno, dokud unikala kyselina sírová;

3. rozklad proveden způsobem sub 1. označeným se surovinou čís. II.;

4. stejně se surovinou čís. III.;

5. a konečně působeno za chladu po dobu 18 hodin na surovinu čís. III.

Výsledky zaneseny jsou do společné tabulky na konci této části. Srovnáme-li případy sub 1. a sub 2., kdy zahřívá se reakční hmota tak dlouho, až *právě počnou* unikati dýmy kysličníku sírového získá se 1,35% kysličníku hlinitého původní suroviny ve formě rozpustné, kdežto zahřívá-li se reakční hmota, až ztuhne a dokud *vydává* značné množství kysličníku sírového, tu získá se 20,91% z celkového kysličníku hlinitého původní suroviny v roztoku.

Mimo to zjistili jsme, že jedna část znečišťujících solí železa v kamenci má svůj původ v matečném louhu, jenž jest uzavřen v dutinách krystalů, značnější podíl přechází do produktu s konstituční vodou. První závadě lze odpomoci jak obecně známo rušenou krystalisací, druhé postaráme-li se o převedení iontu $Fe^{\cdots}$ na $Fe^{\cdot\cdot}$.

Z pokusu vyplývá, že kyselina sírová 90,05%ní působí za chladu na suroviny kaolinové velmi nepatrně, jeví účinek extraktivní, neboť vyextrahuje část železitého kysličníku, takže množství kysličníku hlinitého stoupne. (Viz vložku: Tab. č. 1.)

Obecně vyplývá ze všech pokusů, že rozklad kaolinů postupuje tím hlouběji, čím delší dobu a při vyšší teplotě působí kyselina sírová. Za obyčejné teploty děje se hlavně extrakce železitých solí za současného nepatrného však rozkladu hmoty hlinité. Nejlepších výtěžků poskytla kyselina sírová 40—50° Bé silná, pracováno-li dle Štolby. Produkty touto cestou získané chovaly poměrně menší množství železa nežli vyrobené cestami jinými.

B. Rozklad sírovou kyselinou hmot předem žíhaných.

Dřív nežli rozkládají kaolin kyselinou podrobují ho v praxi technické obyčejně žíhání. Kalcinace má míti pravděpodobně tyto výhody:

Tabulka čís. I.

Surovina číslo:	Pracováno:	Část nerozložená ze 100 dílů pův. surov.	Do roztoku přešlo:	Vykrystalovalo kamence:	Zbytek po rozkladu obsahoval: kysličníku hlinitého	železitého	železnatého	Získaný kamenec choval kysličníku: hlinitého	železitého	železnatého	manganitého	Matečný louh: hustota	kysličníky (ze sušiny) hlinitý	železitý	železnatý	Získáno kysličníku hlinitého v kamenci z veškerého v surov. obsaž.:	Poznámka
I.	s kyselinou sírovou 40%ní	70,9	12,1	11,3	17,73%	3,17%	—	5,20%	8,32%	—	sledy	1,17	—	12,57%	0,26%	3,39%	Hmota po rozmíchání s kyselinou sírovou červenohnědá, po vypálení šedá, dává roztok červený.
I.		95,5	0,8	Ø	15,8%	7,5%	—	—	—	—	—	1,17	0,35%	6,48%	0,37%	Ø	Případ, kdy nezahříváno při rozkladu (β). Působí extraktivně na železitou součást.
II.		58,2	3,4	10,5	22,1%	1,65%	—	11,0%	0,40%	—	—	1,11	2,45%	1,13%	0,38%	6,02%	Pracováno obecným postupem.
III.		31,98	0,85	2,2	15,9%	0,92%	—	11,2%	0,19 %	—	—	1,16	1,2%	0,33%	0,11%	2,27%	Pracováno za vyšší teploty. Případ α.
III.		29,66	0,54	Ø	19,1%	0,55%	—	—	—	—	—	1,24	0,04%	0,13%	0,03%	Ø	Pracováno pouze za obyčejné teploty. Případ β. Působí zvýšenou měrou na železitou součást.
I.	methodou Štolbovou	84,5	5,8	40,4	3,72%	2,28%	—	11,02	0,84%	0,02%	—	1,10	13,1%	15,2%	—	25,7%	Při opakování téže práce vypadl za stejných podmínek kamenec se 10% Al_2O_3 a 1,97% Fe_2O_3.
II.		55,4	4,7	33,6	16,02%	1,04%	—	11,3%	0,25%	—	—	1,11	3,4%	1,83%	—	19,7%	—
III.		23,5	4,9	43,2	10,42%	0,28%	—	11,09%	0,09%	—	—	1,04	15,2	0,8%	—	19,2%	—
I.	methodou Norrisovou	73,4	10,9	15,5	8,7%	1,33%	—	8,3%	5,4%	1,28	sledy	1,2	5,10%	5,9%	—	7,40%	Reakční hmota neztuhla.
II.		59,2	2,96	1,6	20,6%	1,53%	—	11,05%	0,27%	—	—	1,37	0,4%	0,39%	—	0,9%	Reakční hmota neztuhla.
III.		32,9	0,4	0,4	18,1%	1,3%	—	11,15%	0,17%	—	—	1,18	1,07%	0,08%	0,15%	0,43%	Jakkoliv tato surovina blíží se složením kaolinu, přec dle Norrisova způsobu nedala hmotu reakční tuhou.
I.	s kyselinou sírovou 90%ní	84,5	5,8	11,2	18,28%	3,4%	—	2,1%	12,8%	—	—	1 21	1 28%	11,4%	0,16%	1,35%	Zahříváno až počaly unikat bílé dýmy.
I.		43,8	24,5	89,4	5,53%	2,6%	—	10,9 (β) 10 1 (α)	1,3(β) 2,6(α)	—	sledy	1,07	7,2%	11,0%	—	20,91%	Zahříváno, dokud unikaly bílé dýmy. Získány velké (α) a malé krystaly (β).
II.		48,9	7,6	30,5	16,7%	1,27%	—	11,25%	0,28%	—	—	1,05	3,16%	1,98%	—	17,81%	Za zvýšené teploty.
III.		31,27	1,18	1,69	18,36%	1,56%	—	11,25	0,11%	—	—	1,29	0,26%	0,14%	0,13%	1,75%	Za zvýšené teploty.
III.		32,07	0,81	0,06	19,03%	0,65	—	—	0,04%	—	—	1,2	0,82%	0,05%	0,09%	0,3%	Za obyčejné teploty.

1. vypudí se ze suroviny hygroskopická i konstituční voda;

2. surovina učiní se poresnější i přístupnější kyselině sírové při rozkladu;

3. rozruší se organické hmoty, jež rozkládají kyselinu sírovou, při čemž zuhelňují a dodávají hotovému výrobku nevzhledné barvy.

O temperatuře, při které se má díti kalcinace, nenalezli jsme v literatuře žádné zmínky, také žádných dat od praktiků jsme nezískali.

Dle práce A. Sokolova (Zur Frage des molekularen Zerfalles des Kaolinits im Anfangsstadium des Glühens v Tonindustrie Ztg. 1912, II., 1107) a R. Wohlina (Beiträge zur Kenntnis der thermischen Analysen von Tonen, Bauxiten und einigen verwandten Körpern v Sprechsaal 1913, str. 719) jest patrno, že teplota při níž se má kalcinovati nesmí převýšiti 800° C. Sokolov stanovil křivku rozpustnosti po různou dobu zahřívání při různých teplotách udržovaného kysličníku hlinitého v 6%ní kyselině solné. Maxima rozpustnosti dosáhl při teplotách 700—800° C. Překročením těchto teplot rozpustnost značně klesá. Jelikož kysličník železitý ve svých vlastnostech blíží se značně kysličníku hlinitému, předložili jsme si otázku, zdali rozpustnost kysličníku železitého zahříváním stoupá stejně s kysličníkem hlinitým či zda jeví nějaký rozdíl, který by pro naše účely dal se využíti. I hleděli jsme systematicky vedenými pokusy o tom se přesvědčiti a přizpůsobili jsme je pokud možno pracovním podmínkám, panujícím při rozkladech hlinitých surovin.

K pokusům vzat byl hydroxyd železitý (Merck), který měl

74·39% kysličníku železitého,

25·58% ztráty žíháním a choval ještě vedle vody sledy kysličníku uhličitého.

Sušen po 3 hodiny při 98·5° C jevil ztrátu 6·96%.

Při jednotlivých stanoveních postupováno následujícím způsobem:

Preparát zahříván v elektrické peci po 3 hodiny od dosažení žádané přesně regulované teploty, stanovena v něm ztráta sušením a ve vysušené hmotě zjištěn úbytek žíháním do konstantní váhy. K určení rozpustnosti odvážena při té neb oné teplotě a postupně vždy více zahřívaná hmota (0·5 *g*) a zavařena s 50 *cc* kyseliny sírové příslušné koncentrace na písečné lázni k varu. Tekutina se mlékovitě zkalila a nabyla barvy žluté. Po rychlém vychladnutí doplněno kyselinou sírovou příslušné koncentrace na objem 100 *cc*, odměřeno po vyčeření 25 *cc*, přidáno 75 *cc* vody a čirý roztok zredukován a titrován *n*/10 *n* manganistanem draselnatým. Nalezené výsledky objasňují sem připojená tabulka a diagramy, v nichž na jednu osu nanášeny teploty, na druhou procenta kysličníku železitého přešlého do roztoku.

Tabulka čís. II.

Teplota	konc. kys. sírová		60·9⁰ Bé kys. sírová		Ztráta sušením	Ztráta žíháním
	Fe_2O_3	z celk. množství	Fe_2O_3	z celk. množství		
nesušený	71·72%	96·42%	70·77%	95·14%	—	25·58%
98·5⁰ C	68·55%	92·15%	71·52%	96·16%	6·96%	10·82%
200⁰ C	54·51%	73·29%	73·42%	98·71%	14·58%	5·93%
300⁰ C	51·82%	69·67%	73·30%	98·54%	14·83%	2·17%
400⁰ C	48·77%	65·57%	52·20%	70·18%	15·30%	2·35%
500⁰ C	49·27%	66·24%	40·72%	54·74%	15·83%	1·49%
600⁰ C	43·95%	59·09%	39·04%	52·50%	16·48%	0·82%
700⁰ C	18·33%	24·64%	20·36%	27·38%	16·46%	0·31%
800⁰ C	10·37%	13·94%	8·31%	11·17%	17·06%	0·13%

Z výsledků (viz tab. čís. II.) lze usuzovati, že rozpustnost hydroxydu resp. kysličníku železitého v konc. kyselině sírové do 200⁰ klesá, pak dále se udržuje na hodnotě skoro konstantní, načež při 500⁰ C rapidně klesá. Rozpustnost v kyselině sírové zředěnější (79·80%ní) stoupá do 300⁰ C, načež opět klesá. Okolnosti tyto svědčí tomu, že železo jest obsaženo v surovinách v jiné podobě nežli jako hydratický kysličník železitý, patrně jako křemičitan a že nelze očekávati, že by vhodným žíháním byla získána surovina, která skýtala by po rozkladu roztoky na železo chudé, což další pokusy také dokazují.

Po zjištění těchto dat přikročeno ku žíhání prášků surovin hlinitých. Zahřívány za nepřístupu vzduchu ve velké Segerově peci po 3 hodiny při teplotě 700⁰ C. Teplota měřena pyrometrem Le Chatelierovým.

Hnědočervená barva prášku suroviny čís. I. žíháním přešla v barvu ohnivější, avšak temnější.

Žlutá barva prášku suroviny čís. II. žíháním změnila se v růžovou.

Bílý prášek suroviny třetí byl po žíhání nažloutlý. Žíhané hmoty podrobeny rozkladům všemi způsoby, které uvedeny jsou v předchozí stati a nebudeme tudíž detaily již opakovati. Výsledky vynášíme v následující tabulce čís. III.

Z nalezených dat, jež týkají se rozkladu surovin předžíhaných, soudíme, že vystavení jich na teplotu 700⁰ C po dobu tří hodin mělo vliv na výtěžky, které značně stouply, avšak nebylo pozorováno, že by železo přecházelo v menší míře do produktů. Opět způsob Štolbův nejlíp se osvědčil.

Tabulka čís. III.

Pracováno:	Se žíhanou surovinou čís.	Část nerozložená ze 100 dílů pův. suroviny	Do roztoku přešlo	Vykrystalovalo kamence	Ve zbytku se nachází:		Získaný kamenec obsahoval:		Matečný louh:				Získáno kysličníku hlinitého v kamenci zvěškerého v surovině obsaženého
					Al_2O_3	Fe_2O_3	Al_2O_3	Fe_2O_3	hustota	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	
Kyselinou 40%ní	I.	76,03	9,72	29,2	15,5%	3,66%	6,90%	5,5%	1,14	1,18%	9,13%	0,12%	11,6%
	II.	41,75	11,17	62,4	14,3%	1,66%	11,01%	0,21%	1,11	2,01%	1,43%	0,15%	35,68%
	III.	26,5	3,37	10,31	13,3%	0,78%	11,26%	0,10%	1,07	5,1%	0,55%	0,22%	10,7%
Methodou Štolbovou	I.	46,43	23,2	108,0	1,66%	2,44%	9,28	2,85	1,2	0,93%	4,49%	0,25%	59,0%
	II.	36,98	13,26	77,3	11,98%	1,38%	11,21%	0,24%	1,1	8,8%	12,8%	0,68%	44,97%
	III.	20,0	6,4	20,7	9,58%	0,68%	11,29%	0,12%	1,16	3,5%	0,5%	0,18%	21,5%
Methodou Norrisovou	I.	93,01	1,9	7,8	10,7%	15,9%	10,75%	0,5%	1,24	1,40%	0,32%	0,28%	4,84%
	II.	57,10	3,94	8,2	24,5%	2,4%	11,14%	0,23%	1,22	0,27%	0,5%	0,14%	4,65%
	III.	31,99	0,85	0,7	19,2%	0,8%	11,25%	0,10%	1,21	0,5%	0,11%	0,26%	0,7%
Kyselinou 90%ní	I.	65,4	14,6	47,7	12,5%	4,9%	8,31%	3,55%	1,15	1,26%	12,45%	0,17%	22,9%
	II.	59,97	2,6	21,0	19,8%	3,5%	11,11%	0,19%	1,2	0,98%	0,06%	0,24%	12,1%
	III.	28,1	2,6	10,7	14,9%	0,88%	11,34%	0,05%	1,06	3,7%	0,51%	0,16%	11,1%

C. Rozklad dle návrhu říš. něm. pat. čís. 244.538 (Richter & Richtera).

Způsob vyznačuje se hlavně tím, že hlinité nerosty před rozkladem kyselinou sírovou se žíhají za nepřístupu vzduchu. Příslušný předpis zní:

„K 240 *kg* jemně třené, *za sucha destilované*(?), pokud možno plastické, žhavé hlíně přidá se asi 300 *kg* kyseliny sírové 95%ní, hmota se dobře promísí a pak přičiní se 1500 *kg* vody. Během působení kyseliny na hlínu uvádí se jemně rozptýlený vzduch do tekutiny a zahřívá se na 80—100° C. Po půldruhé hodině jest reakce ukončena a když zarazí se přístup vzduchu, oddělí se roztok obsahující síran hlinitý od pevného zbytku a zahustí se, aby vykrystaloval. Místo čisté kyseliny sírové mohou se výhodně použíti i kyseliny odpadající od raffinace olejů atd.“

Také tuto methodu zkoušeli jsme na surovině (resp. prášku z ní) čís. I., z toho důvodu, aby projevil se nám vzhledem k velkému obsahu železa v ní přítomnému, ve větší míře účinek.

Prášek zahříván za nepřístupu vzduchu v železné rouře délky as 1½ metru v průřezu 6 *cm*, vložené do veliké elektrické pece upravené ze široké porculánové roury, kol níž vinuta páska nichromová 0·6 *cm* silná, tak že k oběma koncům hustěji ve středu řídčeji byla navinuta. Proud elektrický třífásový přiváděn dvěma kabely na oba kraje silnou páskou nichromovou 12 *mm* silnou a třetí kabel připojen k pásce připevněné as uprostřed pece (viz obrazec vyznačený na str. 19., pec *A*). Roura porculánová vložena byla do široké roury kameninové, prostor mezi nimi vyplněn infusoriovou hlínkou, mezikruží na obou koncích uzavřeno příslušně upravenou deskou uvnitř asbestovou a zevně eternitovou. Aby páska při rozžhavení pece roztažením se nesmekla, byla fixována směsí kaolinu, asbestu a zředěného roztoku vodního skla. Nestejně hustým vinutím dosaženo silnějšího vyhřívání obou konců a zabránění ztrát tepelných sáláním zaviněných. Následek toho byl, že v prostoře skoro celé peci panovala teplota stejná. Po 2hodinovém zahřívání suroviny v uzavřené rouře při teplotě 700° C (při čemž jeden konec roury chlazen navlečeným chladičem vodním — viz obrazec — z důvodu by tam se usazovaly „destiláty“) žhavá hmota vyhrnuta (nechlazeným koncem, v němž tkvěla pouze asbestová zátka) přímo do kyseliny sírové 95%ní a po půldruhé hodině přičiněno příslušné množství vody i zahříváno na 100° C a prováděn rychlý proud vzduchu. Po půldruhé hodině kalná tekutina barvy červenohnědé zfiltrována, zbytek promyt do zmizení reakce na SO_4''. Získán roztok barvy zelené ($h = 1{,}06$) a zbytek barvy růžové.

V roztoku bylo obsaženo:

kysličníku	železitého	0,33%
„	železnatého	0,06%
„	hlinitého	0,42%
„	sírového vázaného	1,54%

kysličníku sírového co sírové kyseliny 4,59%
vody vázané v sírové kyselině 1,03%
vody co takové..... 92,03%

Vyplývá z toho pravděpodobné složení:

síranu železnatého 0,13%
„ železitého 0,82%
„ hlinitého 1,39%
kyseliny sírové 5,62%
vody z difference 92,04%

Roztok surového síranu hlinitého zahuštěn as na $^1/_4$ a rozdělen na dvě polovice a každá zpracována jiným způsobem, aby zjištěno bylo, zda-li soli železa vcházejí v konečný produkt snáze z roztoků *silně kyselých* nebo z roztoků skoro *neutrálných*. Dle toho upraveny pokusy:

α) První polovice zneutralisována amoniakem, a roztok zahuštěn do krystalisačního stupně. V následujícím přehledu lze vyčísti výsledky:

	$Al_2O_3 \cdot Fe_2O_3$	FeO	
matečný louh ($h = 1,22$)	0,51%	5,74%	3,70%
kamenec hlinito-amonatý	9,71%	2,42%	—

Produktu získáno 39,17 d. počítáno na prášek, čili 38,09 dílů ze 100 dílů suroviny.

β) K druhému podílu roztoku přidáno vypočtené množství síranu amonatého a zahuštěno opět do krystalisace. Získaný kamenec hlinito-amonatý obsahoval 8,41% Al_2O_3 a 2,72% Fe_2O_3 a bylo ho 32,41 dílů počítáno na 100 d. původní surovinu (33% z prášku).

Jak patrno *vypadne z roztoků méně kyselých kamenec, jenž jest méně znečištěn solemi železa, než-li onen, který resultuje z roztoků silně kyselých*

Zbytek po rozkladu způsobem Richter a Richterovým měl 10,72% Al_2O_3 a 3,68% Fe_2O_3, zbylo ho 82,08 dílů počítáno na 100 dílů prášku a 79,81 dílů ze 100 d. suroviny,

Schema nás poučuje o tom, že *methoda Richter & Richterova poskytuje při zpracování odpadních kaolinů dobré výtěžky na kamenci.* Produkty jsou znečištěny solemi železa v stejné míře, jako při práci s methodami jinými. Získané surové kamence bylo by nutno čistiti, aby mohly míti odbyt do průmyslu barvířského neb papírnického.

D. Vliv extrakce.

Jurisch ve své monografii (str. 8) uvádí, že Le Chatelier, Duncan a Newlands, doporučují extrahovati železo z hlinitých surovin, speciálně z bauxitu kyselinou solnou; Kynaston (dle Musprattova Handb. d. theor., prakt. u. anal. Chemie I., str. 835) k stejnému účelu radí bráti roztok kyseliny šťavelové.

Považovali jsme za důležité stanoviti, v jakém množství může se železo odstraniti z našich surovin pouhým vyluhováním, ovšem chemikaliemi *lacinými*, jež i v jiných odvětvích dobře se osvědčily. Dle eventuálných dobrých výsledků kombinovali bychom extrakci s plavením, jehož znamenitý účinek jest všeobecně znám.

Ku svým pokusům brali jsme 200 dílů prášku suroviny nejbohatší železem (čís. I.) a loužili jsme ji v uzavřených nádobách za občasného protřepání delší dobu 3000 díly příslušné tekutiny.

Prášek po extrakci vždy vysušen a rozložen dle methody Štolbovy na surový síran hlinitý, jenž zpracován na kamenec hlinitoamonatý. Mimo to provedeny všechny obvyklé analysy a sledován pohyb železa.

Voleny za extrakční tekutiny:

a) 4,5%ní kyselina sírová, jíž louženo po dobu 26 dnů;

b) 0,13%ní roztok siřičitého kysličníku ve vodě. Touto siřičitou vodou extrahováno rovněž 26 dnů;

c) 0,2%ní roztok kyanidu draselnatého, jímž působeno na prášek 28 dnů.

a) Extrakce 4,5%ní kyselinou sírovou.

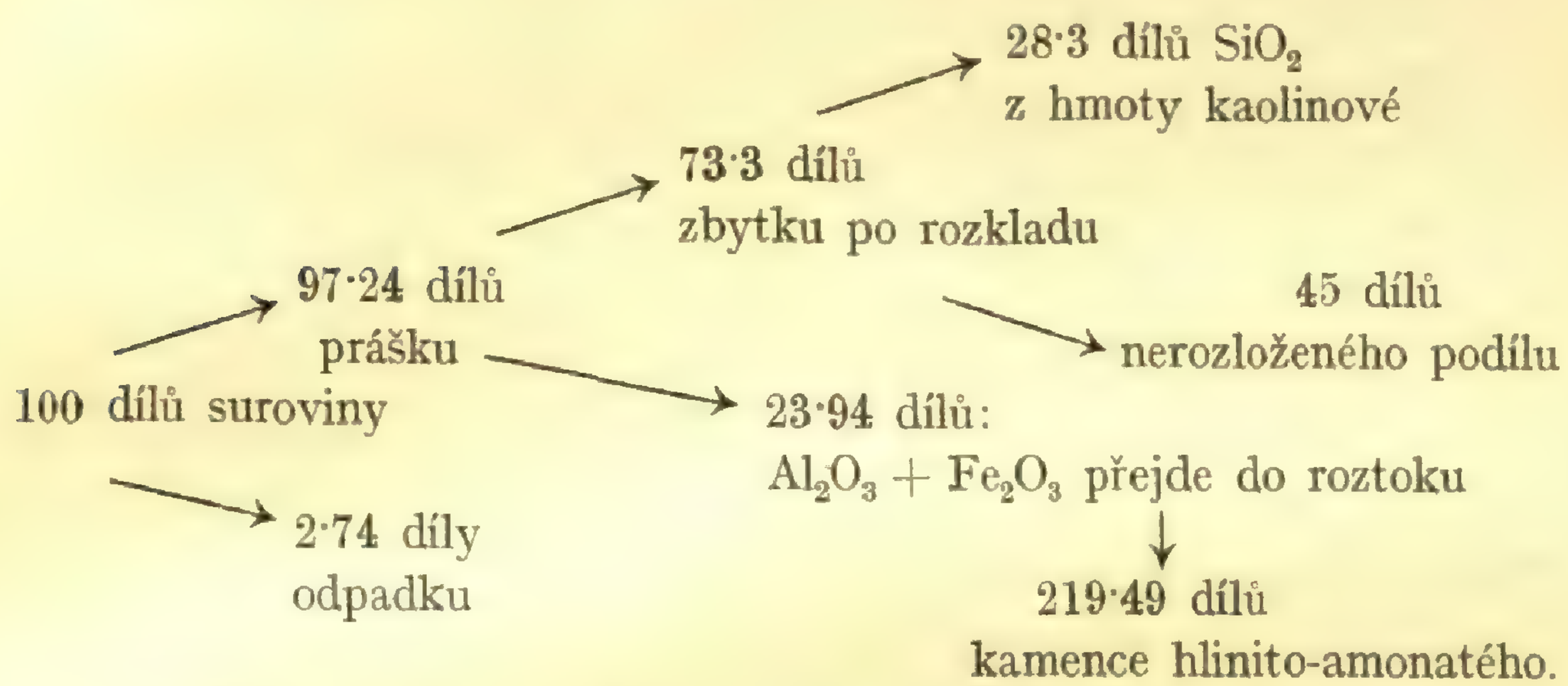
Po 26 dnech shledáno, že do roztoku přejde touto kyselinou

0,06% veškerého železa z původní suroviny a
0,02% veškerého hliníku.

Prášek po extrakci podržel původní červenohnědou barvu, neboť odstraněné množství železa bylo velice nepatrné. Po rozkladu methodou Štolbovou získáno 73.3 dílů zbytku (počítáno na původní surovinu, 75,38 dílů ze 100 dílů prášku) a roztok, z něhož po zahuštění vykrystalovalo 59,84 dílů kamence hlinitoamonatého (61,54 d. ze 100 dílů prášku).

Přehled analys z tohoto případu:

	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO
roztok po extrakci ($h = 1{,}03$)	2,8%	10,4%	—
zbytek po rozkladu	10,03%	1,49%	—
matečný louh ($h = 1{,}23$)	2,42%	5,88%	2,64%
kamenec hlinito-amonatý	9,08%	2,68%	0,02%



Z celkového množství kysličníku hlinitého, obsaženého v původní neprosáté surovině, získali jsme ho ve formě kamence 31·37%.

Lepšími jsou výsledky, pokud se týče vyextrahování železa z původní suroviny, kyselinou sírovou, vezme-li se k extrakci v koncentrovanější formě, při čemž ovšem nastává již také současně rozklad hmoty hlinité (viz o tom na str. 8.).

b) Extrakce 0·13%ní siřičitou vodou.

Roztok po 26denním vyluhování byl čirý a obsahoval pouze *sůl železnatou*, kdežto hliník přešel v míře nepatrné. (Ve 3000 cm^3 po zkoncentrování nalezeno pouze *mg* Al_2O_3, což může být zanedbáno). Loužením odstranilo se z celkového množství železa původní suroviny 0·04% kysličníku železitého, kdežto hliník prakticky do roztoku nepřešel. Barva prášku zůstala červenohnědá.

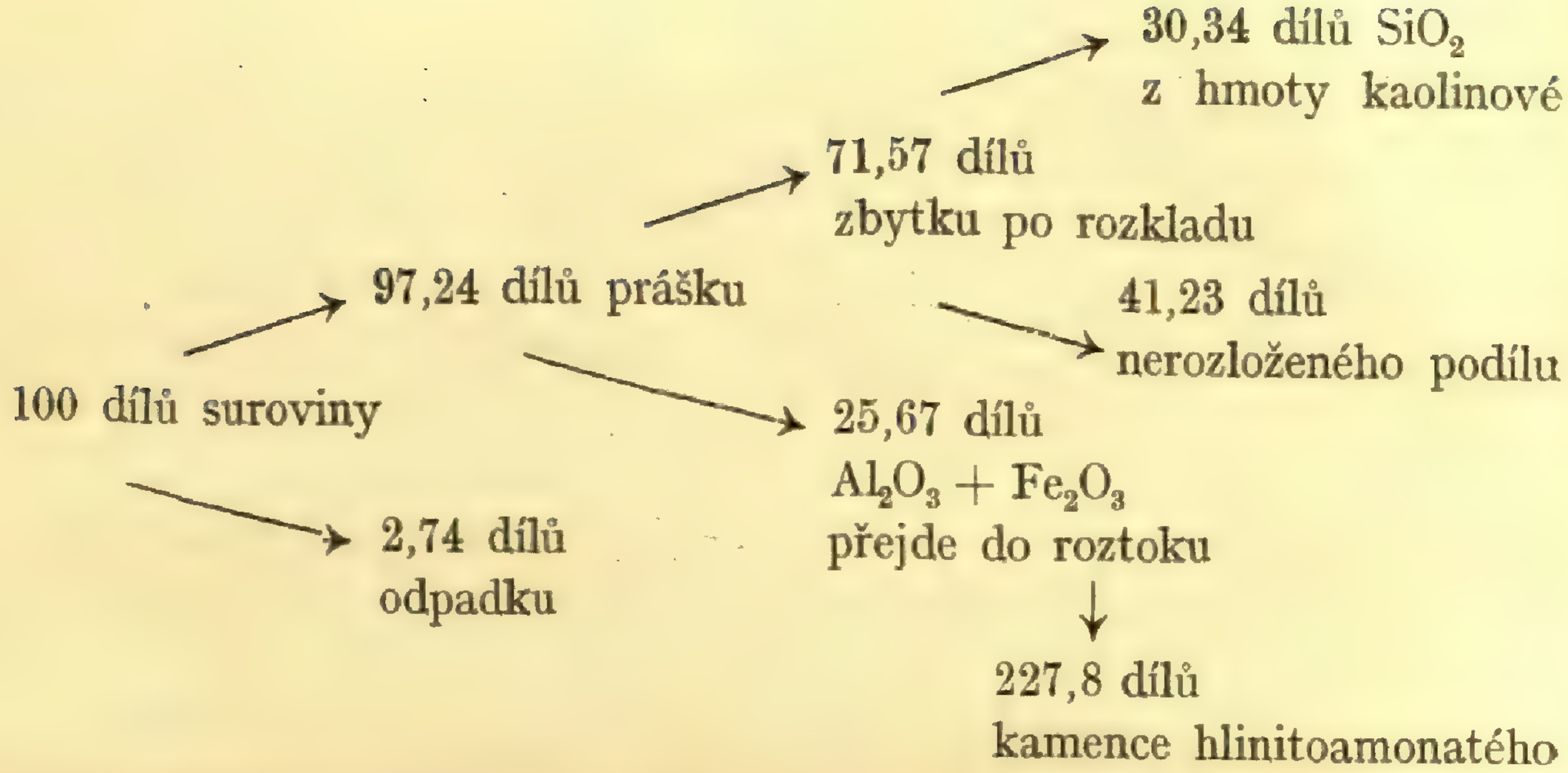
Po zpracování extrahovaného a vysušeného prášku resultovalo:

71·57 dílu zbytku po rozkladu (počítáno na původní surovinu čili 73·6% z prášku)·

56,76 dílu kamence hlinitoamonatého (58·38 dílů ze 100 dílů prášku).

Obsahovaly:

	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO
Roztok po extrakci ($h = 1{\cdot}0007$)	0,38%	—	24,50%
zbytek po rozkladu	11,17%	1,38%	—
matečný louh po krystalisaci ($h = 1{,}18$)	3,31%	8,84%	—
kamenec	10,40%	1,55%	0,06%



Z celkového množství kysličníku hlinitého, obsaženého v původní surovině získáno ve formě kamence 34,08%. *Extraktivní účinek siřičité vody jest tedy také nepatrný.*

c) Extrakce 0·2%ním roztokem kyanidu draselnatého.

28 dní extrahován prášek z prvé suroviny uvedeným roztokem kyanidu draselnatého, avšak žádného čistícího effektu nepozorováno. Roztok po extrakci neobsahoval ani železa ani hliníku.

Z uvedených pokusů vyplývá, že extrakce kyselinou sírovou, siřičitou vodou neb roztokem kyanidu draselnatého silně zředěných nemá pro technickou praxi žádné ceny.

E. Vliv žíhání v plynech.

Příznivý vliv zahřívání surovin před rozkladem, dále positivní resultát methody Richter & Richterovy, vedl nás ku studiu účinku různé atmosfery při žíhání surovin. V technické praxi jednoduchým zařízením retortovým dalo by se žíhání takové provésti.

a) Zahřívání v kysličníku siřičitém.

Vycházeje pravděpodobně z principu výroby kyseliny sírové kontaktní methodou mannheimskou, založil D. Penjakov v Brusellu výrobu síranu železnatého a hlinitého z hmot, chovajících tyto složky v angl. patentu čís. 21.476 ze 20. září 1912 takto: Material žíhá se v plynech chovajících kysličník siřičitý, v plynech, jež nemohou býti zpracovány na kyselinu sírovou. Za material volí se: Kysličník železitý nebo hlinitý, případně hmoty kysličníky tyto chovající, bauxit, železem bohatá hlína,

kyzové výpalky atd. Kontaktním způsobem vzniká tu kysličník sírový, jenž sloučí se s příslušnými kysličníky kovovými na sírany, z kterých eventuálně destilací lze dospěti k čisté kyselině sírové.

Abychom vliv kysličníku siřičitého vyšetřili, provedli jsme:

α) ž í h á n í v č i s t é m k y s l i č n í k u s i ř i č i t é m.

Pokusné zařízení, s kterým jsme tu pracovali, bylo sestaveno následovně:

V železné široké rouře, která nám posloužila při pokusech dle Richter a Richtera (str. 12.) a jejíž *oba konce* byly chlazeny chladiči, zahřívali jsme v popsané již elektrické peci surovinu čís. I. (nejbohatší na železo) při teplotě as 600° C. Do pece veden proud střídavý třífásový, speciálního regulátoru k němu nebylo použito a regulováno pouze zařazováním jemnějších odporů. Kolísání teploty při stálém dozoru a obsluze odporů nebylo veliké, maximálně ± 10°C, což pro tyto technické pokusy jest dostatečně. Do roury pouštěn mírným proudem kysličník siřičitý z bomby (za 1 minutu as 10 *mg* SO_2). Mezi bombu a rouru zařaděny byly dvě promývačky Drechslerovy, obě prázdné. Za pecí připojena k rouře Volhardova baňka, obsahující 2*n* roztok chloridu barnatého, okyselený kyselinou solnou, v němž zachycovány tvořící se páry kyseliny sírové. Zahříváním udržován při teplotě as 0° C. Systém končil přípojkou k vývěvě a plyn do ní mírně přes promývačku s vodou odssáván.

Pokus trval 18 minut, prošlo celkem 897 *mg* kysličníku siřičitého Na konec pokusu prováděn celým systémem kysličník uhličitý postranní T trubicí, aby vypuzen byl veškeren kysličník siřičitý. Vychladlá hmota barvy temně červené vyloužena horkou vodou a získán čirý roztok, v kterém jen ve stopách dokázány soli železa a hliníku. V roztoku chloridu barnatého srážel se síran barnatý, jehož množství odpovídalo 7,4 *mg* kysličníku sírového, čili pouze 0,83% kysličníku siřičitého do systému uváděného reagovalo.

Pokus pak opakován za stejných podmínek po dobu 5 hodin, takže prošlo 4,3 *g* kysličníku siřičitého. Vychladlá vyloužená hmota vysušena a rozložena methodou Štolbovou. Výsledky uvádíme v tabulce č. 4.

β) Ž í h á n í v k y z o v ý c h p l y n e c h.

Zpracováním prášku suroviny čís. I. vystavené účinku č i s t é h o kysličníku siřičitého resultoval kamenec hlinito-amonatý, jenž choval 2·57% Fe_2O_3. Z celkového množství kysličníku hlinitého, obsaženého v původní, neprosáté a nežíhané surovině, přešlo ho při krystalisaci do kamence 43·35%. Srovnáme-li tento výsledek s oním, jejž jsme našli při práci se surovinou (resp. práškem) prostě žíhaným, nenalézáme žádné výhody. Proto dále zkoumány plyny chovající kysličník siřičitý zředěný vzduchem a chovající ještě kyslík jako účinnou součást.

V úvodu k této stati citovaný patent Penjakovův týká se kyzových plynů, které, jak známo, chovají až 12% vol. kysličníku siřičitého a mohou vytvářeti vzhledem ku přítomnému zbytku vzduchu resp. 12% vol.

kyslíku větší množství kysličníku sírového, který ve stavu zrodu dovede hmotu hlinitou účinněji rozložiti nežli pouhý kysličník siřičitý. I jeví se býti tedy slibnějším.

Zařízení experimentální bylo sestaveno takto (viz připojený obrazec):

Do železné roury nalézající se v elektrické peci *A*, dřív již popsané, vsypáno bylo do střední části, která jest uprostřed, příslušné množství prášku suroviny nejbohatší na železo. Oba konce roury opatřeny vodními chladiči (C_1 a C_2), do nichž u c_1 a c_3 voda vcházela a c_2 a c_4 odpadala. Z bomby *B* přiváděn dvěma Drechslerovými promývačkami (D_3 a D_2) kysličník siřičitý z jedné strany do trubice T, kdežto z druhé strany vtlačován vzduch z gazometru o konstantním tlaku (podobný onomu, jejž popsal J. Milbauer: Rozpravy České Akademie 1905, čís. 6). Vzduch čistil se v promývačce D_1 a tlak jeho, jakož i kysličníku siřičitého měřen byl v manometrech M_1 a M_2. Aby dosaženo bylo pravidelného proudu kysličníku siřičitého, vložena za regulační ventil u bomby trubice skleněná s vláskovým otvorem. Příslušnou regulací přívodů plynů z obou stran získána směs obsahující ca. 14 objemných % kysličníku siřičitého. Hmota uložená v rouře zahřívána na 600° a když dosažena tato teplota vpouštěna do roury uvedená směs, odpovídající svým složením kyzovým plynům. Uváděna byla do roury mírným proudem, takže během pokusu, který trval 7 hodin 38 minut prošlo asi 32 *l* směsi. Z roury unikající plyny, jež nevešly do reakce, jímány do plynojemu *g*. Po ukončeném žíhání vytlačeny kyzové plyny proudem kysličníku uhličitého a ponecháno vychladnutí. Na to vylouženo horkou vodou. Resultoval roztok ($h = 1{,}002$) barvy nazelenalé, v němž obsaženo:

síranu hlinitého	0,07%
„ železitého	0,03%
„ železnatého	0,09%
volné kyseliny sírové	0,11%
vody z difference	99,70%

Do roztoku přešlo:

0,16% z veškerého železa v surovině obsaženého

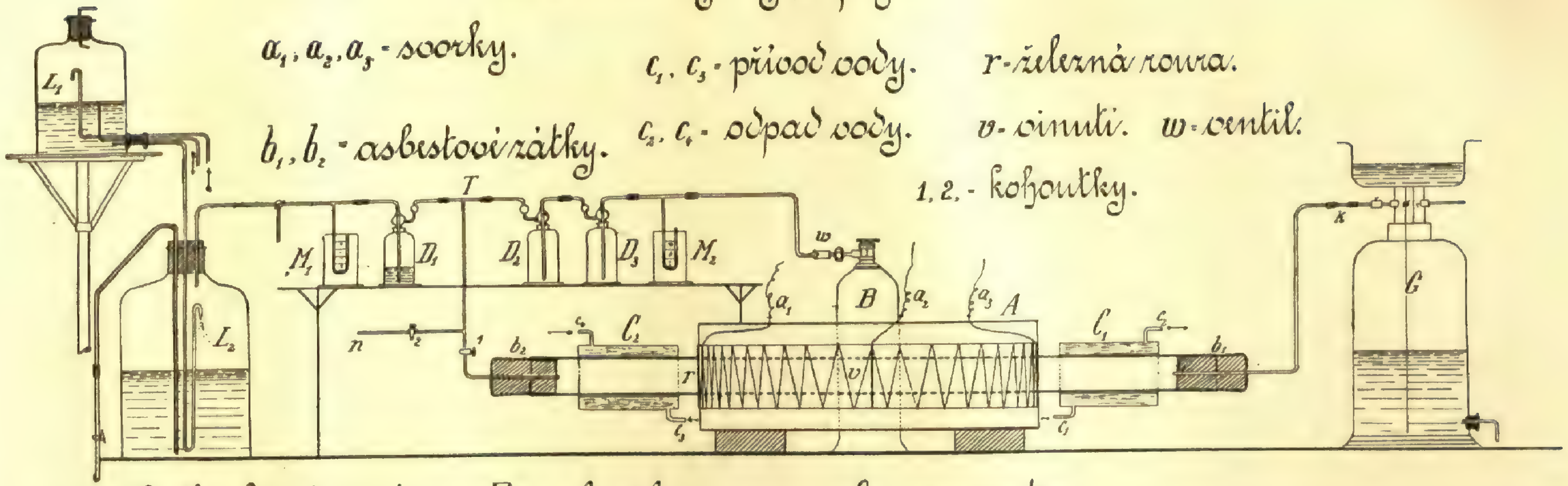
0,07% z veškerého hliníku, byl však tak zředěný, že nehodil se ku přípravě kamenců.

Prášek po vyloužení a vysušení rozložen methodou Štolbovou. Resultáty vneseny jsou v tabulce čís. 4.

Naše pokusy ukazují k tomu, že *působením kyzových plynů nelze zpracovati odpadní kaoliny na síran*y tak jak uvádí Penjakov ve svém patentu (l. c.). *Kamence*, jež obdrželi jsme po rozkladu suroviny vystavené účinku kyzových plynů, *jsou rovněž značně znečištěny solemi železa*, jako kamence získané v případech dřívějších. Koncentrovaný kysličník siřičitý nemá žádného zvláštního účinku.

b) žíhání v generátorovém plynu.

Působení kyzových plynů



a_1, a_2, a_3 - soorky.

b_1, b_2 - asbestové zátky.

c_1, c_3 - přívod vody.

c_2, c_4 - odpad vody.

r - železná roura.

v - cínutí. w - ventil.

1, 2, - kohoutky.

n - odbočka k nitrometru. B - bomba. G - gasometr.

K - kapillara. C_1, C_2 - vodní chladiče. $M_{1,2}$ - rtuťové manometry.

A - elektrická pec. D_1, D_2, D_3 - promývačky. $L_{1,2}$ - gasometr o konst. tlaku.

R. 1895 dal si chrániti N i b e l i u s patentem (spoj. států severoam. č. 544.319) způsob výroby solí hlinitých prostých solí železa. Dle něho kalcinují se nejprv hlinité suroviny v plamencových pecích s naftovým topením a pak teprv se rozkládají kyselinou. Zmíněnou kalcinací převádí se prý kysličník železitý v méně rozpustnou formu. Vyloužením rozložené hmoty získají prý se roztoky železa prosté.

Při zmíněné kalcinaci je dle našeho soudu nejdůležitějším činitelem zajisté přítomná redukční atmosfera, v které se surovina žíhá, vzniká hmota železo chovající, magnetických vlastností, která se dá elektromagnetem vyjmouti, jak chrání se v patentu P e n j a k o v u (franc. pat. čís. 304.711). Bližší vlastnosti chemické nejsou však u produktu udány.

Abychom měli i v této otázce jasno, provedli jsme příslušné pokusy:

Vzali jsme opět železnou rouru, uvnitř dokonale zbavenou rzi, s níž dřív již pracováno, naplnili ve střední části práškem ze suroviny čís. I. (nejbohatší na železo), vsunuli do elektrické peci a oba konce roury opatřili vodními chladiči. Surovina v rouře zahřátá na 700° C a když dosaženo této teploty uváděn do roury generátorový plyn, uměle připravený z 33% objemových kysličníku uhelnatého a 66% objemových dusíku a 1% kysličníku uhličitého. Směs připravena do zmíněného již gazometru o konstantním tlaku a odtud vytlačována do roury. Kysličník uhelnatý byl vyráběn z kyseliny šťavelové koncentrovanou kyselinou sírovou, zbavován kysličníku uhličitého praním v louhu, dusík a kysličník uhličitý brány byly z bomb. Plyny z reakce ucházející jímány v plynojemu. Zahřívání trvalo 3 hodiny, při čemž prošlo 30 *l* generátorového plynu. Po vychladnutí za nepřístupu vzduchu vyjmut prášek barvy grafitově šedé. Na to extrahován po 24 hodin asi 20tinásobným množstvím 4·5%ní kyselinou sírovou a dal roztok barvy nazelenalé. *Shledáno, že extrakcí přešlo do roztoku železo hlavně ve formě železnaté soli 1,09% z veškerého železa v původní surovině a 0,66% z veškerého hliníku.*

Zbylý prášek barvy žlutošedé vysušen a zpracován dle methody Štolbovy na kamenec hlinitoamonatý. (Viz tabulku čís. 4.)

Příznivý vliv *generátorových plynů* jeví se hlavně při rozkladu surovin. *Kamence získané ze surovin, na něž v žáru působily, obsahují menší množství železa, než-li kamence připravené ze suroviny, jež pouze podrobeny kalcinaci.*

S názorem Nibeliovým niktěrak nelze souhlasiti. Jest pravděpodobným, že v surovině účinkem redukujících plynů vzniká magnetický kysličník železnato-železitý, který ovšem se nedá zředěnou kyselinou vyjmouti, za to však při rozkladu konc. kyselinou vchází pravděpodobně volněji v roztok nežli kysličník hlinitý z hmoty hlinité. Získají se roztoky chudší na železo, zejména chovající malé množství železa v podobě železnaté formy, jež nevchází tak snadno do krystalů jako síran železitý.

F. Vliv hmot pevných redukčně působících.

V říš. něm. patentu č. 87.908 Brunjes dal si chrániti způsob práce tím se vyznačující, že hlinitým surovinám, z nichž mají býti připravovány sole hlinité, přidává se organických, hojnost uhlíku chovajících látek (cukr, melasa, škrob a p.), aby křemičitou kyselinu, jemně v surovině rozptýlenou, zahříváním při *teplotě nižší 100° C* převedl v hrubá zrna, jež by se dala snadno z takto připravené suroviny ještě před rozkladem odstraniti (!).

Žádného podobného vlivu na našich surovinách nepozorujíce, přistoupili jsme ku zjištění, jaký vliv mají redukující hmoty pevné na hlinité suroviny, žíháme-li je v dokonalé směsi za nepřístupu vzduchu. Na to zkoušeli jsme dále zda nebylo by možno získati z produktů *pouhou cestou preparativní* kamence, málo znečištěné solemi železa.

Provedeny následující pokusy:

a) Žíhání prášku suroviny I. s dřevěným uhlím.

α) při teplotě 450° C.

100 d. suroviny čís. I. smíseno s 10 díly prášku s dřevěného uhlí (2násobné množství počítané na Fe_2O_3 v původní surovině zvětšené o 5%) a žíháno za nepřístupu vzduchu v elektrické peci. Po vychladnutí v proudu kysličníku uhličitého resultující šedá hmota extrahována 6 dní 15tinásobným množstvím kyseliny sírové 4·5%ní. Dala roztok barvy nazelenalé ($h = 1{,}03$), v němž obsaženo bylo 0,13% železa a 0,05% hliníku z původního množství v surovině se nalezajícího.

β) při teplotě 700° C.

Získána hmota ocelově šedá, z níž za 24 hodin 4·5%ní kyselinou sírovou převedeno 0,7% železa a 0·68% hliníku do roztoku. Zbytek vysušen a podroben rozkladu dle Štolby. Nalezené resultáty vepsány jsou opět v tabulce č. 4.

b) Žíhání prášku suroviny III. s dřevěným uhlím při 700° C.

Na 400 dílů vzat 1 díl jemně práškovaného uhlí. Při stejné extrakci přešlo 0,04% z veškerého železa a 0,06% z hliníku v surovině obsaženého. Výsledky rozkladu též zaneseny jsou do tabulky čís. 4.

C. Žíhání prášků s dřevěnými pilinami.

Příznivý vliv žíhání v generátorových plynech i s dřevěným uhlím, vedl nás k myšlénce, aplikovati takový redukční materiál, který by suchou destilací za nepřístupu vzduchu poskytnul redukční atmosféru plynnou i jemně rozptýlený uhlík, zajisté líp účinkující než-li sebe jemněji třené dřevěné uhlí.

Pokusy provedeny se surovinou nejbohatší na železo (čís. I.) a nejchudší na železo (čís. III.). Vzato v prvém případě na 400 dílů prášku,

Tabulka čís. IV.

Zpracování	Surovina číslo	Část nerozložená ze 100 d. původní suroviny	Do roztoku přešlo:	Vykrystalovalo kamence:	Ve zbytku se nachází:		Získaný kamenec obsahoval:		Matečný louh:				Získáno kysličníku hlinitého v kamenci z vedlejšího v surovině obsaženého
					Al_2O_3	Fe_2O_3	Al_2O_3	Fe_2O_3	hustota	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	
Žíhání v kysličníku siřičitém (str. 17.)	I.	45,94	23,5	73,7	7,4%	1,96%	9,67%	2,57	1,32	1,55%	6,22%	—	46,9%
Žíhání v kyzových plynech (str. 18.)	I.	54,34	19,66	74,5	5,97%	2,53%	9,45%	2,07%	1,2	2,34%	6,44%	0,27%	40,64%
Žíhání v generátorovém plynu (str. 20.)	I.	58,6	17,7	75,5	3,65%	1,38%	11,20%	1,38%	1,17	4,8%	2,63%	0,21%	47,5%
Žíhání s dřevěným uhlím (str. 21.)	I.	58,7	17,6	60,77	6,0%	1,26%	10,96%	0,67%	1,08	9,8%	9,1%	1,71%	38,5%
Žíhání s dřevěným uhlím (str. 21.)	III.	26 8	3,3	20,5	—	—	11,18%	0 07%	1,06	2 14%	1,47%	0,81%	21,13%
Žíhání s pilinami (str. 23.)	I.	66,2	14,3	63,1	—	—	11,14%	0,48%	1,07	7,76%	7,22%	1,53	43,8%
Žíhání s pilinami (str. 23.)	III.	23,7	4,63	20,7	—	—	11,28%	0,09%	1,17	4,42%	0,77%	0,20	21,5%

100 dílů dubových pilin, v druhém pouze 3 díly. Tři hodiny vždy žíháno při 700° C, po vychladnutí v proudu kysličníku uhličitého extrahováno 15tinásobným množstvím kyseliny sírové 5%ní po dobu 24 hodin a získán roztok

ze suroviny čís. I. hutnoty 1,04, v němž bylo 0,98% Al a 0,98% Fe;
„ „ čís. III. „ 1,03 „ „ 0,03% Al a 0,001% Fe
z původního množství v surovině obsaženého.

Hmoty pak vysušeny a rozloženy dle Štolby.

Výsledky nalézají se v tabulce čís. 4.

Obecně lze říci, že *žíhání hlinitých surovin s redukujícími látkami, zejména s dřevěnými pilinami má příznivý vliv na přecházení železa do louhů resp. jeho mizení z hotového produktu.*

Vliv ten projevuje se zejména u surovin železem bohatých, v menší míře u surovin čistčích.

Končíce tento díl práce, podotýkáme, že některé nákladnější cesty ku čištění surovin (dle Duncana, Newlanda, Kynastona, Schwahna l. c.) i methody žíhání se síranem amonatým a sodnatým (Heibling l. c.) a mnohé jiné jsme nezkoušeli z důvodu již podotknutého, vzhledem ku jejich nákladnosti.

Činíme pak ještě pro snazší orientaci z tohoto oddílu práce následující

resumé:

1. Na rozklad odpadních surovin kaolinových kyselinou sírovou za tepla, nemá příliš velkého vlivu koncentrace kyseliny sírové, pakliže neklesne hluboko pod 40° Bé. Výsledky, co se týče síranu hlinitého, jsou tím větší, čím vyšší teplota při rozkladu panovala a čím delší dobu rozklad trval. Kyselina sírová zředěná 4%ní za obyčejné teploty působí hlavně extraktivně na kysličník železitý, kdežto na kysličník hlinitý působí značně menší měrou. Za tepla postupně s pokračující koncentrací kyseliny zvětšuje se rychlost rozkladu hmoty hlinité.

2. Pro odpadní kaoliny lze doporučiti k rozkladu *způsob Štolbův*, výtěžky pohybují se v mezích 40—50% při neplavených, prosátých surovinách, železo vchází však i při tomto způsobu práce do roztoku, ale v míře menší než-li při jiných methodách. Způsob vyžaduje jistých opatrností při práci, aby reakční massa se nespekla, nevýhodou jeho je, že pracuje se s nadbytkem kyseliny.

3. Pro odpadní kaoliny neosvědčily se nám způsoby Norrisův (angl. pat. čís. 2.027 z r. 1857) Griesheim-Elektronu (něm. pat. říš. čís. 232.563), (jehož však s výhodou bylo užito v druhém dílu práce ku čištění kamenců), vůbec všechny methody, při kterých zbyla volná kyselina sírová v masse reakční. Byla-li odstraněna zahříváním, klesl obsah železa ku př. z 12,8% až na 0,75% Fe_2O_3 v hotovém kamenci.

4. Žíhání surovin kaolinových, jak i z praxe jest známo má vliv na výtěžky, jež stoupnou, hmota hlinitá se rozloží a stane se přístupnější

kyselině. Pokud se týká odstranění železa, nepozorován žádný význačnější vliv.

5. Určována rozpustnost hydroxydu resp. kysličníku železitého při různých teplotách zahřívaného v horké sírové kyselině různé koncentrace a zjištěno, že do 200° C v konc. kyselině klesá, pak dále se udržuje na hodnotě skoro konstantní, načež při 500° C rapidně klesá. Dle toho by z hmot kaolinových, kdyby v nich byl obsažen hydroxyd resp. kysličník železitý, rozkladem kyselinou sírovou za tepla mělo přecházeti menší množství železa nežli při hmotách nežíhaných. Okolnost nalezená svědčí tomu, že jest v surovinách kaolinových železo obsaženo v jiné podobě jako pouhý kysličník resp. hydroxyd (patrně jako křemičitan); v podobě, která chová se analogicky hmotě hlinité.

Rozpustnost v kyselině sírové zředěnější (79.8%ní) pro kysličník železitý žíhaný do 300° stoupá, pak opět klesá.

6. Rozklad kyselinou sírovou koncentrovanou dle návodu R i c h t e r & R i c h t e r a (říš. něm. pat. čís. 244.538), jenž zakládá se na úpravě hmoty výchozí žíháním za nepřístupu vzduchu, jak uvádí „za sucha destilované“ neposkytnul pro n a š e suroviny žádných z v l á š t n í c h výhod oproti žíhání prostému.

7. Suroviny po extrakci 4,5%ní kyselinou sírovou trvající 26 dnů nejevily značnějšího úbytku na železe. Stejně pozorováno, když extrakce se prováděla siřičitou vodou 0,13%ní. Roztok kyanidu draselnatého 0,2%ní nevyjímal žádné složky.

8. Žíhání surovin při 600° C v čistém kysličníku siřičitém nezpůsobilo změny, hmoty vyloužením 4,5%ní kyselinou sírovou daly nepatrné množství síranu železnatého. Taktéž žíháním v kyzových plynech dle P e n j a k o v a (angl. pat. č. 21.476 z r. 1912) nedosaženo žádoucích výsledků, vyloužením přešlo do roztoku pouze 0,16% Fe_2O_3 z celkového množství (12,86%) v surovině obsaženého. Kamence po rozkladu získané jsou stejně znečištěny solemi železa jako v případech předešlých.

9. Redukční atmosféra generátorových plynů způsobuje redukci kyslíkatých sloučenin železa v kaolinech obsažených, jak též zjistil Penjakov (franc. pat. čís. 304.711) i použil k elektromagnetickému, tedy mechanickému čištění. Ze získané hmoty bylo možno 4.5%ní kyselinou vyextrahovati pouze 1,09% z veškerého železa původní suroviny. Příznivý vliv generátorových plynů v ohledu chemickém jevil se hlavně při rozkladu. Kamence obsahovaly menší množství železa z tak upravených surovin nežli ze surovin prostě kalcinovaných.

10. Daleko větší vliv má žíhání s redukčními látkami jako jsou: dřevěné uhlí, piliny a pod. Účinek dostavuje se při 700° C a jest zejména intensivním, aplikují-li se piliny jako redukční materiál, neboť působí tu nejen zplodiny plynné suché destilace, ale též jemně rozptýlený uhlík při ní vznikající. Zdá se nám pro praxi tento způsob za zvláště výhodný, takže oznámili jsme jej ku patentování. Byl-li náš materiál železem nej-

bohatší, červenohnědý, chovající 10,22% Fe_2O_3 a 0,43% FeO žíhán při 700°C po dobu tří hodin s 5% dřevěných pilin (dubových) dal hmotu ocelově šedou, která extrakcí 4,5%ní kyselinou sírovou uvolnila sic jen 0,99% kysličníku železitého, za to však po rozkladu kyselinou sírovou dle Štolby poskytla produkt, z něhož připravený kamenec hlinitoamonatý choval pouze 0,48% Fe_2O_3. Z téže suroviny prosáté resultoval přímo (bez redukčního žíhání) po stejném rozkladu kamenec s 2—5% Fe_2O_3. Při surovinách s malým obsahem železa nejeví se naše methoda tak výhodnou. Z kaolinu chovajícího 0,64% Fe_2O_3 stejnou cestou upraveného a rozloženého dobyt kamenec chovající 0,09% Fe_2O_3.

V Praze, v červenci 1915.

Z chemické laboratoře anorganické technologie na c. k. české vysoké škole technické v Praze.

XXXIX.

O zpracování kaolinů železem bohatých vůbec, jakož i výrobě kamenců hlinitých železem chudých zvláště.

DÍL II.

S 5 tabulkami v textu.

Podávají

Prof. Dr. **Jaroslav Milbauer** a Dr. **František Skutil.**

Předloženo dne 30. října 1915.

Čištění hotových výrobků od solí železa.

V úvodě k prvnímu dílu této práce zmínili jsme se o požadavcích, jež jsou kladeny na soli hlinité hlavně průmyslem barvířským a které přiměly výrobce síranu hlinitého a kamenců, aby odstraňovali železo z hotových produktů.

V literatuře uveden jest velký počet návrhů a způsobů na odstraňování železa ze solí hlinitých, však všechny způsoby ty jsou spojeny se značnými obtížemi. J. Bronn v Zeit. f. angew. Chemie 1901, str. 844 vyslovuje se o snaze čištění solí hlinitých od železa takto: „Zahllose Verfahren wurden in Vorschlag gebracht und auch versucht, alle aber scheiterten.“

V české literatuře referoval B. Šetlík v Chem. Listech XVIII., str. 166 a v Čas. pro průmysl chem. X., 78 o odstraňování železa ze síranu hlinitého některými methodami tehdy v literatuře uvedenými.

Patentní literatura světová sebrána jest do roku 1894 v monografii Jurischově, námi již citované v prvním dílu naší práce, z doby novější v Bronnově přednášce (l. c.). Bylo by zbytečno literaturu tu znovu zde otiskovati. Uvádíme ji vždy, pokud nás se týká, na příslušném místě.

Řídíce se podobnými zásadami, jakými vedeni jsme byli v prvním díle, prozkoušeli jsme téměř všechny methody již známé i některé dosud neuvedené, neznámé.

Jako suroviny sloužily nám kamence, chovající maximálně 4,42% Fe_2O_3, minimálně 0,08% Fe_2O_3 a surový síran hlinitý. Bude v textu dále o nich bližší výklad.

A. Způsob firmy Griesheim-Elektron ve Frankfurtě n/M.

V úvodě k prvnímu dílu vytčen byl obsah příslušného patentu náležejícího této známé firmě. Podrobnější předpis uvádí A. Berge ve své monografii „Die Fabrikation der Tonerde“ z r. 1913. str. 10.

Ku rozkladu béře se 2—3násobné množství kyseliny sírové 40° až 50° Bé, počítáno na váhu suroviny. Reakční hmota udržuje se po 4 a půl hodiny při teplotě 120° C, načež horká, kyselá tekutina oddělí se od nerozpuštěného zbytku vytlačením neb odssátím a ponechá se volné krystalisaci. Síran hlinitý vykrystaluje v bílých, lesklých šupinkách, jež se centrifugováním zbaví matečného louhu. Takto připravený první produkt obsahuje 0,03% železa. Aby se i toto množství železa odstranilo, rozpustí se produkt znovu v horké kyselině sírové 34°—50° Bé a roztok ponechá se volné krystalisaci, čímž se získá síran hlinitý železa prostý. Přidáme-li do roztoku síranu hlinitého v kyselině sírové síran draselnatý, získáme čistý kamenec hlinitodraselnatý.

Jmenovaného způsobu užili jsme též ku zpracování našich odpadních kaolinů, avšak nedošli jsme k žádným výsledkům. Proto aplikovali jsme pouze tuto methodu ku čištění, t. j. krystalovali jsme kamence resp. sírany z horké kyseliny sírové.

Pro stručnost uvádíme výsledky v tomto přehledu:

Material	Použito kyseliny sírové	Složení vyloučených krystalů	Složení (v sušině) matečného louhu	Vyrobený kamenec z krystalů choval % Fe_2O_3	Čistící effekt E =
Amonatý kamenec obsahující 0,86% Fe_2O_3	445 cm^3 35° Bé na 133 g	1,08% síranu železitého 14,96% „ hlinitého 1,28% „ amonatého 35,27% volné kyseliny 47,41% vody	h = 1,39 0,38% Fe_2O_3 1,28% Al_2O_3 1,34% NH_2	0,33%	**56,3%**
Kamenec amonatý s 0,25% Fe_2O_3	200 cm^3 50° Bé na 170 g	0,45% síranu železitého 23,57% „ hlinitého 2,06% „ amonatého 24,57% volné kyseliny 9,35% vody	h = 1,445 0,23% Fe_2O_3 2,03% Al_2O_3 2,76% NH_3	0,09%	**68%**

Material	Použito kyseliny sírové	Složení vyloučených krystalů	Složení (v sušině) matečného louhu	Vyrobený kamenec z krystalů choval % Fe_2O_3	Čistící effekt E =
Surová směs složení: 34,67% síranu železitého 22,10% síranu hlinitého 6,77% volné kyseliny sírové 36,46% vody	340 cm^3 kyseliny 35° Bé na 208 g	7,16% síranu železitého 16,09% „ hlinitého 35,26% volné kyseliny 41,49% vody	h = 1,44 2,29% Fe_2O_3 1,21% Al_2O_3	2,1%	80%
Surový síran hlinitý složení: 31,56% síranu hlinitého 2,58% síranu železitého 18,92% volné kyseliny 46,94% vody	1100 cm^3 kyseliny 35° Bé na 535 g	24,14% síranu hlinitého 0, 52% „ železitého 27,33% volné kyseliny 50,01% vody	h = 1,397 2,63% Al_2O_3 0,39% Fe_2O_3	0,14%	80%

Způsob fy Griesheim-Elektron jest spojen s četnými manipulačními obtížemi a ztrátami na hmotě, jež zůstává v matečných louzích rozpuštěna. Pro kamence obnáší čistící effekt

až 68%, pro pouhý síran as 80%.

Práce se silně kyselými roztoky, zejména filtrace, vyžaduje nákladného zařízení.

Při rozpouštění kamence hlinitoamonatého v kyselině sírové i krystalisaci pozorováno štěpení jeho, síran amonatý přechází do tekutiny, kdežto síran hlinitý vylučuje se v krystalech.

B. Odstraňování železa ve formě berlínské modři.

Tento způsob jest velmi starého data. Jurisch ve své monografii (str. 5) uvádí, že roku 1854 Barruel (franc. pat. č. 11.448) první odlučoval železitou sůl ze surového síranu hlinitého žlutou krevní solí. Od té doby skoro ve všech závodech, jež připravují čisté sole hlinité se způsobem tímto pracuje, ale drží se v tajnosti. Jest možno říci, jak se ještě dále ukáže, že posud jest jediným spolehlivým prostředkem, kterým lze železo dokonale ze solí hlinitých eliminovati. S methodou ovšem jsou spojeny některé obtíže. Sama povaha ssedliny, berlínské modři, znesnadňuje manipulaci, neboť zaujímá značný objem, nesnadno se usazuje, lehce

přechází ve formu koloidní. Aby bylo možno rychle čistiti roztoky, jsou v patentní literatuře (Chadwick: říš. něm. pat. č. 14, 185; Semper: franc. pat. č. 143.968) návrhy, přidávati před sražením k roztoku surového síranu hlinitého roztok síranu měďnatého neb zinečnatého a současně sraziti tedy jiný ferrokyanid, čímž rychle odloučí se ssedlina a teče filtrát čirý. Pokusili jsme se zlepšiti srážení přidáním infusoriové hlínky, jež dovede strhnouti koloidní ssedliny a roztoky čeřiti.

Stůjtež zde nalezené výsledky:

Způsob práce	Použito	Nalezeno	Čistící effekt E =	Poznámka
Srážení ve formě pouhé berlínské modři	400 *d* vody 13 *d* kamence amonatého, v němž 0,14% Fe_2O_3 0,07 *d* žluté krevní soli	0,009% v získaném kamenci	**93,6**%	Vylučující se berlínská modř sedala se velmi zvolna, teprv po pátém vrácení přes filtr získán roztok čirý a bezbarvý. Železo stanoveno kolorimetricky dle Lunge-Kélera.
	300 *d* vody 9,35 *d* kamence amonatého, v němž 0,3 % Fe_2O_3 0,12 *d* žluté krevní soli	0,01 % v získaném kamenci	**95,2**%	
Srážení za přítomnosti síranu měďnatého	2000 *d* vody 75 *d* surového kamence složení: 30,76% síranu hlinitého 12,56% síranu železitého 13,49% síranu amonatého 4,12% volné kyseliny 5 *d* skalice modré 4·2 *d* žluté krevní soli	zbylo 0,013% Fe_2O_3	**99,7**%	Ssedliny velice rychle sázely se ku dnu a roztok se vyčeřoval.
	Podobně v roztoku 3%ním kamence, jenž choval 0,08% FeO po oxydaci dusičnou kyselinou	Zpět zůstalo množství odpovídající 0,0017%FeO	**99,1**	

Způsob práce	Použito	Nalezeno	Čistící effekt E =	Poznámka
Zlepšené srážení za přítomnosti infusoriové hlinky	75 *d* kamence amonatého s 4,42% Fe_2O_3 1900 *d* vody, oxydováno HNO_3 5 *d* infusoriové hlinky přidáno 5,2 *d* žluté krevní soli v 100 *d* vody	0,0019% ve filtrátu	**99,96** %	Již po dvojnásobné filtraci získán roztok čirý a bezbarvý.
	2500 *d* roztoku 3%-ního kamence draselnatého s 0,079% Fe_2O_3 10 dílů infusoriové hlinky 0,13 dílů žluté krevní soli a konc. roztoku	0,0009% ve vyčeřené tekutině	**98,93** %	Roztok po 2 hodinách se úplně vyčeřil.

C. Vliv kyanidu draselnatého.

Vedeni prostou úvahou, že roztoky chovající iont železnatý tvoří s iontem kyanovým komplex $Fe^{\cdot\cdot} + 6\,CN' = [Fe(CN)_6]''''$, který event. přítomné sole železnaté i železité dovede sraziti, zkoušeli jsme zda na místě žluté krevní soli, nestačil by pouhý kyanid draselnatý. Je-li přítomno železo jen ve formě soli železité, lze za to míti, že snaha ku tvoření komplexu povede ku tvorbě červené krevní soli, jež dá se sraziti event. přídavkem soli železnaté.

Do práce vzali jsme kamenec obsahující v procentech 0,1 $Fe^{\cdot\cdot}$ a 3,88 $Fe^{\cdot\cdot\cdot}$, tedy celkem 3,98% Fe.

Provedeny následující pokusy:

a) 75 *d* kamence rozpuštěno v 2500 *d* vody a přidáno 1,13 *d* kyanidu draselnatého, jenž choval 20,29% CN [počítáno dle rovnice $3\,Fe^{\cdot\cdot} + 4\,Fe^{\cdot\cdot\cdot} + 18\,CN' = Fe_4Fe_3(CN)_{18}$ na přítomné $Fe^{\cdot\cdot}$]. Získána ssedlina *hnědé* barvy a roztok, který vyvařen kyselinou sírovou a s itrován $n/10\,KMnO_4$. Shledáno, že v roztoku zbylo 0,112 *d* Fe, což odpovídá čistícímu effektu

$$E = 63{\cdot}6\%.$$

Po opakování téhož pokusu nalezeno 0,109 *d* Fe, t. j.

$$E = 64{,}5\%.$$

Tvoření hnědé ssedliny vykládáme si tím způsobem, že vznikal hydroxyd železitý účinkem iontů OH′, povstalých hydrolysou kyanidu draselnatého.

b) Pokusy provedeny stejně, avšak kyanidu přidáno 1,813 *d*, jež odpovídá na veškeré přítomné Fe. Tu vytvořila se berlínská modř a odstranilo se v případě

$$\begin{matrix} \text{I. } 0{,}294\ d \\ \text{II. } 0{,}297\ d \end{matrix} \text{ což odpovídá čistícím effektům } E = \begin{matrix} \text{I. } 95{,}9\% \\ \text{II. } 96{,}9\%. \end{matrix}$$

c) Roztoku připravenému stejně jako v *a*) přičiněno 1,77 *d* Mohrovy sole s 12,19% Fe a sraženo 0,626 *d* kyanidu draselnatého. Tu shledáno, že odstranilo se jednou 0,135 *d* Fe, po druhé 0,141 *d*, takže čistící effekt obnášel

$$E = 44{,}1\%;\ 45{,}9\%.$$

Vidno z pokusů těchto, že velikého čistícího effektu dá se dosíci, když přidává se k roztokům kamence kyanidu draselnatého v poměru 7 Fe na 18 HCN a je-li přítomna hlavně sůl železitá a malé množství železnaté, jak tomu vždy v prodejných preparátech bývá. Čistící effekt jest vysoký, obnáší až 97%.

D. Vliv sirníku barnatého.

Anthon (Musspratt's theoret.-praktische und anal. Chemie in Anwendung auf Künste und Gewerbe I. sv. 831) doporučuje odstraňovati železo z roztoku surového síranu hlinitého sirníkem vápenatým, C. von Petracus (amer. spoj. států pat. č. 225.300) k témuž cíli sirníky alkalické.

Ku čištění kamenců užili jsme *sirníku barnatého*, jakožto látky dnes laciné a rozpustné ve vodě.

Provedli jsme tyto pokusy:

a) 75 d. kamence hlinitoamonatého, který chová 0,1% $Fe^{\cdot\cdot}$ a 3,88 $Fe^{\cdot\cdot\cdot}$ rozpuštěno v 2500 d. vody, přičiněno 17,6 d. sirníku barnatého chovajícího 15,3% S'', z odměřené části roztoku zbaveného ssedliny sražen zbývající tam sírovodík roztokem síranu kademnatého, načež ve filtrátu stanoveno železo; odstraněno bylo 1,7 d. Fe, což odpovídá čistícímu effektu

$$E = 55{,}4\%.$$

b) Pokus stejný, sírovodík v roztoku zbylý srážen octanem olovnatým

$$E = 59{,}1.$$

c) Stejně postupováno, sírovodík však nebyl srážením odstraňován, nýbrž byl prohánět vzduch, až reakce na S'' zmizela. Pak stanoveno železo; odstraněno bylo 1,79 čili čistící effekt obnášel

$$E = 58{,}1\%.$$

E. Vliv alkalických sloučenin vápenatých.

V literatuře nalézáme, že D u c l a (Compt. rend. 84, str. 949) doporučuje srážeti železo ze solí hlinitých hydroxydem a uhličitanem vápenatým. Při svých pokusech zkoušeli jsme vliv samotného hydroxydu vápenatého, dále sráženého uhličitanu vápenatého ch. č. i látek, v nichž tvoří hlavní součást (plavené křídy, mramorové moučky, proleželého saturačního kalu).

Výsledky nalezené snášíme do následující tabulky:

Material zkoušený	Působící látka	Nalezeno	Čistící effekt E =	Poznámka
75 dílů kamence draselnatého s 0,079% FeO ve 2250 *d.* vody	Oxydováno kyslič-níkem vodičitým, neutralisováno uhli-čitanem vápenatým a přidáno vypočte-né množství mléka vápenného (1 cm^3 obsahoval 0,0169 *g*]	Po $1^1/_4$ ho-dině ve fil-trátu nale-zeno 0,069% FeO	**14,18%**	Ssedlina bílá.
75 dílů suro-vého síranu hlinitého s 0,13% FeO a 7,13% Fe_2O_3 rozpuštěno v 2000 *d.* vody	Postupováno jako předešle (na 2 Fe počítáno 3 CaO)	Ve filtrátu obsaženo: 1,10 Fe_2O_3	**84,96%**	Ssedlina hnědá.
75 dílů suro-vého kamence amonatého s 4,42% Fe_2O_3 rozpuštěno v 2500 d. vody	Přidáno 6,1 dílu uhličitanu vápena-tého sráženého (na 1 Fe_2O_3 : 3 $CaCO_3$). Po $1^1/_4$ hodině sfil-trováno	0,24% Fe_2O_3	**94,5%**	Ssedlina hnědá.

Material zkoušený	Působící látka	Nalezeno	Čistící effekt E =	Poznámka
3%ní roztok surového kamence amonatého se 4,42% Fe_2O_3	Chem. č. uhličitan vápenatý	Z veškerého množství 5,51% Fe_2O_3	**94,5%**	Ssedlina hnědá.
	Plavená křída	Z veškerého množství ve filtrátu 8,26% Fe_2O_3	**91,7%**	
	Mramorová moučka	Z veškerého Fe_2O_3 přešlo do filtrátu 8,26% Fe_2O_3	**91,7%**	
	Proleželý saturační kal	Z veškerého Fe_2O_3 11,02%	**88,98%**	
75 dílů kamence hlinito-draselnatého s 0,079% FeO v 2500 d. vody	Oxydováno vodičitým kysličníkem a přidáno *plavené křídy*	Ve filtrátu 0·06% Fe_2O_3	**31,42%**	Ssedlina bílá.

Význačný dobrý vliv plavené křídy uplatňuje se hlavně při kamencích železem bohatých, měrou menší u kamenců chovajících jen sledy železa.

F. Vliv různých kysličníků, hydroxydů, případně jejich směsi.

V patentních zprávách nalezáme zaznamenány různé, sem směřující návrhy jak odstraňovati železo ze solí hlinitých a to:

kysličníkem neb hydroxydem manganičitým

[Kynaston říš. něm. pat. č. 21.526; Spencerové v angl. pat. z r. 1882 č. 3835; Semper v amer. patentu Unie č. 345.604]

hydroxydem hlinitým

[P e r s o z : Chem. Ind. 1882, str. 153]

kysličníkem olovičitým

[S e m p e r & F a h l b e r g : Bull. soc. Chim. 2; 38; str. 154; angl. pat. č. 38.357 z r. 1882; G m e l i n - K r a u t : Handbuch 1909, str. 558]

kyselinou β-ciničitou

[F. G l a s e r : říš. něm. pat. č. 23.375; J. H o o d a S. S a l a m o n: angl. pat. č. 1881 z r. 1887]

Weldonovým kalem

[viz hořejší patenty K y n a s t o n a a S p e n c e r ů]

kysličníkem arsenovým a hydroxydem vápenatým

[C h a d w i c k a K y n a s t o n : franc. pat. č. 133.059].

Vyzkoušeli jsme je a shledali tyto čistící effekty:

Material zkoušený	Způsob práce	Nalezeno	Čistící effekt E =	Poznámka
75 d. kamence amonatého s 4,42% Fe_2O_3 ve 2000 d. vody	Přidáno ekvivalentní množství *hydroxydu hlinitého* čerstvě sraženého	Po 100 minutách ve filtrátu 3,5% Fe_2O_3	**20,7%**	Ssedlina nažloutlá.
Totéž s preparátem chovajícím 7,28% Fe_2O_3	Přidáno suchého *hydroxydu manganičitého* (stejné množství na váhu kamence)	Po 100 minutách 2,62% Fe_2O_3	**64,0%**	Ssedlina černohnědá.
Totéž	Užito *burelu*	6,87%	**5,52%**	Totéž.
75 d. surového síranu hlinitého s 0,13% FeO a s 7,13% Fe_2O_3 v 2500 d. vody, oxydováno	Přičiněno 109,2 d. *kysličníku olovičitého*	Ve filtrátu 5,78%	**20,6%**	Filtrováno po 100 minutách působení.
3%ní roztok kamence hlinitého (s 4,42% Fe_2O_3)	Na 4 mol. Fe_2O_3 připadly 3 mol. *β-ciničité kyseliny*	Ve filtrátu 4,11%	**7,1%**	Filtrováno po 100 minutách působení.

Material zkoušený	Způsob práce	Nalezeno	Čistící effekt E =	Poznámka
75 d. surového síranu hlinitého s 7,13% Fe_2O_3 a 0,13% FeO v 2500 d. vody, oxydováno	Přičiněno 109 d. *kysličníku olovičitého* a tolik *mléka vápeného*, jež odpovídá zbytku Fe_2O_3, který nesražen v případě, kdy použit pouhý PbO_2 ku čistění (viz nahoře)	Ve filtrátu 3,2%	**42,3**%	Filtrováno po 100 minutách působení.
Totéž, co předešle	Přičiněno suchého *hydroxydu manganičitého* stejné množství na váhu kamence a tolik *hydroxydu* vápenatého, co odpovídá zbytku Fe_2O_3, jenž nesražen v případě, kdy použit pouhý hydroxyd manganičitý	Ve filtrátu 1,46% Fe_2O_3	**79,9**%	Filtrováno po 100 minutách působení.
Totéž, co předešle	Zneutralisováno amoniakem a přičiněno Weldonova kalu připraveného z 12 d. burelu 96%-ního. (Medicus: Lehrbuch d. chem. Technologie 1897, str. 508)	Ve filtrátu 4,72%	**35,21**%	Filtrováno po 100 minutách působení.
Poměry stejné jako předešle. Vody 2000 d.	Roztoku po oxydaci přidáno 6,8 d. *kysličníku arsenového* (1 mol. Fe_2O_3 : 1 As_2O_3) a zavařeno. Po rozpustění přidáno vápenného mléka, jež odpovídá 5,8 d. CaO. Doplněno na 2500 d.	Ssedlina žluté barvy sfiltrována, ve filtrátu sražen sirovodíkem arsen, vyvařeno kyselinou sírovou a stanoven Fe_2O_3 = = 0,88%	**86,6**%	—

G. **Vliv vyváření v přítomnosti některých kovů.**

F. Laur (Dingl. J. 213, str. 87) zavěšuje do roztoku síranu hlinitého, znečištěného solemi železa, zinkové desky, působí v roztok dva dny za chladu nebo 5 hodin za tepla, načež zfiltruje tekutinu železa prý zbavenou.

Abychom se o vlivu obecnějších kovů na vylučování železa z roztoku solí hlinitých přesvědčili, užili jsme 3%ních roztoků a přidali líhem a etherem extrahované čisté kovy a vařili 5 hodin. Na to stanovili čistící effekt.

Výsledky byly tyto:

75 d. kamence hlinitého s 4,42% Fe_2O_3	přidáno 56 d. krouženek železných	nalezeno v roztoku 15,7% FeO	Čistící effekt —
75 d. kamence hlinitého s 4,42% Fe_2O_3	56 d. zinkového prášku	2,7% FeO 0,3% Fe_2O_3	**24,95%**
75 d. surového síranu hlinitého s 7,28% Fe_2O_3	67 d. zinkového prášku	6,1% FeO	**6,73%**
75 d. surového síranu hlinitého s 7,28% Fe_2O_3	18 d. hliníkového prášku	6,35%	**3,0%**

Jak patrno, nedosáhneme takto velkého čistícího effektu, pouze redukce solí $Fe^{...}$ na $Fe^{..}$, což by mohlo míti význam pro krystalisaci, při které dle F. Wirtha (Zeit f. anorg. Chemie 1913, str. 81) musí býti dbáno toho, aby železo bylo udržováno ve formě soli železnaté, jelikož nevchází pak v tak značné míře do konečného produktu.

H. **Vyváření s přirozenými fosfáty.**

Ve franc. patentu č. 295.903 doporučuje se při čištění roztoků hlinitých dávati do nich fosforečnan vápenatý. Jelikož přirozené fosforečnany jsou dosti laciné, zkoušeli jsme též, jaký skýtají čistící effekt.

a) 3%ní roztok surového síranu hlinitého (se 7,13% Fe_2O_3 a 0,13% FeO) vařen s nadbytkem jemně třeného „Florida" fosfátu (na 75 d. vzato 2násobné množství) půl hodiny, po té doplněno na původní objem a po filtraci stanoven Fe_2O_3. Nalezeno 0,76% Fe_2O_3 čili čistící effekt

$$E = 89{,}6\%.$$

b) Totéž s vypočteným množstvím „Florida" fosfátu (78%ní) tak, aby na 1 mol. Fe_2O_3 připadla 1 mol. P_2O_5. V roztoku zbylo 4,38% Fe_2O_3 čili čistící effekt obnášel

$$E = 39{,}8\%.$$

I. Vliv elektrosy.

Löwig dal si chrániti r. 1883 v říš. něm. pat. č. 25.777 odstraňování železa elektrolysou z roztoku solí hlinitých za použití olověné anody a měděné neb železné kathody.

Ku zjištění čistícího effektu vyšli jsme od 3%ního roztoku síranu hlinitého, jenž obsahoval veškerého železa 5,09%. (7,13% Fe_2O_3 a 0,13% FeO.) Elektrolysován proudem 0·1 *A* a 5 *V* v olověné místce po dobu 3½ hodiny. Shledáno, že na kathodě se vyloučilo železo a na anodě síran olovnatý. V roztoku zbylo 2,77% FeO a 2,01% Fe_2O_3 čili odstranilo se 23,9% veškerého železa.

$$E = 23{,}9\%.$$

Při dalším pokusu podroben elektrolyse proudem 1·5 *A* a 3·8 *V* po dobu 1 hodiny při 23° C v elektrolyséru Classenově s anodou platinovou miskou a kathodou železným kotoučem, jenž otáčel se v minutě 430kráte, roztok 3%ní kamence hlinitoamonatého, chovajícího 4,42% Fe_2O_3. Po elektrolyse shledáno v roztoku 1,81% FeO a 2,19% Fe_2O_3. Dosaženo čistícího effektu pouze

$$E = 4{,}8\%.$$

K. Vliv překrystalování.

F. Wirth [Zeit. f. anorg. Chem. 1913, str. 81] uvádí, že není možno z roztoku solí hlinitých, znečištěných solemi železitými pouhou krystalisací dospěti k produktům železa prostým. Radí ku redukci solí železitých a ku krystalisaci v interní atmosféře.

Vyzkoušeli jsme tento vliv následujícími pokusy:

Použito	Vykrystalovalo	Produkt obsahuje	Čistící effekt	Poznámka
100 d. kamence amonatého s *4,42%* Fe_2O_3 a 490 d. horké vody.	Po 14 hodinách vykrystalovalo 26 d. kamence t. j. 26%	0,38% Fe_2O_3	**91,45%**	Z roztoku neutrálního.
100 d. kamence draselnatého s *0,079%* Fe_2O_3 a 490 d. horké vody.	Vykrystalovalo 42 dílů kamence t. j. 42%	0,024% Fe_2O_3	**69,4%**	Z roztoku neutrálního.

Použito	Vykrystalovalo	Produkt obsahuje	Čistící effekt	Poznámka
100 d. kamence amonatého s *4,42%* Fe_2O_3 a 100 d. *chloridu sodnatého* rozpuštěno v 490 d. vody horké	*Z* roztoku barvy oranžové 14 dílů kamence t. j. získáno 14%	0,39% Fe_2O_3	**91,08%**	Z roztoku v nadbytku *chloridu sodnatého.*
100 d. kamence amonatého s *4,42%* Fe_2O_3 rozpuštěno v 490 d. vody a nasyceno kysličníkem siřičitým	Výtěžek 15%	0,089% FeO t. j. 0,099% Fe_2O_3	**97,8%**	Z roztoku nasyceného *kysličníkem siřičitým.*
Totéž v železné nádobě	Výtěžek 9%	0,086% FeO t. j. 0,096% Fe_2O_3	**97,8%**	Totéž za přítomnosti železa.
Totéž za přítomnosti zinku ve skleněné nádobě	Výtěžek 5%	0,082% FeO t. j. 0,092% Fe_2O_3	**97,9%**	Za přítomnosti zinku.
Roztok nasycený kysličníkem siřičitým ponechaný krystalisaci v atmosfeře CO_2	Výtěžek 4%	0,052% FeO t. j. 0,058% Fe_2O_3	**98,7%**	V inertní atmosféře.

L. Vliv vykrývání krystalů roztokem sole hlinité, jenž nasycen kysličníkem siřičitým.

100 d. velice jemně třeného, muselinem prosátého kamence hlinitoamonatého, jenž choval 4,42% Fe_2O_3, vykrýváno za mírného ssání v Büchnerově nálevce 2000 díly za studena nasyceného roztoku čistého, železa prostého kamence v siřičité vodě. Odtékal roztok žlutý, na filtru kamenec zbylý byl čistě bílý. Zbylo ho 14% a obsah Fe_2O_3 v něm klesl na 3,25%, t. j. čistící effekt obnášel

$$E = 26{,}5\%.$$

Z druhého dílu, v němž sledovány *způsoby čištění preparátů hlinitých od železa*, činíme toto

resumé:

1. *Způsobem* Griesheim-Elektron [říš. něm. pat. 232.563] *lze sice železo, ze síranů hlinitých do značné míry odstraniti, ale manipulace vyžaduje nákladného zařízení.*

2. *Obvyklé odstraňování železa ve formě berlínské modři jest jednou z nejlepších method, pokud jde o čištění preparátů určených pro industrii barvířskou. Výhodné jest, jak radí* Chadwick, *též* Semper, *přičiňovati soli měďnaté, aby vedle berlínské modři vznikající Hachettova hněď roztoky rychleji vyčeřila. K témuž cíli úspěšně použili jsme infusoriové hlínky, jejíž přídavek způsobí taktéž rychlejší usazení ssedliny berlínské modři. Čistící effekt dosažen až 99·96%. Místo žluté krevní soli lze s výhodou užíti vyloučení železa kyanidem draselnatým, jehož se přidá 18 d. na 7 d. veškerého železa. Čistící effekt obnáší až 97%.*

3. *Odstraňování železa pouhým hydroxydem hlinitým, kyselinou β-činičitou dařily se měrou nepatrnou:*

Čistící effekt v prvním případě = 20·7%,
„ „ v druhém „ = 7·1%.

4. *Nepatrný vliv jevil burel (5·5%), kysličník olovičitý (20·6%), elektrolysa (23·9%), zinkový prášek (24·95%), Weldonův kal (35·2%), Florida-fosfat (39·8%), směs hydroxydu vápenatého a olovičitého (42·3%).*

5. *Větší vliv na odstraňování železa má sirník barnatý (63%), hydroxyd manganičitý užitý v nadbytku (64·7%) i směs kysličníku arsenového a hydroxydu vápenatého (86·6%).*

6. *Znamenitě působí uhličitan vápenatý (plavená křída, mramorová moučka, saturační kal a pod.). Účinek čistící dosáhl až 94·5%.*

7. *Nevedlo k cíli vyváření s kovovým železem neb hliníkem.*

8. *Pouhým překrystalováním možno snížiti množství železa velmi značnou měrou. Dosaženo čistícího effektu E = 91·5%. Lze potvrditi pozorování* Wirthovo, *že z roztoků chovajících železo ve formě Fe˙˙ v atmosféře inertní krystalují síran hlinité téměř prosté železa.*

9. *Přítomností chloridu sodnatého nesníží se množství železa v krystalujících síranech.*

10. *Vykrývání hotové sole roztokem kamence, nasyceného kysličníkem siřičitým má jen nepatrný vliv na hodnotu jeho, pokud se týká přítomného železa.*

Z obou dílů naší studie

pro technickou praxi vyplývá následující:

Jde-li o zpracování kaolinů železem bohatých, působí dle našich poznatků žíhání jich s pilinami dřevěnými as při *700° C* po dobu tří hodin velice

příznivě. Pro rozklad doporučujeme kyselinu 50° Bé, jíž necháme působiti při zvýšené době patřičný čas. Takto resultující málo železité produkty jsou vhodné pro industrii papírnickou, neužitečné pro účely barvířské.

Jedná-li se o další jejich vyčištění od železa, nutno sáhnouti ku vyloučení jeho uhličitanem vápenatým (plavenou křídou), čímž dosáhneme vyčistění do 95% a dále v podobě berlínské modři, čímž odstraní se železo do 99·96%.

Při krystalisaci jest hleděti, aby v roztoku hojnost železa chovajícím toto bylo ve formě železnaté soli. Výhodnou jest krystalisace v inertní atmosféře.

V září r. 1915.

Z chemické laboratoře anorganické technologie na c. k. české vysoké škole technické v Praze.

XL.

O rozvojích platných pro funkci analytickou v daném oboru.

Napsal

Miloš Kössler.

(Předloženo dne 30. října 1915.)

Předmětem tohoto pojednání jest důkaz následujících dvou vět:

Nechť značí K konečný jednoduše souvislý obor, vymezený v rovině komplexní proměnné z uzavřenou racionálnou křivkou algebraickou C.

Funkce $F(z)$ analytická v oboru K i na křivce C dá se rozvinouti v rozvoj tvaru

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \, b_k(z),$$

kdež $b_k(z)$ jsou v oboru K jednoznačné funkce algebraické, vyplývající z parametrické rovnice křivky C a naprosto nezávislé na funkci $F(z)$. Funkcí tou jsou určovány jenom koefficienty A_k. Pro jednu a touž funkci $F(z)$ a jednu a touž křivku C existuje neomezený počet takových rozvojů. Pro kružnici jest nejjednodušším z nich řada Taylorova. } ...(H)

Táž věta platí i pro každou funkci $H(z)$ analytickou na křivce C a všude vně křivky C, bod nekonečný v to počítaje.

Druhá věta, do jisté míry obecnější, zní:

Nechť značí K libovolný konečný jednoduše souvislý obor, vymezený v rovině komplexní proměnné z; obor ten dá se vždy s libovolnou přesností ohraničiti uzavřenou regulární křivkou analytickou C.

Funkce $F(z)$ analytická v oboru K i na jeho hranici dá se rozvinouti v rozvoj tvaru

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \,.\, b_k(z),$$

kdež $b_k(z)$ jsou v oboru K jednoznačné funkce analytické, závislé na tvaru oboru K a naprosto nezávislé na funkci $F(z)$. Funkcí tou jsou určovány jenom koefficienty A_k. Pro jednu a touž funkci $F(z)$ a jeden a týž obor K existuje neomezený počet takových rozvojů. Nejjednodušším z nich jest polynomický rozvoj Faberův. } . . . (J)

Táž věta platí i pro každou funkci $H(z)$ analytickou v oboru K_1, doplňujícím K na celou rovinu, a na hranicích toho oboru. Nejjednodušším z rozvojů jest zde rozvoj podle jistých racionálných funkcí veličiny z, majících jediný všem společný pól, obsažený v oboru K.

Platnost těchto vět jest pak rozšířena i na obory mnohonásobně souvislé.

Pojednání rozpadá se na tři oddíly. Oddíl označený I., obsahující důkaz věty (H), tvoří samostatný celek. V prvém paragrafu řešen jest pro danou parametrickou rovnici křivky C problém vnitřní a probrány podrobněji rozvoje pro funkci analytickou uvnitř ellipsy, racionálných hypocykloid a nejjednodušší epicykloidy. V druhém paragrafu jest řešen podobný problém vnější a přihlédnuto blíže k ellipse a racionálným epicykloidám. Třetí paragraf obsahuje důkaz o neomezeném počtu rozvojů a ukázány jsou specielní jejich případy pro funkci analytickou uvnitř kružnice.

Na popud prof. harvardské university Dra W. F. Osgooda byl pak proveden důkaz věty J.[1])

Prof. Osgood upozornil totiž autora na svůj důkaz věty, která tvrdí, že každý obor jednoduše souvislý může býti s libovolnou přesností omezen jednoduchou uzavřenou křivkou analytickou. Tím bylo autorovi umožněno odvoditi obecné výsledky, tvořící oddíl II. a III.

V prvním paragrafu oddílu II. poukázáno jest na důkaz pomocné věty Osgoodovy a nálezen pomocí konformního zobrazení jistý rozvoj pro funkci $F(z)$.

[1]) Na příslušném místě jest podotčeno, že není vždy možno větu (H) považovati za zvláštní případ věty (J).

Paragraf druhý obsahuje důkaz o neomezeném počtu rozvojů podobného typu pro funkci analytickou buď uvnitř nebo vně Osgoodovy křivky. V paragrafu třetím poukázáno jest na nejjednodušší z nich a seznáno, že jest to pro vnitřní problém polynomický rozvoj Faberův a pro vnější problém jistý analogický rozvoj podle racionálných funkcí veličiny z. Pro Faberovy polynomu odvozeny jsou při tom vzorce rekurrentní, identické s formulemi Newtonovými pro součet n-tých mocnin všech kořenů algebraické rovnice.

Odstavec III. konečně pojednává o rozvojích pro funkce analytické v oboru mnohonásobně souvislém. Rozvoje ty jsou pouhým důsledkem vyplývajícím z výsledků oddílu II. Jako příklad uveden jest nejjednodušší rozvoj pro funkci analytickou uvnitř prstenu omezeného dvěma libovolnými uzavřenými křivkami analytickými. Rozvoj ten tvoří se všeobecnění Laurentovy řady pro prstenec kruhový.

I. Obor jednoduše souvislý omezený racionálnou křivkou algebraickou.

§ 1. Budiž C uzavřená racionálná křivka algebraická, která omezuje v rovině (x, y) jednoduše souvislý a konečný obor K.[1]) Souřadnice libovolného bodu křivky C lze vyjádřiti, jak dokázáno bylo v algebraické geometrii, pomocí dvou racionálných funkcí parametru τ ve tvaru

$$x = f_1(\tau), \quad y = g_1(\tau), \quad -\infty \leqq \tau \leqq +\infty.$$

Každé reálné hodnotě parametru v naznačeném intervallu $(-\infty, +\infty)$ odpovídá při tom jeden jediný bod křivky a i obráceně každému bodu křivky jedna jediná reálná hodnota parametru.

Všeobecnost dalších úvah nijak se neporuší, budeme-li předpokládati, že po křivce C pohybujeme se v kladném směru otáčení tenkráte, když τ probíhá reálné hodnoty od $-\infty$ přes $\emptyset$ do $+\infty$.

Zaveďme místo τ nový parametr φ rovnicí

$$\tau = i\,\frac{1 + e^{i\varphi}}{1 - e^{i\varphi}} = -\,cotg\,\frac{\varphi}{2}.$$

Probíhá-li nyní φ všechny hodnoty intervallu $\emptyset$ až 2π, probíhá τ hodnoty $-\infty$ až $+\infty$. Rovnice křivky C obdrží tím tvar

$$x = f_2(e^{i\varphi}), \quad y = g_2(e^{i\varphi}), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

kdež $f_2(u)$ a $g_2(u)$ jsou racionálné funkce veličiny u, které mohou obsahovati kromě reálných konstant také konstanty imaginární.[2])

---

[1]) Příklady takových křivek jsou kružnice, ellipsa, cissoidy bez dvojných bodů, astroida atd.

[2]) N. př. pro kružnici $x^2 + y^2 = a^2$ obdržíme

$x = a\,\frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}$, $y = a\,\frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$. Tedy $f_2(u) = a\,\frac{u^2 + 1}{2u}$, $g_2(u) = a\,i\,\frac{1 - u^2}{2u}$.

Funkce $F(z)$ komplexní proměnné $z = x + iy$, která jest analytická v oboru K i na křivce C, dá se psáti ve tvaru Cauchy-ho integralu podle křivky C

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{F(t)\, dt}{t - z}.$$

Značí-li na př. C jednotkovou kružnici[1]) se středem v počátku, vyplývá z Cauchyho integralu pro funkci $F(z)$ jednoduchým způsobem řada Taylorova; rozvine se totiž zlomek $\frac{1}{t-z}$ v řadu geometrickou $\frac{1}{t}\left(1 + \frac{z}{t} + \frac{z^2}{t^2} + \ldots.\right)$ a integrují se pak jednotlivé členy řady. Řada Taylorova jest tedy rozvojem vyplývajícím z integrace podle kružnice. Můžeme analogicky očekávati, že z integrace podél jiné křivky C obdržíme jiný rozvoj pro funkci $F(z)$. Problém se patrně redukuje na rozvinutí zlomku $\frac{1}{t-z}$ v nějaký rozvoj konvergující pro všechna z obsažená v oboru K. K tomu nám dopomůže parametrická rovnice (1). Integrační proměnná v Cauchy-ho integrálu jest totiž

$$t = f_2(e^{i\varphi}) + i\, g_2(e^{i\varphi}),$$

místo čehož můžeme psáti prostě

$$t = \frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1a)$$

Při tom značí $f(\xi)$ a $g(\xi)$ obyčejné, již nesoudělné mnohočleny proměnné ξ, jichž konstanty jsou po případě čísla komplexní.

Cauchyho integral pro $F(z)$ nabude tím tvaru

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\varphi=0}^{2\pi} F_1(\varphi)\, \frac{\frac{d}{d(e^{i\varphi})}\left[\frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}\right] d(e^{i\varphi})}{\frac{f(e^{i\varphi}) - z\, g(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}}, \ldots\ldots\ldots (2)$$

kdež

$$F_1(\varphi) = F\left(\frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}\right).$$

V čitateli zlomku za integračním znaménkem můžeme patrně psáti

$$\frac{d}{d(e^{i\varphi})}\left[\frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}\right] = \frac{d}{d(e^{i\varphi})}\, \frac{f(e^{i\varphi}) - z\, g(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}.$$

---

[1]) Jednotkovou kružnicí rozumíme zde i všude v dalším kružnici opsanou poloměrem rovným jedné v rovině komplexní proměnné kolem bodu nullového jakožto středu.

Všimněme si nyní blíže polynomů $g(\xi)$ a $f(\xi) - z\,g(\xi)$, které mají pro další úvahu význam fundamentální. Při tom předpokládáme stále, že z neleží na křivce C.

Pišme

$$\left.\begin{aligned} g(\xi) &= b_0(\xi-\beta_1)(\xi-\beta_2)\ldots\ldots(\xi-\beta_m),\\ f(\xi) - z\,g(\xi) &= a_0(\xi-\alpha_1)(\xi-\alpha_2)\ldots\ldots(\xi-\alpha_n). \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (3)$$

Patrně jest $n \geqq m$; při tom budiž

$$\begin{aligned} |\beta_1| &\leqq |\beta_2| \leqq |\beta_3| \leqq \ldots\ldots \leqq |\beta_m|,\\ |\alpha_1| &\leqq |\alpha_2| \leqq |\alpha_3| \leqq \ldots\ldots \leqq |\alpha_n|. \end{aligned}$$

Čísla β jsou konstanty, případně komplexní, závislé na tvaru křivky C a nezávislé na proměnné z.

Čísla α — kořeny to alg. rovnice $f(\xi) - z\,g(\xi) = 0$ — jsou algebraické funkce veličiny z, závislé na tvaru křivky C. Dokážeme větu:

Žádné z čísel α nebo β není co do absolutní hodnoty rovno jedné. ..... (A)

Máme tedy dokázati platnost nerovnin

$$\left.\begin{aligned} f(\epsilon^{i\varphi}) - z\,g(\epsilon^{i\varphi}) &\gtrless 0,\\ g(\epsilon^{i\varphi}) &\gtrless 0 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3a)$$

pro každé φ intervallu 0 až 2π. Pro pevné $\varphi = \varphi_1$ z tohoto intervallu jsou celkem čtyři možnosti. Buď platí nerovniny $(3a)$, nebo

1. $f(\epsilon^{i\varphi_1}) - z\,g(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0,$
$g(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0,$

nebo

2. $f(\epsilon^{i\varphi_1}) - z\,g(\epsilon^{i\varphi_1}) \gtrless 0,$
$g(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0,$

nebo konečně

3. $f(\epsilon^{i\varphi_1}) - z\,g(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0,$
$g(\epsilon^{i\varphi_1}) \gtrless 0.$

Jiná možnost neexistuje. Případ 1. není možný, neboť kdyby platilo 1., bylo by také

$$f(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0, \quad g(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0.$$

To však znamená, že algebraické rovnice $f(\xi) = 0$, $g(\xi) = 0$ mají společný kořen $\epsilon^{i\varphi_1}$, což jsme vyloučili (viz $1a$) předpokladem nesouděl-nosti polynomů $f(\xi)$ a $g(\xi)$.

Kdyby platila možnost 2., bylo by také

$$g(\epsilon^{i\varphi_1}) = 0, \quad f(\epsilon^{i\varphi_1}) \gtrless 0, \quad \text{čili}$$

$$\frac{f(\epsilon^{i\varphi_1})}{g(\epsilon^{i\varphi_1})} = \infty,$$

to jest: Křivče C příslušel by podle $(1\,a)$ pro $\varphi = \varphi_1$ bod nekonečný, což jsme vyloučili.

Kdyby konečně platila možnost 3., bylo by

$$z = \frac{f\,(\epsilon^{i\varphi})}{g\,(\epsilon^{i\varphi})}$$

a tedy podle $(1\,a)$ by z leželo na křivce C, což jsme vyloučili. Zbývá tedy jen čtvrtá možnost vyjádřená nerovninami $(3\,a)$. Tím jest věta (A) dokázána.

Dosaďme nyní do Cauchyho integrálu (2) pravé strany rovnic (3), kladouce při tom

$$\frac{\dfrac{d}{d\,\xi}\,\dfrac{f(\xi) - z\,g\,(\xi)}{g\,(\xi)}}{\dfrac{f\,(\xi) - z\,g\,(\xi)}{g\,(\xi)}} = \frac{d}{d\,\xi}\,log\,\frac{f\,(\xi) - z\,g\,(\xi)}{g\,(\xi)}$$

a tedy

$$\frac{d}{d\,\xi}\,log\,\frac{f\,(\xi) - z\,g\,(\xi)}{g\,(\xi)} = \frac{1}{\xi - \alpha_1} + \frac{1}{\xi - \alpha_2} + \cdots + \frac{1}{\xi - \alpha_n} - \left[\frac{1}{\xi - \beta_1} + \frac{1}{\xi - \beta_2} + \cdots + \frac{1}{\xi - \beta_m}\right],$$

kdež místo hranaté závorky na pravé straně možno jest také psáti $\frac{g'\,(\xi)}{g\,(\xi)}$.

Tak obdržíme místo (2) rovnici

$$\left.\begin{aligned} F\,(z) &= \frac{1}{2\,\pi\,i}\int_0^{2\pi} F_1\,(\varphi)\,d\,(\epsilon^{i\varphi})\,.\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_k} - \frac{1}{2\,\pi\,i}\int_0^{2\pi} F_1\,(\varphi)\,d\,(\epsilon^{i\varphi})\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \beta_k}, \\ \text{nebo} \\ F\,(z) &= \frac{1}{2\,\pi\,i}\int_0^{2\pi} F_1\,(\varphi)\,d\,(\epsilon^{i\varphi})\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_k} - \frac{1}{2\,\pi\,i}\int_0^{2\pi} F_1\,(\varphi)\,d\,(\epsilon^{i\varphi})\,\frac{g'\,(\epsilon^{i\varphi})}{g\,(\epsilon^{i\varphi})}\,^{1}) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Chceme-li nyní nalézti pro $F\,(z)$ rozvoj, který by byl sevšeobecněním řady Taylorovy, musíme rozvinouti analogicky jako při kružnici, jednotlivé zlomky $\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_k}$, $\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \beta_k}$ v řady geometrické. To jest vždy možné, protože jsme dokázali větou (A), že každé číslo α_k nebo β_k jest svou absolutní hodnotou buď větší nebo menší než jedna.

Zbývá ještě odděliti ona čísla α a β, jichž absolutní hodnota jest menší než jedna, od těch, jichž abs. hodnota jest větší než jedna.

Čísla β nalezneme řešením rovnice $g\,(\xi) = 0$. Jsou to konstanty závislé jedině na tvaru křivky C. Jsou naprosto neodvislá od hodnoty z a od tvaru funkce $F\,(z)$. Můžeme je tedy pokládati za čísla známá. Budiž p

[1]) Pro pozdější použití připomeňme, že pravá strana rovnice (2) a tedy i obou rovnic (4) jest rovna nulle, leží-li z vně křivky C.

počet čísel β, která jsou svou absolutní hodnotou menší než jedna a hledejme počet čísel α, menších svou absolutní hodnotou než jedna. Protože α jsou funkcemi veličiny z, mohl by tento počet, jejž označíme písmenou r, býti také závislým na z. Ukáže se však, že tomu tak není.

Užijme první z rovnic (4) na funkci $F(z) = 1$.

$$1 = \frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{n}\int_0^{2\pi}\frac{d(\epsilon^{i\varphi})}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_k} - \frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{m}\int_0^{2\pi}\frac{d(\epsilon^{i\varphi})}{\epsilon^{i\varphi} - \beta_k}.$$

Jest známo, že

$$\frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi}\frac{d(\epsilon^{i\varphi})}{\epsilon^{i\varphi} - u} = \begin{cases} 1, \text{ pro } |u| < 1 \\ 0, \text{ pro } |u| > 1. \end{cases}$$

Tedy

$$1 = r - p,^{1})$$

$$r = p + 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4a)$$

Tím dokázali jsme větu:

Počet čísel α, která svou absolutní hodnotou jsou menší než jedna, jest nezávislý na veličině z, pokud jen z zůstává uvnitř křivky C. } .. (B)

Jest tedy

$$|\alpha_k| < 1 \quad (k = 1, 2, 3, \ldots . p + 1),$$
$$|\alpha_k| > 1 \quad (k = p + 2, \ldots . n).$$

Tím umožněn jest rozvoj zlomku $\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_k}$, nebo $\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \beta_k}$ v geometrickou řadu. Jest tedy na př.

$$\frac{1}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_1} = \frac{1}{\epsilon^{i\varphi}}(1 + \alpha_1 e^{-i\varphi} + \alpha_1^2 e^{-2i\varphi} + \alpha_1^3 e^{-3i\varphi} + \ldots .).$$

Řada tato konverguje pro všechna z ležící uvnitř křivky C absolutně a mimo to při pevně zvoleném z a tedy α_1 pro všechna reálná φ absolutně a stejnoměrně; jest tedy dovoleno integrovati ji člen za členem, to jest

$$\int_0^{2\pi} F_1(\varphi)\frac{\epsilon^{i\varphi}\, d\varphi}{\epsilon^{i\varphi} - \alpha_1} = \sum_{k=0}^{\infty}\alpha_1^k \cdot \int_0^{2\pi} F_1(\varphi)\, e^{-ki\varphi}\, d\varphi.$$

---

[1]) Kdyby bod z ležel vně křivky C, bylo by podle poznámky k rovnici (4) pro $F(z) = 1$

$$0 = \frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{n}\int_0^{2\pi}\frac{d(e^{i\varphi})}{e^{i\varphi} - \alpha_k} - \frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{m}\int_0^{2\pi}\frac{d(e^{i\varphi})}{e^{i\varphi} - \beta_k}, \text{ čili}$$

$$r = p.$$

Tak dostáváme místo rovnic (4)

$$\left.\begin{aligned} F(z) = &\sum_{k=0}^{\infty} A_k (\alpha_1^k + \alpha_2^k + \ldots + \alpha_{p+1}^k - \beta_1^k - \beta_2^k - \ldots - \beta_p^k) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} B_k (\alpha_{p+2}^{-k} + \alpha_{p+3}^{-k} + \ldots + \alpha_n^{-k} - \beta_{p+1}^{-k} - \beta_{p+2}^{-k} - \ldots - \beta_m^{-k}), \end{aligned}\right\} \ldots (5)$$

nebo také

$$\left.\begin{aligned} F(z) = A + &\sum_{k=0}^{\infty} A_k (\alpha_1^k + \alpha_2^k + \ldots + \alpha_{p+1}^k) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} B_k (\alpha_{p+2}^{-k} + \alpha_{p+3}^{-k} + \ldots + \alpha_n^{-k}), \end{aligned}\right\}$$

kdež

$$A = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_1(\varphi) \frac{e^{i\varphi} g'(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} d\varphi,$$

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_1(\varphi) e^{-ki\varphi} d\varphi, \quad B_k = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_1(\varphi) e^{ki\varphi} d\varphi.$$

V prvním z rozvojů (5) jest nutno klásti v tom případě, že některé $\beta_r' = 0$, místo β_r^0 číslo 1.

Místo nekonečných součtů $\sum_{k=0,1}^{\infty}$ mohli jsme také vzíti jen součet prvních N nebo $N+1$ členů $\sum_{k=0,1}^{N}$ a připojiti k rozvoji zbytek R_N, jehož tvar čtenář si snadno sám odvodí.

Aby rozvoj (5) měl praktický význam, jest nutno ještě dokázati, že algebraické funkce veličiny z definované součty $\alpha_1^k + \alpha_2^k + \ldots + \alpha_{p+1}^k$ nebo $\alpha_{p+2}^{-k} + \ldots + \alpha_n^{-k}$ jsou *jednoznačné* funkce veličiny z, pokud jen tato zůstává uvnitř křivky C.

Racionálná funkce (1a)

$$z = \frac{f(\xi)}{g(\xi)}$$

definuje nám $\xi(z)$ jako n-značnou funkci inversní. Funkce $\alpha_1(z)$, $\alpha_2(z)$, ... $\alpha_n(z)$ jsou jednotlivé větve této funkce. Pro $\xi(z)$ sestrojíme podle známých návodů[1]) n-listou Riemannovu plochu a na této ploše narýsujeme křivku C. Vnitřek této křivky buď vůbec není prostoupen rozvětvovacím řezem Riemannovy plochy anebo jest jím prostoupen, kterážto možnost nastane tenkráte, když některý z rozvětvovacích bodů funkce $\xi(z)$ leží uvnitř křivky C. V prvém případě jest všech n větví funkce $\xi(z)$ pro celý vnitřek C jednoznačně určeno a tedy také součty jejich mocnin, o které se nám jedná. Uvažme nyní druhý případ, když totiž

[1]) Viz n. př. Osgood: Lehrbuch der Funktionentheorie I. B. 2. Aufl., p. 398.

vnitřek křivky C jest prostoupen rozvětvovacím řezem. Kterákoliv větev funkce $\xi(z)$ jest na Riemannově ploše uvnitř křivky C analytickou a tedy také spojitou funkcí veličiny z; vyňaty jsou při tom jen rozvětvovací body funkce $\xi(z)$, jichž spojením právě vznikne řez rozvětvovací. Zvolme libovolný regulární bod z_0 na některém listu Riemannovy plochy. Přiřazená hodnota funkce $\xi(z)$ budiž $\alpha_2(z_0)$, při čemž předpokládejme, že $|\alpha_2(z_0)| < 1$.

Postupujeme-li nyní, vycházejíce z bodu z_0, po libovolné dráze uvnitř křivky C, obdržíme podle předcházejícího pro $\alpha_2(z)$ hodnoty spojitě se měnící. Protože pak podle věty (A) při tom $|\alpha_2(z)|$ nemůže nabýti hodnoty rovné jedné, musí býti stále $|\alpha_2(z)| < 1$. Vrátíme-li se tedy opět do bodu z_0, překročivše libovolněkráte řez rozvětvovací, obdržíme hodnotu $\alpha_3(z_0)$, o níž bude opět platiti $|\alpha_s(z_0)| < 1$. Touž úvahu mohli bychom opakovati o každé větvi funkce $\xi(z)$, která v bodě z_0 má absolutní hodnotu menší než jedna. Věta (B) praví, že takovýchto větví v bodě z_0 jest $p+1$. Označili jsme je již dříve $\alpha_1(z_0)$, $\alpha_2(z_0)$, $\alpha_3(z_0)$, $\ldots$ $\alpha_{p+1}(z_0)$.

Při opsání uzavřené dráhy, vycházející z bodu z_0, vyměňují se tedy tyto hodnoty navzájem. To znamená, že symmetrická funkce jejich $\alpha_1^k(z_0) + \alpha_2^k(z_0) + \ldots + \alpha_{p+1}^k(z_0)$ se při tom nezmění. Jest tedy tento součet pro všechna z uvnitř křivky C jednoznačnou analytickou funkcí veličiny z. Podle známých pravidel nejsou z toho vyňaty ani rozvětvovací body funkce $\xi(z)$. Úplně obdobnou úvahou bychom dokázali, že také součet $\alpha_{p+2}^{-k}(z) + \alpha_{p+3}^{-k}(z) + \ldots + \alpha_n^{-k}(z)$ jest analytickou funkcí uvnitř křivky C.

Shrneme-li dosavadní výsledky, obdržíme větu:

Funkce $F(z)$ analytická uvnitř a na obvodě křivky C dá se rozvinouti v rozvoj (5), v němž čísla β jsou závislá jedině na rovnici křivky C, čísla α jednak na rovnici křivky C, jednak na proměnné z avšak ani α ani β nezávisí na tvaru funkce $F(z)$. Na tvaru této funkce jsou závislé jedině koeficienty rozvoje, totiž čísla A_k a B_k. Při tom jsou čísla α, β určena rovnicemi (3) a polynomy $f(\xi)$, $g(\xi)$ opět rovnicí křivky $(1a)$ a (1). Funkce, podle nichž rozvoj (5) jest proveden, jsou jednoznačné. $\ldots$ (D)

Z toho opět vyplývá důsledek: Má-li křivka C několik parametrických rovnic tvaru (1), přísluší téže funkci $F(z)$ několik různých rozvojů typu (5). Dokážeme dokonce v paragrafu třetím, že každá křivka C má neomezený počet rovnic typu (1) a tedy každá funkce $F(z)$ neomezený počet rozvojů typu (5).

Probeřeme nyní podrobněji zvláštní skupinu křivek C, při nichž všech n čísel α splňuje nerovninu $|\alpha| < 1$. Z toho plynou rovnice

$$r = n, \quad n = p + 1, \quad p = n - 1,$$

kdež p značí počet čísel β splňujících nerovninu $|\beta| < 1$. Protože pak jest podle (3) buď $m < n$, anebo $m = n$, jest buď $m = n - 1$ a pak jsou tedy všechna $|\beta_k| < 1$, anebo $m = n$ a tedy jen jediné β má absolutní hodnotu větší než 1.

V druhém tvaru rozvoje (5) odpadne část obsahující záporné mocniny čísel α a obdržíme tedy

$$F(z) = A + \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot s_k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5a)$$

kdež

$$s_k = \alpha_1^k + \alpha_2^k + \ldots + \alpha_n^k.$$

Rozeznávejme nyní dva případy, které jsme svrchu rozlišili.

1. $m = n - 1$; všechna čísla β mají absolutní hodnotu menší než jedna. Polynomy $g(\xi)$ a $f(\xi)$ mají stupně n-tý a $(n-1)$-ný. Jest tedy

$$g(\xi) = B_0 \xi^{n-1} + B_1 \xi^{n-2} + \ldots + B_{n-1},$$
$$f(\xi) = \xi^n + C_1 \xi^{n-1} + C_2 \xi^{n-2} + \ldots + C_n.$$

Pak jest

$$f(\xi) - z\, g(\xi) = \xi^n + (C_1 - B_0 z)\, \xi^{n-1} + (C_2 - B_1 z)\, \xi^{n-2} + \ldots + (C_n - B_{n-1} z).$$

s_k jsou součty k-tých mocnin *všech* kořenů rovnice $f(\xi) - z\, g(\xi) = 0$. Jest tedy podle Newtonových rekurrentních formulí

$$s_0 = n, \qquad s_1 = B_0 z - C_1,$$

$$s_k + (C_1 - B_0 z)\, s_{k-1} + (C_2 - B_1 z)\, s_{k-2} + \ldots +$$
$$+ (C_{k-1} - B_{k-2} z)\, s_1 + k\,(C_k - B_{k-1} \cdot z) = 0, \quad (k \leqq n)$$

$$s_k + (C_1 - B_0 z)\, s_{k-1} + (C_2 - B_1 z)\, s_{k-2} + \ldots + (C_n - B_{n-1} \cdot z)\, s_{k-n} = 0,$$
$$(k > n).$$

Jest tedy s_k polynom k-tého stupně proměnné z.

Tak obdrželi jsme polynomický rozvoj pro analytickou funkci $F(z)$ obdobný rozvoji Faberovu.[1])

V oddílu II. ukážeme, že takový rozvoj existuje pro každou regulární analytickou křivku C, uzavírající obor jednoduše souvislý.

2. $m = n$; polynomy $g(\xi)$ a $f(\xi)$ mají nyní tvar

$$g(\xi) = B_0 \xi^n + B_1 \xi^{n-1} + \ldots + B_n$$
$$f(\xi) = \xi^n + C_1 \xi^{n-1} + \ldots + C^n$$

a tedy

$$f(\xi) - z\, g(\xi) = \xi^n (1 - B_0 z) + \xi^{n-1}(C_1 - B_1 z) + \ldots + (C_n - B_n z).$$

Zde dostáváme pro s_k v rozvoji (5a) racionalné funkce lomené, vyplývající z rekurrentních formulí

[1]) M. Faber, Ueber polynomische Entwickelungen (M. A. LVII., 1913, p. 389 a LXIV., 1907, p. 118).

$$s_0 = n,$$

$$s_k(1-B_0 z) + s_{k-1}(C_1 - B_1 z) + \ldots + s_1(C_{k-1} - B_{k-1} z) + k(C_k - B_k z) = 0,$$
$$(k \leqq n)$$

$$s_k(1 - B_0 z) + s_{k-1}(C_1 - B_1 z) + \ldots + s_{k-n}(C_n - B_n z) = 0, \quad (k > n).$$

Parametrickou rovnici pro příslušnou křivku C bychom obdrželi, kdybychom ve vzorci $x + i y = \frac{f(\epsilon^{i\varphi})}{g(\epsilon^{i\varphi})}$ separovali také na pravé straně reálnou a imaginárnou část. Nutno však připomenouti, že nikoliv všechny takto vzniklé křivky C vyhovují všem podmínkám pro rozvoj (5a); jsou to jenom ony z nich, které omezují prostor jednoduše souvislý.

Obecné vývody tohoto odstavce stanou se názornějšími propočtením zvláštních případů. Odvodíme si polynomické po případě racionálné rozvoje pro funkce analytické uvnitř ellipsy a racionálné hypocykloidy a jako třetí příklad rozvoj pro funkce analytické uvnitř nejjednodušší epicykloidy.

1. Ellipsa jest definována na př. rovnicemi typu (1)

$$x = a \cos \varphi, \qquad y = b \sin \varphi.$$

Podle (1a) jest tedy

$$x + i y = \frac{f(\epsilon^{i\varphi})}{g(\epsilon^{i\varphi})} = \frac{(a+b)\epsilon^{2i\varphi} + (a-b)}{2\epsilon^{i\varphi}}.$$

Rovnice (3) jsou zde

$$g(\xi) \equiv 2\xi = 0,$$

$$f(\xi) - z\, g(\xi) \equiv (a+b)\xi^2 - 2z\xi + a - b = 0.$$

Tedy jest

$$\beta_1 = 0; \quad -p = 1; \qquad r = 2.$$

Z toho vyplývá, že oba kořeny α mají absolutní hodnotu menší než jedna.

$$\alpha_1 = \frac{z + \sqrt{z^2 - \eta^2}}{a+b}; \qquad \alpha_2 = \frac{z - \sqrt{z^2 - \eta^2}}{a+b}; \qquad (\eta^2 = a^2 - b^2).$$

Formule (5a) poskytuje nám polynomický rozvoj pro každou funkci $F(z)$ analytickou uvnitř ellipsy.

$$F(z) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \frac{(z + \sqrt{z^2 - \eta^2})^k + (z - \sqrt{z^2 - \eta^2})^k}{(a+b)^k} \ldots\ldots (6)$$

$$A_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left(\frac{(a+b)\epsilon^{2i\varphi} + a - b}{2\epsilon^{i\varphi}}\right) \epsilon^{-pi\varphi}\, d\varphi.^{1})$$

---

[1]) Tento rozvoj odvodil poprvé jiným způsobem M. Picard (Traité d'analyse II., p. 317)..

Pro $a = b$, $\eta = 0$ redukuje se ellipsa na kružnici a přirozeně také rozvoj na řadu Taylorovu.

Polární rovnice ellipsy poskytne nám pro touž funkci $F(z)$ jiný rozvoj. Rovnice ta zní

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}, \qquad \left(p = \frac{b^2}{a}, \ \varepsilon = \frac{\eta}{a}\right).$$

Tedy

$$x = \eta + r \cos \varphi, \qquad y = r \sin \varphi,$$

$$x + i\,y = \frac{f(\epsilon^{i\varphi})}{g(\epsilon^{i\varphi})} = \frac{(a^2 + b^2)\,e^{2i\varphi} + 2\,a\,\eta\,\epsilon^{i\varphi} + \eta^2}{\eta\,e^{2i\varphi} + 2\,a\,e^{i\varphi} + \eta},$$

$$g(\xi) \equiv \eta\,\xi^2 + 2\,a\,\xi + \eta = 0,$$

$$f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv (a^2 + b^2)\,\xi^2 + 2\,a\,(\eta - z)\,\xi + \eta\,(\eta - z) = 0.$$

Z toho vyplývá

$$\beta_1 = \frac{b - a}{\eta}, \quad \beta_2 = -\frac{b + a}{\eta},$$

$$|\beta_1| < 1, \qquad |\beta_2| > 1; \qquad p = 1, \qquad r = 2$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{a\,(z - \eta) \pm b\,\sqrt{z^2 - \eta^2}}{a^2 + b^2 - \eta\,z}.$$

Protože jest $r = 2$, budou míti oba kořeny α absolutní hodnotu menší než jedna. Užijeme tedy pro rozvoj funkce $F(z)$ analytické uvnitř ellipsy opět vzorce (5*a*).

$$F(z) = A + \sum_{k=0}^{\infty} A_k \frac{[a\,(z-\eta) + b\,\sqrt{z^2-\eta^2}\,]^k + [a\,(z-\eta) - b\,\sqrt{z^2-\eta^2}\,]^k}{(a^2 + b^2 - \eta\,z)^k}, \quad \ldots (7)$$

$$A = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F\left(\frac{(a^2 + b^2)\,\epsilon^{2i\varphi} + 2\,a\,\eta\,\epsilon^{i\varphi} + \eta^2}{\eta\,\epsilon^{2i\varphi} + 2\,a\,\epsilon^{i\varphi} + \eta}\right) \frac{\eta\,\epsilon^{2i\varphi} + a\,\epsilon^{i\varphi}}{\eta\,\epsilon^{2i\varphi} + 2\,a\,\epsilon^{i\varphi} + \eta}\,d\,\varphi,$$

$$A_k = \frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\pi} F\left(\frac{(a^2 + b^2)\,e^{2i\varphi} + 2\,a\,\eta\,\epsilon^{i\varphi} + \eta^2}{\eta\,\epsilon^{2i\varphi} + 2\,a\,\epsilon^{i\varphi} + \eta}\right) e^{-ki\varphi}\,d\,\varphi.$$

Položíme-li $b = a$, $\eta = 0$, redukuje se opět ellipsa na kruh a rozvoj pro $F(z)$ ovšem opět na řadu Taylorovu.

2. Racionálná *hypocykloida* vznikne, když volí se kružnice o poloměru $\frac{a}{n}$ beze smýkání po vnitřním obvodu pevné kružnice o poloměru a, jejíž střed jest v počátku souřadnic. Bod pohyblivé kružnice rýsuje pak v tom případě, že n jest celistvé číslo, racionálnou hypocykloidu, jejíž rovnici možno dáti parametrický tvar:

$$x = \frac{a}{n}\Big((n-1)\cos\varphi + \cos(n-1)\varphi\Big),$$

$$y = \frac{a}{n}\Big((n-1)\sin\varphi - \sin(n-1)\varphi\Big).$$

Zde jest tedy

$$x + i\,y = \frac{f(\epsilon^{i\varphi})}{g(\epsilon^{i\varphi})} = \frac{a(n-1)\,e^{ni\varphi} + a}{n\,\epsilon^{(n-1)i\varphi}};$$

$$g(\xi) \equiv n\,\xi^{n-1} = 0,$$

$$f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv a(n-1)\,\xi^{n} - n\,z\,\xi^{n-1} + a = 0;$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_{n-1} = 0, \qquad p = n-1, \qquad r = p+1 = n;$$

protože $r = n$, bude všech n kořenů α míti absolutní hodnotu menší než jedna. Můžeme tedy opět užíti vzorce (5a). Funkce analytická uvnitř dané hypocykloidy má rozvoj

$$F(z) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k\,s_k \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

kdež

$$A_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F\left(\frac{a(n-1)\,e^{ni\varphi} + a}{n\,e^{(n-1)i\varphi}}\right) e^{-ki\varphi}\,d\varphi.$$

Součty mocnin s_k určí se Newtonovými vzorci z rovnice

$$\xi^n - \frac{n}{n-1}\,\frac{z}{a}\,\xi^{n-1} + \frac{1}{n-1} = 0.$$

Z té plyne

$$s_0 = n, \qquad s_k = \left[\frac{n\,.\,z}{(n-1)\,a}\right]^k, \qquad (k \leqq n-1)$$

$$s_k = \frac{n\,.\,z}{(n-1)\,a}\,s_{k-1} - \frac{1}{n-1}\,s_{k-n}, \qquad (k \geqq n).$$

Rozvoj pro $F(z)$ má tedy prvních n členů:

$$A_0 + B_1\left(\frac{z}{a}\right) + B_2\left(\frac{z}{a}\right)^2 + B_3\left(\frac{z}{a}\right)^3 + \ldots + B_{n-1}\left(\frac{z}{a}\right)^{n-1},$$

kdež

$$B_k = \left(\frac{n}{n-1}\right)^k . A_k.$$

Tato část rozvoje postupuje podle mocnin zlomku $\frac{z}{a}$ a shoduje se tedy s řadou Taylorovou. Členy další však se již liší tím, že nastoupí místo pouhé mocniny zlomku $\frac{z}{a}$ polynom tohoto zlomku. Tato vlastnost rozvoje (8) vystihuje úplně geometrický tvar hypocykloidy.

Pro velké n jest totiž hypocykloida podobna ozubenému kolu s n ostrými zuby a s mělkými obloukovitými mezerami mezi nimi.

Čím větší jest n, tím mělčí jsou mezery mezi zuby a tím více se hypocykloida blíží pevné kružnici o poloměru a. Konverguje-li n k nekonečnému, přejde konečně hypocykloida v kružnici o poloměru a; příslušný rozvoj pro funkci analytickou uvnitř hypocykloidy přejde pak v řadu Taylorovu; jest totiž

$$\lim_{n=\infty} s_k = \left(\frac{z}{a}\right)^k,$$

$$\lim_{n=\infty} A_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(a\,e^{i\varphi})\,e^{-ki\varphi}\,d\varphi.$$

3. Příklad na rozvoj typu (5) pokračující podle algebraických funkcí obdržíme na př. pro funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodu křivky dané parametrickou rovnicí:

$$x = a\,(2\cos\varphi - \cos 2\varphi),$$

$$y = a\,(2\sin\varphi - \sin 2\varphi).$$

Jest to nejjednodušší epicykloida, která vznikne, když se valí kružnice o poloměru a po vnějším obvodu stejné kružnice pevné se středem v počátku. Zde jest

$$x + iy = \frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} = 2a\,e^{i\varphi} - a\,e^{2i\varphi}$$

$$g(\xi) \equiv 1, \qquad (\beta \text{ neexistuje}; \quad p = 0, \quad r = 1);$$

$$f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv 2a\xi - a\xi^2 - z = 0$$

$$\alpha_{1,2} = 1 \mp \sqrt{1 - \frac{z}{a}}.$$

Protože $r = 1$ jest jen jediný kořen α co do absolutní hodnoty menší než 1. Abychom určili, který z obou kořenů jest to, stačí učiniti tak pro libovolný bod z, ležící uvnitř křivky. Jest to na př. bod $z = 0$. Pak jest patrně

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 2.$$

Jest tedy $|\alpha_1| < 1$, $|\alpha_2| > 1$ pro každé z uvnitř křivky. Funkce $F(z)$ analytická uvnitř křivky má tedy rozvoj typu (5)

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \left(1 - \sqrt{1 - \frac{z}{a}}\right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \left(1 + \sqrt{1 - \frac{z}{a}}\right)^{-k},$$

$$A_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(2a\,e^{i\varphi} - a\,e^{2i\varphi})\,e^{-ki\varphi}\,d\varphi,$$

$$B_k = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(2a\,e^{i\varphi} - a\,e^{2i\varphi})\,e^{ki\varphi}\,d\varphi.$$

Ukážeme ještě, že funkce v rozvoji užité jsou jednoznačné pro všechna z ležící uvnitř křivky.

Dvojznačná funkce

$$\xi(z) = 1 \mp \sqrt{1 - \frac{z}{a}}$$

má v konečnu rozvětvovací bod $z = a$, ležící na obvodě křivky. Rozvětvovací řez příslušné Riemannovy plochy můžeme tedy vésti z tohoto bodu do nekonečna tak, že vnitřek křivky nebude jím prostoupen. Obě větve funkce $\xi(z)$ jsou tedy jednoznačné analytické funkce pro všechna z uvnitř křivky.

§ 2. V paragrafu prvém nalezli jsme rozvoj (5) pro funkci analytickou uvnitř a na obvodě křivky C. Rozřešili jsme tím, jak stručně chceme říkati problém vnitřní.

Obraťme se nyní k řešení problemu vnějšího, to jest k hledání rozvoje pro funkci $H(z)$ analytickou a konečnou všude vně křivky C a na jejím obvodě. K vnějším bodům křivky počítejme také bod nekonečný a předpokládejme dále, že funkce $H(z)$ má v něm nullový bod prvého řádu, to jest, že

$$\lim_{z=\infty} H(z) = 0, \qquad \lim_{z=\infty} z \,.\, H(z) = A,$$

kdež A jest konečná konstanta.

Tím se nijak nezříkáme všeobecnosti. Neboť značí-li $H_1(z)$ funkci analytickou a konečnou všude vně křivky C a na jejím obvodě beze všech dalších předpokladů, dá se vždy kolem počátku opsati kružnice jistým poloměrem a tak, že křivka C leží celá uvnitř této kružnice. Funkce $H_1(z)$ bude pak analytickou na obvodě této kružnice a všude vně kružnice. Pro funkci takovou platí, jak známo, rozvoj Laurentův

$$H_1(z) = C_0 + C_1\left(\frac{a}{z}\right)^1 + C_2\left(\frac{a}{z}\right)^2 + C_3\left(\frac{a}{z}\right)^3 + \ldots.$$

Liší se tedy $H(z)$ od $H_1(z)$ nanejvýš o konstantu additivní C_0. Funkce $H(z)$ dá se psáti ve tvaru Cauchyho integralu

$$H(z) = -\frac{1}{2\pi i}\int \frac{H(t)\,dt}{t - z}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

kdež z značí bod vně křivky C, definované rovnicemi (1 a) nebo (1) a integrace děje se v kladném směru otáčení.[1]) Pro integrační proměnnou t užijeme vzorce (1 a)

$$t = \frac{f(\epsilon^{i\varphi})}{g(\epsilon^{i\varphi})},$$

---

[1]) Vlastně jest $H(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_K \frac{H(t)\,dt}{t-z} - \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{H(t)\,dt}{t-z}$, kdež integrál první vztahuje se k nekonečné kružnici. Tento jest však podle supposice, kterou jsme o $H(z)$ učinili, roven nulle.

takže obdržíme místo (9)

$$H(z) = -\frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi} H\left(\frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}\right)\frac{\frac{d}{d(e^{i\varphi})}\left(\frac{f(e^{i\varphi}) - z\,g(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}\right)}{\frac{f(e^{i\varphi}) - z\,g(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}}\,d(e^{i\varphi}) \quad \ldots (9a)$$

Zachovávajíce označení vzorců (3), seznáme, že zůstává v platnosti věta *A*, takže ze vzorce (9*a*) dostáváme rovnici analogickou vzorci (4)

$$\left.\begin{aligned} H(z) = {} & \frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,d(e^{i\varphi})\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{e^{i\varphi} - \beta_k} - \\ & - \frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,d(e^{i\varphi})\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{e^{i\varphi} - \alpha_k}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (10)$$

nebo také

$$\left.\begin{aligned} H(z) = {} & \frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,\frac{d(e^{i\varphi})\,.\,g'(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} - \\ & - \frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,d(e^{i\varphi})\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{e^{i\varphi} - \alpha_k}, \end{aligned}\right\}$$

kdež

$$H_1(\varphi) = H\left(\frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}\right).$$

Při tom jsou opět β_k a α_k kořeny rovnic

$$g(\xi) = 0; \quad f(\xi) - z\,g(\xi) = 0.$$

Značí-li opět p počet kořenů β menších svou absolutní hodnotou než 1 a r počet takových kořenů α, bude podle poznámky ke vzorci (4*a*)

$$r = p \quad \ldots\ldots (10a)$$

Platí tedy věta *B* i pro z ležící vně křivky *C*. Jest tedy

$$|\alpha_k| < 1, \quad (k = 1, 2, 3, \ldots p)$$
$$|\alpha_k| > 1, \quad (k = p+1, p+2, \ldots n).$$

Pro $H(z)$ dostáváme rozvoj analogický rozvoji (5)

$$\left.\begin{aligned} H(z) = {} & \sum_{k=0}^{\infty} A_k\,(\alpha_1^k + \alpha_2^k + \ldots + \alpha_p^k - \beta_1^k - \beta_2^k \ldots \beta_p^k) + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} B_k\,(\alpha_{p+1}^{-k} + \alpha_{p+2}^{-k} + \ldots + \alpha_n^{-k} - \beta_{p+1}^{-k} - \beta_{p+2}^{-k} - \ldots - \beta_m^{-k}),^{1}) \end{aligned}\right\}$$

nebo také

$$\left.\begin{aligned} H(z) = {} & A + \sum_{k=0}^{\infty} A_k\,(\alpha_1^k + \alpha_2^k + \ldots + \alpha_p^k) + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} B_k\,(\alpha_{p+1}^{-k} + \alpha_{p+2}^{-k} + \ldots + \alpha_n^{-k}), \end{aligned}\right\} \quad \ldots (11)$$

[1]) V případu, že některé $\beta_r = 0$ nutno jest klásti místo β_r^0 číslo 1.

kdež

$$A = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,\frac{\epsilon^{i\varphi}\,g'(\epsilon^{i\varphi})}{g(\epsilon^{i\varphi})}\,d\varphi,$$

$$A_k = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,e^{-ki\varphi}\,d\varphi, \quad B_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H_1(\varphi)\,\epsilon^{ki\varphi}\,d\varphi.$$

Na tvaru funkce $H(z)$ jsou v rozvoji (11) závislá jedině čísla A_k a B_k.

Zvláštní skupinu křivek C vytvoří zde ony, pro něž všech n čísel α splňuje nerovninu $|\alpha| > 1$. Pak jest $r = 0$ a tedy podle (10 a) také $p = 0$; jinak řečeno, jsou všechna α i β co do absolutní hodnoty větší než jedna. V druhém rozvoji (11) odpadne první součet a dostáváme

$$H(z) = A + \sum_{k=1}^{\infty} B_k\, s_{-k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11a)$$

kdež

$$s_{-k} = \alpha_1^{-k} + \alpha_2^{-k} + \ldots \alpha_n^{-k}$$

jest součet $(-k)$-tých mocnin *všech* kořenů rovnice

$$f(\xi) - z\,g(\xi) = 0.$$

Jest tedy s_{-k} racionálná funkce veličiny z, která se dá vypočísti pomocí Newtonových rekurrentních formulí.

Užívání vzorců ukážeme opět na dvou zvláštních případech.

1. Ellipsa $x = a\cos\varphi$, $y = b\sin\varphi$ dává

$$x + iy = \frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}^{-} = \frac{(a+b)\,e^{2i\varphi} + (a-b)}{2\,e^{i\varphi}},$$

$$g(\xi) \equiv 2\xi = 0; \qquad f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv (a+b)\,\xi^2 - 2z\xi + (a-b) = 0.$$

$$\beta_1 = 0, \quad p = 1 \quad \text{a tedy} \quad r = 1.$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{z \mp \sqrt{z^2 - \eta^2}}{a+b}, \qquad (\eta^2 = a^2 - b^2).$$

Protože $r = 1$, jest jen jeden z kořenů α co do absolutní hodnoty větší než jedna pro všechna z ležící vně ellipsy. Klademe-li na př. $z = \infty$, shledáme $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \infty$ a tedy jest vždy $|\alpha_1| < 1$, $|\alpha_2| > 1$.

Funkce $H(z)$ analytická vně a na obvodě ellipsy má tedy rozvoj (11)

$$H(z) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \left(\frac{z - \sqrt{z^2 - \eta^2}}{a+b}\right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \left(\frac{a+b}{z + \sqrt{z^2 - \eta^2}}\right)^k,$$

$$A_k = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H\left(\frac{(a+b)\,\epsilon^{2i\varphi} + a - b}{2\,\epsilon^{i\varphi}}\right) \epsilon^{-ki\varphi}\,d\varphi,$$

$$B_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H\left(\frac{(a+b)\,\epsilon^{2i\varphi} + a - b}{2\,\epsilon^{i\varphi}}\right) \epsilon^{ki\varphi}\,d\varphi.$$

Protože však

$$\frac{z - \sqrt{z^2 - \eta^2}}{a + b} = \frac{a - b}{z + \sqrt{z^2 - \eta^2}},$$

můžeme také psáti

$$H(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k (a-b)^k + B_k (a+b)^k}{(z + \sqrt{z^2 - \eta^2})^k}.$$

Dvojznačná funkce

$$\xi(z) = \frac{z \mp \sqrt{z^2 - \eta^2}}{a + b}$$

má dva rozdvojovací body pro $z = \eta$ a pro $z = -\eta$; bod $z = \infty$ není bodem rozdvojovacím.

Na příslušné Riemannově ploše probíhá tedy rozdvojovací řez od bodu $z = \eta$ k bodu $z = -\eta$ a může tedy býti veden celý uvnitř ellipsy. Z toho vyplývá, že obě větve funkce $\xi(z)$ jsou pro body ležící vně ellipsy jednoznačné a analytické.

Ellipsa redukuje se na kružnice pro $a = b$, $\eta = 0$, rozvoj pro $H(z)$ redukuje se pak na řadu Laurentovu

$$\sum_{k=1}^{\infty} B_k \left(\frac{a}{z}\right)^k.$$

2. Racionálná *epicykloida* vznikne, když se valí kružnice o poloměru $\frac{a}{n}$ beze smýkání po vnějším obvodu pevné kružnice o poloměru a, jejíž střed jest v počátku souřadnic. Bod pohyblivé kružnice vytvoří pak v tom případě, že n jest celistvé číslo, racionálnou epicykloidu s parametrickou rovnicí:

$$x = \frac{a}{n}\left((n+1)\cos\varphi - \cos(n+1)\varphi\right)$$

$$y = \frac{a}{n}\left((n+1)\sin\varphi - \sin(n+1)\varphi\right).$$

Zde jest

$$x + iy = \frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} = \frac{a(n+1)\,e^{i\varphi} - a\,e^{(n+1)i\varphi}}{n}$$

$$g(\xi) \equiv n; \quad f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv -a\,\xi^{n+1} + a(n+1)\,\xi - z\,n.$$

Kořen β neexistuje. Jest tedy $p = 0$, $r = 0$, z čehož vyplývá, že všechny kořeny rovnice $f(\xi) - z\,g(\xi)$ splňují nerovninu $|\alpha| > 1$ a že tedy můžeme užíti vzorce (11 *a*) pro rozvoj funkce $H(z)$ analytické všude vně epicykloidy i na jejím obvodě.

$$H(z) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k\, s_{-k},$$

kdež s_{-k} určeno jest rekurrentními vzorci

$$s_0 = n + 1$$

$$s_{-k} = \left[\frac{n+1}{n}, \frac{a}{z}\right]^k, \quad (k \leqq n)$$

$$s_{-k} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{a}{z} \cdot s_{-k+1} + \frac{a}{n \cdot z} s_{-k+n+1}.$$

Dále jest

$$B_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H\left(\frac{a(n+1)e^{i\varphi} - a e^{(n+1)i\varphi}}{n}\right) e^{ki\varphi} d\varphi.$$

Můžeme zde pozorovati podobný úkaz, jako při rozvoji (8) pro vnitřní problém hypocykloidy.

V rozvoji pro $H(z)$ souhlasí totiž prvních n členů s řadou Laurentovou, pro vnější problem kružnice. Pro nekonečné n splývá opět epicykloida s pevnou kružnicí o poloměru a, což zrcadlí se přesně v rozvoji, který přechází v řadu Laurentovu.

§ 3. Z důsledku k větě (*D*) v paragrafu prvním vyplývá, že pro každou funkci $F(z)$ analytickou uvnitř křivky C lze nalézti tolik od sebe se různících rozvojů typu (5), kolik různých parametrických rovnic má křivka C. Dokážeme nyní, že každá racionálná křivka algebraická má parametrických rovnic typu (1) neomezený počet.

Všimněme si nejdříve kružnice. Jest známo, že obor omezený jednotkovou kružnicí v rovině τ dá se vzájemně jednoznačně[1]) a konformně zobraziti na obor omezený jednotkovou kružnicí roviny ζ pomocí funkce

$$\zeta = \frac{\tau + \varrho}{1 + \varrho\tau},$$

kdež komplexní konstanta ϱ hoví nerovnině $|\varrho| < 1$. Při tom odpovídá bodu $\emptyset$ v rovině τ bod ϱ roviny ζ, body na obvodu kružnice τ obvodovým bodům kružnice ζ, vnitřní body v rovině τ vnitřním bodům v rovině ζ. Protože pak funkce zobrazující jest analytická i pro $1 \leqq |\tau| < \frac{1}{\varrho}$, jest zobrazení toto konformní a vzájemně jednoznačné také v okolí celého obvodu jednotkové kružnice τ. Dosadíme-li nyní do zobrazující funkce $\tau = e^{i\varphi}$ a oddělíme-li reálnou a imaginárnou část, obdržíme pro kružnici v rovině ζ parametrickou rovnici typu (1). Takových rovnic bude počet neomezený, protože konstanta ϱ jest libovolná v mezích $0 \leqq |\varrho| < 1$. Tím však nejsou nikterak všechny možnosti vyčerpány.

Podle toho, co jsme dosud uvážili, jest

$$\left|\frac{e^{i\varphi} + \varrho_1}{1 + \varrho_1 e^{i\varphi}}\right| = 1, \qquad \left|\frac{1 + \varrho_2 e^{i\varphi}}{e^{i\varphi} + \varrho_2}\right| = 1,$$

[1]) ein-eindeutig.

pokud

$$|\varrho_1| < 1, \qquad |\varrho_2| < 1.$$

Tedy také racionálná funkce

$$\psi_1(\tau) = \frac{\tau + \varrho_1}{1 + \varrho_1 \tau} \cdot \frac{1 + \varrho_2 \tau}{\tau + \varrho_2}$$

splňuje rovnici

$$|\psi_1(e^{i\varphi})| = 1$$

pro každé reálné φ. Dále jest známo, že vzroste-li φ o 2π, vzroste amplituda [1]) komplexního čísla $e^{i\varphi} + \varrho_1$ o 2π, kdežto amplituda čísla $1 + \varrho_1 e^{i\varphi}$ se nezmění. Totéž platí pro $e^{i\varphi} + \varrho_2$ a $1 + \varrho_2 e^{i\varphi}$. Z toho všeho vyplývá, že celkový vzrůst amplitudy čísla $\psi_1(e^{i\varphi})$ při vzrůstu φ o 2π jest roven nulle. Právě tak jest tomu při součinu

$$\psi_2(e^{i\varphi}) = \prod_{k=1}^{n} \frac{e^{i\varphi} + \varrho_k}{1 + \varrho_k e^{i\varphi}} \cdot \frac{1 + \varrho_k' e^{i\varphi}}{e^{i\varphi} + \varrho_k'},$$

kdež konstanty ϱ_k, ϱ_k' jsou všechny co do absolutní hodnoty menší než jedna. Dále jest také pro každé reálné φ splněno

$$|\psi_2(e^{i\varphi})| = 1.$$

Utvořme nyní funkci

$$\psi(\tau) = \frac{\tau + \varrho}{1 + \varrho\tau} \cdot \prod_{k=1}^{n} \frac{\tau + \varrho_k}{1 + \varrho_k \tau} \cdot \frac{1 + \varrho_k' \tau}{\tau + \varrho_k'}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$|\varrho| < 1, \qquad |\varrho_k| < 1, \qquad |\varrho_k'| < 1.$$

Podle předcházejícího jest $|\psi(e^{i\varphi})| = 1$ pro každé reálné φ a amplituda čísla $\psi(e^{i\varphi})$ vzroste o 2π, vzroste-li φ o 2π. Probíhá-li tedy τ v rovině τ body obvodu jednotkové kružnice, probíhá ξ definované rovnicí

$$\xi = \psi(\tau) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

body obvodu jednotkové kružnice v rovině ξ tak, že každému τ odpovídá jedno jediné ξ.

Proběhne-li τ celý obvod kružnice, proběhne také ξ v rovině své celý obvod kružnice.

Následkem toho můžeme v Cauchy-ho integralu pro funkci $F(z)$ analytickou uvnitř jednotkové kružnice

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(k)} \frac{F(\xi)\, d\xi}{\xi - z}$$

dosaditi $\xi = \psi(e^{i\varphi})$ a integrovati v mezích $\varphi = 0$ až $\varphi = 2\pi$. Při integraci podél jednotkové kružnice (k) nezáleží totiž na tom, jak probíháme body

[1]) Amplitudou komplexního čísla $a + ib = re^{i\psi}$ rozumíme reálné číslo ψ.

jejího obvodu. Tak na př. můžeme integrovati podél oblouku z bodu A do bodu B, zpět z bodu B do A a opět z A do B. Tento postup jest ekvivalentní s pouhou integrací z A do B. Podstatné jest jenom, aby integrační proměnná zachovávala absolutní hodnotu rovnou jedné a aby její amplituda vzrostla průběhem celé integrace proti počáteční hodnotě právě o 2π. To vše jest v našem případě splněno. Zcela podobně jest tomu při funkci $F(z)$ analytické uvnitř křivky C, definované rovnicí (1) nebo (1a).

V Cauchyho integralu pro tuto funkci

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(t)\,dt}{t-z}$$

dosadili jsme ve vzorci (2) $t = \dfrac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})}$.

Místo toho můžeme podle hořejších úvah psáti

$$t = \frac{f[\psi(e^{i\varphi})]}{g[\psi(e^{i\varphi})]} = \frac{f_3(e^{i\varphi})}{g_3(e^{i\varphi})}\,; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

kdež $f_3(u)$, $g_3(u)$ jsou nesoudělné polynomy, a integrovati v mezích $\varphi = 0$ až $\varphi = 2\pi$.

Tak obdržíme pro $F(z)$ nový rozvoj stejného sice typu jako (5), avšak postupující podle jiných funkcí a mající jiné konstanty A_k, B_k.

Netřeba snad připomínati, že výraz

$$t = \frac{f_3(e^{i\varphi})}{g_3(e^{i\varphi})}$$

vede separací reálné a imaginárné části k nové parametrické rovnici pro křivku C.

Ježto pak rovnicí (12) definovali jsme neomezený počet funkcí $\psi(\tau)$, můžeme si sjednati prostřednictvím rovnice (14) neomezený počet rozvojů typu (5) pro jednu a touž funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodě křivky C. Jak takové rozvoje od sebe se liší, ukážeme na nejjednodušší křivce C, totiž na kružnici $x^2 + y^2 = a^2$.

1. Kružnice uvažovaná má parametrickou rovnici

$$x = a\cos\varphi, \qquad y = a\sin\varphi\,;$$

$$x + iy = \frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} = \frac{a\,e^{i\varphi}}{1}.$$

Tedy jest

$$g(\xi) \equiv 1, \qquad \text{(kořeny } \beta \text{ neexistují, } p = 0)$$

$$f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv a\,\xi - z = 0.$$

Protože $p = 0$, jest $r = 1$ a tedy pro

$$\alpha = \frac{z}{a}$$

platí $|\alpha| < 1$, což jest zde ostatně samozřejmé.

Rozvoj pro funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodě kružnice jest tedy podle (5)

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \left(\frac{z}{a}\right)^k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a\,\epsilon^{i\varphi})\, e^{-ki\varphi}\, d\varphi = \frac{1}{k!} F^{(k)}(o).$$

Jest to rozvoj Taylorův, který zde projevuje příslušnost svoji k nejjednodušší parametrické rovnici kružnice.

2. Pro touž kružnici můžeme však psáti místo

$$x + i\,y = a\,\epsilon^{i\varphi},$$

výraz

$$x + i\,y = a\,\psi(\epsilon^{i\varphi}).$$

Tedy na př.

$$x + i\,y = \frac{f(e^{i\varphi})}{g(e^{i\varphi})} = \frac{a(e^{i\varphi} + \varrho)}{1 + \varrho\, e^{i\varphi}}, \qquad |\varrho| < 1.$$

Z toho plyne

$$g(\xi) \equiv 1 + \varrho\,\xi = 0,$$

$$f(\xi) - z\,g(\xi) \equiv (a - z\,\varrho)\,\xi + \varrho - z = 0.$$

Tedy jest

$$\beta = -\frac{1}{\varrho}, \qquad |\beta| > 1, \qquad p = 0, \qquad r = 1.$$

$$\alpha = \frac{z - \varrho}{a - \varrho\, z}, \qquad |\alpha| < 1.$$

Rozvoj (5) zde bude pro touž funkci $F(z)$, kterou jsme rozvinuli v předešlých řadcích,

$$F(z) = A + \sum_{k=0}^{\infty} A_k \left(\frac{z - \varrho}{a - \varrho\, z}\right)^k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

$$A = -\frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi} F\left(a\,\frac{e^{i\varphi} + \varrho}{1 + \varrho\, e^{i\varphi}}\right) \frac{\varrho \,.\, d(e^{i\varphi})}{1 + \varrho\, e^{i\varphi}},$$

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left(a\,\frac{e^{i\varphi} + \varrho}{1 + \varrho\, e^{i\varphi}}\right) e^{-ki\varphi}\, d\varphi.$$

Koeficientům můžeme dáti jiný tvar. Protože

$$F\left(a\,\frac{z + \varrho}{1 + \varrho\, z}\right) \quad \text{a} \quad \frac{1}{1 + \varrho\, z}$$

jsou funkce analytické pro všechna z ležící uvnitř jednotkové kružnice, jest

$$A = \emptyset,$$

$$A_k = \frac{1}{k!}\left[\frac{d^k}{d\,z^k} F\left(a\,\frac{z+\varrho}{1+\varrho\,z}\right)\right]_{z=0}.$$

Taylorova řada jeví se nám jako zvláštní případ rozvoje (16), vznikající položením

$$\varrho = \emptyset.$$

3. Klaďme opět, jako předešle,

$$x + i\,y = a\,\psi\,(e^{i\varphi})$$

a dosaďme na př.

$$\psi\,(e^{i\varphi}) = e^{2i\varphi}\,\frac{1+\varepsilon\,e^{i\varphi}}{e^{i\varphi}+\varepsilon}, \qquad |\varepsilon| < 1.$$

Pak jest

$$x + i\,y = \frac{f\,(e^{i\varphi})}{g\,(e^{i\varphi})} = \frac{a\,e^{2i\varphi} + a\,\varepsilon\,e^{3i\psi}}{e^{i\varphi}+\varepsilon},$$

$$g\,(\xi) \equiv \xi + \varepsilon = 0,$$

$$f\,(\xi) - z\,g\,(\xi) \equiv a\,\varepsilon\,\xi^3 + a\,\xi^2 - z\,\xi - z\,\varepsilon = 0.$$

Kořen rovnice $g\,(\xi) = 0$ jest zde $\beta = -\varepsilon$ a tedy $|\beta| < 1$, $\varphi = 1$, $r = 2$. Budou tedy míti dva kořeny rovnice $f\,(\xi) - z\,g\,(\xi) = 0$ absolutní hodnotu menší než jedna pro všechna z ležící uvnitř kružnice. Třetí kořen bude míti absolutní hodnotu větší než jedna. Klademe-li ještě specielněji $\varepsilon = \frac{1}{3}$, obdržíme pro tyto kořeny:

$$\alpha_1 = -\frac{1}{\sqrt{a}}\left\{\sqrt[3]{(z+a)\,(\sqrt{a} - i\sqrt{z})} + \sqrt[3]{(z+a)\,(\sqrt{a} + i\sqrt{z})}\right\} - 1,$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{\sqrt{a}}\left\{\gamma\sqrt[3]{(z+a)\,(\sqrt{a} - i\sqrt{z})} + \gamma^2\sqrt[3]{(z+a)\,(\sqrt{a} + i\sqrt{z})}\right\} - 1,$$

$$\alpha_3 = -\frac{1}{\sqrt{a}}\left\{\gamma^2\sqrt[3]{(z+a)\,(\sqrt{a} - i\sqrt{z})} + \gamma\sqrt[3]{(z+a)\,(\sqrt{a} + i\sqrt{z})}\right\} - 1,$$

$$\gamma = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}.$$

Chceme-li určiti, které α má absolutní hodnotu menší než 1, stačí stanoviti to pro jediné z ležící uvnitř kružnice. Volme na př. $z = 0$. Pak jest

$$\alpha_1 = -3, \qquad \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Jest tedy pro všechna z splňující nerovninu

$$|z| < a, \qquad |\alpha_1| > 1, \qquad |\alpha_2| < 1, \qquad |\alpha_3| < 1.$$

Rozvoj (5) pro funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodu kružnice, kterou jsme již rozvinuli ve tvaru (15) a (16), jest zde tedy

$$F(z) = A + \sum_{k=0}^{\infty} A_k (\alpha_2^k + \alpha_3^k) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \alpha_1^{-k}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

$$A = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left(\frac{a e^{3i\varphi} + 3 a e^{2i\varphi}}{1 + 3 e^{i\varphi}}\right) \frac{3 e^{i\varphi} d\varphi}{1 + 3 e^{i\varphi}},$$

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left(\frac{a e^{3i\varphi} + 3 a e^{2i\varphi}}{1 + 3 e^{i\varphi}}\right) e^{-ki\varphi} d\varphi,$$

$$B_k = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left(\frac{a e^{3i\varphi} + 3 a e^{2i\varphi}}{1 + 3 e^{i\varphi}}\right) e^{ki\varphi} d\varphi.$$

Rozvětvovací body kořenů $\alpha_1(z)$, $\alpha_2(z)$, $\alpha_3(z)$ jsou zde patrně: $z = 0$, $z = -a$, $z = \infty$. Rozvětvovací řez příslušné Riemannovy plochy může tedy jíti po ose x-ové z bodu $\emptyset$ do bodu $-a$, odtud pak do nekonečna. Uvnitř kružnice leží část řezu z bodu $\emptyset$ do bodu $-a$. Na této části řezu vyměňují se kořeny $\alpha_2(z)$ a $\alpha_3(z)$. Funkce $\alpha_2^k(z) + \alpha_3^k(z)$ zůstává tedy jednoznačnou pro všechna z ležící uvnitř kružnice. Podobně jest tomu s funkcí $\alpha_1^{-k}(z)$.

II. Obecný obor jednoduše souvislý.

§ 1. Budiž K konečný obor jednoduše souvislý vymezený v rovině komplexní proměnné z. Úkolem naším jest nalézti pomocí příslušného Cauchyho integrálu rozvoj nebo více rozvojů pro funkci $F(z)$ analytickou jak v oboru K tak i na hranicích jeho.

O tom, čím jest hranice prostoru K tvořena, není při tom nic řečeno. To však by nám znemožnilo rozřešiti problém pomocí prostředků, které nám nynější stav funkční theorie dává k disposici.

Abychom k cíli dospěli, musíme si dříve fixovati hranici prostoru K pomocí nějaké křivky, jejíž rovnici bychom dovedli sestrojiti. K tomu užijeme poznatku, na který upozornil W. Osgood v Annals of Math. Ser. II. Vol. 14, p. 144.

Věta ta zní: Ať jest hranice oboru K jakkoliv utvářena, dá se vždy sestrojiti regulární a uzavřená křivka analytická C, která se k hranicím prostoru K z vnějšku (nebo z vnitřku) tak těsně přimyká, jak jen chceme. Větu tu sestrojil jmenovaný autor k jinému účelu, my ji však použijeme k řešení našeho problému následujícím způsobem.

O funkci $F(z)$ jsme předpokládali, že jest analytickou i na hranici prostoru K, což můžeme vyložiti také tak, že jest analytickou v jistém po případě velmi úzkém proužku, lemujícím *zevně* hranici oboru K. Podle citované věty Osgoodovy můžeme nyní sestrojiti příslušnou analytickou křivku C tak, že celá probíhá v onom úzkém proužku. Funkce $F(z)$ bude

tedy analytickou pro všechny vnitřní i obvodové body křivky C. Dejme tomu, že dovedeme nyní sestrojiti nějaký rozvoj funkce $F(z)$ platný pro všechny vnitřní body křivky C. Protože všechny body oboru K leží uvnitř křivky C, bude rozvoj jmenovaný platiti také pro všechny body oboru K, což právě bylo naším cílem.

Celý problém se tedy redukuje na vyhledání rozvojů pro funkce analytické uvnitř a na obvodu regulární uzavřené křivky *analytické* C, omezující obor jednoduše souvislý.

Vyjdeme ze známé věty o konformním zobrazování: Obor omezený křivkou C v rovině z dá se vzájemně jednoznačně a konformně zobraziti na obor omezený jednotkovou kružnicí v rovině ζ. Zobrazení toto jest také na hranicích vzájemně jednoznačné, spojité a konformní.[1]) Zobrazení dáno jest funkcí

$$z = f(\zeta), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

kdež $f(\zeta)$ jest funkce analytická uvnitř i na obvodu jednotkové kružnice. Ježto tato funkce jest analytická i na obvodě jednotkové kružnice, bude analytickou také v jistém po případě velmi úzkém proužku lemujícím *zevně* jednotkovou kružnici. Dá se tedy vždy sestrojiti kružnice soustředná s jednotkovou, jejíž poloměr jest o něco větší než jedna, která však přece probíhá úplně uvnitř onoho proužku. Z toho plyne, že $f(\zeta)$ lze rozvinouti v řadu

$$f(\zeta) = a_0 + a_1\zeta + a_2\zeta^2 + a_3\zeta^3 + \ldots, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

jejíž poloměr konvergence jest o něco větší než jedna.

Dosadíme-li nyní do rovnice (1) $\zeta = e^{i\varphi}$ a separujeme-li na levo i na pravo reálnou a imaginárnou část, obdržíme pro křivku C parametrickou rovnici

$$x = f_1(e^{i\varphi}), \qquad y = f_2(e^{i\varphi}), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

která jest úplně analogická rovnici (1) v oddílu I. Můžeme tedy opět očekávati, že nás povede prostřednictvím Cauchy-ho integrálu k nějakému rozvoji pro funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodě křivky C. Pišme tedy

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(t)\,dt}{t - z},$$

dosaďme $t = f(e^{i\varphi})$ a integrujme v mezích $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Tedy

$$F(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} F[f(e^{i\varphi},]\,\frac{e^{i\varphi} f'(e^{i\varphi})}{f(e^{i\varphi}) - z}\,d\varphi. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Všimněme si nyní funkce $\zeta \,.\, f'(\zeta)$ a funkce $f(\zeta) - z$. Obě jsou patrně analytické pro všechna ζ ležící uvnitř a na obvodě jednotkové kružnice. Položme si nyní otázku, pro které ζ stává se rozdíl $f(\zeta) - z$ rovným nulle.

[1]) Viz n. př. Osgood l. c. p. 682.

Z rovnice (1) a z předcházející věty usuzujeme, že jest to možné jenom pro jediné ξ položené uvnitř jednotkové kružnice. Označme toto ξ písmenou ξ_0 a opišme kružnici se středem v počátku procházející bodem ξ_0. Tato kružnice a konvergenční kružnice řady (2) definují nám jisté mezikruží, v němž jest funkce $(f(\xi) - z)$ analytickou a od nully různou. Z toho vyplývá, že podíl

$$\frac{\xi \cdot f'(\xi)}{f(\xi - z}$$

jest pro všechna ξ ležící v jmenovaném mezikruží funkcí analytickou a že se dá tedy rozvinouti v řadu Laurentovu

$$\frac{\xi f'(\xi)}{f(\xi) - z} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k \xi^k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Protože jednotková kružnice roviny ξ leží celá uvnitř uvažovaného mezikruží, konverguje řada (5) také pro $\xi = e^{i\varphi}$ a to jak známo stejnoměrně a absolutně pro všechna reálná φ. Dosadíme-li tedy řadu (5) do rovnice (4) a integrujeme-li člen za členem obdržíme pro $F(z)$, rozvoj

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} A_k b_k(z), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left[f(e^{i\varphi})\right] e^{ki\varphi} d\varphi.$$

Při tom jsou, jak z rozvoje (5) vyplývá, $b_k(z)$ jisté funkce veličiny z určené integrály

$$b_k(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{f'(e^{i\varphi})}{f(e^{i\varphi}) - z} \cdot e^{(-k+1)i\varphi} d\varphi. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6a)$$

Tyto funkce jsou tedy nezávislé na tvaru funkce $F(z)$.

Rozvoj (6) tvoří analogon rozvoje (5) v oddílu I. Tento možno jest dokonce v mnohých případech určiti jakožto specielní případ rozvoje onoho; nikoliv však vždy. Racionálná křivka algebraická, která tvořila podklad úvah oddílu I., nemusí býti totiž vždy regulární křivkou analytickou, která nesmí míti hrotů. Abychom uvedli určitý příklad, vzpomeňme si na racionálné epicykloidy a hypocykloidy, které mají hroty.

Uvážíme-li nyní celý postup, jímž jsme si zjednali rozvoj (6), objeví se nám tento rozvoj jako důsledek rovnice (1) anebo parametrické rovnice křivky C dané vzorcem (3). Kdybychom dovedli si zjednati jinou parametrickou rovnici, dostali bychom patrně pro funkci $F(z)$ jiný rozvoj typu (6). Použijeme k tomu opět jak v odstavci I. funkce $\psi(\tau)$ definované tam rovnicí (12):

$$\psi(\tau) = \frac{\tau + \varrho}{1 + \varrho\tau} \cdot \prod_{k=1}^{n} \frac{\tau + \varrho_k}{1 + \varrho_k \tau} \cdot \frac{1 + \varrho_k' \tau}{\tau + \varrho_k'} \cdot \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

§ 2. Funkce $\psi(\tau)$ jest analytická v okolí jednotkové kružnice roviny τ. Značí-li totiž ε největší z absolutních hodnot čísel $\varrho, \varrho_1, \varrho_2, \ldots \varrho_n$ a η největší z absolutních hodnot čísel $\varrho_1', \varrho_2', \ldots \varrho_n'$, jest $\psi(\tau)$ analytické pro všechna τ splňující nerovninu $\frac{1}{\varepsilon} > |\tau| > \eta$, to jest pro všechna τ uzavřená v mezikruží, jehož jeden poloměr (η) jest menší než jedna a druhý $\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ větší než jedna. Dále víme, že ξ definované rovnicí

$$\xi = \psi(\tau) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7a)$$

probíhá ve své rovině jednotkovou kružnici, probíhá-li ji τ ve své rovině. Protože pak $\psi(\tau)$ jest spojitou funkcí v mezikruží shora definovaném, budou odpovídati bodům τ, ležícím v okolí jednotkové kružnice, body ξ ležící rovněž v okolí jednotkové kružnice. To znamená:

Uzavřeme-li τ do velmi úzkého mezikruží, v jehož vnitřku probíhá jednotková kružnice, budou všechna těmto τ odpovídající $\xi = \psi(\tau)$ vyplňovati jistý obor (k) v rovině ξ, jenž se dá opět celý uzavříti v jistém úzkém mezikruží, obsahujícím jednotkovou kružnici ξ. Je-li nyní $G(\xi)$ funkce analytická v tomto mezikruží, jest jistě analytickou i v oboru (k). Protože pak funkce analytická jiné analytické funkce jest opět analytickou, jest $G[\psi(\tau)]$ analytickou funkcí veličiny τ pro všechna τ ležící v příslušném mezikruží.

Mezikruží roviny ξ může býti učiněno následkem spojitosti funkce $\psi(\tau)$ vhodnou volbou mezikruží τ libovolně úzkým. Z toho vyplývá věta:

Je-li $G(\xi)$ funkce analytická v okolí všech bodů jednotkové kružnice roviny ξ, dá se vždy sestrojiti v rovině τ mezikruží, obsahující uvnitř jednotkovou kružnici tak, že funkce $G[\psi(\tau)]$ jest analytická v tomto mezikruží. $\ldots (E)$

Z důvodů, které jsme podrobně vyložili v 3. paragrafu oddílu I., můžeme Cauchy-ho integrál pro funkci $F(z)$ psáti ve tvaru

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\varphi=0}^{2\pi} F[\psi(e^{i\varphi})] \frac{f'[\psi(e^{i\varphi})] \cdot \psi'(e^{i\varphi})}{f[\psi(e^{i\varphi})] - z} d(e^{i\varphi}). \quad \ldots (8)$$

O funkci $\frac{f'(\xi)}{f(\xi) - z}$ jsme dokázali již dříve, že jest analytickou v jistém okolí jednotkové kružnice ξ. Podle věty (E) jest tedy $\frac{f'[\psi(\tau)]}{f[\psi(\tau)] - z}$ analytická funkce veličiny τ v jistém okolí jednotkové kružnice roviny τ. Rovněž funkce $\tau \cdot \psi'(\tau)$ bude analytickou v jistém okolí jednotkové kružnice a to ve stejném jako $\psi(\tau)$.

Okolí jednotkové kružnice příslušné funkci $\frac{f'[\psi(\tau)]}{f[\psi(\tau)] - z}$ kombinováno s okolím příslušným funkci $\tau \cdot \psi'(\tau)$ dává opět jisté okolí jednotkové kružnice v rovně τ, v němž jest analytickou funkce

$$R(\tau) = \frac{\tau \cdot f'[\psi(\tau)] \cdot \psi'(\tau)}{f[\psi(\tau)] - z}.$$

Můžeme tedy $R(\tau)$ v příslušném mezikruží pro τ rozvinouti v řadu Laurentovu

$$R(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k \cdot \tau^k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

kdež

$$b_k(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{f'[\psi(e^{i\varphi})] \cdot \psi'(e^{i\varphi})}{f[\psi(e^{i\varphi})] - z} e^{(-k+1)i\varphi} d\varphi. \quad \ldots\ldots \quad (9a)$$

Řada (9) jest platnou i pro $\tau = e^{i\varphi}$. Tak získáváme následkem integrálu (8) pro $F(z)$ rozvoj

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k \cdot b_k(z), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

kdež

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\left[f[\psi(e^{i\varphi})]\right] e^{ki\varphi} d\varphi.$$

Rozvojů tohoto typu můžeme sestrojiti pro jednu a touž funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodě téže křivky C neomezený počet, protože právě funkcí $\psi(\tau)$ existuje neomezený počet. Rozvoj (6) jest zvláštním případem rozvoje (10), z něhož vznikne, položíme-li $\psi(e^{i\varphi}) = e^{i\varphi}$.

K rozvojům (10) jsme dospěli, vyšedše z konformního zobrazení vnitřku křivky C na vnitřek jednotkové kružnice daného zobrazující funkcí (1). Místo této funkce mohli jsme zvoliti také každou jinou, zobrazující okolí jednotkové kružnice v rovině ζ na okolí křivky C v rovině z vzájemně jednoznačně a konformně tak, že body obvodové obou křivek si vzájemně jednoznačně odpovídají. Z těchto funkcí, mimo onu danou rovnicí (1), jest známa ještě následující. Podle nauky o konformním zobrazování dá se vždy vnějšek jednotkové kružnice zobraziti na vnějšek křivky C funkcí

$$z = g(\zeta) = \sum_{k=-\infty}^{k=1} C_k \zeta^k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

vzájemně jednoznačně a konformně tak, že body obvodové obou křivek si vzájemně jednoznačně odpovídají a zobrazení jest konformní i v okolí obou křivek.

Řada (11) má vnitřní poloměr konvergence o něco menší než jedna. Tato funkce $g(\zeta)$ může tedy v rozvoji (10) nastoupiti místo funkce $f(\zeta)$.

Rozvoj pro problém *vnější*, jak jsme ho definovali na počátku paragrafu 2. v oddílu I., formálně se nijak neliší od rozvoje (10). Je-li totiž $H(z)$ funkce podobně definovaná jako v oddílu I. § 2., bude patrně

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} B_k b_k(z), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$B_k = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H\left[f\left[\psi\left(e^{i\varphi}\right)\right]\right] e^{ki\varphi}\, d\varphi.$$

Při tom jest opět jako při (10)

$$b_k(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{f'\left[\psi\left(\epsilon^{i\varphi}\right)\right]\psi'\left(\epsilon^{i\varphi}\right)}{f\left[\psi\left(\epsilon^{i\varphi}\right)\right] - z}\, e^{(-k+1)i\varphi}\, d\varphi. \quad \ldots\ldots \quad (12a)$$

Na prvý pohled překvapuje, že funkce $F(z)$ analytická uvnitř křivky C a funkce $H(z)$ analytická vně křivky C dají se rozvinouti v rozvoje (10) a (12), pokračující zdánlivě podle týchž funkcí $b_k(z)$. Nesmíme však zapomenouti, že ve vzorci $(9a)$ značí z vnitřní bod křivky C, kdežto ve vzorci $(12a)$ vnější bod. Abychom si onu různost blíže objasnili, zvolme na př. místo křivky C jednotkovou kružnici. Pak jest $f(\xi) = \xi$; dále volme co nejjednodušeji $\psi(\tau) = \tau$. Tak obdržíme pro $b_k(z)$ integrál

$$b_k(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_0^{2\pi} \frac{e^{-ki\varphi}\, d\left(e^{i\varphi}\right)}{e^{i\varphi} - z}.$$

Místo toho můžeme patrně psáti

$$b_k(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{t^{-k}\, dt}{t - z},$$

kdež integrace vztahuje se k jednotkové kružnici c. Budiž nyní jako v $(9a)$ $|z| < 1$. Pak jest

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{t^{-k}\, dt}{t - z} = \begin{cases} z^{-k} & \text{pro } k \leqq 0, \\ 0 & \text{pro } k > 0. \end{cases}$$

Je-li však jako ve $(12a)$ $|z| > 1$, bude

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{t^{-k}\, dt}{t - z} = \begin{cases} 0 & \text{pro } k \leqq 0, \\ -z^{-k} & \text{pro } k > 0. \end{cases}$$

Pro $|z| > 1$ dostáváme tedy řadu Laurentovu a pro $|z| < 1$ řadu Taylorovu.

Z toho plyne, že vzorce $(9a)$ a $(12a)$, které jsou formálně stejné, definují přece každý jinou funkci veličiny z.

Rovnice $(9a)$ může býti také psána ve tvaru

$$b_k(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f'\left[\psi(t)\right]\psi'(t)\,.\,t^{-k}\, dt}{f\left[\psi(t)\right] - z} = \frac{1}{2\pi i}\int_C S(t, z)\, dt,$$

kdež integrace vztahuje se k jednotkové kružnici v rovině t a funkce $S(t, z)$ jest spojitou funkcí obou neodvislých proměnných t a z, zůstává-li $S(t, z)$ jest spojitou funkcí obou neodvislých proměnných t a z, zůstává-li jen t na kružnici c a z uvnitř křivky C. Mimo to jest patrně $S(t, z)$ pro libovolné t na kružnici c, považováno jsouc za funkci jenom proměnné z,

funkcí analytickou pro všechna z ležící uvnitř C. Z toho vyplývá,[1]) že $b_k(z)$ jest funkcí analytickou pro všechna z ležící uvnitř křivky C.

Právě tak se dokáže, že také (12a) definuje funkci analytickou pro všechna z, ležící vně křivky C.

Výsledek můžeme shrnouti ve větu:

Funkce $F(z)$ analytická všude uvnitř a na obvodě uzavřené, regulární křivky analytické C dá se rozvinouti v rozvoj tvaru (10), kdež funkce $b_k(z)$, analytické pro vnitřní body křivky C, jsou závislé jedině na tvaru této křivky, nikterak však na funkci $F(z)$.

Touto jsou určovány jen koeficienty A_k. Rozvojů takových existuje pro jednu a touž funkci $F(z)$ a pro jednu a touž křivku C neomezený počet. } .. (F)

Podobná věta platí pro funkci $H(z)$ analytickou všude vně i na obvodě křivky C. Příslušné funkce $b_k(z)$ jsou při tom určovány formálně stejnými vzorci jako shora.

§ 3. Hleďme nyní určiti, který nejjednodušší tvar mohou pro danou křivku C přijmouti funkce $b_k(z)$. Funkce ty definovány jsou rozvojem (9) nebo integrálem (9a). Z obojího vidíme, že nejjednodušší tvar můžeme očekávati při volbě $\psi(\tau) = \tau$. Pak jest

$$R(\tau) = \frac{\tau f'(\tau)}{f(\tau) - z} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \cdot \tau^k. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Z rovnice (1) víme, že každému τ ležícímu uvnitř jednotkové kružnice odpovídá jisté $z = f(\tau)$ ležící uvnitř křivky C v rovině z.

V rovnici (13) vyskytující se rozdíl $f(\tau) - z$ bude tedy od nully různým pro všechna τ splňující nerovninu $\tau \leqq 1$, pokud jen z představuje bod ležící *vně* křivky C. Z dřívějšího víme, že $\tau f'(\tau)$ a rovněž $f(\tau) - z$ jsou analytické funkce veličiny τ, pro všechna τ ležící uvnitř nebo na obvodě jednotkové kružnice. Z toho a z předešlého vyplývá, že jest pro táž τ také analytickou funkce $R(\tau)$; Laurentova řada (13) se tedy redukuje v tom případě na řadu Taylorovu, to jest

$$\frac{\tau f'(\tau)}{f(\tau) - \tau} = \sum_{k=0}^{\infty} b_k(z) \cdot \tau^k. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

$$[b_{-k}(z) = 0].$$

Položíme-li sem místo $f(\tau)$ rozvoj (2), znásobíme-li obě strany rovnice rozdílem $f(\tau) - z$ a porovnáme-li na obou stranách koefficienty stejných mocnin τ, obdržíme pro $b_k(z)$ rekurrentní formule:

$$b_0 = 0,$$

$$b_k \cdot (a_0 - z) + b_{k-1} a_1 + b_{k-2} a_2 + \ldots + b_1 \cdot a_{k-1} - k \cdot a^k = 0. \ldots (15)$$

[1]) Osgood l. c. p. 307. 7. Satz.

Jest tedy

$$b_1(z) = \frac{a_1}{a_0 - z}; \quad b_2(z) = \frac{2a_2}{a_0 - z} - \frac{a_1^2}{(a_0 - z)^2};$$

$$b_3(z) = \frac{3a_3}{a_0 - z} - \frac{3a_1 a_2}{(a_0 - z)^2} + \frac{a_1^3}{(a_0 - z)^3}, \quad \text{atd.}$$

Vidíme, že $b_k(z)$ jest polynom k-tého stupně veličiny $(a_0 - z)^{-1}$. Připomeneme-li si, že jsme předpokládali z ležící vně křivky C, usoudíme:

Každá funkce $H(z)$ má rozvoj tvaru

$$H(z) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k b_k(z), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

kdež $b_k(z)$ jsou určeny rovnicemi (15) a

$$A_k = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H\,[f(\epsilon^{i\varphi})]\, \epsilon^{k i \varphi}\, d\varphi.$$

Všimněme si ještě, že rekurrentní vzorce (15) jsou identické s Newtonovými vzorci pro součet k-tých mocnin všech kořenů algebraické rovnice.

Podobný jednoduchý rozvoj pro funkci $F(z$ analytickou uvnitř křivky C obdržíme, užijeme-li místo zobrazení daného rovnicí (1) zobrazení pomocí funkce (11).

Funkce $b_k(z)$ budou zde definovány opět rovnicí obdobnou rovnici (13)

$$R(\tau) = \frac{\tau\, g'(\tau)}{g(\tau) - z} = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} b_k(z) \,.\, \tau^k. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Podle definice jsou obě funkce $\tau \,.\, g'(\tau)$ a $[g(\tau) - z]$ analytické pro všechna τ ležící vně a na obvodě kružnice jednotkové. Druhá z těchto funkcí není pro žádné takové τ rovna nulle, leží-li z *uvnitř* křivky C. Jest tedy také $R(\tau)$ analytické v onom oboru.

Mimo to jest patrně podle (11)

$$\lim_{\tau = \infty} R(\tau) = 1$$

a tedy

$$\frac{\tau\, g'(\tau)}{g(\tau) - z} = 1 + \sum_{k=-1}^{k=-\infty} b_k(z) \,.\, \tau^k.$$

Dosadíme-li sem za $g(\tau)$ rozvoj (11), násobíme-li obě strany rovnice rozdílem $g(\tau) - z$, obdržíme pro $b_k(z)$ rekurrentní formule:

$$b_0(z) = 1$$

$$b_{-k} \,.\, c_1 + b_{-k+1} \,.\, (c_0 - z) + b_{-k+2}\, c_{-1} + b_{-k+3}\, c_{-2} + \ldots. +$$
$$+ b_{-1}\, c_{-k+2} + k \,.\, c_{-k+1} = 0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Jest tedy

$$b_{-1}(z) = \frac{z - c_0}{c_1}, \quad b_{-2}(z) = \frac{(z - c_0)^2}{c_1^2} - \frac{2\,c_{-1}}{c_1},$$

$$b_{-3}(z) = \frac{(z - c_0)^3}{c_1^3} - \frac{3\,c_{-1}(z - c_0)}{c_1^2} - \frac{3\,c_{-2}}{c_1}, \quad \text{atd.}$$

$b_{-k}(z)$ jest patrně polynom k-tého stupně veličiny $(z - c_0)$. Rekurrentní formule (18) jsou opět identické s Newtonovými.

Tak získali jsme pro funkci $F(z)$ analytickou uvnitř a na obvodě křivky C rozvoj polynomický

$$F(z) = \sum_{k=0}^{-\infty} A_k\, b_k(z), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

kdež $b_k(z)$ určeno jest formulemi (18) a

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F\,[g(e_{i\varphi})]\, \epsilon^{k i \varphi}\, d\varphi.$$

Rozvoj (19) jest identickým s rozvojem Faberovým.[1])
Vidíme tedy:

Nejjednodušším z rozvojů typu (10) platných pro funkci $F(z)$ jest Faberův polynomický rozvoj (19).

Nejjednodušším z rozvojů typu (12) platných pro funkci $H(z)$ jest rozvoj (16) pokračující podle jistých polynomů veličiny $(z - a_0)^{-1}$, kdež a_0 značí jistý bod, ležící uvnitř křivky C. $\ldots\ldots$ (G)

Rozvoj (16) možno tedy považovati za jistý protějšek k rozvoji Faberovu.

Pohlédneme-li nyní zpět na všechny vývody odstavce II., seznáme, že nejobecnější rozvoje (10) a (12), ke kterým jsme dospěli, vyplynuly z rovnice

$$\left.\begin{aligned} z &= f[\psi(\tau)] \\ \text{anebo} \qquad z &= g[\psi(\tau)]. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Obě tyto rovnice zobrazují nám okolí jednotkové kružnice v rovině τ na okolí křivky C v rovině z tak, že bodům jednotkové kružnice odpovídají body křivky C. Při tom odpovídá sice každému τ jedno jediné z avšak každému z může odpovídati několik τ. Není tedy zobrazení toto vždy *vzájemně* jednoznačné. Nemůžeme nikterak tvrditi, že rovnice (20) vyčerpávají všechna možná zobrazení toho druhu. Existují pravděpodobně ještě jiná taková zobrazení. Označíme-li však kterékoiiv z nich rovnicí

$$z = h(\tau) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

[1]) M. Faber l. c.

dojdeme vždy k rozvoji typu (6), (10) nebo (12), kdež nahradí se jenom funkce $f(u)$ funkcí $h(u)$.

Rovněž funkce $\psi(\tau)$ definovaná rovnicí (7) není jediná, která splňuje příslušné požadavky. Označíme-li na př. $\psi_1(\tau)$, $\psi_2(\tau)$ dvě funkce definované rovnicí (7), poznáme snadno, že všechny požadavky kladené na funkci $\psi(\tau)$ v paragrafu třetím v oddílu I. a v paragrafu druhém oddílu II. splňuje také funkce $\psi_1[\psi_2(\tau)]$. Tak bychom mohli pokračovati v konstrukci příslušných funkcí do nekonečna. Snad tím způsobem opět nevyčerpáme všechny funkce typu $\psi(\tau)$. Možná, že existují ještě jiné. Označme $\chi(\tau)$ jednu z nich. Sestrojíme-li místo (21) zobrazující funkci

$$z = h[\chi(\tau)] = h_1(\tau) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

seznáme, že $h_1(\tau)$ jest téhož typu jako $h(\tau)$.

Víme totiž, že $z = h(\xi)$ zobrazuje okolí jednotkové kružnice v rovině ζ na okolí křivky C v rovině z tak, že body kružnice odpovídají bodům křivky. Dále víme, že $\zeta = \chi(\tau)$ zobrazuje okolí jednotkové kružnice v rovině τ na okolí jednotkové kružnice v rovině ξ známým způsobem. Zobrazuje tedy funkce $z = h_1(\tau)$ okolí jednotkové kružnice v rovině τ na okolí křivky C v rovině z tím způsobem, jaký jsme požadovali pro funkci (21). Konečný úsudek lze tedy vysloviti takto: Každá funkce $(F\,z)$ dá se rozvinouti v rozvoj (6), kdež však jsme nahradili funkci $f(u)$ funkcí $h(u)$.

III. Obor mnohonásobně souvislý.

Řešení vnitřního a vnějšího problému pro obor jednoduše souvislý, omezený analytickou křivkou C zahrnuje v sobě také řešení problému pro obor mnohonásobně souvislý omezený několika Osgoodovými křivkami C, vzájemně se neprotínajícími.

Proberme blíže obor dvojnásobně souvislý, omezený vně křivkou C_1 a uvnitř křivkou C_2. Funkce $F(z)$ analytická v tomto oboru i na obvodu obou křivek dá se psáti ve tvaru Cauchy-ho integrálu

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{C_1}\frac{F(t_1)\,dt_1}{t_1 - z} - \frac{1}{2\pi i}\int_{C_2}\frac{F(t_2)\,dt_2}{t_2 - z}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

První z těchso integrálů můžeme rozvinouti v rozvoj typu (10) a druhý v rozvoj typu (12) oddílu II. Tak obdržíme neomezený počet rozvojů tvaru

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k\, b_k^{(1)}(z) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} B_k\, b_k^{(2)}(z). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nejjednodušší získáme, zvolíme-li místo první řady rozvoj Faberův (19) a místo druhé řady rozvoj (16) odd. II. Dostaneme

$$F(z) = A_0 + A_1 \frac{z - c_0}{c_1} + A_2 \left[\frac{(z - c_0)^2}{c_1^2} - \frac{2\, c_{-1}}{c_1} \right] +$$

$$+ A_3 \left[\frac{(z - c_0)^3}{c_1^3} - \frac{3\, c_{-1}\,(z - c_0)}{c_1^2} - \frac{3\, c_{-2}}{c_1} \right] + \ldots + B_1 \frac{a_1}{z - a^0} +$$

$$+ B_2 \left[\frac{a_1^2}{(z - a_0)^2} + \frac{2\, a_2}{z - a_0} \right] + B_3 . \left[\frac{a_1^3}{(z - a_0)^3} + \frac{3\, a_1\, a_2}{(z - a_0)^2} + \frac{3\, a_3}{z - a_0} \right] + \ldots, \ldots \quad (3)$$

kdež konstanty c_1, c_0, c_{-1}, c_{-2}, atd. jsou závislé jedině na tvaru křivky C_1, konstanty a_0, a_1, a_2, atd. na tvaru křivky C_2, kdežto koefficienty A_k, B_k jsou určovány tvarem funkce $F(z)$.

Rozvoj (3) jest sevšeobecněním řady Laurentovy pro mezikruží, na kterou se redukuje při

$$a_0 = c_0, \quad a_2 = a_3 = a_4 = \ldots = 0; \quad c_{-1} = c_{-2} = c_{-3} = \ldots = 0.$$

Z příkladu toho vyplývá, jak nutno postupovati v případě obecném. Funkce $F(z)$ analytická v oboru n-násobně souvislém, omezeném křivkami C_1, C_2 . . . . C_n, vyjádří se integrálem Cauchy-ho:

$$2\pi i \,.\, F(z) = \pm \int_{C_1} \frac{F(t_1)\, dt_1}{t_1 - z} \pm \int_{C_1} \frac{F(t_2)\, dt_2}{t_2 - z} \pm \ldots \pm \int_{C_n} \frac{F(t_n)\, dt_n}{t_n - z} .$$

Jednotlivé integrály se pak rozvinou v řady typu (10) nebo (12). Rozvojů jest neomezený počet, z nichž nejjednodušší zase jest ten, který vznikne užitím řad typu (19) po případě (16).

Novinky z krušnohorských vrstev — $d_{1\alpha}$.

Podává

CELDA KLOUČEK.

(Předloženo dne 29. října 1915.)

Do nedávna platilo o $d_{1\alpha}$, že chová jen řadu po většině malých a málo význačných brachiopodů a různé jehlice hub.[1]) Některým nevěrcům doma i v cizině bylo ovšem s podivením, že by asi v 50 metrovém $d_{1\alpha}$, odpovídajícím nejspíše Tremadocu čili nejspodnějšímu siluru, nebylo nic jiného než ona chudičká fauna. Toto podivení či nevěru sdílel jsem i já, proto dokončiv zatímně dlouholeté a dosti úspěšné sbírání svoje v $d_{1\gamma}$ začal jsem r. 1913 soustavně pátrat v $d_{1\alpha}$ a sice na Cerhovské hoře. Přes prázniny zjistil jsem tam většinu z $d_{1\alpha}$ známé fauny — vyjma druhy Orthis a některé libečovské linguly. Po cerhovském $d_{1\alpha}$ přešel jsem r. 1914 na znamenité uloženiny spodního i horního $d_{1\alpha}$ na vrchu Jívině u Komárova a Olešné a na sousedním kopci Milině.

Výsledek obtížného tohoto pátrání byl známý překvapující můj nález trilobitů v lomu u Olešné.[2])

Letos hledal jsem od května do září s nezmenšeným úsilím a za podpory II. třídy Č. A. v tamním i okolním $d_{1\alpha}$ dále, potěšen občas návštěvou prof. Slavíka a r. Purkyně i dra Kettnera, s nimiž konány kratší i delší studijní vycházky v $d_{1\alpha}$ i $d_{1\beta}$.

Touto letošní dlouhou prací zvětšil a doplnil jsem nejen značně faunu našeho spodního Tremadocu, nýbrž zjistil jsem v $d_{1\alpha}$ i několik zon resp. obzorů určitými brachiopody charakterisovaných. Ač jest věc tato samozřejmě v začátcích, přece, pro osvětlení akce samé, podávám už dnes své nálezy z různých lokalit.

---

[1]) Viz důkladné studie prof. J. J. Jahna: O Krušnohorských vrstvách $d_{1\alpha}$. Rozpravy Č. A. č. 30, 1904 a prof. F. Počty: O zbytcích hub z české pánve palaezoické. Rozpravy Č. A. č. 24, 1898.

[2]) C. Klouček: *Nález trilobitů v* $d_{1\alpha}$. Věst. kr. č. spol. nauk 1914.

Olešná, horní $d_{1\alpha}$.

Zona s Orthis incola Barr. a s fragmenty trilobitů kambrickosilurských h. Asi ve spodní třetině horního $d_{1\alpha}$. Skládá se z 5 vrstviček, z nichž třetí od podloží je bez zkamenělin. Celková mocnost 50—60 *cm*. Hornina v podloží rudohnědá pevná až rohovcovitá droba, pak hornina většinou světlá, rezavá, pískovcovitá, někdy i křemencovitá, ba i rohovcovitá, místy přecházející v rudohnědou dříve uvedenou drobu.

Asi 5—6 metrů nad touto zonou jest obzor s Orthis Slavíki Kl. n. sp. Orthis ta, příbuzná druhu *Orthis incola Barr.*, ale menší, bez pokrajních ostnů a klenutější, vyskýtá se, pokud jsem mohl zjistit, jen ve vrstvě ztloušti 4—6 *cm*. Hornina jest řídká (porovitá) tmavohnědá droba s odstínem do fialova.

Nad obzorem tím záhy leží zona s Obolella complexa Barr. Menší varieta toho druhu přechází výše ve větší *Ob. complexa*, známou i z rud a tufů spodního $d_{1\beta}$. Hornina z počátku tmavorudá, jemnější, avšak pevná droba, rohovce tmavorudé, výše pak měkčí droba barvy světlerudé.

Pod zonou s *Orthis incola* lze očekávati, soudě dle horniny, ve které tato zkamenělina dosud vzácně byla nalezena, zonu s Orthis sp. Barr. Ale u Olešné dosud ve vrstvě té nebyla nalezena.

Komárov-Jívina, spodní i horní $d_{1\alpha}$.

Na zpodu zona s Orthis Kettneri Kl. n. sp.?[1]) Orthis ta nalezena hojně, ale dosud jen na hromadách ssuti, nikoliv ve vrstvě. Hornina světlá, skoro bílá, někdy žlutavá droba, řídká až i křemencovitá.

Nad ní záhy (sled vrstev zakryt) zona s Obolella Feistmanteli Barr. sp. Hornina jest šedá pevná křemencovitá droba, někdy fialově skvrnitá nebo pruhovaná. Celkovou mocnost zony dosud nemožno udat.

Nad horninou této zony leží řídké fialověhnědé droby a nad nimi asi (sled opět zakryt) rohovcovité rudohnědé tmavší droby s Orthis sp. Barr.

Dále vzhůru jsem vrstev nezkoumal.

Milina, horní $d_{1\alpha}$.

Zde dosud nezjištěna ani *Orthis sp. Barr.* ani *Orthis incola Barr.* s trilobity.

Za to byl nalezen obzor s Orthis Slavíki Kl. a to na 2 stratigraficky zdánlivě různě vysoko položených místech (tamní $d_{1\alpha}$

---

[1]) Velkou tuto *Orthis* našel při společném našem pátrání poprvé dr. Kettner. Možná, že je totožná s velkou bezejmennou Orthis, již uvádí Krejčí a Helmhacker od Úval. Barrande ji nepopisuje.

je totiž silně zvrásněno). Orthis ta je zde ještě hojnější než u Olešné, ale rovněž ve vrstvě mocnosti jen asi 4—6 *cm* a ve stejné drobě jako u Olešné.

Nad ní v různých místech různě vysoko, (50—100 *cm*) leží zona s Obolella complexa Barr.

Jako u Olešné je Obolella ta zde při podloží menší a velmi hojná. Vyšší světlorudé vrstvy s větší *Obolella complexa* však na Milině už nejsou. Patrně zmizely zvětráním a odplavením.

Z dosavadních výsledků jest patrno, že jednotlivé zony v $d_{1\alpha}$ jsou hlavně charakterisovány rody *Orthis* a *Obolella*; *Discina sodalis Barr.* probíhá ve 2 málo odlišných varietách (*Discina undulosa Barr.* je asi jen varieta druhu *Discina sodalis*) asi celým $d_{1\alpha}$, a rovněž hojná *Barroisella insons Barr.* je asi v celém $d_{1\alpha}$ nad drobou s *Obolella Feistmanteli* počínajíc. Stejně *Acrotreta n. sp.?* je asi, ač vzácně, v celém horním $d_{1\alpha}$, takže zbývají jen jehlice hub, které by mohly snad ještě tvořit zvláštní obzory nebo zony.

Práce v $d_{1\alpha}$ zbývá tedy ještě velmi mnoho, ale po slibném začátku bude, bohdá, u nás všude chuti s dostatek i do nutné další námahy.

Pak dojde $d_{1\alpha}$, dříve málo všímaná popelka našeho siluru, přece zaslouženého prozkoumání a ocenění.

Zprávu tuto napsal jsem na přátelské vyzvání jako malý příspěvek k oslavě sedmdesátých narozenin pana dvor. rady prof. K. Vrby a to z povděku za laskavý zájem panem dv. radou vůči mé ochotnickoodborné činnosti stále jevený.

V Praze v říjnu 1915.

Chiastolithické břidlice v okolí rožmitálském.

Se 2 obrazci v textu.

Napsal

F. Slavík v Praze.

Předloženo dne 29. října 1915.

Krajina mezi Rožmitálem a Padrtí byla geologicky popsána r. 1865 Ferd. Ambrožem,[1]) mapa její uveřejněna r. 1895 v posmrtné monografii F. Pošepného[2]) o okolí příbramském, leč v textu nacházíme jen zcela stručné zmínky o některých odkryvech hornin algonkických, kambrických i eruptivních. Z pozdějších prací rovněž jen menšími podrobnostmi do území severozápadně od Rožmitála zasahují publikace o sousedních oblastech, jež uveřejnili r. 1906 J. V. Želízko[3]) a letos autor[4]) i R. Kettner.[5])

Geologická rozmanitost Rožmitálska jeví se velmi rychlým střídáním četných jednotek horninových: algonkických břidlic, buližníků a spilitů, kambrických sedimentů obzoru žiteckého, třemošenského i jiných dosud definitivně nevyložených, žuly resp. granodioritu, porfyru, intrusivních diabasů, takže tektonika území zajisté jest velmi komplikována, leč studium její valně ztíženo malým počtem a nepříznivým stavem odkryvů, zvláště v zalesněném terénu na sever i západ od města a pod mocnou čtvrtohorní pokrývkou v nejbližším jeho okolí i na mnoha místech jiných.

[1]) Ambrož, Geologische Studie aus der Umgebung von Padert, Jahrb. geolog. Reichsanstalt, XV. Bd. (1865), 215—228.

[2]) Pošepný, Beitrag zur Kenntnis der montangeologischen Verhältnisse von Příbram, Archiv für praktische Geologie, Bd. II. (1895), 609—752, zvl. 656—9, 665—6 a 680—1.

[3]) Želízko, Geologicko-palaeontologické poměry nejbližšího okolí Rožmitálu, Rozpravy České Akademie 1906, č. 42. Též Verh. G. R.-A. 1910, 361—4.

[4]) Slavík, O spilitech v algonkiu příbramském, Slavnostní spis k sedmdesátým naroz. K. Vrby, č. 3, Praha 1915,

[5]) Kettner, O slepencích žiteckých, nejstarším horizontu českého kambria, R. Č. A. 1915, č. 34, zvl. str. 8, 16—19, 29—31, 44—46.

Usazeniny útvaru *silurského* jsou známy z Rožmitálska teprve nedávno a v rozsahu velmi nepatrném; náleží spodnímu oddělení siluru, a to vrstvám *oseckokváňským* $d_1\gamma$, a poprvé učiněna neurčitá zmínka o nich B. Katzerem v jeho geologii Čech[6]) a citována Pošepným v jeho monografii (str. 665—6); podrobného zpracování, hlavně paleontologického, dostalo se rožmitálskému siluru teprve po letech J. V. Želízkem. Rozsah břidlic silurských s význačnou faunou pásma oseckokváňského jest na Rožmitálsku velmi nepatrný, omezuje se na výskyt pod severovýchodním svahem Štěrbiny u Voltuše — přesněji: východně od cóty 590 JV od této vesnice. Jsou to tence vrstevnaté, černé, lesklé břidly jílovité, místy křemenem a pyritem prostoupené. Mimo to pokládá Želízko též břidlu ze Starého Rožmitála (naproti obecnímu chudobinci) podle jejího vzhledu podobného břidle voltušské za silurskou, ač zvířena v ní nebyla zjištěna.

Ve zprávě této popisuji nové dva výskyty břidlic, jichž silurské stáří není dokázáno zkamenělinami, ale jest jisto z analogie s produkty kontaktní přeměny na severovýchodním konci Barrandienu v okolí říčanském; na obou místech, u Říčan i Rožmitála, žulová spousta středočeská projevila svůj kontaktní účinek na břidlice algonkické jinak než na ty, jež čítáme k pásmu oseckokváňskému. Na Říčansku stanovili příslušnost některých žulou přeměněných břidlic k d_1 Krejčí a Helmhacker[7]); později B. Katzer,[8]) omeziv rozsah jejich siluru, označil metamorfované břidlice v podloží křemenců (d_2) jakožto *„břidly pseudochiastolithické“* příslušné k etáži $d_1\gamma$; v pozdější zprávě[9]) uvádí stejné břidlice ze silurského ostrůvku u Zvánovic blíže Ondřejova. Mezi velmi rozmanitými kontaktními produkty v oboru břidlic a drob algonkických, o nichž se zmiňuje Katzer v pracích již citovaných i v pozdější,[10]) pak A. Pelikan[11]) ve zprávě o nálezu rohovce cordieritového u Světic, nesetkáváme se nikde se stejnými břidlicemi „pseudochiastolithickými“.

Na Rožmitálsku vychází na den žula středočeského masivu na četných místech ostrůvkovitě mezi sedimenty algonkickými a kambrickými; u samého města má povahu granodioritickou, jak jsem před

---

[6]) Katzer, Geologie von Böhmen, 1473—4 (1890).

[7]) Krejčí a Helmhacker, Erläuterungen zur geologischen Karte der Umgebungen von Prag, Archiv etc. IV., 2, 1879, str. 52—4 a 230—2 (v českém vydání 1885 zkráceno).

[8]) Katzer, Geologische Beschreibung der Umgebung von Říčan, Jahrbuch geol. Reichsanst. Wien 1888 (XXXVIII.), 355—416.

[9]) Týž, Die Silurinsel zwischen Zvánovic und Voděrad in Böhmen, Verhandl. geol. Reichsanst. 1888, str. 285—8.

[10]) Týž, Nachträge zur Kenntnis des Granitkontakthofes von Říčan, tamtéž 1904, 225—236.

[11]) Pelikan, Cordierithornfels aus dem Kontakthofe von Říčan, Tschermak's Min. petr. Mitt. 1903 (XXIV.), 187—190.

lety určil pro práci Želízkovu,[12]) rovněž tak západně od horního Padrťského rybníka, kde žulu již Ambrož popisuje a Pošepný na mapě vyznačuje.[13]) Mezi oběma těmito většími výskyty jest roztroušeno několik menších, od Pošepného zmapovaných; ale jako celá rožmitálská část jeho mapy Příbramska, i tyto údaje vyžadují soustavné revise, což vidno již z velkého počtu korektur v jednotlivostech, jež podaly o Rožmitálsku citované práce Želízkova, autorova a Kettnerova. Co samých žul se týče, vystupuje SV od Nového rybníka kambrium třemošenské v místech, kde zakreslena žula, žulový ostrůvek v záběhelském lese mezi „Panskou loukou" a samotou „V chalupách" jest mnohem menší, za to nacházíme roztroušené žulové balvany při cestě jdoucí na JZ od côty 712 mezi prvým a druhým průsekem napříč ji protínajícím, dále u průseku mezi „Lomskou boudou" a Červeným vrchem, a to v oddílu mezi rožmitálskopadrťskou silnicí a nejbližším průsekem směru SZ i něco ještě za něj, konečně na jih od horního Padrťského rybníka, odkud již Ambrož popisuje hrubozrnný pegmatit. Celkem tedy lze předpokládati v nevelikých hloubkách žulu všude mezi Rožmitálem a Padrtí.

Kontaktně metamorfované horniny na Rožmitálsku znal již Pošepný, jenž uvádí ve tmavých pískovcích rohovce[14]) mezi Sedlicemi a Věšínem i na Hradci u Skuhrova,[15]) avšak mylně pokládaje žulu za starší než algonkium neuznával přeměnu rohovcovou za kontaktní. Hranici algonkia vůči kambriu i zde jest korigovati, v hrubých rysech asi tak, jak na základě našich pochůzek z jara letošního roku jest vyznačeno na mapové skizze Kettnerově, přiložené k jeho i mojí poslední práci; v obou těchto uvádějí se i další doklady pro kontaktní metamorfosu účinkem erupce žulové, na spilit Dubové hory Z od Bukové, jenž přeměněn v horninu amfibolitickou, i na žitecké slepence z Vršku V od Bukové i j., ve kterých žula podmínila vznik sekundárních rud a j. Pro předmět této práce jest důležito, že v nesporném algonkiu *nikde* se neshledáváme s břidlicemi chiastolithickými, nýbrž zplodinou kontaktní přeměny jsou tu biotitické rohovce, které již Pošepnému byly známy; zvláště typicky jsou vyvinuty ve skalkách při cestě ze Zalán do Rožmitála i na Z a S od Sedlic a Hájku (cô. 575 a 619).

Od těchto produktů kontaktní metamorfosy hornin algonkických zcela rozdílné jsou chiastolithické břidlice ze dvou nalezišť, jež zjistil pan J. Syrovátka, správce železáren v Rožmitále. Jemu děkuji

---

[12]) l. c. 3 str. 4—5.

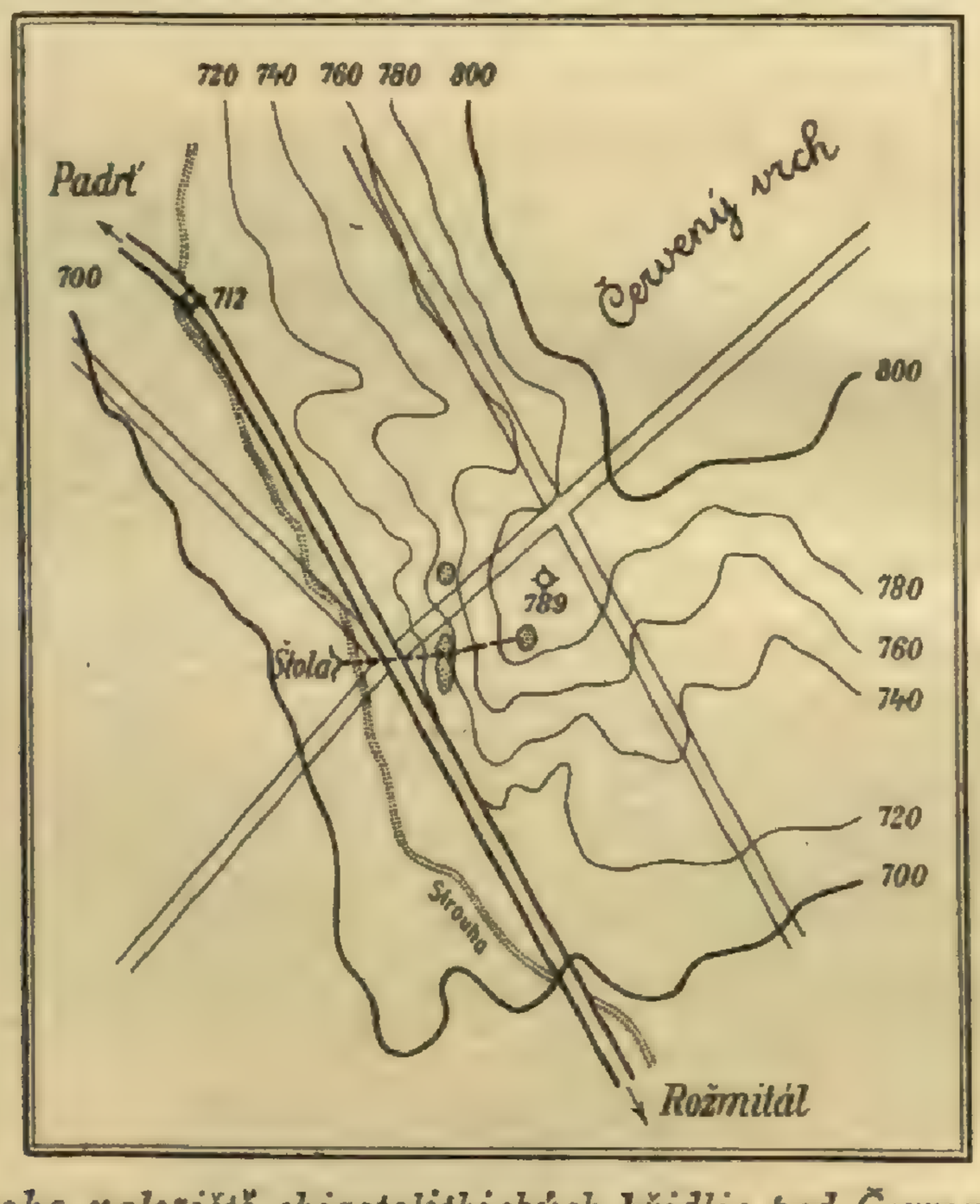
[13]) Slavík, Spilitické vyvřeliny v praekambriu mezi Kladnem a Klatovy, Archiv XIV. 2, str. 11.

[14]) Poznámka k názvosloví: navrhuji užívati jména „rohovec" v širším smyslu rus. роговикъ, tedy něm. Hornfels a Hornstein, a specialisovati tento jako „rohovec křemenný". Tím se odstraní slovo „rohovcovec", neohebné ke skloňování.

[15]) l. c. 2, str. 627 a 65—8.

za sdělení nálezu i za laskavost, s níž mne provázel na exkursích po Rožmitálsku a dal mně k disposici též uvedená zde data o starém dolování pod Červeným vrchem i jiné cenné informace.

Větší z obou nalezišť chiastolithických břidlic u Rožmitála leží v katastru obce Z á b ě h l é na jihovýchod od ní; jest to halda při ústí staré štoly, která byla hnána od západu do úpatí Červeného vrchu. Srovn. polohopisný náčrtek obr. 1. Na speciální mapě nalezneme ono místo těsně u rohu obou průseků, k SZ i k JZ odbočujících od silnice v bodě ZJZ od côty 789 na výběžku Červeného vrchu. Druhý z obou průseků pokračuje od silnice na JZ směrem k „Lomské boudě“ a až za nejbližší příčný průsek nalézáme při něm, zvláště na straně severozápadní, hojné stopy



Obr. 1. *Poloha naleziště chiastolithických břidlic pod Červeným vrchem.* Měřítko 1:25.000. Tečkované partie na východ od štoly jsou v textu zmíněné obvaly resp. skupiny obvalů.

zvětralé žuly; na druhé straně silnice směřuje týž průsek příkře vzhůru přes vrchol Červeného vrchu směrem ku Praze (cô. 854) mezi balvany kambrického pískovce, velmi křemitého. Na mapě Pošepného jest zakreslen v těchto místech pruh obvalů, směru téměř přesně severního, jenž přetíná silnici těsně na JV od jejího rozcestí s průsekem. Jižní polovina tohoto pruhu až k silnici jest mezi vývratěmi a stržemi v hustém lese dnes již velmi nezřetelná; za silnicí, blízko jejího jižního rohu s průsekem, jsou zachovány tři větší obvaly, dva z nich jdou za sebou ve směru severním jak Pošepný kreslí, třetí leží poněkud stranou k východu a jest porušen sesouváním stráně. Největší a nejpěknější obval opět spadá do oné severojižní čáry a leží výše ve stráni, téměř u samého průseku na severní jeho straně.

Nahoře na výšině, JJZ od cô. 789, nacházíme obval se zbytky rud u staré lesní cesty (S od ní), přibližně v prodloužení čáry od ústí štoly směrem téměř přesně východním na zmíněnou skupinu tří obvalů.

Předmětem dolování byly na Červeném vrchu *hnědelové a krevelové rudy železné*. Zmínku o nich z r. 1740 nalezl můj otec v „Urbáři panství Rožmitálského," konaje studia v panském archivu v Rožmitále ke druhému vydání svojí monografie tohoto města. Podle zprávy té založeny r. 1701 na arcibiskupském panství rožmitálském patery železné hamry (v Přední Huti, u Starého Rožmitála pod rybníkem Obžerou s vysokou pecí, dva v městě Rožmitále pod rybníkem Jezem s jednou vysokou pecí, a východně od města pod Novým dvorem) a rudy do nich se braly dílem z panství samého od Věšína a Vranovic, dílem cizí, hlavně z Vojny u Žežic. Zpráva dodává:

„Mimo ty taky jinší rudy nade vsí Bezděkovem a *na vrchu Červeném* k dostání jsou; však ale ty dílem neužitečny, dílem pak s velkým nákladem dobývati se musejí . . ."

Dvě další zprávy o rudách z Červeného vrchu pocházejí z let 1833 a 1849; obdržel jsem je laskavostí pana správce S y r o v á t k y.

Prvá (ze dne 1. září 1833) nazývá důl pod Červeným vrchem *„Chlumčanským"* čili *„u sv. Trojice"*; pokládá rudní těleso za žílu směru v hodině 24—1, tedy S až skoro SSV s úklonem západním, která prochází drobou na blízku její hranice se žulou a obsahuje železnou rudu velmi snadno tavitelnou, způsobilou k výhodnému zpracování ve vysoké peci. Poněvadž pak jáma v dřívějších letech měla veliké potíže s důlními vodami, založena r. 1833 Chlumčanská štola na západním svahu Červeného vrchu a hnána zprvu žulou 86 sáhů = 163·4 *m*, pak až ku prvé „žíle" dalších 27 sáhů = 51·3 *m*; za touto hnali pak štolu ještě 43 sáhy = 81·7 *m* dále.

Zpráva druhá ze 26. října 1849 uvádí druhou větrací jámu ve vzdálenosti 89 sáhů = 169·1 *m* za hranicí žuly s drobou a odtud až na průčelí štoly 22 sáhů = 41·8 *m*; celková délka štoly byla podle toho 197 sáhů = 374·3 *m*. Druhá zpráva neuvádí vzdálenosti obou „žil" železných rud od ústí štoly, ale zmiňuje se o větrací jámě, $6\frac{1}{2}$ sáhu = 12·6 *m* hluboké, v téže vzdálenosti 113 sáhů = 214·7 *m* od ústí jako v prvé zprávě uvedeno o prvé „žíle".

Zpráva druhá stanoví též mocnost obou „žil", prvé na 4—6 stop = cca $1\frac{1}{4}$ — přes $1\frac{3}{4}$ *m*, druhé na 3 st. = cca 1 *m*; obě podle ní prostupují „pevnou železitou drobu s něco hnědelem". Rudy byly sledovány od štoly k severu i jihu, ale shledáno, že nejsou způsobilé k těžení, a důl opuštěn.

Srovnáme-li údaje obou zpráv s nynějšími zbytky po dolování na základě podrobné mapy (1 : 25.000), plyne z nich, že východní hranice žuly štolou zastižená probíhá východně nad silnicí a že svrchu zmíněné obvaly, P o š e p n ý m mapované, odpovídají starým hornickým pracím po prvé, mocnější „žíle" rudy železné, a že pod svrchu zmíněnou skupinu tří obvalů spadá pokračování štoly, pod čtvrtý severnější patrně příčná

chodba, po směru „žíly“ hnaná. Obval nahoře na výšině připadá přibližně na průsek štoly se druhou „žilou“.

Jelikož železné rudy novějších kutišť v lesích mezi nalezištěm „u sv. Trojice“ a Bukovou jsou obsaženy v drobách a pískovcích útvaru kambrického, stejně jak A m b r o ž [16]) uvádí ze severnějších partií kambria pod Korunou a j., a kambrium jak řečeno skládá celý Červený vrch i vše odtud dále k východu, lze souditi již předem, že „žíly“ rud železných, o nichž obě zprávy mluví, jsou železité partie kambrických pískovců, patrně vrstvy. To zplna potvrzuje materiál nalezený v hořejším obvalu, kambrický křemitý pískovec se tmelem krevelovým, až do rudy přecházející. Podle *západního* úklonu zjištěného první zprávou připadly by pak chiastolithické břidly do *nadloží* rudonosných pískovců kambrických, t. j. mezi tyto a žulu. Ve shodě s tím nalézáme při ústí štoly mezi chiastolithickými břidlicemi jen velmi málo kambrického materiálu — sloužilať štola účelům odvodňovacím, a kambrické pískovce, i jalové i rudonosné, byly patrně vynášeny na den z největší části jamami, po kterých zbyly dnešní obvaly.

Určitější nějaké představy o tektonickém postavení chiastolithických břidlic pod Červeným vrchem ovšem si nemůžeme učiniti ze skrovných dat zde podaných. Snad tu jde o malý denudační zbytek vklíněné kry silurských sedimentů, podobně jako na nalezišti nepřeměněných břidlic oseckokváňských u Voltuše. Na každý způsob však jest výskyt souvrství $d_1\gamma$ v těchto místech důkazem někdejšího spojení voltušského ostrůvku se souvislým územím silurským; orogenetickými pochody souvislými s vystoupením žulového masivu i pozdějšími dislokacemi bylo ovšem toto spojení rozrušeno a denudace odstranila největší část silurských sedimentů až do resistentnějšího podkladu kambrického.[17])

Materiál ze štoly u sv. Trojice, na haldě zbylý, jest několikerý:

1. *Žula* na ssuť rozpadlá;

2. *křemitý porfyr* barvy našedle červenavé, s makroskopickými vrostlicemi křemenných dihexaedrů a rozložených živců i s celistvou, v mikroskopu holokrystalickou, allotriomorfní hmotou základní, jež se skládá z převládajícího staršího orthoklasu a mladšího křemene, s hojným haematitem v zrnečkách a jejich shlucích vyvinutým;

3. kambrický *pískovec křemitý*, z části se tmelem železitým;

4. konkrecionální massy porosního *hnědele*;

5. *břidlice chiastolithické.*

Mimo to jsou tam rozházeny též kusy světle šedého buližníku a křemenci podobného pískovce, jaký skládá hořejší stráň, avšak o těch mám za nejisté, pocházejí-li ze štoly.

---

[16]) l. c. 1, str. 221—2.

[17]) Srovn. J a h n u Ž e l í z k a l. c. str. 15—16, K a t z e r tamtéž str. 13.

Druhé, menší naleziště břidlic chiastolithických leží západně od vesnice *Bukové* v lese, asi necelých 300 *m* jižně od myslivny „*Na vartě*“; jsou to nepatrné zbytky jámy, kterou se tu před lety hledalo uhlí. Okolní území jest algonkické, k východu od chiastolithických břidlic vystupuje buližník z části brekciovitý, ještě východněji metamorfovaný spilit se žilkami aplitovými na Dubové hoře, nedávno mnou popsaný.

Chiastolithické břidlice z Červeného vrchu jsou horniny makroskopicky temně šedé až černé, značně měkké, s břidličnatostí v kuse nepříliš dobře vyznačenou. V celistvé, tuhou proniklé hmotě základní leží šedobílé tenké jehličky chiastolithu, obyčejně 2—4 *mm* dlouhé, řidčeji dosahující až 6 *mm*. Jsou mnohdy velmi hustě v základní hmotě roztroušeny. Z největší části leží délkou v rovinách vrstevních, ale všemi směry, tak že lineárný parallelismus není ani přibližně vyvinut; dosti četné jehličky však leží šikmo ku plochám vrstevným, až i téměř kolmo je protínají. Tvar jejich jest známé téměř kvadratické prisma andalusitu, zakončené nepravidelně, hrany jsou většinou zaobleny a někdy zapuklé následkem vzrůstu na hranách oproti plochám zpožděného. Obvyklé kresby na podélných a příčných řezech, jak jsou známy u všech chiastolithů, jsou patrny na většině jehliček, jindy vyvětralo jádro jehličky a zbývají v řezech podélných i příčných dutinky na místě tmavých partií, zachovávajíce jejich tvar. Při tom jest v muskovit proměněná zevní část krystalků ostře oddělena ode hmoty základní; jest to tudíž jiný úkaz než onen, jejž popisuje H. Pohlig[18]).

Z úlomků břidlic uzavřených v trachytu z okolí Bonnu tam bývají vylouženy chiastolithy celé a zbývá obal, jenž ponenáhlu přechází do okolní hmoty břidličné. V našem případě asi podlehla mechanicky řidší ústřední tmavá část při vzniku pseudomorfos mnohem rychleji rozrušení než kompaktní andalusit světlých partií obvodních. Někde jsou duté skoro všecky jehličky chiastolithové, jinde jen málokterá.

Všechny chiastolithy z obou rožmitálských nalezišť jsou pseudomorfosy, v nichž původní hmota andalusitová jest úplně nahrazena agregátem šupinek muskovitových. Že vůbec chiastolithy mnohem častěji jsou pseudomorfosy než zachovalé krystaly andalusitu, věděl již ve čtyřicátých letech minulého století J. R. Blum,[19]) pokládaje toliko hmotu pseudomorfující za mastek a tuček, ne za šupinatý neb celistvý muskovit. Blum výslovně praví, že „přeměny tyto jsou tak hojné, že jen zřídka se naleznou chiastolithy zcela normální,“ a podobně i řada pozdějších autorů popisuje tyto pře-

---

[18]) Pohlig, Die Schieferfragmente im Siebengebirger Trachyt von der Perlenhardt bei Bonn, Tscherm. Min.-petrogr. Mitt. 1881 (III.), 336—363, spec. str. 349.

[19]) Blum, Nachtrag zu den Pseudomorphosen des Mineralreiches, Stuttgart, 1847, str. 64 a 70.

měny. Jest tedy úplně zbytečný Katzerův[20]) název *pseudochiastolithů* resp. *břidlice pseudochiastolithické* pro analogní pseudomorfosu a horninu z okolí říčanského, a jest tím méně odůvodněn, že právě tento výskyt (u Světic) poskytl též chiastolithů se zachovanou růžovou hmotou andalusitovou (doklad jsem uložil v mineralogické sbírce Musea království Českého).

Hmota, z níž se skládají chiastolithové pseudomorfosy v břidlici z Červeného vrchu, jest na rozdíl od jiných výskytů nikoli celistvá, nýbrž pod lupou vždy, často i makroskopicky jemně šupinkatá; z ploch břidlice, hustě posetých chiastolithovými jehličkami, třpytí se na všech stranách lesklé body. Že jemně šupinkatý nerost, z něhož pseudomorfosy jsou složeny, jest *slída draselnatá* a ne mastek, přesvědčil jsem se reakcí na hliník se solucí kobaltovou a na draslík methodou Bořického, jež poskytla isotropních krystalků křemíkofluoridu draselnatého. Rovněž se skládá z muskovitu hmota chiastolithů okolí říčanského.

Jinak možno pozorovati makroskopicky v chiastolithických břidlách jen tu a tam zrnko pyritu, povlaky jeho zvětralin a něco šupinek slídových.

Chiastolithické břidlice od Bukové jsou poněkud tvrdší, stejně jako předešlé většinou nepříliš dobře vrstevnaté, s četnými žilkami křemennými, jež jdou po vrstvách i na příč; místy jest vtroušen dosti hojně pyrit v drobounkých krychličkách, zrnkách i v tenkých vrstvičkách. Některé kusy od Bukové obsahují rovněž tak hojné bílé jehličky ve slídu přeměněného chiastolithu jako břidlice z Červeného vrchu; většinou však tyto, obsahujíce značně více černého pigmentu, méně zřetelně se odrážejí od základní hmoty. Také zde jsou chiastolithy brzo uloženy délkou v rovině vrstvy, brzo šikmo prostupují. Jsou roztroušeny jednotlivě, výjimkou zastižen na ploše trhliny šikmé k vrstvám též hvězdicovitý shluk jehliček z části rozvětvených. Vedle chiastolithu i cordierit, rovněž úplně přeměněný v jemně šupinkatou slídu, bývá patrný na vrstevních plochách; průřezy jeho podélné liší se od chiastolithů kratším i širším tvarem, příčné obrysem buď allotriomorfním nebo zhruba zaobleně šestibokým, obojí pak černým pigmentem daleko hojnějším a stejnoměrně po celém krystalu roztroušeným.

Mikroskopická povaha břidlic chiastolithických.

Na výbrusech z chiastolithických břidlic pozorujeme oba význačné minerály kontaktní, chiastolith a cordierit resp. slídové pseudomorfosy po nich, vloženy v základní hmotu jemnozrnnou, která tak jest proniknuta tuhou, že místy jest úplně nezpůsobilá ke zkoumání mikroskopickému. Kde tuhy jest méně, jeví se základní hmota struována jemnozrnně allotriomorficky a složena ze zrnek *křemene*, čirých a jen vtroušenou tuhou místy

---

[20]) Katzer, l. c. (8) str. 397—8.

zakalených, a ze zrnek stejného tvaru i velikosti s křemennými, o lomu a dvojlomu světelném v celku o něco málo nižším; ale málokde zrnka ta jsou v původní podobě zachována, byvše přeměněna v agregáty jemných šupinek slídových. Původním nerostem jest dílem *orthoklas*, dílem *cordierit*, Lamelovaných plagioklasů jsem nikde nepozoroval; snad byly přítomny. avšak rozloženy ve slídu a jejich podíl vápenatý vystěhoval se do trhlinek, kde vytvořil *epidot*. Tento činí v některých výbrusech břidlic od Bukové dosti hojně shluky četných, velmi drobných zrníček, pleochroických mezi barvou zelenou a zelenožlutou, se silným světelným lomem i dvojlomem; shluky ty jsou sdruženy se stejně jemnozrnným křemenem, stejně prostým tuhových vrostlic jako epidoty, a tvoří nejčastěji čočkovité drobné vložky, konkordantní s vrstevnatostí, jindy příčné malé žilky. Též bývají jednotlivá zrnka epidotová přimíšena ve hmotě základní i ve pseudomorfosách slídy po cordieritu. V chiastolithických břidlicích z Červeného vrchu jest jen velmi málo zrn epidotu roztroušených jednotlivě ve hmotě základní. Jinak obsahuje základní hmota jen někdy šupinky *muskovitu* primárního, uložené po vrstevnatosti, něco málo vtroušeného *pyritu* v krychličkách a zrnkách, namnoze přeměněného ve hnědel, a dosti hojné drobounké sloupky a jehličky *rutilu* žlutavě průsvitného, vynikající svým velice vysokým dvojlomem i lámavostí světelnou.

Co do *chiastolithů* jsou kusy z obou nalezišť až na svrchu vytčený rozdíl ve množství tuhy stejné; jinak liší se od sebe tím, že břidlice od Bukové mají základní hmotu celistvější a hojněji prostoupenu tuhou a že obsahují velké vrostlice cordieritové i dosti mnoho epidotu, kdežto v břidlicích z Červeného vrchu cordieritových vrostlic jest značně méně a epidotu velice poskrovnu.

Chiastolithy leží po břidličnatosti i šikmo a napříč, v obou druhých případech zpravidla pokračují vrstvy za chiastolithem nerušeně dále neb jen nepatrně se k němu přimykají. Zbytků andalusitu jsem nenašel ani mikroskopem ve výbrusech z jednoho i druhého naleziště; přeměna v muskovit jest úplná, šupinky jeho někdy jsou seskupeny docela nepravidelně, jindy jest největší část jich uložena plochami spodovými napříč, rovnoběžně k basi původního minerálu.

Uložení tuhového pigmentu v chiastolithech dalekou většinou jest normální, jak bylo popsáno již řadou autorů a interpretováno F. Beckem,[21]) v řezech příčných pozorujeme tmavý centrální čtverec rovnoběžný se zevním omezením podle základního hranolu (110) a spojený více méně zřetelnými diagonálními čarami s rohy průřezů, někdy dovnitř vroubkovanými; v řezech podélných jest viděti, že tmavé části se rozšiřují od středu k oběma koncům.

---

[21]) Becke, Über Chiastolith, Tscherm. Min.-petr. Mitt. 1892 (XIII.), str. 256—7.

Becke vyložil tento nejčastější případ různou hojností cizích vrostlic v přírůstném komolci[22]) plochy spodové (temnějším) a ploch hranolových (téměř beze vrostlic).

Pořádku jsem konstatoval v chiastolithech z Bukové zjev odchylný, jejž schematisovaně zobrazuji na přiloženém obr. 2. Od malého temného jádra uprostřed krystalu šíří se vrostlicemi bohaté partie ne celými přírůstnými komolci ploch spodových, nýbrž *toliko po jejich hranicích s komolci ploch hranolových*, kdežto vnitřek komolců basálních zůstává čirým; od těchto pruhů temných vybíhají malé výběžky přibližně horizontálně. Pokládal jsem takovéto průřezy za velmi šikmé, příkře postavené řezy normálního způsobu, ale objevila se odchylná struktura i v řezech tak dlouhých a úzkých, že by pak krystal byl musil býti tabulkovitý podle jednoho z obou párů ploch (110) — takových krystalů však jsem na všech svých kusech chiastolithických břidlic nenalezl nikde.

Obr. 2.

Cordieritové vrostlice v břidlách z Červeného vrchu jsou v podélných řezech poněkud idiomorfní, ve příčných nepravidelně omezeny, úplně přeměněny v muskovit a hnědě zakaleny. Hojnější a lépe vyvinuty i makroskopicky patrné, jsou cordierity v hornině od Varty u Bukové. Jsou jako chiastolithy proměněny v muskovit, ale liší se od oněch tvarem, t. j. sloupcem značně širším a na příčném průřezu více méně přibližně šestibokým neb zcela zaobleným, dále pak, i když sloupce pseudomorfos po cordieritu jsou výjimečně štíhlejší, rozeznáme je od chiastolithů tím, že vesměs jsou mnohem hustěji a v celém svém rozsahu stejnoměrně naplněny tuhou, tak že se zdají ponenáhlu se rozplývati v sousední grafitické hornině. Zakončení sloupců cordieritových jest jako u chiastolithů zcela nekrystalonomické. Také cordierity jako chiastolithy leží zhusta délkou sloupce po vrstvě, leckdy však též šikmo a napříč.

Z rohovců, v nichž oba původní kontaktní nerosty jsou aspoň z části zachovány, nejlépe jeví analogii s našimi chiastolithickými břidlami rohovec z *Gunildrudu* u jezera Ekernského v jižním Norsku, z kontaktu břidly phyllograptové (= našemu $d_{1\beta}$) se sodnatou žulou; před lety byl popsán W. C. Bröggerem, nejnověji V. M. Goldschmidtem v obsažné monografii kontaktních úkazů v okolí Kristianie.[23]) Také tam vyskytuje se cordierit v krystalech kratších, méně idiomorfních a mnohem plnějších tuhy než chiastolith, základní hmota obsahuje mnoho křemene a orthoklasu i drobounké jehličky rutilu. Rozdíl jest ve přítomnosti epidotu a primárního muskovitu v našich horninách, biotitu a albitu v norské —

---

[22]) Tento název, jak netřeba šíře odůvodňovati, vystihuje podstatu zjevu lépe než původní nesprávný název Beckeho „Anwachskegel" i než „Anwachspyramide" jiných autorů.

[23]) Goldschmidt, Die Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiet, Kristiania 1911. (Videnskapsselskabets Skrifter I., 1), str. 146—151.

leč při malém množství těchto minerálů zůstává mineralogické i chemické složení obojích kontaktních produktů velmi blízké.

Goldschmidt uvádí další příklady obdobných hornin z jižního Norska, a dokázal cordierit dříve přehlédnutý i z kontaktních produktů vogeských (Barr-Andlau). Podle těchto všech analogií vykládá se přirozeně jako cordierit aneb snad jako vrostlicemi bohatší chiastolith, co z tehovské břidly „pseudochiastolithické“ velice naivně popisuje na uvedeném místě Katzer: „Weil sich jedoch auch (mimo zřetelné pseudomorfosy po chiastolithu) gewisse Bildungen vorfinden, die von der übrigen Grundmasse zwar nicht scharf geschieden sind, aber immerhin eine Tendenz zur Prismengestalt, respective zu quadratischen Figuren zeigen, so könnte vielleicht angenommen werden, *daß die Chiastolithkrystalle eigentlich erst im Entstehen begriffen sind.* Hiernach dürfte die Bezeichnung des Schiefers von Tehov als Pseudochiastolithschiefer erklärlich und begründet erscheinen.“ Výkres Katzerův (tab. IV. obr. 2). srovnání s mým a Goldschmidtovým materiálem jen potvrzuje; o zbytečnosti názvu „břidlic pseudochiastolithických“ promluvil jsem již výše.

Chemický rozbor chiastolithické břidlice od Bukové provedl laskavě přítel prof. Jos. Hanuš s výsledkem, jenž rovněž dokumentuje celkovou shodu její s norským rohovcem andalusito-cordieritovým z Gunildrudu, typickým to příkladem Goldschmidtovy I. třídy rohovců, vzniklých z břidlic velmi chudých kysličníkem vápenatým a vyznačených nerostnou kombinací křemen, andalusit, cordierit (biotit v našich břidlicích chybí). O rozdílech v podřízených součástkách mluvím níže.

Kontaktně metamorfovanou horninu z Gunildrudu analysoval pro práci Goldschmidtovu nedávno zemřelý Max Dittrich v Heidelberce; čísla jím obdržená uvádím na srovnání. Podotýkám jen ještě, že položka „ztráta sušením“ odpovídá v analyse Hanušově množství vody vypuzenému do temperatury 120°, v Dittrichově 110°, a že uhlík (grafit) jest určen u Hanuše přibližně — proto příslušné číslo uzávorkováno —, u Dittricha z diference.

Čísla obou analys jsou:

	Hornina z Bukové (J. Hanuš)	Hornina z Gunildrudu (M. Dittrich)
SiO_2	66·34%	62·80%
TiO_2	0·45	1·36
Al_2O_3	17·06	19·74
Fe_2O_3	—	—
FeO	1·09	1·98
MnO	—	0·02

	Hornina z Bukové (J. Hanuš)	Hornina z Gunildrudu (M. Dittrich)
MgO	1·69	1·34
CaO	0·30	0·87
Na_2O	0·58 [24])	1·22
K_2O	6·98 [25])	6·56
P_2O_5	—	0·60
S	—	0·52
C	(2·00)	1·58
H_2O unikající žíháním	(3·07)	0·86
H_2O unikající sušením	0·30	0·27
Součet.....	99·86%	99·72%
— O za S	—	0·23
		99·49%

Z uhelného zbytku, získaného jednak tavením mírným s hydrátem sodnatým a extrakcí kyselinou solnou, pak ammoniakem, jednak rozkladem pomocí fluorovodíku a kyseliny sírové, získal pak Hanuš oxydací chlorečnanem draselnatým kyselinu grafitovou a tím dokázal tuhovou povahu uhlíku v chiastolithické břidle obsaženého.

Srovnáme-li obě analysy, jest zřejmo, že přeměna horniny naší oproti norské jest mnohem pokročilejší, jak zvláště ukazuje více než trojnásobné množství vázané vody.

Goldschmidt vypočetl z Dittrichovy analysy složení gunildrudské horniny podle minerálů na:

orthoklasu	34·87%
albitu	10·24
anorthitu	0·40
andalusitu	6·94
cordieritu	13·81
křemene	20·97
biotitu	1·00
muskovitu	5·00
rutilu	1·36
apatitu	1·43
pyrrhotinu	1·32
tuhy	1·58
hygrosk. vody	0·66
	99·58%.

[24]) Střed ze dvou určení: 0·43 a 0·73.
[25]) Střed ze 7·06 a 6·91.

V naší hornině chybí: biotit, čerstvý andalusit, apatit, pyrrhotin a nejspíše i plagioklas, naproti tomu zaujímá mnohem větší podíl světlá slída, druhotně vzniklá z andalusitu a cordieritu. Složení těchto sekundárních světlých slid jest velmi kolísavé — stačí nahlédnouti do kompendia Hintzeova neb Danova, kde uveden veliký počet analys takovýchto pseudomorfos, skoro vesměs s vyšším procentem vody než ve theoretickém muskovitu, s podíly kysličníku hořečnatého, železnatého, železitého atd. I Goldschmidtova uvedená čísla jsou z podobných důvodů jen hrubou aproximací, v naší však hornině nutno vůbec upustiti od procentuálního rozpočtu na nerosty a toliko možno vyjádřiti rozdíl asi v ten smysl, že i v původní své podobě, před proměnou cordieritu a andalusitu ve světlou slídu, chiastolithická břidla naše měla hlavně méně živců než norská.

Na srovnání s chiastolithickou břidlou analysoval kol. Hanuš laskavě též nepřeměněnou břidlici silurskou pásma oseckokváňského z Voltuše; byl to kus z originálního materiálu Želízkova, věnovaného autorem sbírkám Barrandea v Museu království Českého, s úlomkem trilobita *Trinucleus Alfredi* (O. Novák) Želízko. Bylo nutno vzíti k analyse tuto břidlici, z naleziště téměř 5 *km* vzdáleného od Varty, jelikož ani na jednom ani na druhém nalezišti břidlic chiastolithických se nezachovaly nepřeměněné břidlice jílovité. Jelikož však z důvodů výše uvedených příslušnost původní horniny, z níž chiastolithické břidlice vznikly, k pásmu oseckokváňskému jest nepochybna, můžeme analysu břidlice od Voltuše vzíti za základ *přibližného* srovnání s chiastolithickou břidlicí a úsudku o chemické podstatě přeměny.

Výsledek Hanušovy analysy jest:

SiO_2	58·30%[26])
TiO_2	1·11
Al_2O_3 ...	21·76
Fe_2O_3 ...	3·55
FeO	2·01
MnO	0·13
MgO	1·65
CaO	0·68
Na_2O	0·98%[27])
K_2O	4·22%[28])
Ztráta žíháním	5·01%[29])
Vlhkost	0·75
	100·15%

[26]) Průměr ze dvou určení: 58·26 a 58 33.
[27]) „ „ „ 0·94 „ 1·01.
[28]) Obdržen shodný výsledek 4·22 dvakrát.
[29]) Voda a něco uhlíku.

Tyto výsledky — až na jedinou nedůležitou výjimku — vesměs leží v mezích složení jílovitých břidlic, srovnáváme-li je s analysami většího počtu těchto; na př. šestnáct analys jílovitých břidlic, uvedených v Rosenbuschových „Elemente der Gesteinslehre“,[30]) kolísá pro jednotlivé součásti v mezích:

SiO_2	53—68%
TiO_2	0— 0·5
Al_2O_3	9—25·5
Fe_2O_3 ...	1·8—18·3
FeO	0·5— 7·8
MnO	0— 2
MgO	0·8— 5·8
CaO...	sledy— 1·5
Na_2O	0·4— 2·6
K_2O	0·4— 4·6
Ztráta žíháním do	5·3

Pouze kysličník titaničitý jest přítomen v neobvykle vysokém podílu 1·11%, zajisté v podobě rutilu místně nahromaděného, ale jako vedlejší součástka nerozhoduje o chemickém rázu horniny. Mezi jílovitými břidlicemi jest označiti horninu z Voltuše jako typ bohatý kysličníkem hlinitým a zvláště draselnatým, chudý kysličníkem vápenatým a oběma kysličníky železa.

Bylo-li chemické složení matečné horniny břidlic chiastolithických, jak nanejvýš pravděpodobno, blízké složení jílovité břidlice z Voltuše, pak rozdíl mezi původní horninou a produktem přeměny se jeví jakožto značné zvýšení SiO_2 a K_2O při nevelikých změnách v relativních množstvích součástek ostatních. Import kysličníku draselnatého do horniny stal se zajisté až v hotové hornině, při větrání způsobeném svrchními prosakujícími vodami, neboť mikroskop ukazuje pseudomorfosy muskovitu po andalusitu (a cordieritu), jakožto produkty větrání. Pak nutno ovšem mysliti na sousední žulu jakožto pramen kysličníku draselnatého, jejž braly svrchní vody z větrajících jejích živců. Valná část přírůstku kyseliny křemičité má týž původ, jak ukazuje srovnání chemického složení nerostu původního a pseudomorfosujícího:

	Andalusit Al_2SiO_5	Muskovit $H_2KAl_3[SiO_4]_3$
SiO_2	36·8	45·2
Al_2O_3	63·2	38·5
K_2O	—	11·8
H_2O	—	4·5.

---

30) I. vydání (1898) str. 425.

Na kontaktní přeměnu samu, kterou vznikla břidlice chiastolithická z původní jílovité, zbývá podle toho nanejvýš částečný import kyseliny křemičité, nepříliš silné kontaktní zkřemenění, bez podstatnějších změn v součástkách ostatních.

Mineralogický ústav české university.

Methoda k určování kapacity elektrometrů.

Podává

Dr. **AUGUST ŽÁČEK,**

assistent fysikálního ústavu české university.

(Se 3 obrazy v textu.)

(Předloženo dne 29. října 1915.)

Změřiti jen poněkud přesně kapacitu elektrometru (obnášející u elektrometru kvadrantního několik desítek *cm*, u lístkového elektrometru pak pouze několik *cm*) náleží mezi dosti obtížné úlohy měrné fysiky. S druhé strany však vyskýtá se tato úloha hlavně v pracích o vedení elektřiny v plynech a o radioaktivitě poměrně často.

Hlavní obtíž při určování malých kapacit elektrometrů obvyklými methodami spočívá totiž v té okolnosti, že kapacita těles (na př. koule), s níž měřenou kapacitu elektrometru srovnáváme, závisí při malých kapacitách ve značné míře od konfigurace okolních vodičů. Tak na př. dle Harmsova [1]) tvrzení „užívá-li se k přenášení určitého elektrického množství na elektrometr koulí o radiu několika *cm*, jež nabíjíme dotekem s jedním pólem batterie, může na kouli skutečně se nacházející množství od vypočítaného množství $V.r$ lišiti se o více než 25%.“

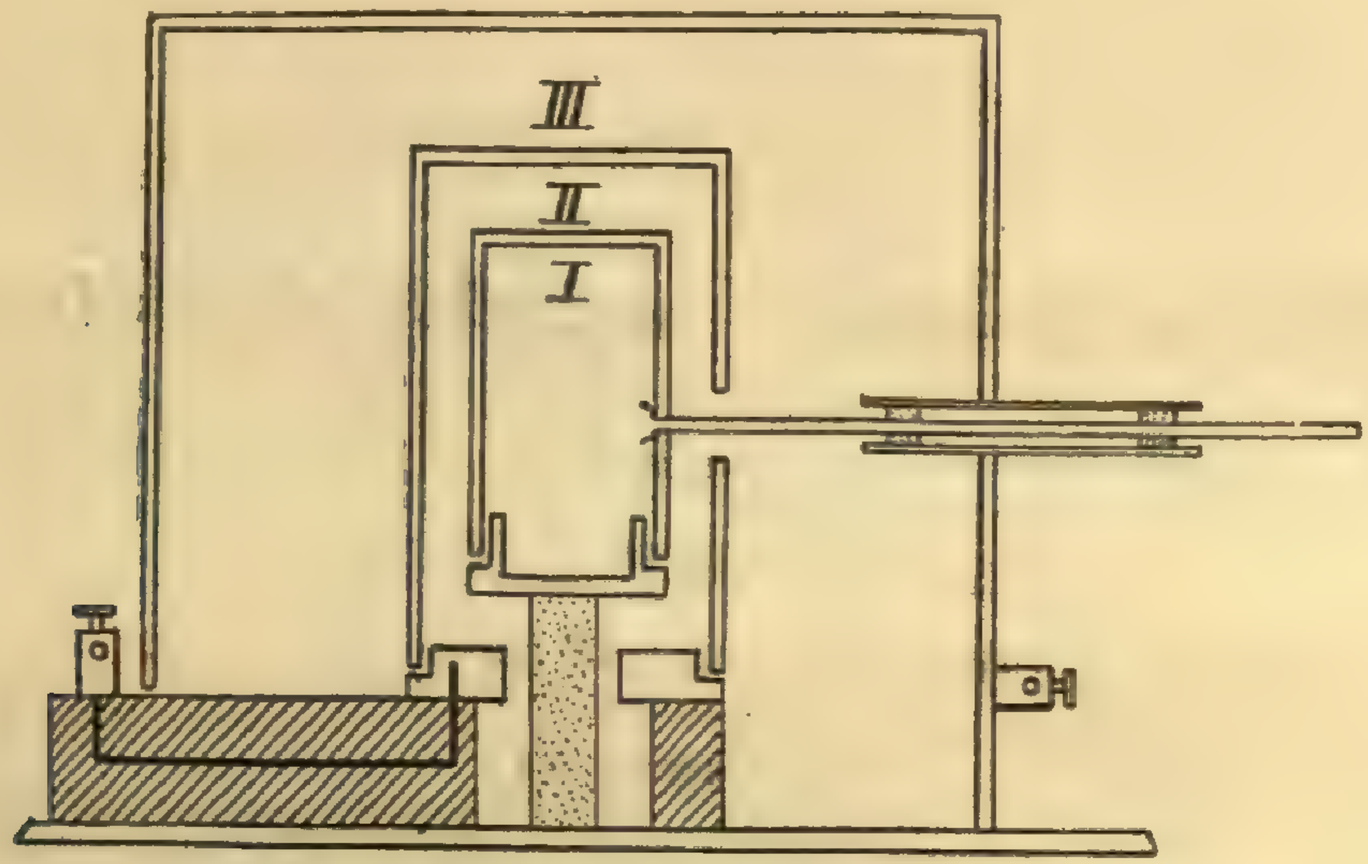
Proto Harms u cylindrického kondensátoru (viz obr. 1.), jejž konstruoval právě k určování malých kapacit elektrometrů, neměří kapacitu, jež mění se s přívody, změnou polohy přepínačů a pod., nýbrž tak zvaný koefficient influence jednoho válce na druhý. Význam koefficientu influence c vysvitne z následujícího: Překlopíme-li (viz obr. 2.) přepínač P tak, že válec II. Harmsova kondensátoru K jest nyní spojen s isolovaným pólem batterie o napětí V Volt, indukuje se na válci I. a na elektrometru s ním spojeném (před tím nenabitém) nezávisle na jeho kapacitě elektrické množství $c.V$.

K určování kapacity samotného elektrometru udal Harms v citované práci methodu, jež jediná ze všech method dosud užívaných k měření

[1]) F. Harms: Phys. Zs. V. 47. 1904.

malých kapacit elektrometrů dává výsledky dostatečně přesné a spolehlivé.

Ježto však užití Harmsovy methody naráží při některých typech elektrometrů na značné obtíže, chci v dalším popsati novou methodu,



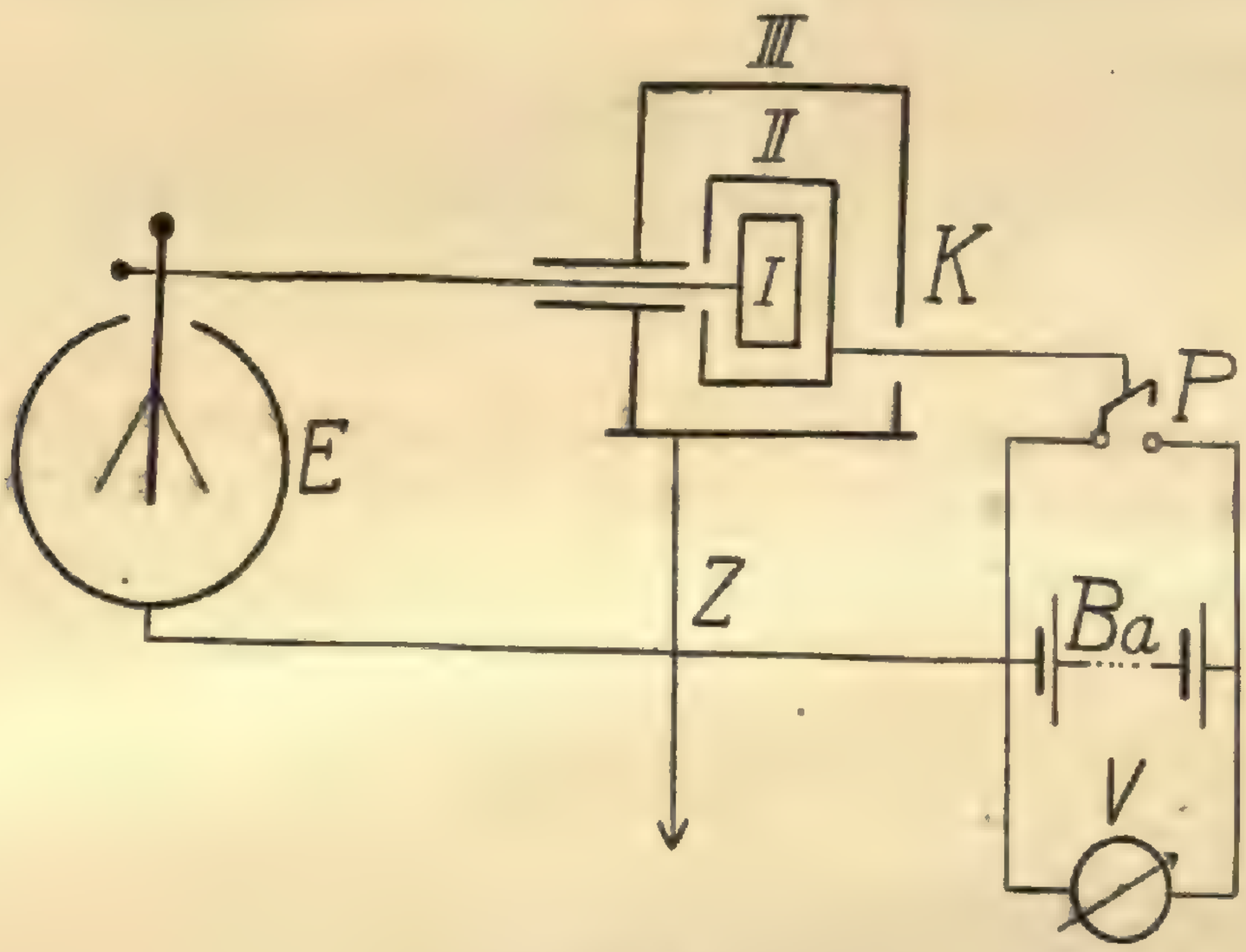
Obr. 1.

jež vedle toho proti methodě Harmsově skýtá některé další výhody: U Harmsovy methody totiž nejprve se nabije kondensátor spojený s elektrometrem, pak se elektrometr oddělí, vybije a konečně opět spojí s kondensátorem; při tom se vždy odečítá poloha lístku. U elektrometrů, kde pozorování lze prováděti pouze v úzkém oboru poloh lístku (na př. u Schmidtova elektrometru pro určování radioaktivity pramenů, kde pozorování děje se mikroskopem) stává se někdy, že po opětném spojení elektrometru s kondensátorem nelze již polohu lístku pozorovati; pak Harmsovy methody vůbec nelze užiti. — Při Harmsově methodě musí býti značná část škály graduována ve Voltech, od přesnosti graduace závisí přesnost výsledku. — Konečně neudává tato methoda kapacitu pro určitou polohu lístku, nýbrž pouze jakousi střední hodnotu kapacity.

Naproti tomu lze nové methody užiti vždy, ať jest obor pozorování přístupných poloh lístku sebe menší; stačí, když pro některé (libovolné) body škály (aspoň pro jeden) jest udáno napětí ve Voltech. Konečně lze tuto methodu upraviti na jistý druh methody nullové, což nese s sebou další výhodu, že měření stanou se ještě přesnější, vedle toho děje se v tom případě měření kapacity pro určitou polohu lístku, což hlavně tehdy padá na váhu, když kapacita značně se mění s výchylkou. Při tom jest tato methoda stejně jednoduchá jako Harmsova, vedle toho však přesnější.

Krátký popis methody potvrdí správnost předchozích tvrzení. Na 2. obrázku jest schematicky znázorněno uspořádání, jehož se při měření užívá. Harmsův kondensátor K stojí na otáčivém stolku, takže jím lze kolem osy pohodlně otáčeti. Při tom jest při jedné poloze stolku válec I. kondensátoru vodivě spojen s elektrometrem E, při otočení asi o 120°

vodivě spojen s bodem Z odvedeným k zemi. Měření děje se jednoduše takto: Nejprve methodou nahoře naznačenou určíme úhrnnou kapacitu $\varkappa$ elektrometru spojeného s kondensátorem. Udal ji Wulf: Phys. Zs. *10.* 253. 1909. Přepínačem P spojíme válec *II.* s isolovaným pólem batterie, jejíž napětí (V Volt) odečteme na voltmetru; při tom indukuje se na válci *I.* (před tím vybitém) a na elektrometru s ním spojeném elektrické množství



Obr. 2.

$c.V$. Ukazuje-li při tom elektrometr výchylku odpovídající v Voltům, platí patrně

$$c\,V = \varkappa\,v,$$

z čehož snadno vypočítáme úhrnnou kapacitu $\varkappa$.

Druhý oddíl měření týká se určování kapacity elektrometru samotného. Oddělíme válec *I.* od elektrometru a pootočením kondensátoru spojíme se Z (zemí). Při tom má přepínač P polohu v obrázku naznačenou, t. j. také válec *II.* jest spojen se zemí. Překlopením přepínače spojíme válec II. s isolovaným pólem batterie, pootočením kondensátoru válec I. isolujeme, opětným překlopením přepínače spojíme válec II. se zemí, tím indukuje se na válci I. množství $c.V_B$, kde V_B značí napětí batterie na voltmetru odečtené. Potom nabijeme elektrometr na v_1 Volt, takže se na něm nachází množství $\gamma.v_1$, kdež γ značí hledanou kapacitu elektrometru. Dalším pootočením kondensátoru spojíme vodivě válec I. s elektrometrem, při tom úhrnný náboj

$$c\,V_B + \gamma\,v_1$$

způsobí na elektrometru výchylku v_2. Kapacitu elektrometru spojeného s kondensátorem již z první části měření známe, můžeme tedy ze samozřejmé relace

$$c\,V_B + v_1\,\gamma = \varkappa\,v_2$$

vypočítati kapacitu elektrometru

$$\gamma = \frac{\varkappa v_2 - c V_B}{v_1} \quad ^{1})$$

Jak již nahoře bylo poznamenáno, lze velmi snadno upraviti tuto methodu na jistý druh methody nullové: stačí jen měniti napětí V_B tak dlouho, až nabitý elektrometr při spojení s kondensátorem svoji výchylku nezmění; pak

$$v_1 = v_2$$

a tedy dále:

$$\gamma = \varkappa - c \frac{V_B}{v_1}.$$

V oněch případech, kdy kapacita elektrometru se značně mění s výchylkou, nutno také $\varkappa$ určovati pro tu výchylku, pro níž měříme kapacitu γ, t. j. voliti V tak, aby

$$v = v_1;$$

pak jest

$$c V = \varkappa v_1,$$

takže konečně dostáváme pro kapacitu elektrometru:

$$\gamma = c \frac{V - V_B}{v_1}.$$

Jako illustrace popsané methody budiž uvedeno jedno z četných měření[2]) kapacity lístkového elektroskopu Elster-Geitelova. Škála dělená po ½ millimetrech upravena byla známým způsobem; odečítání výchylek lístků dálo se asi 3 *m* vzdáleným odečítacím dalekohledem, čímž byla parallaxa dokonale odstraněna. Batterie olověných akkumulátorů, k nimž připojen jeden Edisonův akkumulátor o napětí asi 1 Volt, dovolovala realisovati s dostatečnou přesností každé žádané napětí, jež odečítáno na precisním voltmetru fy Weston; škála voltmetru dělená na 150 dílů odpovídá 300 Voltům.

Kapacita byla poslední modifikací popsané methody určována pro různé polohy lístků. Poněvadž při některých měřeních se ukázalo, že graduační křivky stanovené před měřením kapacity pro všechny body a po něm nesouhlasí spolu tak, jak jest pro přesné určení kapacity nutno, postupováno při měření tím způsobem, že vždy nejprve stanoveno napětí způsobující výchylku lístků, pro niž chceme kapacitu stanoviti, potom provedena měření kapacit $\varkappa$ a γ pro tuto výchylku, konečně graduace

---

[1]) Při měření výhodnější jest nabíti nejprve elektrometr, pak teprve kondensátor. Tím zmenší se chyby zaviněné nedostatečnou isolací.

[2]) Při provádění těchto měření, jimiž měla se dokázati upotřebitelnost methody k určování malých kapacit elektrometrů, pomáhala mi sl. PhC. M. Kuthanová, začež jsem jí zavázán vřelým díkem.

pro touž výchylku opakována. V žádném případě neliší se obě napětí od sebe podstatně.

Abych co možná usnadnil užití popsané methody, uvádím protokol jednoho měření in extenso, pro ostatní aspoň v přehledu.

Protokol:

Graduace před měřením:

Výchylka lístku			Výchylka voltmetru
levého	pravého	úhrnná	
17,0	10,4	27,4	71,1 = 142,2 Volt
18,0	11,3	29,3	75,2 = 150,4 „
19,0	12,1	31,1	78,5 = 157,0 „

Stanovení $\varkappa$:

Na str. 3. uvedenou methodou stanovena úhrnná kapacita $\varkappa$ pro výchylku lístků 18,0 + 11,3 = 29,3. Ukázalo se, že napětí 195,8 Volt způsobuje výchylku poněkud menší, napětí 197,0 poněkud větší než 29,3. Vzat tedy z obou střed:

$$V = 196{,}4 \text{ Volt pro výchylku } 29{,}3 = 150{,}4 \text{ Volt} = v_1.$$

Stanovení γ:

Při zkoušení, jaká napětí nemění výchylku nabitého elektroskopu, nutno často elektroskop nabíjeti. Poněvadž i nabíjení nabíječkou trvá dosti dlouho a vyžaduje trpělivosti, prováděno také nabíjení elektroskopu Harmsovým kondensátorem, tak že se přenese jím na elektroskop vhodné množství náboje, jež právě způsobuje žádanou výchylku. Tento postup také proto velmi se osvědčuje, že užívá téhož uspořádání, jakým se určuje γ, jenom napětí nutno vždy vhodně zvoliti.

Postup při vlastním měření jest tento:

Nejprve uvedeným způsobem nabijeme elektroskop na výchylku o málo větší než jest ona, pro niž stanovujeme kapacitu. Během doby, než přirozeným spádem lístky klesnou na předepsanou výchylku, připravíme si napětí pro nabití kondensátoru, jež provedeme krátce před tím, než lístky zaujmou žádanou výchylku. Pak rychle spojíme s elektroskopem. Po spojení má elektroskop míti touž výchylku jako před spojením.

V našem případě způsobovalo napětí 170,0 Volt nepatrné klesnutí, napětí 171,4 Volt nepatrné stoupnutí výchylky 29,3 = 150,4 Volt. Z těchto dat opět vezmeme střed:

$$V_B = 170{,}7 \text{ Volt.}$$

Graduace po měření shoduje se téměř úplně s graduací před měřením:

Výchylka lístku			Výchylka voltmetru
levého	pravého	úhrnná	
17,0	10,4	27,4	71,1 = 142,2 Volt
18,0	11,3	29,3	75,2 = 150,4 „
19,0	12,2	31,2	78,5 = 157,0 „

Z uvedených dat vypočítá se hledaná kapacita γ dle formule:

$$\gamma = c\,\frac{V - V_B}{v_1}$$

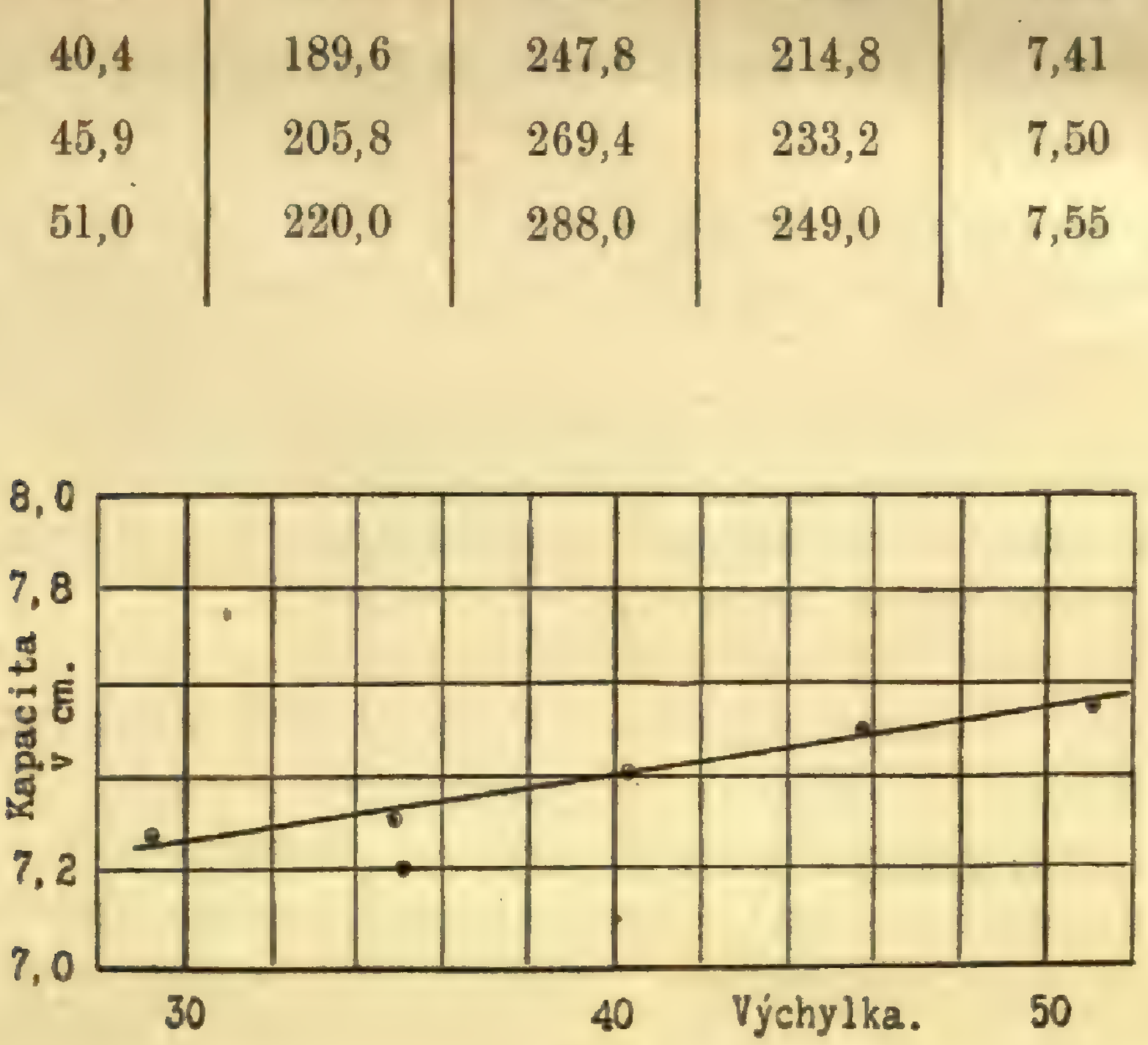
$$\gamma_{29,3} = 42{,}6\,.\,\frac{196{,}4 - 170{,}7}{150{,}4} = 7{,}28\ cm,$$

když koefficient vzájemné influence pro Harmsův kondensátor jest

$$c = 42{,}6\ cm.$$

Protokol pro tyto a ostatní výchylky uvádím přehledně v tabulce:

Výchylka celková dílků $= v_1$	Volt	V Volt	V_B Volt	γ v cm
29,3	150,4	196,4	170,7	7,28
34,9	170,0	223,0	193,8	7,32
40,4	189,6	247,8	214,8	7,41
45,9	205,8	269,4	233,2	7,50
51,0	220,0	288,0	249,0	7,55



Obr. 3.

Z obrázku, v němž předešlá tabulka jest graficky znázorněna, vidíme, že u elektrometru Elster-Geitelova ve vyšetřovaném oboru výchylek kapacita roste s výchylkou lineárně a sice v celku asi o 4%.

V Praze, ve fysikálním ústavě č. university, v říjnu 1915.

O novém spůsobu titrace iontu chlorového (Cl') rtuťnatým ($Hg^{\cdot\cdot}$).

Podává

prof. Emil Votoček

v Praze.

Předloženo dne 29. října 1915.

Již r. 1853 nalezl Liebig[1]), že se dusičnan a chlorid rtuťnatý různě chovají k vodnému roztoku močoviny. Kdežto prvá sůl skýtá s ní hojnou sedlinu bílou, nevylučuje chlorid rtuťnatý ničeho. Ježto pak se dusičnan rtuťnatý mění chloridy alkalických kovů u roztoku vodném okamžitě v chlorid rtuťnatý:

$$Hg(NO_3)_2 + 2\,NaCl = HgCl_2 + 2\,NaNO_3$$

čili dle dnešní formulace iontové

$$Hg^{\cdot\cdot} + 2\,Cl' = HgCl_2 \quad \text{(nepatrně ionisovaný)},$$

nemůže přidávání zředěného roztoku $Hg(NO_3)_2$ (resp. iontu $Hg^{\cdot\cdot}$) k roztoku močoviny + chloridů alkalických vyvolati trvalou sedlinu dotud, pokud není spotřebován veškerý chlorid alkalický (resp. ion Cl'). Jakmile však se to stalo, spůsobí další přídavek dusičnanu rtuťnatého (iontu $Hg^{\cdot\cdot}$) bílé zakalení kapaliny reakční.

Reakce právě vytčená, při níž jest močovina prostě indikátorem skončené reakce mezi chloridem alkalickým a dusičnanem rtuťnatým (iontu Cl' a $Hg^{\cdot\cdot}$), použil Liebig k titraci chloridů v roztocích neutrálných, zvláště k určování soli kuchyňské v moči. Obráceně navrhl titrovati rtuť v dusičném roztoku solí kuchyňskou, při čemž však užil jako indikátoru

---

[1]) Lieb. Ann. *85*, str. 297.

ne močoviny, nýbrž fosforečnanu sodnatého, kterážto sůl chová se vůči roztokům dusičnanu a chloridu rtuťnatého obdobně jako močovina, vylučujíc fosforečnan rtuťnatý toliko z roztoku soli prvé. Přesných výsledků docílil zdé L i e b i g jenom tím, že připouštěl jednou roztok soli kuchyňské k vodné směsi dusičnanu rtuťnatého + fosforečnanu sodnatého, až zmizela sedlina fosforečnanu rtuťnatého, po druhé pak roztok dusičnanu rtuťnatého do vodné směsi soli kuchyňské + fosforečnanu sodnatého, až se v čiré kapalině objevilo zakalení fosforečnanem rtuťnatým. Z nalezených dvou hodnot pro rtuť bral pak arithmetický střed.

Závadou methody Liebigovy bylo, že indikátory při ní užívané — jak močovina tak i fosforečnan alkalický — nedovolovaly titrovati v roztoku vysloveně dusičně kyselém, ježto se v kyselině té rozpouští jak rtuťnatá sloučenina močoviny tak i fosforečnan rtuťnatý. Obtíž tu hleděl odstraniti M o h r [1]) nahradiv indikátory řečené červenou solí krevnou, kterážto sůl rovněž se nesráží vodným chloridem rtuťnatým, kdežto s dusičnanem rtuťnatým skýtá sedlinu ferrikyanidu rtuťnatého, zcela nerozpustnou ve zředěné kyselině dusičné za chladu. Docílil tím při titraci chloru (resp. iontu Cl′) výsledků velice uspokojivých, k jichž posouzení uvádím původní čísla M o h r e m nalezená:

Užito k pokusu:	Nalezeno titrací u přítomnosti fosforečnanu:
0,1 g l. č. KCl	0,09843 až 0·09992 [2]) g KCl
0,3 g l. č. KCl	0,299 g KCl
0,2 g l. č. NH_4Cl	0,19834 g NH_4Cl
0,3 g l. č. $BaCl_2 . 2$ aq	0,300243 g $BaCl_2 . 2$ aq.

Přes to však, že získané výsledky byly s dostatek přesny, usoudil M o h r, že methoda ta nemůže soutěžiti s titrací chloridů roztokem stříbrnatým u přítomnosti chromanu draselnatého jakožto indikátoru, kterážto methoda titrační rovněž jím samým byla nalezena. Jeť dle úsudku Mohrova při methodě se stříbrem konec titrace mnohem zřetelnější, reakce po stránce kvantitativné přesnější a mimo to dá se správný roztok stříbrnatý připraviti co nejspolehlivěji přímo, t. j. bez předchozího stanovení titru látkou jinou.

Vskutku nedosáhla rtuťnatá methoda Mohrova praktického použití ani při titracích iontu Cl′ ani pro stanovení Hg··, v posledním případě hlavně proto, že jí nelze užiti v přítomnosti takových kovů (resp. jich iontů), jež skýtají ferrikyanid nerozpustný ve vodě i zředěné kyselině dusičné.

Zabývaje se sražením vícemocných fenolů vodným roztokem dusičnanu rtuťnatého za účelem jich kvantitativného stanovení nalezl jsem vý-

---

[1]) „Titriermethode“ 1. vydání r. z 1859, II., str. 65, resp. 3. vydání z r. 1870, str. 397.

[2]) Dle intensity zákalu, po kterou titrováno.

borný indikátor pro ion $Hg^{\cdot\cdot}$ v nitroprussidu sodnatém ($Na_2Fe(CN)_5NO$), jeť nitroprussid rtuťnatý nerozpustný jak ve vodě tak i ve zředěné kyselině dusičné a vylučuje se ze zředěných roztoků dusičnanu rtuťnatého ve způsobě neobyčejně zřetelného zákalu bílého. Zde doklad:

Ke 100 cm^3 destillované vody přidáno na špičku nože práškovitého nitroprussidu sodnatého a několika kapek konc. čisté (chloru prosté) kyseliny dusičné. Již přídavkem 0,25 cm^3 $^1/_{100}$ n. dusičnanu rtuťnatého vzniklo pěkně znatelné bílé (mlékovité) zakalení. Méně citlivým indikátorem jest Mohrem navržený ferrikyanid draselnatý, neboť týž pokus spotřeboval k zřetelnému zakalení kapaliny 0·6 cm^3 $^1/_{100}$ n. dusičnanu rtuťnatého. A stejně tomu bylo i při pokusech, při nichž přidáván $^1/_{100}$ n $Hg(NO_3)_2$. Vždy byla spotřeba soli té k docílení zákalu mnohem větší u přítomnosti ferrikyanidu nežli s nitroprussidem. Jak při ferrikyanidu tak i nitroprussidu jest přídavek kyseliny dusičné na prospěch, neboť se jím spotřeba dusičnanu rtuťnatého k vyvolání zákalu ceteris paribus znatelně sníží. Když na př. připuštěn ke 100 cm^3 destillované vody, v níž rozpuštěn drobný krystallek ferrikyanidu draselnatého, $^1/_{10}$ n. dusičnan rtuťnatý po předchozím okyselení kyselinou dusičnou, spotřebováno ho k vyvolání zákalu toliko 0·1 cm^3. Když však při stejném pokusu vynechán přídavek kyseliny dusičné, nedala 0·1 cm^3 $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ žádného zákalu, ani po 2minutovém čekání, další 0·1 cm^3 $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ po dalších 2 minutách rovněž ničeho a teprvé po celkové spotřebě 0·28 cm^3 $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$ objeví se znatelný zákal, jenž ovšem stával se tím znatelnějším, čím déle kapalina stála.

Tak jako při titraci u přítomnosti ferrikyanidu draselnatého (methodou Mohrovou) jest i za užití nitroprussidu sodnatého poznání prvého zakalení tím přesnější, čím amorfněji se rtuťnatá sůl indikátoru vyloučí, t. j. čím zředěnější jest roztok, s nímž pracujeme. I $^1/_{10}$-normálné roztoky chloridů jsou v tom ohledu ještě příliš koncentrované a jest záhodno zředíti je před titrací aspoň několikanásobným objemem vody.

Že se nitroprussidem sodnatým indikuje přítomnost iontů $Hg^{\cdot\cdot}$ přesněji než ferrikyanidem draselnatým, nemůže nikterak překvapovati, uvážíme-li, že v prvém případě vzniká bílý zákal v kapalině prakticky bezbarvé (jsouť zředěné roztoky nitroprussidu jen pramálo zbarveny). Poznání zákalu je zde nepoměrně snadnější, nežli bylo-li užito ferrikyanidu, ježto se v případě posledním vystižení prvého slabého zákalu znesnadňuje žlutým zbarvením přítomného ferrikyanidu draselnatého.

Úprava roztoků k titraci potřebných. — Roztokem základním jest $^1/_{10}$ n. chlorid sodnatý, jejž získáme, rozpustíme-li 5·846 g Kahlbaumova nejčistšího taveného chloridu sodnatého do 1 litru vody. Dle roztoku toho upravíme $^1/_{10}$ n. dusičnan rtuťnatý tím, že rozpustíme více než $^1/_{10}$-normálné množství nejčistší soli té ve vodě, okyselíme potřebným množstvím čisté kyseliny dusičné a zředíme v litr. Titr získaného roztoku určíme titrací na $^1/_{10}$ n. NaCl a pak zředíme, aby byl $^1/_{10}$ normálný anebo co nejbližší $^1/_{10}$ normálnému. Případný korrekční faktor vyšetříme.

1 cm^3 $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ odpovídá 0·005846 *g* NaCl nebo 0·003546 *g* chloru. Pro titrace velmi zředěných roztoků Cl′ upravíme dále desetinásobným zředěním roztok $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$, jehož 1 cm^3 odpovídá 0·0005846 *g* NaCl resp. 0·0003546 *g* Cl.

Provedení titrace: Do kádinky nebo baňky Erlenmeyerovy odměřený roztok, v němž chceme Cl′ stanoviti, zředíme destillovanou vodou, přidáme 2krát na špičku nože práškovitého nitroprussidu sodnatého [1]) a několik kapek konc. čisté (chloruprosté) kyseliny dusičné. Přebytek této nevadí, lzeť jí přidati i 1 cm^3 aniž to co mění na výsledku titrace. Na to připouštíme z byrety $^1/_{10}$ n. nebo $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$ (míchajíce tyčinkou nebo kroužíce baňkou) tak dlouho, až vznikne prvý trvalý, během minuty nemizící zákal. Od spotřebovaného objemu dusičnanu rtuťnatého odečteme 0·025 cm^3, jde-li o roztok $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ resp. 0·25 cm^3, titrujeme-li $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$. Jsou to ona množství roztoku rtuťnatého, jichž jest minimálně třeba, aby se vyvolal zákal v kapalině o celkovém objemu až do 200 cm^3 jdoucím. Zbylý objem dusičnanu rtuťnatého přepočteme na chlor.

Pro posouzení přesnosti nitroprussidové methody, mnou navržené, stůjž zde několik příkladů. Připomínám, že k úpravě roztoků titrovaných i k titraci sloužily výhradně odměrné nádoby, cejchované německým říšským ústavem v Berlíně, po příp. kalibrované v laboratoři naší.

Určování chloridů resp. chloru.

1. 0·0678 *g* nejčistšího Kahlbaumova taveného chloridu sodnatého rozpuštěno ve vodě a titrováno po přídavku nitroprussidu i kyseliny dusičné $^1/_{10}$ normálným dusičnanem rtuťnatým (faktor 1·0008). Spotřebováno 11·6 — 0·025 cm^3, t. j. 11·57 cm^3 roztoku rtuťnatého, což odpovídá 0·0677 *g* NaCl:

Užito .....0·0678 *g* NaCl
Nalezeno .....0·0677 *g* NaCl

čili 99·88% množství užitého.

2. 0·1119 *g* NH_4Cl rozpuštěno v 50 cm^3 vody a titrováno jako obvykle. Spotřebováno 20·82 cm^3 $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ (faktor 0·9959); z toho

nalezeno ..... 0·11151 *g* NH_4Cl,
užito ..... 0·1119 *g* NH_4Cl.

nalezeno tudíž 99·66% množství užitého.

---

[1]) Roztoku upotřebiti není radno, ježto se při uchovávání v brzku kazí.

3. 0·2015 chloracetyl-chloranilinu $C_6H_4Cl \cdot NHCO \cdot CH_2Cl$ rozloženo 1 hodinným žíháním s čistým (chloruprostým) bezvodým uhličitanem sodnatým ve dvou tyglících překlopených (methoda P i r i a-S c h i f f -ova). Po vychladnutí vyloužena hmota horkou vodou, zfiltrováno a zředěno do 500 *cm*³. Vyjmutých 50 *cm*³ okyseleno čistou kyselinou dusičnou a titrováno $^1/_{100}$ normálným $Hg(NO_3)_2$ (faktor 1·0036). Spotřebováno ho 19·65 *cm*³ čili 19·71 *cm*³ roztoku přesně $^1/_{10}$ normálného. Z toho vypočítá se chlor na 0·006989 *g* v 50 *cm*³ čili 0·06989 *g* Cl v celku (500 *cm*³). Ve zkoumané látce nalezeno 34·68%, theorie pro $C_6H_4Cl \cdot NHCOCH_2Cl$ žádá 34·75% chloru.

4. 100 *cm*³ $^1/_{1000}$ normálného chloridu sodnatého titrováno $^1/_{100}$ normálným $Hg(NO_3)_2$ (faktor 1·0036):

Nalezeno ..... 0·003597 *g* chloru,
užito ..... 0·003456 *g* chloru,

tedy 101,4% chloru užitého.

5. Dalším zředěním upraven roztok, obsahující ve 100 *cm*³ 0,001 *g* chloru.

100 *cm*³ roztoku toho spotřebovalo v prvním pokusu 2·92, po druhé opět 2·92 *cm*³ $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$ (faktor 1·0096).

Užito ..... 0·0010 g chloru
Nalezeno *a*) ..... 0·00104 g „
b) ..... 0·00104 g „

* * *

Zkoušel jsem též, jaké budou výsledky titrace Cl' dusičnanem rtufnatým u přítomnosti rozmanitých iontů jiných. Ukázalo se, že ion sulfátový, fosfátový ani chlorečný nemají vlivu ve správnost titrace:

a) 50 *cm*³ $^1/_{1000}$ n. NaCl okyseleno kyselinou dusičnou (2 *cm*³ 50%ní HNO_3) a titrováno $^1/_{100}$ normálným $Hg(NO_3)_2$. Spotřeba ..... 5·15 *cm*³ $^1/_{100}$ n roztoku rtufnatého.

b) 50 *cm*³ téhož roztoku + 1 *g* nejčistšího $(NH_4)_2SO_4$ titrováno za stejných okolností. Spotřeba ..... 5·18 *cm*³ „ „ „ „

c) 50 *cm*³ téhož roztoku + 1 *g* nejčistšího fosforečnanu sodnato-ammonatého. Spotřeba ..... 5·20 *cm* „ „ „ „

d) 50 *cm*³ téhož roztoku + 1 *g* nejčistšího $KClO_3$. Spotřeba ..... 5·30 *cm*³ „ „ „ „

Také přítomnost dusanu alkalického nevadila, pokud jeho koncentrace nevystupovala nápadně přes míru, možnou při analyse přirozených vod, jak ukazuje příklad tento:

e) 50 cm^3 $^1/_{1000}$ n. NaCl + 2 cm^3 roztoku, jež obsahovaly 0·002 *g* dusíku nitritového, spotřebovaly 5·25 cm^3 $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$.

Bylo-li ovšem v roztoku příliš mnoho dusanu (sodnatého), ničil se kyselinou dusíkovou indikátor (nitroprussid), což titraci po případě až i znemožňovalo.

Ion sulfitový titraci vadí, mizíť zákal nitroprussidem rtuťnatým v dusičně kyselém roztoku spůsobený po přídavku jak vodné kyseliny siřičité tak i siřičitanů alkalických.

* * *

Ježto se methoda moje, jak svrchu bylo ukázáno, vyznačuje přesností i v těch případech, kde běží o velice zředěné roztoky Cl′ obsahující, užil jsem jí k prozkoumání některých přirozených vod, zvláště káranské vody pitné, se zřetelem na ion chlorový:

100 cm^3 káranské vody pitné, vypuštěné z vodovodu v laboratoři dne 24. října t. r. spotřebovalo při titrační methodě mé jednou 2·95 cm^3, po druhé 3·05 cm^3, po třetí 2·85 cm^3, tedy průměrem 2·95 cm^3 $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$ (faktor 1·0036).

ve 100 cm^3

Tudíž nalezeno ..... 1·049 *mg* chloru.

Téhož dne nalezeno výzkumnou laboratoří města Prahy
v káranské vodě (nabrané na Floře) methodou
Mohrovou ..... 1·164 *mg* chloru.

Ve 100 cm^3 káranské vody, načerpané v laboratorním vodovodu dne 27. října t. r., nalezeno methodou mojí při 3 pokusech
0·925, 0·942 a 0·925 *mg* Cl,
dle analysy methodou Mohrovou v laboratoři města Prahy
(voda z Flory) ..... 1·134 *mg* Cl

Ve 100 cm^3 káranské vody, načerpané ve vodovodu laboratorním dne 28. října t. r. nalezeno methodou mojí ..... 0·907 *mg* Cl.

Kontrolní pokus, provedený s toutéž vodou p. docentem Dr. F. Schulzem
za užití methody Mohrovy dal ..... 1·0 *mg* Cl.

Téhož dne nalezeno v městské laboratoři pražské ve vodě, nabrané na Floře, dle methody Mohrovy .....1·164 *mg* Cl.

Zajímalo mne dále, pokud se dá methody mé upotřebiti k stanovení chloridu sodnatého v moči, ku kterémuž účelu se dnes většinou užívá methody Volhardovy.

K 10 *cm*³ moči přidáno 7 *cm*³ 50%ní kyseliny dusičné [1]) a titrováno $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ (faktor 1·0036). Spotřebováno ho 18·22 *cm*³, což indikuje 0·10718 *g* NaCl.

Toutéž pipetkou odměřeno 10 *cm*³ téže moči do misky niklové a přidáno po 1 *g* bezvodého Na_2CO_3 a $NaNO_3$ (obou čistých, chloruprostých). Směs odpařena na vodní lázni do sucha a výparek, pálen zprvu mírně, pak slabě žíhán, jen co by se hmota roztopila a částečky uhlíku shořely. Bílá tavenina vyvařena vodou, filtrována a titrována po přídavku 7 *cm*³ 50%ní HNO_3. Spotřebováno 18·42 *cm*³ $^1/_{10}$ n. $Hg(NO_3)_2$ (faktor 1·0036), což odpovídá 0·10815 *g* NaCl. Nalezeno tudíž:

přímou titrací moči ..... 0·10718 *g* NaCl
titrací chloridu v popelu moči ..... 0·10815 *g* „

Jak zjevno, jsou výsledky mojí přímou methodou získané velice shodny s určením chloridu po předchozím zpopelení moče. Dlužno však na to upozorniti, že nutno titrovati moč jen až do prvého, po několik minut stálého zakalení, neboť dlouhým stáním titrované moči vchází nitroprussid rtuťnatý opět v roztok a kapalina se opět vyjasní, patrně vlivem některé z organických sloučenin v moči obsažených.

Že močovina není prakticky na závadu titraci chloridů roztokem rtuťnatým, ukazuje pokus tento:

50 *cm*³ $^1/_{1000}$ n. NaCl spotřebovalo za přídavku dostatku kyseliny dusičné 5·08 *cm*³ $^1/_{100}$ n. $Hg(NO_3)_2$.

50 *cm*³ téhož roztoku a za přídavku 2 *g* močoviny i dostatku kyseliny dusičné vyžádalo 5·4 *cm*³ téhož roztoku rtuťnatého.

Spůsobily tudíž 2 *g* přidané močoviny ve spotřebě $^1/_{100}$ normálného $Hg(NO_3)_2$ pouze přírůstek 0·32 *cm*³, což odpovídá 0·032 *cm*³ roztoku $^1/_{10}$ normálného a nepadá při určování chloridu sodnatého v moči nikterak na váhu.

Konče tuto prvou, předběžnou zprávu svoji o titraci iontu chlorového rtuťnatým, podotýkám, že lze methody mé upotřebiti stejně přesně i k určení Br' a CN', jakož i $Hg^{\cdot\cdot}$. Ukázala to nemalá řada pokusů, mnou již provedených, z nichž číselné doklady podám v příští své zprávě, předmětu tomu věnované. Zajisté bude lze rozšířiti methodu mou i na určování iontu kyanového, rhodanového, nitroprussidového a některých jiných, což vyšetřiti bude mým úkolem nejbližším.[2])

Organická laboratoř c. k. české vysoké školy technické v Praze.

---

[1]) Silného okyselení toho je třeba, aby se nevyloučily rtuťnaté sloučeniny močoviny a jiných látek dusíkatých, v moči obsažených.

[2]) Během sazby se tak již stalo a ion kyanový, rhodanový i nitroprussidový s úspěchem určovány.

Nástin tektoniky Třemošenského pohoří mezi Strašicemi a Rokycany.

Napsal

Cyril r. Purkyně.

(Věnováno prof. dru Karlu Vrbovi.)

(S mapkou[1]) a 1 obr. v textu.)

Předloženo dne 11. listopadu 1915

Třemošenské pohoří [1], rozsáhlá a nejvyšší část Brd, rozkládající se mezi Rokycany, Rožmitálem, Příbramí a Jincemi, skládá se skoro výhradně z křemitých slepenců a drob, jež J. Krejčí [2] uvádí jako třemošenské slepence (Barrandova *Et. B* z části, příbramské droby u Lipolda [3]). Část Třemošenského pohoří, o které jedná tato studie, jest nejzápadnější celého pohoří, a jest zhruba omezena na jihu a západě údolím Padrťského potoka, na severu údolím Boreckého potoka, na východě pak tvoří slepencový chobot mezi Strašicemi a Medovým Újezdem směrem k Cheznovicům. Šířka zkoumaného území, nehledíme-li k Vydřiduchu a Chlumu, jest jen asi 5 km., t. j. asi pětina největší šířky veškerého pohoří, ale přes to lze míti za to, že jsou tektonické poměry největší části Třemošenského pohoří, zvláště v části západní, nejspíše obdobné s těmi, jaké autor shledal v tomto menším, přiloženou mapkou zobrazeném, dílu. Předem lze říci, že se obraz náš v mnohem shoduje s tím, co první pověděl J. Krejčí [2] o tektonice Třemošen-

[1]) Podkladem přiložené mapky není podrobné geologické mapování. Vynechány jsou veškeré uloženiny svahové, uloženiny diluvialní a alluvialní. Ohraničení útvarů a souvrství jest namnoze jen přibližné.

ského pohoří, a že v území našem naprosto ještě nelze přisvědčiti náhledům některých autorů, kteří se snaží tektoniku českého staršího paleozoika vysvětlovati s hledisek osvědčených v Alpách, avšak jichž nelze všeobecně užiti u nás. Vylíčiti tektoniku Třemošenského pohoří není snadné proto, že jest poměrně velmi málo míst, na nichž jsou vrstvy přístupny; nalézáme je nejčastěji na vrcholech, kde bývají části vrstev isolovány v podobě skalek, avšak namnoze rozkládají se na místě bývalých skal spousty kamenné ssuti, ba pravá „kamenná moře."

Některé skály činí, podobny jsouce mohutným zdem, přímo ze svahů horských, na př. „oltáře" na sev. svahu Žďáru, podobné mohutné skály v Hoškovině (s. z. Pískového vrchu, záp. ostrého ohybu silnice vedoucí do Strašic), skalnatý hřeben „u Floriána" v údolí Ledného potoka, a podobný na sev. svahu Mlýnského vrchu, kde činí jako poslední zbytek slepencového souvrství pilíř, (obr. na str. 3.), na němž dobře vidíme plochy vrstevné, plochy svislých diaklas i nepravidelné plochy lomné, dle nichž se dál rozpad vrstev slepencových. Zachování těch a jiných podobných skal bylo způsobeno zvláště v těch místech, kde byl tmel slepenců druhotně obohacen kysličníkem křemičitým, jehož doprava se dála po spárách diaklas, nebo po paraklasách, jež se v našem pohoří jeví zvláště ve formě posunů v rovině některé diaklasy, avšak zároveň v rovině vrstevné. Proužky dislokačních zrcadel, naznačující posun, jsou pak zpravidla rovnoběžny s průměty mezer vrstevných [4., část II. obr. na str. 5]. Z proužků na plochách posuvných jsou tedy patrny linie, v nichž se dál posun pravé či levé strany (linie ty jsou v mapce vyznačeny tence plně), avšak nelze z nich poznati, která strana se pohybovala,[1]) Prozrazují tedy takové skály často dislokace toho druhu; často jest obnažená plocha posuvná, křemenným zrcadlem chráněná, částí povrchu skalního, vedle ploch rozličných diaklas, ploch vrstevných a nepravidelných ploch lomných. Při posunech je řídkým zjevem, že proužky zrcadel, tedy čáry posunu, svírají s mezerami vrstevnými ostrý úhel, svědčíce o dislokaci diagonální, mnohem bližší posunu v ploše vrstevné, než normálnímu vržení (smrsku, skoku).

Normální vržení prozrazují se hlavně morfologicky a kde se vedle výše ležících slepenců třemošenských na protiklonné straně blízko nalézají mladší vrstvy etáže D_1; jinak bývají čáry smrskové v terénu zakryty svahovou sutí a uloženinami čtvrtohorními. Pravé zlomy, jež měly rozhodující vliv na ráz celého pohoří, rozdělivše rozsáhlé slepencové souvrství i s nadložními, dnes namnoze zmizelými mladšími vrstvami ve význačné pruhy, jsou skutečné pouhé zlomy vrstev bez patrné mocnější svislé dislokace.

---

[1]) Proto v mapce šipky u některých těch linií značí jen posun vůbec, nikoli, že strana se šipkou v tom směru se pohybovala, ač to bylo možné.

Třeba nebylo možno tyto „zlomy“ přímo pozorovati, jest nejvýše pravdě podobno, že v západním Třemošenském pohoří způsobil tlak od jihovýchodu, nebo snad též od sev.-západu, zprvu mírné

Obr. 1.

zvlnění veškeré soustavy vrstev staropaleozoických a pak rozlomení vrstev v osách sedel a koryt, tedy ve směru severovýchodním, při čemž ovšem zmenšen odpor a pruhy vrstevné příkřeji vyzvednuty, v čarách zlomových mocněji rozdrceny, a v pruzích mezi jednotlivými zlomy došlo pak příčnými posuny neb vrženími ke vzniku ker vrstevných, jichž dnešní poloha se často značně různí od původní.

V části Třemošenského pohoří, jež jest předmětem této studie, jsou stratigrafickými elementy, nehledíme-li k uloženinám diluvialním a alluvialním, a kamenouhelným uloženinám u Mirošova a Skořic (záp., mimo mapu [4]), a sev. Holoubkova, tyto útvary a vrstvy:

Algonkium (Praekambrium, Barr. Et. A a B z části, Příbramské břidlice, Plzeňské břidlice).

Břidlice s buližníky tvoří spodinu všech ostatních vrstev v oboru naší mapy; na povrch přicházejí jedině v polesí Hoškovině jižně Medového Újezda.

Jsou to buližníkové skalky východně silnice holoubkovsko-strašické a v nedalekých starých obvalech na den vynesené břidlice s úlomky rohovcovitého buližníku a kousky limonitu. Hranici tohoto algonkického ostrůvku nebylo možno určiti; ještě poblíže cô 501 nalezeny balvany buližníku, avšak nejspíše již na místě druhotném. Jest to v území našem jediný příklad naleziště železné rudy (limonitu) v algonkiu. Podobná místa jsou na Mirošovsku, Blovicku a j. poblíže suků buližníkových; limonity, tvořící nejčastěji tmel brekcie buližníkové, bývaly pro svoji lehkou tavitelnost zpracovávány ve „vlčích pecích".

Kambrium. Skoro jediným stavivem našeho pohoří jsou třemošenské slepence (Barr. Et. B. z části), spočívající diskordantně na algonkiu. Jsou to slepence, v nichž jsou valouny křemenné a buližníkové spojeny tmelem křemitým, proto rozpadají se slepence ty v ostrohranné kameny a jen zřídka na př. v lomu na svahu Konesova vrchu u Dobříva, kde tmel slepence je méně křemitý, zvětrávají a zcela se rozpadají.

Spodnější slepence žitecké a hlubošské nebyly v území našem zjištěny, za to však často bývá třemošenský slepenec zastoupen tvrdými tmavými drobami (příbramská droba), jichž vrstvy se střídají se slepencovými anebo snad místy jsou jejich facií. V ohledu fysikálním chovají se droby ty tak jako slepence. Při vzácnosti výskytu netknutých vrstev slepencových, jichž změření kompasem je snadné, jest důležito míti na vědomí, že jsou diaklasami v téže ploše prořízнuty valouny křemenné i křemitý tmel slepenců, kdežto na plochách vrstevných, zvláště jsou-li trochu navětralé, vyčnívají oblé části valounů. Často jsou v hornině polohy slepencové odděleny drobovými, a též v slepenci převážně drobnějšího zrna bývají polohy hrubších valounů, rovnoběžné s plochou vrstevní. Průměty takových průhů valounových v obnažených plochách diaklas bývají pak, když jsou vlastní plochy vrstevné nepřístupny neb nezřetelny, jediným ukazatelem směru a sklonu vrstev. Třeba tu ovšem dáti pozor na možné diagonální uvrstvení. Nikde v probadané části Třemošenského pohoří nenalezeny stopy břidlic, jež by bylo možno srovnávati s břidlicemi jineckými; jedině v profilu v obci Medovém Újezdě, na který mne upozornil dr. R. Kettner, nalézáme pod křemencovitými drobami šedé hlinité břidlice, jež j ou snad ekvivalentem břidlic jineckých. V témž profilu v nadloží křemencovitých drob nalézají se rudé hlinité břidlice, velmi podobné ončm, jež jsou hojnější ve svrchních polohách Krušnohorských vrstev $Dd_1\alpha$; podobné mezi vrstvami třemošenských slepenců (a drob) vyvinuté červené břidlice zjištěny též u Skořic.

Třeba tedy opatrnosti při nálezu pouhých takových rudých břidlic, neboť mohou též náležeti Krušnohorským vrstvám. Mimo medoújezdský profil nenalezl jsem nikde ani stopy po šedých břid-

licích, jaké tam jsou odkryty, ač nelze pochybovati, že jsou jejich výchozy tu a tam zakryty sutí a j. svahovými uloženinami.

Krušnohorské vrstvy ($Dd_1\alpha$) následují po „třemošenských slepencích“ bez patrné diskordance. Lze to zvlášť dobře viděti v profilu v obci Medovém Újezdě. Ve Žďáru jest sice úhel sklonu Krušnohorských drob a slepenců v lomech na j. z. výběžku té hory menší, než úhel sklonu třemošenských slepenců při vrcholu, ležícím sev. východně od lomů těch, avšak směr vrstev jest shodný, takže tu lze spíše vysvětliti rozdíly v úklonu vlivem dislokace nebo jako úhly sklonu původní synklinály, jež byly třeba později vyzvednutím vrstev zvětšeny.

Krušnohorské vrstvy liší se petrograficky velmi nápadně od „slepenců třemošenských“; slepence i droby jsou všeobecně měkčí, snadněji zvětratelné, vedle valounků a zrnek křemenných a buližníkových objevují se zřídka valouny porfyrové a zhusta rozložené úlomky porfyru, jež tvořívají v slepencovitých drobách zelenavé skvrny, zvláště nápadné, když jest hornina barvy rudé. Často jsou zelené zplodiny rozkladu porfyrových úlomků v drobách tak hojny, že jsou příčinou její zelenavé barvy. Hojné diffuse železité, zbarvující droby i slepence veskrze neb jen v soustředných pruzích, a v různých skvrnách, odbarvování rudých drob a slepenců od mezer vrstevných a různých prasklin, jímž se vybavuje barva zelená, různé zbarvení křemenů v slepencích a výskyt valounků jen roztroušených neb v podobě jednoduchých vrstviček v drobách, jsou příčinou značné pestrosti a rozmanitosti vzhledu hornin vrstev těch, jak lze se výborně přesvědčiti na př. v lomech ve Žďáru, v Med. Újezdě, zvláště pak po dešti na deskách rokycanských chodníků, jež pocházejí ze Žďáru. Ve svrchnějších polohách bývají horniny břidličné, a to drobovité a hlinité břidlice, barvy rudé, světle zelené neb žlutozelené, zhusta též pestré, s nimiž se objevují slabé vrstvy limonitu, jenž býval na četných místech dobýván, jak tomu svědčí staré jámy a haldy na Kotlu jižně Rokycan [8] a v oboru naší mapky na Hradišti u Med. Újezda v nadloží porfyrového lože, v lese vých. cô 508 mezi Ostrým vrchem a Medovým Újezdem, mezi Pískovým vrchem a silnicí holoubkovsko-strašickou (jižně algonkického ostrůvku) a v polích mezi hřebenem Čihu a Hůrkami. Polohu vrstev $d_1\alpha$ v oboru mapky bylo možno přímo zjistiti ve Žďáru, na Chlumu, u Med. Újezda; u Hůrek udává Lipold [3] směr. sev.-vých. s jiho-vých. sklonem 30°, což souhlasí s polohou třemošenských slepenců na Čihu. Též výskyt typických rohovců v materiálu hald na dvou místech (sev. Pískového vrchu a v Hoškovině) přispěl k důkazu, že tam byla dobývána ruda Krušnohorských vrstev.

Mocnými a rozsáhlými svahovými uloženinami, sutí a hlinami a lesní vegetací, jest $d_1\alpha$ v nadloží třemošenských slepenců zajisté

na četných místech zcela zakryto; proto jsou též naší mapce jeho ohraničení velmi neurčitá.

Porfyry a jejich poměr k vrstvám Třemošenským a Krušnohorským. Nutno tu rozeznávati dva druhy vyvření porfyrových. K prvému patří v oboru naší mapy Chlum, Vydřiduch a Hradiště u Medového Újezda. Jsou to effusivní tělesa, uložená mezi vrstvami Třemošenskými a Krušnohorskými, tedy pokrovy po případě proudy porfyrové mladší oněch, starší těchto. Je nepochybno, že se zplodiny mechanického i chemického větrání těchto porfyrů smísily s uloženinami vrstev Krušnohorských, majíce v nich tedy takový význam jako součástky žul neb jiných hornin podobného nerostného složení v arkosách.

Kdežto v Chlumu jest odkryto jen těleso porfyrové a na něm antiklinálně ležící vrstvy Krušnohorské, spatřujeme na Vydřiduchu třemošenské slepence a porfyr na nich ležící, nikoli též nadložní vrstvy $d_1\alpha$. (Profil I.) Třetí podobný výskyt je v Hradišti u Medového Újezda (Prof. II.), kde jest patrný vzájemný poměr slepenců třemošenských, porfyru i Krušnohorských vrstev, neboť jsou tam v šířce pouhých několika set metrů odkryta obě souvrství i lože porfyrové.

Kde leží basální slepence Krušnohorských vrstev přímo na Třemošenských slepencích neb jich ekvivalentech, jako n. př. v Medovém Újezdě (v obci samé), není patrné diskordance, avšak kde na erodovaném povrchu porfýrových loží spočinuly vrstvy Krušnohorské, musela nutně nastati diskordance mezi nimi a spodními Třemošenskými slepenci, ale přímo měřiti ji není možné v žádném z uvedených tří příkladů. V jižním svahu Hradiště u Med. Újezda leží nad Třemošenskými slepenci hnědorudé pískovce a nad těmi teprve lože porfyrové a vrstvy Krušnohorské; patří-li pískovce ty ještě k slepencům Třemošenským či již k $d_1\alpha$, těžko rozhodnouti, spíše bych soudil, že k prvým.

Druhý způsob porfyrových vyvření jsou výskyty horniny té ve Žďáru a sousední Kouklově hoře, Konesově vrchu a Vysokých lávkách. Jsou to patrně vesměs porfyry intrusivní, a to ve Žďáru dvě mocnější žíly v části východní a jedna při lomech na straně jiho-východní.

V Kouklově hoře souvisejí patrně žíly porfýrové, jichž vymezení v zalesněném terénu bylo vůbec nesnadné, s žilami žďárskými a snad i s porfyrem na záp. úpatí Vysokých lávek. Na Konesově vrchu tvoří porfyr hřbet; zde není žilná povaha porfyru zjištěna nad veškerupochybu, ač by v případě výlevné povahy nutno bylo v nadloží očekávati Krušnohorské droby, nikoli Třemošenské slepence, jež tam vskutku jsou.

Žíly tyto jsou v ohledu tektoniky bezvýznamny, neboť nemělo jejich vyvření žádného vlivu na polohu vrstev slepencových, jak viděti

ve Žďáru i Konesově vrchu. Jejich stáří může být takové jako u prvých tří případů effusivních, ale mohou též býti mladší a shodovati se s žilami porfyru, jež u Rokycan prostupují všemi vrstvami Barrandovy etaže D_1, tedy vrstvami Krušnohorskými $d_1\alpha$ (Žďár?, Kotel) a rudnými vrstvami Komárovskými $d_1\beta$ (Klabava) a Rokycanskými (Osecko-Kváňskými) vrstvami $d_1\gamma$ (Kalvarie a Borek u Rokycan).

Komárovské vrstvy $d_1\beta$, s hlavními ložisky železných rud a **Rokycanské vrstvy** $d_1\gamma$ (Osecko-Kváňské v.) nalézáme jen v nižších místech na severním, východním a jihovýchodním okraji našeho dílu Třemošenského pohoří. Některá data o poloze vrstev těch jsou do mapky vnesena dle údajů Lipoldových [3].

Absolutně o tolik nižší poloha geologicky vyšších vrstev D_1 než Třemošenských slepenců na sev. úpatí Žďáru, mezi Žďárem a Čihem u Hůrek, na sev. úpatí Trhoně a Vydřiducha, u Strašic, vedle momentů morfologických, svědčí o pruzích propadlých jednostranně stupňovitě, po případě i příkopovitě, jež tvoří kol více než dvou třetin obvodu naší části Třemošenského pohoří rámec, z něhož pohoří to vystupuje jako horst, jehož značná výška relativní i absolutní jest výsledkem těchto poklesů a vlastního šikmého nadzvednutí ker slepencových.

Třemošenské pohoří — jako naše staré paleozoikum vůbec — jest částí Suessova variského oblouku, v němž se vrásnění zúčastnily ještě vrstvy spodního karbonu; poněvadž však tyto u nás nejsou vyvinuty, jsou vrstvy středního devonu nejmladší, jež vrásněním variským byly postiženy. Svrchní karbon transgreduje staré synklinály a některé čáry dislokační, jako na př. v sousedství naší části Třemošenského pohoří kamenoúhelná pánev Mirošovská [4], jež leží na prodloužení poruchové čáry údolí strašicko-dobřívského, č. dle J. Krejčího „zlomu vrchu Ostrého“ [2], směru jz-sv., sama dislokací toho směru postrádajíc.

Byla tedy hlavní horotvorná činnost v našem pohoří v době spodního karbonu — z části snad již ve svrchním devonu — a trvala nejméně do permu, jak lze souditi z dislokací směru sz.-jv., jimiž ještě svrchní karbon mirošovský mocně byl postižen. Též dislokace směru sj. jsou nejspíše vesměs postkarbonní. Severovýchodnímu hlavnímu směru našeho pohoří odpovídá orogenetická síla směru severo-západního.

Pohleďme na 8 km dlouhý řetěz vrchů, zvedajících se severně osy údolí dobřívsko-strašického, a na vrchy na jihu osy té mezi Dobřívem a Strašicemi. Jsou to na severu: Konesův vrch, Bábovka, Bílá skála, Pískový vrch a Ostrý, na jihu Převážení, Vlč a Mlýnský vrch; u oněch vidíme skoro bez výjimky severo-

východní směr slepencových vrstev a sklon jihovýchodní, u těchto týž směr, avšak sklon opáčný, sevorozápadní.

V žádném místě celého území, v němž jsou slepence jakkoli odkryty, nelze pozorovati sebe menšího prohnutí vrstev, jež by dovolovalo přímo souditi na zvrásnění Třemošenských slepenců, a přec, pozorujíce polohu jejich v obou údolí strašicko-dobřívské doprovázejících řetězech, těžko si můžeme původ tektoniky té představiti jinak, než jako velmi nízkou vrásu [4, 6] směru jz.-sv., jejíž křídla, i když vrása v ose koryta a sedla byla rozlomena a pak dalším tlakem ještě zvýšena, zůstala v málo změněné původní poloze. Prochází tedy osou údolí poruchová čára, kterou, poněvadž vrstvy slepencové na obou stranách nejeví patrného vertikálního zvýšení neb snížení, z něhož by bylo možno souditi na vržení neb přešinutí, lze dobře nazvati zlomem. Je samozřejmo, že „zlom" ten není zjevem jednoduchým, že jsou vrstvy podél čáry zlomové prostoupeny hustšími sítěmi diaklas i menších dislokac, i že jsou místy rozdrceny, jak lze pozorovati na př. v lomech záp. Strašic (j. côty 494). U Strašic, kde se údolí směrem východním silně rozšiřuje, vniká zlom ten (zlom vrchu Ostrýho[1]) dle J. Krejčího) do sníženiny, vyplněné mladšími vrstvami etáže D_1, t. j. vrstvami Osecko-Kváňskými $d_1\gamma$, Komárovskými $d_1\beta$, Krušnohorskými $d_1\alpha$, pod nimiž teprve ve značné hloubce leží Třemošenské slepence; jest to západní část rozsáhlejší tektonické propadliny, omezené oproti Třemošenským slepencům dislokačními plochami, po nichž bez pochyby stupňovitě se událo poklesnutí jmenovaných mladších vrstev, druhdy slepence všude pokrývajících, do nižší úrovně. Tento pokles širokého pruhu Třemošenských slepenců s nadložními vrstvami jest zjevem velmi komplikovaným; v celku událo se snížení po plochách dislokačních asi takového směru, jak naznačeno východně Vlče a Mlýnského vrchu a jižně hřbetů Bílá skála-Ostrý, avšak uvnitř byly hornickým dobýváním železných rud pásma $d_1\beta$ zjištěny na př. též dislokace směru sz.—jz.. a sklonu jz. i opáčného po nichž se událo vržení ložiska rudného od jedné dislokační plochy ke druhé, při nevelké vzdálenosti obou, až o 75 *m*. [3].

Jižně čáry Převážení-Mlýnský vrch chybějí dosud vlastní pozorování, takže nemohu odpověděti na otázku, možno-li v tom směru doplniti slepencové vrstvy na Převážení, Vlči a Mlýnském vrchu v antiklinálu.

Jako na východě u Strašic, vchází „zlom hory Ostrého" na západě u Dobříva v rozšířené údolí Padrťského potoka a do něho v místech těch ústícího Skořického potoka, jež zde oba sledují dislokační plochy směru vjv.-zsz. a ssv.-jjz., po nichž se událo snížení, jež jest na západě vyplněno kamenouhelnou Mirošovskou pánví,

[1]) Nazvaný tak dle vrchu Ostrý nad Felbabkou v Hořovicku.

jejíž podloží tvoří Příbramské droby shodné s oněmi jako na sousedním Záborčí a Převážení, a snad též Krušnohorské vrstvy $d_1\alpha$ Na jihu jest hranicí pánve té dislokace směru zsz.-vjv., jež jest zároveň jižní hranicí Třemošenských slepenců resp. Příbramských drob; na sev. a záp. leží pánev na těchto horninách, z části též se dotýká buližníkových suků algonkických. Nad Třemošenskými slepenci sev. záp. Mirošovské pánve byly též odkryty vrstvy $d_1\beta$ (u sv. Jakuba; naleziště trilobita *Harpides Grimmi Bar.*), jsouce patrně též dislokovány v nižší úroveň. U Nové Hutě a Kocandy otvírá se rozsáhlý úval Rokycanský, též vyplněný vrstvami pásem $d_1\gamma$ a $d_1\beta$, jenž povstal snížením těch a ovšem i podložních vrstev dle dislokačních ploch směru záp.-vých. (severně Kotle) s.-j. a jz.-sv. (západně Žďáru a Hrádeckého vrchu); další dislokace směru s.-j. neb sz.-jv. oddělují mladší břidlice pásem $d_1\beta$ a $d_1\gamma$ u Svejkovic a Volduch od orografirky výše ležících Třemošenských slepenců na Vydřiduchu a Krušnohorských vrstev na Chlumu. Že jsou tektonické poměry této v hlubší úrovně dislokované krajiny velmi komplikované, svědčí pozorování polohy vrstev Osecko-kváňských ($d_1\gamma$) nebo Komárovských ($d_1\beta$) u Kamenného Újezda, Rokycan, Borku, Svejkovic, Volduch a j., jichž směry se zhusta nápadně mění v bodech nepatrně od sebe vzdálených, dokazujíce, že i zde jsou souvrství kambricko-spodnosilurská hojnými dislokacemi rozčleněna v mosaiku ker rozmanité polohy. Poměry takové, ne-li ještě složitější, lze pozorovati ještě dále na sever v mohutné kvarcitové (Dd_2) mase Radče a přílehlých kopců. Z této rozsáhlé tektonické deprese vycházejí poruchové pruhy, mezi Chlumem a Vydřiduchem, v Holoubkovském údolí směru sev. východního, mezi Žďárem. a Čihem u Hůrek směru východního. V propadlém pásu mezi Chlumem a Vydřiduchem byla dobýváním železných rud (doly v Ouzkém) zjištěna ložiska směru sz.-jv. a sklonu jz. i sv.; vidíme tu tedy, vzhledem k poloze vrstev v obou kopcích, že pruh sám, jsa omezen dislokacemi směru sv., je najisto též prostoupen dislokacemi příčnými. Poruchový pruh v údolí Holoubkovském jest z počátku užší, dislokačními plochami směru sv. omezená propadlina, která se dále k sv. a od Holoubkova směrem východním rozšiřuje v rozsáhlou pokleslou oblast mezi Mýtem, Olešnou a dále k jz. u Teň a Strašic. Jest zajímavo, že jen v mezích této pokleslé oblasti a to v Medovém Újezdě vrstvy Krušnohorské $d_1\alpha$ i spodnější křemencové droby a břidlice stupně Třemošenských slepenců a u Olešné vrstvy Krušnohorské nalézáme zvrásněné, avšak rozpětí vrás jest tu poměrně malé, takže lze si tu spíše představiti jejich vznik tlakem na boky klesající klínovité kry, než původním horotvorným tlakem.

Poruchový pruh, jenž vniká do slepencového pohoří mezi Čihem u Hůrek a Žďárem a končí poblíže hřbetu Bábovky, jest omezen dislokačními plochami směru záp.-vých. a sev.-již. Na jediném místě jižně Hůrek byla shledána obnažená smrsková plocha směru z.-v. příkrého sklonu sev. s dislokačními proužky téhož sklonu; pokračování plochy té jest morfologicky patrné na sev. úpatí Vysokých lávek a zvláště Žďáru. Tam byly podél dislokační plochy směru z.-v., po případě též sz.-jv., též do hlubší úrovně dopraveny a tak před rozrušením a odnosem uchráněny vrstvy etáže D_1 a též tedy Komárovské vrstvy s loži železné rudy. Mezi hřebenem Čihu a obcí Hůrkami jsou v polích opuštěné doly na železnou rudu stupně $d_1\alpha$ (Krušnohorských vrstev), jenž tu zůstal zachován v poloze nesnížené, nebo málo dislokací snížené.

Kdežto jen v západní části Padrťského údolí Třemošenské slepence dvou horských pruhů (dle J. Krejčího *e* a *d*[2]; Krejčí mluví o „slepencových hřbetech") se v ose údolní dotýkají, jsouce rozděleny jen zlomem, nikoli propadlým širším pruhem, jest zkoumaná část Třemošenského pohoří kol více než dvou třetin obklíčena různě širokými pruhy a poli, v nichž se nalézají veškeré vrstvy, tedy i algonická spodina, v úrovni značně snížené, nad kterou se všechno slepencové pohoří vyzvedá do značné výšky zvětšené ještě nakloněním ker slepencových.

Srovnáme-li polohu vrstev slepencových — a kde jsou zachovány, též vrstev Krušnohorských — v celé části pohoří severně údolí Padrťského potoka, objevuje se nám mimo horský řetěz nejjižnější, v němž je stálý směr i sklon, velká nepravidelnost. Vrstvy slepencové, všude více méně nakloněné, tvoří různé celky, kry, jevící se samy vlastním směrem a sklonem, při čemž v úhlu sklonu v téže kře bývají odchylky, jež si můžeme vysvětliti jako skutečné poměrné úklony plochých vrás, neb konečně, že nastaly vlivem dislokace směru souhlasného se směrem vrstevným — jsou-li nad sebou — anebo ploch dislokačních, v nichž se událo pootočení ker — leží-li jinak souhlasná znaménka, avšak s nápadněji různým úhlem sklonu, vedle sebe. Dislokace mezi jednotlivými krami jsou v mapce naznačeny přetrhávanými tlustšími čarami; jsou to vlastně jen směry ploch dislokačních, jež nelze nikde pozorovati přímo nýbrž které jen dovoleno předpokládati mezi různými, t. j. značně se lišícími značkami směru a sklonu vrstevného. Při tom dbáno dle možnosti morfologie povrchu, ač ta není rozhodující. Jakého druhu jsou dislokace, nelze v jednotlivých případech dobře rozhodnouti. Některé jsou nepochybná vržení, zvláště ony směru jz.-sv., jichž kdyby nebylo, museli bychom pro Třemošenské slepence předpokládati mocnost mnohem větší, než jakou skutečně mají (100—150 *m*). Dislokacemi toho druhu (Prof. I. a II v příloze) lze v některých profilech vysvětliti zachování částí Krušnohorských vrstev ($d_1\alpha$). U dislokací jiných směrů nejsou též vyloučena pravá vržení, svislá neb diagonální, avšak skočná

výše ani u nich nedosahuje mocnosti souvrství slepencového. Též arci jest možné přešinutí vrstev, zvláště u dislokací směru sv.-jz., avšak přímo nebylo nikde pozorováno.

Jen na jednom místě uprostřed Třemošenských slepenců a snad též Krušnohorských drob jest tvořen povrch břidlicemi a buližníkem algonkia, a to jv. Medového Újezda při silnici holoubkovsko-strašické. Tento ostrůvek algonkických břidlic s opuštěnými doly na limonit a z něj čnějící malý buližníkový suk zdají se býti spíše pouhou erosí obnažená spodina, ač blízkost mohutnějších slepencových skal připouští též možnost, že bylo algonkium vržením přímo obnaženo nebo alespoň povrchu bližším učiněno.

Vzájemná poloha dvou sousedních ker připouští tedy přítomnost skutečného vržení, tedy dislokační plochy, po kterých jedna kra vykonala klesavý pohyb svislý nebo diagonální; též nejsou vyloučeny pouhé „zlomy“, při kterých nedošlo k pohybu ker vrstevných podél plochy zlomové. Ale jako zvlášť významný způsob dislokační třeba tu vytknouti zmíněné posuny vrstevné podél příkrých až svislých ploch a zároveň v plochách vrstevných, takže zrcadlové pruhy, značící směry pohybu, jsou s vrstevnými mezerami rovnoběžny, nebo je protínají jen ve velmi ostrém úhlu.

Tyto posuny vrstevné jsou v úzkém vztahu s prasklinami (diaklasami), které jako rovinné spáry a to velmi příkré neb svislé prostupují souvrstvím slepencovým a jichž směry na některých místech zjištěné, jsou v mapce naznačeny tenkými přetrhávanými čarami, kdežto plochy posuvné jsou označeny čarami plnými. Veškeré diaklasy — na nichž též povstaly posuny vrstevné — jsou zjevy tlakovými, vznikše buď přímo kolmo na tangentialní tlak horský anebo kolmo na jeho složky. Směry diaklas jsou velmi rozmanité v celku i v jednotlivých krách, nelze tedy jejich původ připisovati přímému účinku tlaku jediného směru, dokonce pak ne jedinému tlaku jenž způsobil původní zvrásnění a rozlomení slepenců ve směru jz.-sv., povstaly tedy v době, kdy již byly slepencové vrstvy rozloženy v jednotlivé kry.

O plochách kolmých dislokac a snad též zlomů lze vším právem souditi, že prostupují nejen souvrství slepencová, nýbrž že ještě pokračují hluboko do algonkické spodiny, avšak diaklasy a též plochy vrstevných posunů končí nejspíše v slepencích samých nepřecházejíce do algonkia. Tu bychom pak arci nuceni byli předpokládati pohyb vrstev slepencových v jednotlivých krách buď po skrytém algonkickém povrchu, neb uvnitř souvrství slepencových po některých mezerách vrstevných. Dnes známe arci jen konečný stav, o stavu počátečném soudíme jen tolik, že byly původně vodorovně uložené rozsáhlé vrstvy slepencové tlakem směru od jv. k sz. neb opáčným mírně zvrásněny, a pak rozlomeny v pruhy směru severovýchodního. Co dále způsobilo, že byly vrstvy slepencové — po případě též původně na nich ležící vrstvy mladší

— rozdruženy v kry, jichž poloha vrstev je tak odchylná od původní i navzájem, nemůžeme s určitostí říci, neboť ta místa, jež by nám mohla dáti odpověď na mnohé otázky, jsou zakryta. Míním algonkický podklad, jenž měl již v době kambrické transgresse svoji vlastní tektoniku, svoje vlastní, nejspíše v době spodního kambria vzniklé, vrásy a rozličné dislokace Na př. v sousedním Mirošovsku [4] jest směr vrstev algonkických sz.-jv. se sklonem sv., v Kolvínském revíru a u Štítova jz.-sv. s úklonem sz. na Radnicku i sj. se sklonem záp. atd. Bylo tedy algonkium v podloží našeho slepencového pohoří již silně porušeno a zarovnáno v parovinu s buližníkovými suky, když je zakryly kambrické slepence. Když pak počal horotvorný tlak vrásniti a vůbec vyzvedati vrstvy kambricko-silurské, podrobeno bylo i jejich podloží, algonkium, posthumním změnám, které nemohly zůstati bez vlivu na pokrývku tu. Podél starých dislokačních ploch, na př. přesmyků, mohlo se díti nové vyzvedání, jinde horizontální pošinutí vrstev algonkických, a tím arci též vznikaly změny staré transgressní plochy kambro-silurské, jež se nutně musely též objeviti v konečné tektonice vrstev starého paleozoika změnivše místy úplně původní plán jeho tektoniky Pro Třemošenské pohoří lze užiti názvu pohoří vrásnatokerného [4], když předpokládáme původní nevysoké vrásy a jich rozčlenění v kry dislokacemi směru jiného, až příčného. Příkré neb docela převislé a položené vrásy jsou ve vlatsním pohoří vyloučeny.

LITERATURA.

1. Zemský inženýr Jirásek uvádí již r. 1786 pojmenování *„Třemošenský les“* pro lesnaté pohoří mezi Rokycany, Příbramí, Rožmitálem. (*Versuch über die Naturgeschichte einiger im Berauner Kreise gelegenen Kameral Herrschaften, besonders Zbirow, Tocznik und Kõnigshof und der anliegenden im Pilsner Kreise gelegenen Herrschaften Miröschau und Wosek* . . . Abh. d. Böhm. Gesellsch. d. Wiss. auf d. J. 1786.

2. Krejčí, J.-Feistmantel, K. *Orographisch-tektonische Übersicht des Silurgebietes im mittleren Böhmen.* Archiv f. die naturwiss. Landesdurchforschung Böhmens. Prag, 1885. České vydání z r. 1890.

3. Lipold, M. V. *Die Eisensteinlager der silurischen Grauwackenformation in Böhmen.* Jahrb. d. k. k. geol. R.-Anst. 1863.

4. Purkyně, Cyr. r. *Kamenouhelné pánve u Mirošova a Skořice a jejich nejbližší okolí.* Část I. Geologie. Část II. *Příspěvek k morfologii Brd.* Rozpr. čes. akad. 1904.

5. Krejčí, J. *Brda, pohoří středočeské. Nástin orograficko-geologický.* Květy, 1884.

6. Suess, Fr. E. *Bau und Bild der böhmischen Masse.* Wien-Prag. 1903.

7. Pošepný, Fr. *Beitrag zur Kenntnis der montangeologischen Verhältnisse von Příbram.* Archiv f. prakt. geol. 1895.

8. Purkyně, C. r. *Kambrium mezi Plzencem a Žďárem u Rokycan.* Sbor. měst. hist. musea v Plzni, III. 1914.

Oprava. V mapce stůj záp. Strašic 464 místo 646.

Cyril r. Purkyně:

NÁSTIN

tektonické mapy západní části

TŘEMOŠENSKÉHO POHOŘÍ

mezi Strašicemi a Rokycany.

Karbon

Osecko-Kvášňské vrstvy Dd$_1\gamma$
Komárovské vrstvy Dd$_1\beta$

Krušnohorské vrstvy Dd$_1\alpha$

Porfyr

tc Třemošenské slepence

Algonkium

Znaménka směru a sklonu vrstev:
dle autora
dle Lipolda (3)
Bývalé doly na železné rudy.

Směry vržení a zlomů

Směry diaklas a) posunů vrstevných b)

Prof. I.

Prof. II.

1 : 50.000 pro délky a výšky.

Rozpravy České Akademie II třída roč. 1915 číslo 46.